



HAL
open science

Observations sur le calcul des aides au logement

Denis Merigoux

► **To cite this version:**

Denis Merigoux. Observations sur le calcul des aides au logement. [Rapport de recherche] RR-9485, Inria Paris. 2022, pp.27. hal-03781578

HAL Id: hal-03781578

<https://inria.hal.science/hal-03781578v1>

Submitted on 20 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

Inria

Observations sur le calcul des aides au logement

Denis Merigoux

**RESEARCH
REPORT**

N° 9485

2022-09

Project-Team Prosecco

ISRN INRIA/RR--9485--FR+ENG

ISSN 0249-6399



Observations sur le calcul des aides au logement

Denis Merigoux

Équipe-Projet Prosecco

Rapport de recherche n° 9485 – 2022-09 – 27 pages

Résumé : À l'aide du langage de programmation dédié Catala, nous avons implémenté le calcul de l'éligibilité et du montant des aides au logement en France à partir de l'ensemble de textes législatifs et réglementaires s'y rapportant. Cette démarche correspond à la rétro-ingénierie d'une partie du système informatique CRISTAL, utilisé par l'opérateur des aides au logement et de multiples autres prestations sociales, la CNAF (Caisse Nationale des Allocations Familiales). Ce rapport présente quelques observations dont le but est d'améliorer la qualité des textes réglementaires gérés conjointement et entre autres par la direction de l'habitat, de l'urbanisme et du paysage (DHUP), la direction de la sécurité sociale (DSS) et la direction du budget (DB).

Mots-clés : droit, aides au logement, méthodes formelles

**RESEARCH CENTRE
PARIS**

2 rue Simone Iff - CS 42112
75589 Paris Cedex 12

Observations about the French housing benefits computation

Abstract : Thanks to the Catala domain-specific language, we have implemented the computation of eligibility and amount for the French housing benefits. The implementation is derived from a comprehensive collection of the legislative and regulatory texts that define it, and constitutes a partial retro-engineering of the computer system CRISTAL, used by the operator of the French housing benefits and various other social benefits : the CNAF (*Caisse Nationale des Allocations Familiales*). This reports presents a few observations consequential to this project, whose goal is to improve the quality of the regulations handled jointly and among others by the directorate of housing, the directorate of social security and the directorate of budget. It presents for three case studies the regulatory context, a mathematical and legal analysis of the drafting problem and various recommendations that can be directly included in the next versions of the regulations.

Key-words : law, housing benefits, formal methods

Synthèse

Trois axes sont développés dans le rapport concernant les textes réglementaires régissant le calcul des aides au logement ; chacun avec son lot de recommandations. L'objectif commun de ces axes est d'améliorer la qualité des textes spécifiant la formule mathématique de calcul des aides au logement dans le sens de plus de précision et de cohérence. La qualité de ces textes est cruciale car ils servent de base au pilotage du service de distribution des prestations assurés par les opérateurs de l'État que sont la CNAF, et la CCMSA dans une moindre mesure. Les points soulevés ici n'ont pas fait, à notre connaissance, l'objet de publications antérieures dans la littérature scientifique ou administrative. En effet, c'est par une démarche inédite et systématique de *formalisation* que nous avons pu découvrir ces points d'amélioration ; nous recommandons donc de généraliser ce genre d'exercice à l'ensemble des formules de calcul des prestations sociales et prélèvements obligatoires dont la complexité présente des similarités avec le calcul des aides au logement.

Sous le capot des formules réglementaires La première observation de ce rapport émane d'un fait bien connu des informaticiens et des mathématiciens : pour qu'une formule de calcul ou un théorème *marche*, il faut que des conditions et hypothèses soient réunies. Dans le cas des aides au logement, nous avons identifié une hypothèse cachée sur laquelle repose une manipulation liée au prélèvement de la CRDS. En effet les articles D832-10, D823-16 et D832-24 du code de la construction et de l'habitation ne sont cohérents que si le taux de CRDS est inférieur à 1%. Nous recommandons l'explicitation systématique de ces hypothèses ou « invariants » cachés qui sous-tendent la bonne marche des formules de calcul décrites dans les textes réglementaires comme ceux régissant le calcul des aides au logement.

Revaloriser des bases plutôt que des montants éparpillés La deuxième observation recommande l'expression des plafonds, montants forfaitaires et autres sommes indexées sur des indices comme des pourcentages de bases qui évoluent selon ces indices plutôt que des montants en euros. Ce nouveau mode d'expression simplifierait la tâche des rédacteurs des textes réglementaires lors des nombreuses revalorisations. Par exemple, dans le cas des aides au logement, une revalorisation annuelle qui oblige actuellement à l'administration de calculer à la main l'évolution de 114 montants différents pourrait être réduite à l'évolution d'un seul montant.

Partage des aides au logement en cas de garde alternée La troisième observation porte sur le partage des aides au logement en cas de garde alternée, sujet problématique car les opérateurs de l'État pour la distribution de ces prestations sont toujours dans l'incapacité de respecter la décision du conseil d'État de 2017 imposant la fin du principe de l'allocataire unique en cas de garde alternée. En prenant un peu de recul et grâce à l'analyse du partage des allocations familiales, nous mettons en évidence la limitation technique précise qui empêche les opérateurs de l'État d'utiliser la bonne formule de partage des allocations. De plus, nous montrons qu'une formule de partage approchée, utilisée pour les allocations familiales depuis 2007, repose sur une hypothèse cachée non valable dans le cas des aides au logement, et mène à un surcoût pour les finances publiques. Nous préconisons donc qu'une éventuelle politique pour soutenir financièrement la garde alternée soit explicitement inscrite dans une formule de calcul plus claire et précise, que nous proposons ; et que le coût de l'approximation que nous avons mise en valeur soit pris en compte dans la décision publique sur ce sujet. La situation peut être résumée en un coup d'œil aux figures 1 page 14 et 2 page 19.

Sommaire

1	Introduction	5
2	Un invariant caché dans la manipulation de la CRDS	6
2.1	Contexte	6
2.2	Analyse de la manipulation	6
2.3	Observations	7
3	Revalorisation des paramètres de calcul des aides au logement	8
3.1	Contexte	8
3.2	Indexation sur l'indice de référence des loyers	9
3.3	Indexation sur l'indice des prix à la consommation	10
4	Partage des aides au logement en cas de garde alternée	11
4.1	Comment partager une allocation? Le cas des allocations familiales	11
4.2	Formules de partage des aides au logement	15
4.3	Conclusion : comment partager les aides au logement en cas de garde alternée?	20
A	Optimisation du paramètre d'atténuation de la correction pour garde alternée	23
A.1	α et taux de croissance des aides au logement	23
A.2	Borne inférieure du taux de croissance des aides au logement	25

1 Introduction

L'équipe-projet Prosecco du centre de recherche Inria de Paris est spécialisée dans le domaine de la sécurité informatique, formelle et appliquée. Le but général des recherches de l'équipe est d'augmenter le niveau de sécurité et d'assurance de logiciels critiques dans divers domaines d'application. Si le domaine d'application principal de l'équipe concerne la cryptographie, la traduction du droit en code informatique a été l'objet d'un projet-pilote depuis deux ans.

Ainsi et dans le cadre de ce projet-pilote, nous avons lancé une recherche interdisciplinaire sur la traduction du droit en code pour les aides au logement. Notre point de départ a été la rétro-ingénierie d'une partie du système informatique CRISTAL (Conception Relationnelle Intégrée du Système de Traitement des Allocations), utilisé par l'opérateur des aides au logement et de multiples autres prestations sociales, la CNAF (Caisse Nationale des Allocations Familiales). Cette rétro-ingénierie a été effectuée à l'aide du langage de programmation spécialisé Catala [Huttner and Merigoux 2021; 2022; Merigoux et al. 2021], au cours de plusieurs sessions de programmation en binôme juriste-programmeur (1,5 mois-homme pour les deux participants additionnés), en partant uniquement des sources législatives et réglementaires concernant le calcul des aides au logement. Le résultat a été la production d'un code source d'environ 13,000 lignes disponibles sur [GitHub](#), dont 7000 lignes de code informatique Catala et 6000 lignes de texte de loi.

Lors de la traduction du droit des aides au logement en code informatique, nous avons identifié plusieurs points d'attention et réfléchi à des solutions. Tandis qu'un article théorique [Merigoux et al. 2022] explore les problèmes de traduction d'un point de vue de l'informatique et de la sociologie du droit, le présent rapport vise à partager des informations plus opérationnelles avec les rédacteurs des textes concernés. Les trois points concernés sont :

1. un invariant caché dans la manipulation de la CRDS;
2. la revalorisation des paramètres de calcul;
3. le partage des aides au logement en cas de garde alternée.

Le premier point d'attention a émergé lors de la lecture d'une règle de minoration du montant des aides au logement, qui semblait retrancher puis ajouter le même montant sans raison apparente. Le second est apparu du constat de multiples coquilles dans les tableaux de valeurs que nous avons signalées au fur et à mesure à l'administration (valeurs en dizaines devenant des centaines par exemple) et qui ont été corrigées par l'[arrêté du 29 juillet 2022 relatif au calcul des aides personnelles au logement](#); ces coquilles ont fait ressortir la difficulté de l'opération de revalorisation, continent à la manière dont sont spécifiés les paramètres à revaloriser. Enfin, le troisième point a été aiguillonné par une lecture de la presse et des réseaux sociaux pointant un problème d'application du droit par le système d'information de la CNAF crucial pour de nombreux bénéficiaires.

Pour chacun de ces points, nous explicitons le contexte implicite autour du texte de la règle qui cause le problème, puis effectuons un certain nombre de recommandations dont certaines portent sur la formulation précise des règlements régissant le calcul des aides au logement, et d'autres qui ont une portée plus générale. En mettant en valeur trois problèmes techniques liés aux aides au logement, nous espérons que ce rapport démontre l'utilité de notre méthodologie pour la formalisation systématique des textes de lois et règlements spécifiant des calculs. En effet, en plus de produire un programme à haut niveau d'assurance permettant d'exécuter précisément sur un ordinateur le calcul décrit par la loi, notre mé-

thodologie de formalisation permet de remettre à plat systématiquement la manière dont le calcul est spécifié, afin de tendre vers une réglementation plus robuste.

2 Un invariant caché dans la manipulation de la CRDS

2.1 Contexte

Cette section a pour but d'expliciter un invariant caché régissant les étapes finales du calcul de l'APL (secteur locatif, logement-foyer et accession à la propriété). En effet, Les articles [D832-10](#), [D823-16](#) et [D832-24](#) du code de la construction et de l'habitation définissent tous la pénultième étape du calcul des aides au logement par la phrase suivante :

Ce dernier résultat, obtenu par application des dispositions précédentes, est diminué d'un montant représentatif des contributions sociales qui s'y appliquent, arrondi à l'euro inférieur, puis majoré de ce montant représentatif.

La formulation est sibylline, il nous faut l'expliciter. Les aides au logements sont soumises à la Contribution de la Réduction pour la Dette Sociale (CRDS) prévue par l'ordonnance 96-50 du 24 janvier 1996 au titre de son [article 14](#). Par contre, les aides au logement sont exonérées de la Contribution Sociale Généralisée (CSG) au titre de l'article [L136-1-2](#) du code de la sécurité sociale.

Ainsi, ce qui devra être distribué au ménage n'est pas le montant de l'aide au logement tel que défini par le code de la construction et de l'habitation, mais le montant minoré de la CRDS prélevée à la source. Or, il semblerait que par la formulation des articles [D832-10](#), [D823-16](#) et [D832-24](#) du code de la construction et de l'habitation, l'administration a voulu exercer un contrôle fin du montant effectivement versé au ménage. Plus précisément, il faut que ce montant versé soit un nombre entier d'euros, arrondi par défaut depuis la quantité précédente.

2.2 Analyse de la manipulation

Afin d'obtenir le résultat souhaité en bout de chaîne après prélèvement de la CRDS, les rédacteurs du code de la construction et de l'habitation effectuent donc cette manipulation qui consiste à anticiper le prélèvement de la CRDS, l'arrondir à l'euro inférieur, puis rajouter la CRDS pour qu'elle soit prélevée conformément à l'ordonnance de 1996. Cela donne donc les formules suivantes, avec AL_{brut} et AL_{net} les montants d'aide au logement avant et après prélèvement de la CRDS, et AL_0 le montant initial de l'aide au logement brut, avant la rectification de l'arrondi à l'euro inférieur :

$$\begin{aligned} AL_{\text{brut}} &= \lfloor AL_0 - CRDS(AL_0) \rfloor + CRDS(AL_0) \\ AL_{\text{net}} &= AL_{\text{brut}} - CRDS(AL_{\text{brut}}) \\ &\approx \lfloor AL_0 - CRDS(AL_0) \rfloor \end{aligned}$$

En suivant ce calcul, on a une formule très pratique pour le calcul de l'aide au logement nette versée au ménage, qui consiste simplement à déduire la CRDS de AL_0 puis d'arrondir à l'euro

inférieur. Cependant, cette dernière simplification des termes de CRDS dans le calcul de AL_{net} n'est pas exacte. En effet, on a plus précisément :

$$\begin{aligned} AL_{\text{net}} &= \lfloor AL_0 - CRDS(AL_0) \rfloor + \Delta \\ \text{avec } \Delta &= CRDS(AL_0) - CRDS(AL_{\text{brut}}) \\ &= CRDS(AL_0 - AL_{\text{brut}}) \quad \text{car la CRDS est proportionnelle} \\ &= CRDS(AL_0 - CRDS(AL_0) - \lfloor AL_0 - CRDS(AL_0) \rfloor) \end{aligned}$$

En notant $AL_1 \triangleq AL_0 - CRDS(AL_0)$, alors on a :

$$\Delta = CRDS(AL_1 - \lfloor AL_1 \rfloor)$$

Dès lors, puisque ce montant est la différence d'un nombre et sa partie entière, on a $0 \in \llbracket AL_1 - \lfloor AL_1 \rfloor < 1 \in$. Or, le taux de la CRDS étant de 0,5%, on a forcément $\Delta < 0,01 \in$ et donc en pratique $\Delta = 0$, d'où :

$$AL_{\text{net}} = \lfloor AL_1 \rfloor$$

2.3 Observations

Tout d'abord, l'analyse présentée ici n'a jamais été publiée par l'administration dans une quelconque communication publique. On est donc ici dans une situation typique où un dispositif réglementaire calculatoire vise à obtenir un but de haut niveau (verser une aide arrondie à l'euro inférieur tout en prélevant la CRDS) dont la spécification est absente du texte réglementaire, comme rappelé par [Merigoux \[2022\]](#). L'absence de spécification du but de plus haut niveau nuit considérablement à la lisibilité du texte réglementaire; confrontés à la phrase décrivant la manipulation, notre premier réflexe a été de penser à une erreur dans le texte tant le calcul décrit ne semblait pas avoir de sens.

Mais au delà de la lisibilité, il y a une conséquence plus grave à la dissimulation du but de haut-niveau de cette manipulation : le risque de casser les invariants qui assurent que la formule « marche ». En effet, lors de la dernière étape de la démonstration pour $\Delta = 0 \in$, une hypothèse essentielle est que le taux de la CRDS soit inférieur à 1%. Cette hypothèse constitue donc un invariant caché du système qui en garantit silencieusement la correction.

Que se passe-t-il si l'on décide d'augmenter le taux de la CRDS à plus de 1%? Mathématiquement, la simplification de la formule ne tient plus : $\Delta \neq 0 \in$, et le montant d'aide au logement versé par la CAF sera donc de quelques centimes inférieur au montant qu'aurait dû toucher le ménage. Cumulé sur l'ensemble des millions de ménages bénéficiaires de l'APL, une telle minoration pourrait représenter des millions d'euros d'aides moins-perçues. Sauf si l'administration se rend compte de la situation, auquel cas elle devra modifier le décret et trouver une autre formule mathématique pour arrondir à l'euro inférieur le montant d'aides versé d'une manière compatible avec le prélèvement de la CRDS.

Or, pour se rendre compte de la situation, il faut impérativement être au courant de l'existence de cet invariant caché. Et si celui-ci n'est pas écrit (par exemple en NOTA) dans le texte réglementaire, alors il ne subsiste que dans la mémoire des rédacteurs du texte, ou bien

dans une documentation interne à l'administration. De tels supports para-juridiques sont plus susceptibles d'être perdus du fait de la rotation du personnel et des aléas de l'archivage.

Recommandation n°1

Pour les raisons exposées ci-dessus, nous préconisons donc qu'en général, *tous les invariants nécessaires au bon fonctionnement d'une formule écrite dans un texte réglementaire soient écrits à côté de la formule, afin de garantir une meilleure transmission de l'information, et moins d'erreurs dans l'application du droit mais aussi pendant sa révision.*

Dans ce cas particulier de la CRDS pour l'aide au logement, nous recommandons de préciser dans les articles D832-10, D823-16 et D832-24 du code de la construction et de l'habitation que le calcul suppose que :

- les contributions sociales s'appliquant aux aides au logement sont strictement proportionnelles ;
- leur taux est supposé inférieur à 1%.

3 Revalorisation des paramètres de calcul des aides au logement

3.1 Contexte

Le calcul des aides au logement fait apparaître de nombreux paramètres dont la valeur est revalorisée chaque année. Le [document officiel 2021 des éléments de calcul des aides au logement](#), édité par DGALN/DHUP/FE4, précise :

Depuis le 1^{er} janvier 2008, conformément à la loi n° 2007-290 du 5 mars 2007 instituant le droit au logement opposable et portant diverses mesures en faveur de la cohésion sociale ([article 26](#)), les paramètres représentatifs de la dépense de logement entrant dans le calcul des aides personnelles au logement sont désormais indexés chaque année sur l'évolution de l'indice de référence des loyers (IRL du deuxième trimestre T2). Depuis 2014, la revalorisation annuelle des paramètres de dépense de logement a lieu au 1^{er} octobre, et non plus au 1^{er} janvier, conformément à la loi n°2013-1278 du 29 décembre 2013 de finances pour 2014 ([article 121](#)) et à la loi n°2013-1203 du 23 décembre 2013 de financement de la sécurité sociale pour 2014 ([article 77](#)).

Depuis la recodification de 2019, différents articles du code de la construction et de l'habitation précisent les modalités de revalorisation des différents paramètres. L'[article L823-4](#) indexe au 1^{er} octobre de chaque année sur l'indice de référence des loyers les plafonds de loyers : le montant forfaitaire des charges, les plafonds des charges de remboursement des contrats de prêts dont la signature est postérieure à la date de révision du barème, les équivalences de loyer et de charges locatives, le terme constant de la participation personnelle du ménage. L'[article D823-17](#) précise que l'abattement forfaitaire R0 est revalorisé au 1^{er} janvier de chaque année, conformément à l'évolution en moyenne annuelle de l'indice des prix à la consommation des ménages hors tabac, constatée pour l'avant-dernière année précédant cette revalorisation et arrondi à l'euro inférieur. Enfin, l' [article D822-21](#) indexe au 1^{er} janvier

de chaque année sur l'indice de référence des loyers le montant forfaitaires de ressources prises en comptes pour les étudiants.

Chaque année, ces revalorisations sont prises par décret qui viennent mettre à jour l'**arrêté du 27 septembre 2019** :

- l'**arrêté du 3 janvier 2020** relatif au calcul des aides personnelles au logement pour l'année 2020;
- l'**arrêté du 25 septembre 2020** relatif au calcul des aides personnelles au logement et de l'aide à l'accession sociale et à la sortie de l'insalubrité spécifique à l'outre-mer;
- l'**arrêté du 31 décembre 2020** relatif au calcul des aides personnelles au logement pour l'année 2021;
- l'**arrêté du 23 septembre 2021** relatif au calcul des aides personnelles au logement et de l'aide à l'accession sociale et à la sortie de l'insalubrité spécifique à l'outre-mer;
- l'**arrêté du 20 décembre 2021** relatif au calcul des aides personnelles au logement pour l'année 2022;
- l'**arrêté du 29 juillet 2022** relatif au calcul des aides personnelles au logement;
- l'**arrêté du 16 août 2022** relatif au calcul des aides personnelles au logement et de l'aide à l'accession sociale et à la sortie de l'insalubrité spécifique à l'outre-mer.

Chacun de ces arrêtés demande un important travail de la part de l'administration au vu du nombre considérables de paramètres à revaloriser. Comme les paramètres dépendent de la zone d'habitation et de la composition du ménage, un arrêté de revalorisation typique comme l'**arrêté du 23 septembre 2021** compte pas moins de 114 nouvelles valeurs à reporter. 114 revalorisations, c'est autant de possibilités de se tromper, d'appliquer un mauvais arrondi, de reporter les chiffres depuis le mauvais tableau, etc.

Afin de se simplifier la tâche des rédacteurs, l'administration gagnerait à adopter un mode d'expression des paramètres de calcul des aides au logement qui lui épargne une fastidieuse revalorisation individuelle chaque année. Aussi, nous proposons d'explicitier l'indexation de tous ces paramètres sur l'indice de référence des loyers et sur celui des prix à la consommation, en exprimant les paramètres comme des quantités proportionnelles à des bases qui évoluent selon ces indices.

Cette structure de base pour les montants est déjà en usage pour les allocations familiales, au titre des articles **L551-1** et **L161-25 du code de la sécurité sociale**, et a prouvé son utilité au cours du temps.

3.2 Indexation sur l'indice de référence des loyers

On distingue deux paquets de valeurs indexées sur l'indice de référence des loyers, l'un revalorisé au 1^{er} octobre, et l'autre au 1^{er} janvier. On pourrait donc créer deux bases $BAPL_1$ (première base des aides personnelles au logement) et $BAPL_2$ (deuxième base des aides personnelles au logement) pour ces deux paquets.

Par exemple, l'article 7 de l'arrêté du 27 septembre 2019 pourrait être écrit comme suit au 1^{er} juillet 2022, avec une valeur de $BAPL_1 = 133,93$ € :

Les plafonds de loyers visés au 2° de l'article D. 823-16 du même code sont fixés en appliquant les pourcentages suivants à la première base des aides personnelles au logement, pour donner un montant en euros arrondi au centime le plus proche :

Zone	Personne seule	Couple sans personne à charge	Personne seule ou couple ayant une personne à charge	Par personne à charge supplémentaire
I	222,56%	268,42%	303,37%	44,02%
II	193,97%	237,42%	267,15%	38,89%
III	181,80%	220,38%	247,10%	35,41%

De cette manière et par exemple, la revalorisation au 1^{er} octobre pourrait être effectuée d'un simple trait de plume en rappelant la nouvelle valeur de la première base des aides personnelles au logement. La base peut également être revalorisée de manière dérogatoire aux règles de l'article L823-4, comme par exemple comme ce fut le cas dans l'[article 200 de la loi de finances pour 2020](#). Enfin, pour changer l'indexation d'un montant, il suffit de le faire dépendre d'une base plutôt que l'autre et modifier sa valeur en pourcentage de la nouvelle base pour qu'elle coïncide avec la valeur actuelle en fonction de l'ancienne base.

Cette indirection ne pose normalement pas de problèmes aux systèmes d'information; s'ils sont capables de modéliser ces tableaux de valeurs, ils seront capables de modéliser ces tableaux de pourcentage à multiplier par une constante. Les articles de l'arrêté du 27 septembre 2019 à réécrire de cette manière seraient les suivants pour l'indexation sur BAPL₁ :

- article 7 (plafonds de loyer secteur locatif);
- article 8 (plafonds de loyer secteur locatif, cas d'une chambre);
- article 9 (montant forfaitaire des charges en secteur locatif);
- article 13 (participation minimale en secteur locatif);
- article 14 (loyer de référence en secteur locatif);
- article 16 (plafonds de loyer et montant forfaitaire des charges en colocation);
- article 19 (montant forfaitaire des charges APL en secteur accession à la propriété);
- article 24 (montant forfaitaire des charges APL en copropriété);
- article 27 (équivalences de loyer et de charges locatives plafonds APL en secteur logement-foyer);
- article 34 (montant forfaitaire des charges AL en secteur accession à la propriété);
- article 34 (montant forfaitaire des charges AL en copropriété);
- article 40 (montant forfaitaire des charges AL en secteur logement-foyer);
- article 43 (équivalence de loyer AL en secteur logement-foyer);
- article 46 (cas des outre-mers).

Pour l'indexation sur BAPL₂, seul l'article de l'arrêté du 27 septembre 2019 suivant est concerné :

- article 6 (montants forfaitaires de ressources pour les étudiants)

3.3 Indexation sur l'indice des prix à la consommation

Une troisième base des aides personnelles au logement, BAPL₃, peut être créée pour regrouper tous les montants indexés sur l'indice des prix à la consommation des ménages hors tabac et revalorisés au 1^{er} janvier. Par exemple, l'article 15 de l'arrêté du 27 septembre 2019 pourrait être réécrit comme suit au 1^{er} juillet 2022, avec une valeur de BAPL₃ = 106,42 € au 1^{er} octobre 2021 :

Pour l'application du 5^o de l'article D. 823-17 du même code, le forfait « R0 » est fixé en appliquant les pourcentages suivants à la troisième base des aides personnelles au logement pour donner un montant en euros arrondi à l'euro inférieur :

<i>Composition du foyer</i>	<i>MONTANT (en euros)</i>
<i>Personne seule sans personne à charge</i>	<i>4400,5%</i>
<i>Couple sans personne à charge</i>	<i>6304,3%</i>
<i>Personne seule ou couple ayant :</i>	
<i>- une personne à charge</i>	<i>7519,3%</i>
<i>- deux personnes à charge</i>	<i>7688,4%</i>
<i>- trois personnes à charge</i>	<i>7982,5%</i>
<i>- quatre personnes à charge</i>	<i>8279,5%</i>
<i>- cinq personnes à charge</i>	<i>8573,6%</i>
<i>- six personnes à charge</i>	<i>8869,6%</i>
<i>- par personne à charge supplémentaire</i>	<i>292,2%</i>

Les articles de l'arrêté du 27 septembre 2019 à réécrire de cette manière seraient les suivants :

- article 15 (R0 en secteur locatif).

Recommandation n°2

Nous recommandons de créer trois bases des aides personnelles au logement, $BAPL_1$, $BAPL_2$ et $BAPL_3$, respectivement revalorisées selon le code de la construction et de l'habitation :

- sur l'indice de référence de loyer au 1^{er} octobre selon l'article L823-4;
- sur l'indice de référence de loyer au 1^{er} janvier selon l'article D822-21;
- sur l'indice des prix à la consommation des ménages hors tabac au 1^{er} janvier selon l'article D823-17.

Tous les montants revalorisés annuellement de l'arrêté du 27 septembre 2019 pourraient ainsi être exprimés comme un pourcentage de l'une de ses bases. De cette manière, il suffit de revaloriser la base pour revaloriser l'ensemble des montants qui lui sont associés.

4 Partage des aides au logement en cas de garde alternée

4.1 Comment partager une allocation ? Le cas des allocations familiales

Dans cette section, nous explorons les différentes manières de partager une prestation sociale dans le cas de la garde alternée, en prenant pour exemple les allocations familiales, dont le fonctionnement est plus simple que l'aide au logement.

Un premier mode de partage à écarter Commençons par décrire la situation : supposons que nous avons deux ménages M_1 et M_2 entre lesquels l'enfant E se trouve en garde alternée. Appelons AF la formule de calcul des allocations familiales en fonction des caractéristiques du ménage. Étant donné cette situation, quels doivent être les montants d'allocations familiales AF_1 et AF_2 perçus par M_1 et M_2 en prenant en compte la garde alternée de E ?

En posant le problème de cette façon, on peut constater que chacun des ménages bénéficie de la prise en compte de E respectivement à hauteur des quantités $\Delta_1 = AF(M_1 + E) - AF(M_1)$ et $\Delta_2 = AF(M_2 + E) - AF(M_2)$. Aussi, partager le bénéfice de E pour les allocations familiales revient à partager le surplus global causé par E dans le calcul des allocations familiales :

$\Delta_1 + \Delta_2$; ou plus précisément $\frac{1}{2}(\Delta_1 + \Delta_2)$ puisque E n'est pas présent dans les deux ménages en même temps; l'État ne redistribue donc que typiquement la moitié du surplus global, même si cette proportion pourrait être plus élevée si elle sert des objectifs de politique publique. Si l'on choisit de redistribuer la moitié du surplus global, moitié-moitié entre les deux ménages, la formule de calcul de AF_1 et AF_2 est donc :

$$AF_1 = AF(M_1) + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{4} \quad \text{et} \quad AF_2 = AF(M_2) + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{4}$$

Cependant, ces formules sont une fausse bonne idée car le raisonnement qui y mène ne marche que dans le cas simplifié d'un ou plusieurs enfants en garde alternée entre les deux même ménages. En effet, que se passe-t-il dans le cas de familles très recomposées partageant des enfants en garde alternée avec des ménages différents? En reprenant le raisonnement, on s'aperçoit que le surplus global d'allocations des enfants en garde alternée doit être calculé en prenant en compte toutes les manières dont les enfants en garde alternée peuvent être redistribués en garde pleine au sein des ménages. Concrètement, cela suppose donc de construire le graphe national de toutes les garde alternées, puis de calculer une moyenne du surplus d'allocations des enfants en garde alternée sur toutes les combinaisons de répartition de ces enfants dans les ménages. Si ce problème constitue un exercice intéressant de mathématiques discrètes et de combinatoire, l'implémentation de sa résolution dans un système d'information nécessiterait une algorithmique non-triviale et surtout briserait le principe d'indépendance entre les ménages. Avec ce mode de partage, l'allocation reçue par un ménage dépend potentiellement de tous les autres ménages avec lesquels le premier ménage partage, directement ou transitivement, un enfant en garde alternée... Pour toutes ces raisons, nous préconisons de ne pas choisir cette méthode de calcul du partage pourtant logique au premier abord.

Le partage des allocations en pratique Dans le calcul des allocations familiales, le cas des enfants en garde alternée est en pratique pleinement pris en compte par les article [R521-2](#) et [R521-3](#) du code de la sécurité sociale, qui rendent effectif le partage des allocation imposé par l'[article L521-2 du même code](#). En particulier, R521-3 définit une formule mathématique à l'aide de laquelle effectuer la répartition : il suffit de multiplier le montant de la prestation calculé avec tous les enfants pris en compte par un coefficient qui fait la moyenne de la prise en charge des enfants. Cette méthode de partage présente l'avantage d'être facile à calculer, puisqu'elle ne dépend que d'un seul ménage et qu'il suffit de corriger le montant obtenu sans la garde alternée d'un facteur directement déterminable depuis les entrées du calcul.

Cependant, ce mode de partage ne respecte pas la propriété selon laquelle *le ménage touche la moitié de la part des allocations dont cet enfant est responsable*. En effet, prenons un ménage fictif de métropole avec 30 000 € de ressources annuelles prises en compte, recevant au 1^{er} janvier 2022 des allocations familiales pour ses trois enfants de respectivement, 13, 12 et 11 ans (sans revenus). Ce ménage reçoit un montant d'allocations familiales égal à $AF_{\text{plein}} = 302,81$ € (en prenant en compte l'allocation forfaitaire et le complément dégressif).

Supposons maintenant que le dernier enfant de 12 ans est en garde alternée avec partage des allocations familiales. Selon la formule de R521-3, le montant touché par le ménage est maintenant de $AF_{\text{moitié}} = 252,34$ €. Or si l'on exclut complètement le benjamin du ménage, le montant touché est de $AF_{\text{base}} = 132,74$ €. Pour que le ménage touche la moitié de la part des allocations dont cet enfant est responsable (et en supposant chaque ménage indépendant

contrairement au premier mode de calcul écarté), il faudrait que $AF_{\text{moitié}}$ soit au milieu entre le montant AF_{plein} des allocations familiales sans enfant, et le montant AF_{base} des allocations familiales avec l'enfant en garde pleine. Soit :

$$AF_{\text{moitié}} = \frac{AF_{\text{base}} + AF_{\text{plein}}}{2}$$

Or cette égalité ne tient pas puisqu'on a des deux côtés $252,34 \text{ €} > 217,78 \text{ €}$. Le montant distribué par la formule de R521-3 est ici plus élevé que ce à quoi on pourrait s'attendre. Ce surplus est dû aux effets non-linéaires du calcul des allocations familiales en fonction du nombre d'enfants : le montant n'est pas proportionnel au nombre d'enfants. Par exemple, le montant des allocations dépend de l'âge de chacun des enfants, et possède des effets de seuil, par exemple pour l'allocation forfaitaire. Il se trouve que ces effets non-linéaires donnent une forme convexe à la fonction du montant des allocations familiales en fonction des enfants à charge. En effet, les montants marginaux par enfants à charge définis par l'article D521-1 du code de la sécurité sociale sont croissants ; l'allocation forfaitaire prévue par l'article L521-1 du code de la sécurité sociale est elle aussi déclenchée automatiquement à partir d'un certain nombre d'enfants, ce qui renforce la convexité.

À cause de la convexité de la fonction, l'approximation linéaire $AF_{\text{moitié}}$ de R521-3 se trouve au dessus du milieu de AF_{base} et AF_{plein} qui constitue la valeur intuitive du partage. On constate mieux la situation en la visualisant sur la figure 1 page 14. La formule de R521-3 donne donc, dans le cas des allocations familiales, un résultat pour les ménages plus favorable que la formule exacte du partage.

Partage et liquidations multiples Mais si la formule de R521-3 est plus coûteuse pour les finances publiques, pourquoi a-t-elle été choisie par rapport au partage intuitif, dont on peut argumenter qu'il respecte une certaine justice ? Sans enquête approfondie auprès des auteurs du décret en conseil d'État n°2007-550 du 13 avril 2007 codifié dans R521-3, on ne peut avancer que des hypothèses. Premièrement, on pourrait considérer que la politique publique de l'aide au logement se doit d'aider les parents séparés à maintenir des conditions de vie décentes pour leurs enfants en garde alternée. Les enfants en garde alternée possédant deux chambres et deux jeux d'effets personnels (chez chacun de leurs parents séparés), l'administration peut considérer qu'il est nécessaire d'augmenter le niveau des prestations sociales dans le cas de la garde alternée pour tenir compte du surplus de dépense qu'entraîne ce mode de garde.

Une autre de ces hypothèses tient dans la simplicité du calcul. La formule choisie par R521-3 ne nécessite en effet qu'un seul calcul des allocations familiales, auquel est rajouté une petite étape de modulation par un coefficient. Par contre, la formule intuitive nécessite de calculer deux fois les allocations familiales : une pour le ménage sans les enfants en garde alternée, une avec. On appelle cela dans le jargon fiscal une « double liquidation ». Effectuer une double liquidation nécessite de pouvoir considérer le calcul comme une fonction que l'on appelle deux fois de suite avec différents paramètres. Informatiquement, cela n'est pas toujours possible quand le système d'information repose sur des technologies anciennes ou qui n'ont pas été conçues pour permettre ce genre de calculs.

Il est donc possible que R521-3 résulte d'un arbitrage technique et/ou politique qui accorde un montant d'allocation familiales en cas de partage plus élevé que ce qu'un calcul intuitif pourrait donner. Cette hypothèse semble plausible au vu des considérations de Merigoux

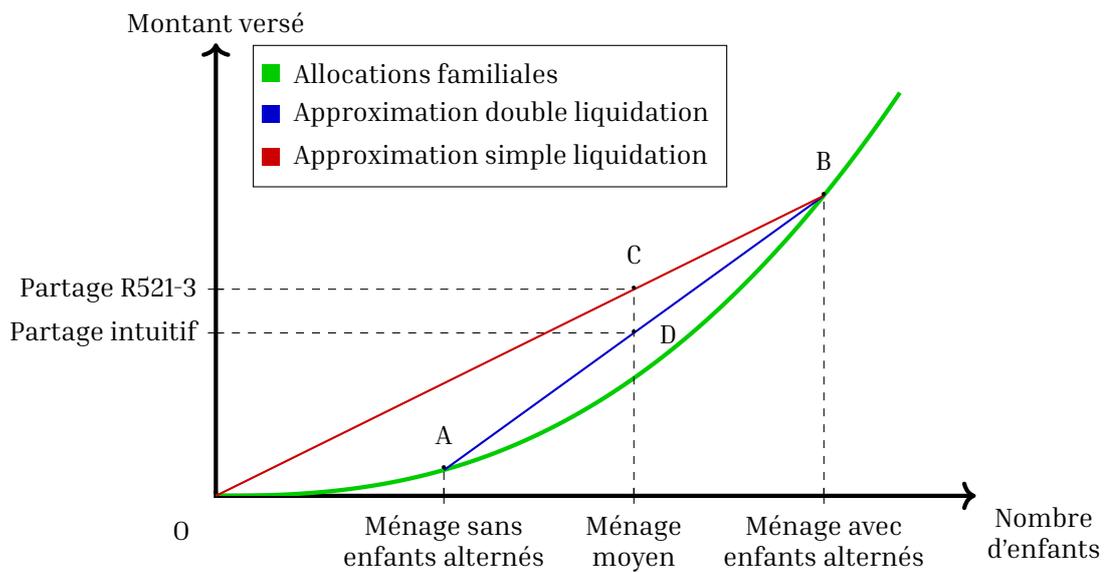


Figure 1 – Approximations de partage des allocations familiales en cas de garde alternée. La fonction convexe des allocations familiales par rapport au nombre d'enfants est ici stylisée à des fins explicatives. Les deux liquidations différentes des allocations, avec et sans les enfants en garde alternée, sont représentées par les points A et B. Avec la double liquidation, il est possible d'approximer ce qui se passe entre A et B en traçant le segment [AB] et en sélectionnant la valeur pour le ménage moyen (avec les enfants en garde alternée comptés pour moitié), ce qui donne le point D. Mais si l'on ne peut faire qu'une unique liquidation (correspondant à B), alors on ne connaît pas A et l'on est obligé de faire une approximation linéaire avec le segment [OB]. L'intersection du ménage moyen avec [OB] donne la valeur du partage selon R521-3, située au point C.

et al. [2022] et notamment sa section 4.3, basée sur une enquête concernant les agents écrivant les textes réglementaires pour les aides au logement, qui sont des prestations sociales proches des allocations familiales.

Recommandation n°3

Il existe plusieurs manières de partager une allocation en cas de garde alternée. C'est à l'administration de décider de la formule exacte de partage en fonction de ses capacités techniques de calcul.

Toutefois, toutes les formules de partage ne se valent pas car ce partage est en réalité une interpolation sur un montant fractionnel d'enfants à charge d'une fonction définie uniquement sur des entiers (voir figure 1). Cette interpolation doit donc au moins tomber entre les deux points qu'elle approxime, et l'on peut arguer que l'interpolation correcte correspond au milieu des deux points approximés.

Concrètement, pour réaliser cette interpolation, nous recommandons de :

- considérer chaque ménage indépendamment des autres (pour limiter la complexité du partage);
- idéalement, interpoler linéairement entre les montants d'allocations avec et sans enfants en garde alternée (double liquidation);
- si la double liquidation est techniquement impossible, nous ne préconisons d'utiliser une approximation linéaire entre le ménage avec enfants en garde alternée et l'origine (simple liquidation) que si la condition de convexité de la fonction est vérifiée pour donner toujours au moins autant que l'interpolation à double liquidation.

Pour éventuellement prendre en compte le surcoût de la garde alternée pour les ménages et le financer partiellement via les allocations, il suffit de prendre pour chaque enfant en garde alternée un coefficient plus grand que 50% dans la formule (par exemple, 60% ou 70%).

4.2 Formules de partage des aides au logement

État de la jurisprudence Il est maintenant temps de revenir au cas des aides au logement qui suit une logique similaire en ce qui concerne le partage en cas de garde alternée. Cependant, la situation juridique de ce cas particulier reste toujours ambiguë pour les aides au logement.

Premièrement, il n'existe pas dans le code de la construction et de l'habitation d'article équivalent à l'article L521-2 du code de la sécurité sociale, et qui imposerait le partage des aides au logement en cas de garde alternée. Aussi, il n'existe pas d'équivalent de l'article R521-3 du code de la sécurité sociale qui donnerait une formule de calcul pour le partage des aides au logement. Selon la presse [Knaebel 2022; Monnet 2022; Changer de cap 2022], la CNAF imposait historiquement le principe de l'allocataire unique pour les aides au logement : pas de garde alternée possible. Attaqué au tribunal administratif, ce principe de l'allocataire unique a été annulé par le conseil d'État dans sa [décision n°398563 du 21 juillet 2017](#). Plus précisément, voici le considérant qui nous intéresse dans la décision du conseil d'État :

4. Considérant, d'autre part, que, pour l'application des articles L. 351-3 et R. 351-8 du code de la construction et de l'habitation cités ci-dessus, les enfants en situation de garde alternée doivent être regardés comme vivant habituellement au foyer de chacun de leurs deux parents; qu'ils doivent, par suite, être pris en compte pour le calcul de l'aide personnalisée au logement sollicitée, le cas échéant, par chacun des deux parents, qui ne peut toutefois prétendre à une aide déterminée sur cette base qu'au titre de la période cumulée pendant laquelle il accueille l'enfant à son domicile au cours de l'année;

Ce considérant explicite le partage des aides au logement en cas de garde alternée, mais ne donne pas de formule pour effectuer ce partage. Cependant, il semble indiquer que le partage doit se faire selon la répartition effective des périodes de l'enfant dans chacun des ménages : donc potentiellement, un partage pourrait se faire selon des modalités différentes que 50%-50% entre les deux ménages.

Depuis 2017, aucun décret d'application n'est pourtant venu définir la formule de partage appelée par la jurisprudence du conseil d'État. Aussi, nous nous tenterons ici à proposer deux formules qui pourraient être reprises par un futur décret.

Une formule intuitive ? Reprenant la logique de l'interpolation à double liquidation décrite en §4.1, la formule intuitive de partage des aides au logement AL suivant le ménage serait :

$$AL(\text{ménage sans enfants garde alternée}) + \Delta_{AL} \times \frac{\text{somme des coefficients des personnes à charge}}{\text{nombre de personnes à charge}}$$

où

$$\Delta_{AL} = AL(\text{ménage avec enfants garde alternée}) - AL(\text{ménage sans enfants garde alternée})$$

La somme des coefficients de présence des enfants en garde alternée est ici une généralisation du cas où chaque enfant en garde alternée est compté pour 50%, comme nous l'avons déjà évoqué dans la section §4.1. Notons que pour les aides au logement, il serait possible d'assigner à un enfant en garde alternée des coefficients dans les deux ménages dont la somme dépasse 100%, par exemple 70% et 70% au lieu de 50% et 50%, afin de prendre en compte le fait que l'enfant possède une chambre dans deux logements différents et que cela entraîne un surplus de dépense que les prestations sociales doivent prendre en compte.

Cette formule permet de respecter la décision du conseil d'État; mais son implémentation informatique peut poser problème. D'abord, elle nécessite une double liquidation, dont on a vu qu'elle était difficile à mettre en place dans certains systèmes d'information. Mais de plus, une telle formule ne dit pas où cette étape de correction doit être introduite dans le calcul. En effet, les articles D832-10, D823-16 et D832-24 du code de la construction et de l'habitation qui donnent les différentes formules de calcul pour les aides au logement sont tous structurés de la même façon. D'abord, un montant initial d'aide est donné par une formule (différente selon le secteur locatif, accession-propriété ou logement-foyer); puis de ce montant est retranchée une succession de montants représentant des minorations et abattement, parfois sous des conditions qui dépendent des paramètres du ménage. Aussi que

faut-il prendre pour la fonction AL de la formule ci-dessus ? L'aide au logement en sortie de formule et avant les minorations, ou l'aide finale après les traitements de toutes les minorations ?

Ordre des minorations La dernière minoration présente dans les articles D832-10, D823-16 et D832-24 du code de la construction et de l'habitation concerne le montant minimal d'aide versé : si l'aide calculée est en dessous d'un certain seuil, alors le montant de l'aide est abaissé à 0 €. Au vu de cette disposition, motivée par l'efficacité économique de la distribution des prestations sociales (où le coût administratif de distribution d'une prestation serait supérieure à la somme distribuée), il serait logique d'appliquer la correction pour garde alternée avant cette dernière étape. L'avant dernière étape est généralement celle décrite en §2, et là aussi il conviendrait d'effectuer la correction pour la garde alternée avant.

Sauf qu'en secteur locatif (D823-16), entre la minoration de l'aide minimale et celle de la CRDS se trouve la minoration pour la réduction de loyer de solidarité, dont le montant dépend du nombre de personnes à charge. De même, la minoration au titre de la dépense nette minimale dans les autres secteurs (D832-10 et D832-24), intervient juste avant la minoration de la CRDS, et dépend du nombre de personnes à charge – donc de la prise en compte ou non dans le calcul des enfants en garde alternée. Aussi, il est nécessaire de choisir avec précision l'endroit où l'on applique la correction de la garde alternée, et, si on l'applique avant une minoration qui dépend du nombre de personnes à charge, si cette minoration doit tenir compte ou non des enfants en garde alternée.

Recommandation n°4

Le calcul des aides au logement se termine par une série de minorations dont certaines peuvent interférer avec le partage des allocations en cas de garde alternée. Pour éviter ces interférences, nous préconisons de faire le choix suivant pour insérer la correction de garde alternée dans le flux du calcul :

- en secteur locatif, la correction de garde alternée serait insérée après la minoration au titre de la réduction de loyer de solidarité, et avant l'abattement au titre de l'aide minimale (entre les alinéas 9 et 10 de D823-16) ;
- pour les autres secteurs, la correction de garde alternée serait insérée après l'abattement au titre de la dépense minimale, et avant la minoration de la CRDS (entre les alinéas 8 et 9 de D832-10 et D832-24).

Ainsi, la correction de garde alternée est insérée le moins loin possible de la formule initiale, en tenant compte de toutes les minorations dépendant du nombre de personnes à charge.

Une formule applicable ? Nous venons de décrire une solution concrète au problème de partage de l'aide au logement, qui respecterait selon nous la décision du conseil d'État. Cependant, puisque notre solution utilise une double liquidation, elle n'est peut-être pas applicable en l'état par les systèmes d'informations des opérateurs de l'État en charge de la distribution des aides au logement. Aussi, nous nous proposons d'explorer ici les alternatives à la formule précédente qui n'emploieraient qu'une liquidation simple.

Tout d'abord, la restriction de la simple liquidation n'affecte pas l'emplacement de la correction pour garde alternée dans la série de minorations aux aides au logement décrite dans le paragraphe précédent. Nous pouvons donc garder le choix fait précédemment. Ensuite, nous

pouvons proposer une alternative inspirée de choix fait par R521-3 dans le cas des allocations familiales. On aurait alors :

$$\begin{aligned} AL_{\text{garde alternée}} &= AL \times \frac{\text{somme des coefficients des personnes à charge}}{\text{nombre de personnes à charge}} \\ &= AL \times \left(1 - \frac{\sum_{\text{enfant en garde alternée}} (100\% - \text{coefficient enfant})}{\text{nombre de personnes à charge}} \right) \end{aligned}$$

Néanmoins, la formule de calcul des aides au logement diffère de celle des allocations familiales. En particulier, les effets non-linéaires de la formule en fonction du nombre d'enfants ne sont pas toujours convexes. Ils sont même généralement concaves. Par exemple, pour le calcul du plafond de loyer en secteur locatif déterminé par le tableau de l'[article 7 de l'arrêté du 27 septembre 2019](#), le montant marginal pour le premier enfant à charge d'une personne seule est plus élevé que le montant marginal apporté par le deuxième enfant. Aussi, une telle formule linéaire copiant naïvement ce qui est fait dans le R521-3 du code de la sécurité sociale pour les allocations familiales, risque de donner un résultat plus faible que le partage « correct » avec double liquidation, comme le montre la figure 2 page 19.

Dès lors, on peut essayer de corriger la concavité avec des ajouts à la formule. L'idée est de faire pivoter la droite originellement (OB) de l'approximation linéaire par simple liquidation autour du point B de la figure 2, pour qu'elle se retrouve au dessus du segment [AB] de cette même figure. Pour cela, il faut réduire l'influence du coefficient rectificatif faisant le ratio entre les coefficients des enfants en garde alternée et le nombre de personnes à charge. Par exemple, on peut tenir compte du fait que même sans personnes à charge, le ménage a droit aux aides au logement, et donc qu'on ne peut pas réduire de moitié l'aide au logement d'un ménage ayant un enfant en garde alternée. Pour cela, il est possible de changer le dénominateur du ratio pour tenir compte de toutes les personnes du ménage :

$$AL_{\text{garde alternée}} = AL \times \left(1 - \frac{\sum_{\text{enfant en garde alternée}} (100\% - \text{coefficient enfant})}{\text{nombre de personnes à charge} + \text{couple ou personne seule}} \right)$$

Dans cette formule, le dénominateur du coefficient représente le nombre maximal de personnes du ménage, ce qui va atténuer la linéarité de la correction pour garde alternée. Mais cette correction ne sera sûrement pas suffisante pour faire passer la droite au dessus de [AB] dans tous les cas, aussi faudra-t-il sûrement atténuer encore plus la correction de garde alternée avec une formule paramétrique :

$$AL_{\text{garde alternée}} = AL \times \left(1 - \alpha \frac{\sum_{\text{enfant en garde alternée}} (100\% - \text{coefficient enfant})}{\text{nombre de personnes à charge} + \text{couple ou personne seule}} \right)$$

Avec $\alpha = 1$, on retombe sur une approximation linéaire dont on sait qu'elle génère des montants d'aide au logement trop bas par rapport au partage intuitif. Dès lors, la valeur de α devra être choisie avec l'équilibre suivant à respecter : plus α est grand, plus l'État fait des

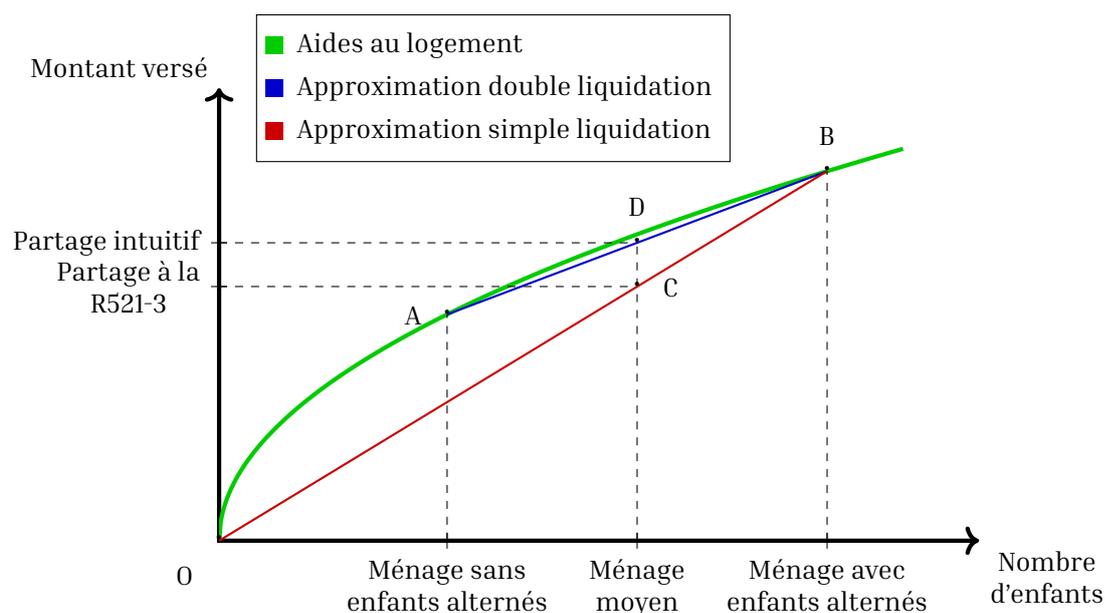


Figure 2 – Approximations de partage des aides au logement en cas de garde alternée. La fonction concave des aides au logement par rapport au nombre d'enfants est ici stylisée à des fins explicatives. Les deux liquidations différentes des allocations, avec et sans les enfants en garde alternée, sont représentées par les points A et B. Avec la double liquidation, il est possible d'approximer ce qui se passe entre A et B en traçant le segment [AB] et en sélectionnant la valeur pour le ménage moyen (avec les enfants en garde alternée comptés pour moitié), ce qui donne le point D. Mais si l'on ne peut faire qu'une unique liquidation (correspondant à B), alors on ne connaît pas A et l'on est obligé de faire une approximation linéaire avec le segment [OB]. L'intersection du ménage moyen avec [OB] donne la valeur du partage selon R521-3, située au point C.

économies sur les gardes alternées, mais plus les chances sont élevées que le ménage reçoive après correction une somme inférieure à ce que la formule à double liquidation leur offrirait. Il est donc de l'intérêt de l'administration de choisir un α optimal.

Cependant, cette démarche, détaillée dans l'annexe A page 23, se heurte à plusieurs limites. Premièrement, la complexité de la formule et de sa méthode de dérivation, qui doit être répliquée pour les trois secteurs de calcul et même pour chaque zone d'habitation, est prohibitive en terme de coût d'analyse et d'implémentation pour l'administration et ses opérateurs. Deuxièmement, cette formule mène à un trop-perçu conséquent par rapport au partage en double liquidation, de part sa nature conservatrice qui veut à tout prix éviter à l'approximation linéaire de passer en dessous de l'approximation affine faite en cas de double liquidation. Une évaluation préliminaire grossière de ce trop perçu, réalisée grâce à une simulation de d'environ 150 000 ménages avec garde alternée générés aléatoirement en secteur locatif zone 1 sans colocation ni logement-chambre, montre un trop-perçu moyen d'environ 100 €, ce qui représente un coût pour l'administration.

De plus, le trop-perçu des ménages en garde alternée avec cette méthode pose des problèmes d'équité de la distribution des aides au logement. En effet, un ménage de 3 enfants dont un en garde alternée, à cause de ce trop perçu d'environ 100 €, pourrait toucher bien plus qu'un ménage de 3 enfants en garde pleine, voire même plus qu'un ménage de 4 ou 5 enfants en garde pleine. Même dans l'hypothèse où l'administration déciderait de prendre en compte le fait que l'enfant possède une chambre dans deux logements différents et que cela entraîne un surplus de dépense que les prestations sociales doivent prendre en compte, une telle différence de traitement pose question.

4.3 Conclusion : comment partager les aides au logement en cas de garde alternée ?

Récapitulons les méthodes de partage évoquées jusqu'à présent, avec leurs avantages et inconvénients.

Partage intuitif Cette méthode de partage implique de calculer deux fois les aides au logement : une fois avec les enfants en garde alternée dans le ménage, et une fois sans. La valeur finale est ensuite obtenue en effectuant la moyenne pondérée de ces deux valeurs d'aides au logement en fonction du nombre d'enfants en garde alternée par rapport au nombre de personnes dans le ménage. Cette méthode correspond à un partage « correct », qui effectue mathématiquement une interpolation linéaire du montant des aides au logement entre les deux points que représentent le ménage avec ou sans enfants en garde alternée. Nous considérons cette méthode comme la référence, cependant elle n'est pas utilisable dans un SI qui ne peut pratiquer de double liquidation. Actuellement et selon [Knaebel \[2022\]](#), ce serait cette méthode que les agents de la CAF utiliseraient pour effectuer le partage à la main.

Partage à la manière de l'article R521-3 Cette méthode part de la valeur des aides au logement pour le ménage où les enfants en garde alternée sont comptés entièrement, puis applique un coefficient correcteur tenant compte du ratio entre les enfants en garde alternée et le nombre de personnes du ménage. Mathématiquement, cela correspond à faire une approximation linéaire du montant des aides au logement en fonction des personnes à charge. L'avantage est que le calcul ne nécessite qu'une seule liquidation. Cependant, à cause de la concavité et même de la décroissance de cette

fonction, l'approximation linéaire est très souvent en dessous de l'approximation affine du partage intuitif, et mène à des ménages avec garde alternée qui touchent une valeur d'aide inférieure à ce qu'ils auraient pu toucher si le partage avait été fait à la main selon la méthode intuitive. Utiliser cette méthode exposerait l'administration à une insécurité juridique, des ménages en garde alternée pouvant aller au contentieux pour réclamer un partage en double liquidation plus favorable.

Partage à la manière de l'article R521-3 corrigé Puisqu'aucune des deux méthodes ne répond aux besoins immédiats de l'administration, on peut envisager de modifier l'approximation linéaire précédente en la corrigeant par un terme d'atténuation qui viendrait artificiellement augmenter le montant perçu par les ménages en garde alternée. Cependant, trouver une formule convenable pour ce terme d'atténuation est une gageure. En effet, un raisonnement rigoureux qui garantit la sécurité juridique de l'administration, à l'instar de celui conduit en §A, mène à une formule très compliquée qui implique des trop-perçu conséquents par les ménages en garde alternée par rapport au partage intuitif avec double liquidation. Alternativement, il est toujours possible de « bidouiller » une formule pour le terme d'atténuation qui approximerait la croissance des aides au logement en fonction du nombre d'enfants. Mais dans ce scénario, une évaluation rigoureuse et très exhaustive des conséquences de cette approximation est absolument nécessaire pour quantifier le risque juridique auquel s'exposerait l'administration. Pour les « perdants » de cette approximation, la possibilité d'un recours pour obtenir le partage en double liquidation est toujours possible.

Recommandation n°5

Confrontés aux alternatives ci-dessus, notre conclusion est que la déficience des systèmes d'informations des opérateurs de l'État comme la CNAF, qui avait pu être surmontée grâce à la manière de calculer de l'article R521-3 dans le cas des allocations familiales, est rédhibitoire dans le cas des aides au logement.

Leur formule est plus compliquée, et surtout n'exhibe pas les invariants de croissance et de convexité nécessaires à la bonne marche de l'approximation. À l'instar de la section 2, nous avons ici un invariant caché dans la méthode d'approximation du partage en cas de garde alternée, qui est violé dans le cas des aides au logement. De plus, nous avons montré qu'une éventuelle solution de compromis qui serait adoptée pour contourner les limitations du système d'information serait écartelée entre exposer l'administration à de l'insécurité juridique, ou bien accepter un trop-perçu coûteux pour les finances publiques.

Par conséquent, nous mettons ici en valeur le coût caché de la déficience d'un système d'information qui, en étant incapable de calculer exactement le partage, oblige l'administration à ponctionner les finances publiques pour financer des trop-perçus obligatoires pour mitiger l'insécurité juridique. Nous préconisons que le coût de ces trop-perçus soit mis en regard du coût de maintenance et d'évolution des systèmes d'informations qui les produisent, dans une prise de décision qui doit tenir compte de l'efficacité financière.

Remerciements

Merci à Marie Alauzen pour sa relecture attentive et sa participation active dans le projet sans laquelle cette recherche n'aurait pas pu avoir lieu. Merci également à Ingrid Barrat, cheffe de bureau par intérim de 4 BLVT à la direction du budget, pour ses retours constructifs sur le brouillon de ce rapport. Enfin, merci à Lilya Slimani avec laquelle nous avons co-écrit l'implémentation du calcul des aides au logement, et qui a trouvé l'invariant caché de la section 2.

Références

- Changer de cap. 2022. Quand les algorithmes de la CAF ouvrent la chasse aux pauvres. *Silogora* (2022). <https://silogora.org/quand-les-algorithmes-de-la-caf-ouvrent-la-chasse-aux-pauvres/>
- Liane Huttner and Denis Merigoux. 2021. Traduire la loi en code grâce au langage de programmation Catala. *Revue de droit fiscal* 5 (2021), 121.
- Liane Huttner and Denis Merigoux. 2022. Catala : Moving Towards the Future of Legal Expert Systems. *Artificial Intelligence and Law* (Aug. 2022). <https://doi.org/10.1007/s10506-022-09328-5>
- Rachel Knaebel. 2022. « Une galère pas possible » : quand la Caf refuse de prendre en compte la résidence alternée. *Basta!* (2022). <https://basta.media/RSA-APL-temoignage-une-galere-pas-possible-quand-la-caf-refuse-de-prendre-en-compte-la-residence-alternee>
- Denis Merigoux. 2022. The Specification Problem of Legal Expert Systems. (Jan. 2022). <https://hal.inria.fr/hal-03541637> working paper or preprint.
- Denis Merigoux, Marie Alauzen, and Lilya Slimani. 2022. Rules, Computation and Politics : Scrutinizing Unnoticed Programming Choices in French Housing Benefits. (July 2022). <https://hal.inria.fr/hal-03712130> working paper or preprint.
- Denis Merigoux, Nicolas Chataing, and Jonathan Protzenko. 2021. Catala : A Programming Language for the Law. *Proc. ACM Program. Lang.* 5, ICFP, Article 77 (Aug. 2021), 29 pages. <https://doi.org/10.1145/3473582>
- Nicolas Monnet. 2022. "Qui ne demande rien n'a rien" : de mauvaise volonté, la CAF vous prive peut-être injustement de ces prestations. *Midi Libre* (2022). <https://www.midilibre.fr/2022/06/11/qui-ne-demande-rien-na-rien-de-mauvaise-volonte-la-caf-vous-prive-peut-etre-injustement-de-ces-prestations-10353023.php>

A Optimisation du paramètre d'atténuation de la correction pour garde alternée

A.1 α et taux de croissance des aides au logement

Cherchons à optimiser α sous les conditions décrites à la fin de §4.2. Pour cela, introduisons un peu de formalisme dans les notations. Tout d'abord, soit $AL_{\text{alternée,exact}}$ le montant de l'aide au logement corrigé vis-à-vis de la garde alternée avec la formule exacte à double liquidation. De même, soit $AL_{\text{alternée,approx}}$ le montant de l'aide au logement corrigé vis-à-vis de la garde alternée avec la formule à liquidation simple suggérée ci-dessus. Soit σ_{alt} la somme du complément à 100% des coefficients des enfants en garde alternée du ménage, n_{charge} le nombre de personnes à charge du ménage, n_{couple} ayant la valeur 1 dans le cas d'une personne isolée et 2 dans le cas d'un couple, et enfin soit n_{pers} le nombre de personne total du ménage. Le ménage sans prise en compte des enfants en garde alternée est noté M , et $M + E_{\text{alt}}$ quand il prend en compte les enfants en garde alternée. Enfin, AL est une fonction prenant en entrée un ménage et retournant le montant de l'aide au logement juste avant la correction de garde alternée dans l'ordre des minoration recommandée en §4.2.

Avec ce formalisme, on a donc :

$$\begin{aligned} AL_{\text{alternée,exact}} &= AL(M) + (AL(M + E_{\text{alt}}) - AL(M)) \left(1 - \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}}\right) \\ AL_{\text{alternée,approx}} &= AL(M + E_{\text{alt}}) \left(1 - \frac{\alpha \sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{pers}}}\right) \\ n_{\text{pers}} &= n_{\text{charge}} + n_{\text{couple}} \end{aligned}$$

La propriété de sécurité pour le choix de α se traduit par :

$$\Delta_{\text{sécu}} = AL_{\text{alternée,approx}} - AL_{\text{alternée,exact}} \geq 0$$

Pour débroussailler la situation, il convient d'abord de simplifier $\Delta_{\text{sécu}}$:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{sécu}} &= AL(M + E_{\text{alt}}) \left(1 - \frac{\alpha \sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{pers}}}\right) - AL(M) - (AL(M + E_{\text{alt}}) - AL(M)) \left(1 - \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}}\right) \\ &= AL(M + E_{\text{alt}}) \left(1 - \frac{\alpha \sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{pers}}} - 1 + \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}}\right) - AL(M) \left(1 - 1 + \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}}\right) \\ &= AL(M + E_{\text{alt}}) \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}} \left(1 - \alpha \frac{n_{\text{charge}}}{n_{\text{pers}}}\right) - AL(M) \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}} \\ &= \frac{\sigma_{\text{alt}}}{n_{\text{charge}}} \left[AL(M + E_{\text{alt}}) \left(1 - \frac{\alpha}{1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}}\right) - AL(M) \right] \end{aligned}$$

Grâce à cette forme, la condition $\Delta_{\text{sécu}} \geq 0$ se simplifie grandement et il est d'ores et déjà possible de proposer une solution non-optimale pour α . En effet, les aides au logement sont

croissantes en fonction du nombre d'enfants, donc il suffit pour satisfaire la condition de sécurité juridique que :

$$1 - \frac{\alpha}{1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}} \geq 1 \Leftrightarrow \alpha \leq 0$$

Cependant cela ne nous aide pas beaucoup puisqu'on veut clairement $\alpha > 0$, voire α proche de 1; un α négatif revient à donner de l'argent en plus aux ménage ayant des enfants en garde alternée par rapport à ce qu'ils toucheraient si les enfants étaient en garde pleine. Il est donc nécessaire d'aller plus loin dans l'analyse pour affiner notre résultat. Revenons au problème d'optimisation de α et simplifions encore encore la condition $\Delta_{\text{sécu}} \geq 0$,

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{sécu}} \geq 0 &\Leftrightarrow \text{AL}(M + E_{\text{alt}}) \left(1 - \frac{\alpha}{1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}} \right) - \text{AL}(M) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \left(1 - \frac{\alpha}{1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}} \right) \frac{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})}{\text{AL}(M)} \geq 1 \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{\alpha}{1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}} \geq \frac{\text{AL}(M)}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})} \\ &\Leftrightarrow \frac{\alpha}{1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}} \leq 1 - \frac{\text{AL}(M)}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})} \\ &\Leftrightarrow \alpha \leq \left(1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}} \right) \left(1 - \frac{\text{AL}(M)}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})} \right) \end{aligned}$$

Voici donc la borne supérieure que nous devons respecter pour choisir α . Le premier terme du produit qui constitue cette borne peut rentrer directement dans la formule de α , puisqu'il ne nécessite pas de réaliser une double liquidation. Par contre, le terme $\frac{\text{AL}(M)}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})}$ n'est pas calculable en une seule liquidation, nous devons donc le borner inférieurement par une formule qui ne se calcule qu'en une seule liquidation. Notons $\tau(M, E_{\text{alt}})$ le taux de croissance¹ des aides au logement en ajoutant les enfants en garde alternée au ménage :

$$\tau(M, E_{\text{alt}}) = \frac{\text{AL}(M + E_{\text{alt}}) - \text{AL}(M)}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})}$$

Avec cette notation, nous pouvons réécrire notre borne sur α en :

$$\alpha \leq \left(1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}} \right) \tau(M, E_{\text{alt}})$$

Cette formule nous apprend que si l'on parvient à borner inférieurement $\tau(M, E_{\text{alt}})$ par un τ_{optimal} qui peut être calculé en une seule liquidation, alors on a un candidat α_{optimal} pour α tel que $\Delta_{\text{sécu}} \geq 0$.

1. La formule habituelle du taux de croissance comporte en son dénominateur la valeur passée plutôt que la valeur future; néanmoins nous choisissons la valeur future au dénominateur car c'est celle là que calcule la liquidation simple.

A.2 Borne inférieure du taux de croissance des aides au logement

Dans cette section, nous souhaitons borner inférieurement le taux de croissance des aides au logement, c'est-à-dire trouver une formule pour un τ_{optimal} tel que

$$\tau_{\text{optimal}} \leq \tau(M, E_{\text{alt}}) = \frac{\text{AL}(M + E_{\text{alt}}) - \text{AL}(M)}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})}$$

Il est donc temps d'étudier plus finement le taux de croissance des aides au logement en fonction du nombre de personnes à charges. Nous avons dit précédemment que cette fonction était concave, mais malheureusement nous ne pouvons pas dire qu'elle est toujours croissante. Voici en effet un exemple de ménage pour lequel l'APL locative décroît avec un enfant en plus à charge :

Caractéristique	Valeur
Situation familiale	Couple
Nombre de personnes à charge	9
Zone d'habitation	I
Date du calcul	1 ^{er} janvier 2022
Le logement est une chambre	Non
Colocation	Oui
Réduction de loyer de solidarité	0 €
Ressources prises en compte	42 900 €
Bénéficie d'une aide pour enfant ou adulte handicapé	Oui

La valeur de l'APL locative pour ce ménage est de 126 €, mais seulement 107 € avec 10 personnes à charge. Il faut donc s'attendre à avoir $\tau_{\text{optimal}} \leq 0$, d'où $\alpha_{\text{optimal}} \leq 0$ dans certaines situations comme celle présentée ci-dessus. Dans certaines situations, certes un peu inhabituelles, $\Delta_{\text{sécu}} \geq 0$ nous impose donc un $\alpha \geq 0$ dont nous avons déjà dit qu'il revient à donner plus d'argent au ménage avec un enfant en garde alternée qu'au même ménage ayant l'enfant en garde pleine. C'est un résultat contre-intuitif mais qui dérive de la complexité de la formule de calcul des aides au logement, surtout dans le secteur locatif, où la participation minimale qui dégrève les aides augmente en fonction du montant forfaitaire des charges, montant forfaitaire des charges qui est lui-même affine en fonction du nombre de personnes à charge.

Revenons à τ_{optimal} : puisque la liquidation des aides au logement a déjà permis de calculer $\text{AL}(M + E_{\text{alt}})$, il nous suffit de borner inférieurement $\text{AL}(M + E_{\text{alt}}) - \text{AL}(M)$ par une formule dont nous avons déjà calculé les paramètres. Dans ce qui va suivre, nous allons en quelque sorte rétro-ingéniérer la formule de τ_{optimal} en calculant les taux de croissances maximum ou minimum de chacune des composantes de la formule des aides au logement.

Cas du secteur locatif Dans le secteur locatif, nous avons

$$\text{AL} = L + C - \text{PO} - (\text{TF} + \text{TL})(R - R_0)$$

Bornons tout d'abord la croissance de L. En analysant le tableau de l'article 7 de l'arrêté du 27 septembre 2019, on s'aperçoit que le loyer plafond croît quasi-linéairement en fonction du nombre d'enfants à charge ; cependant si le loyer payé par le ménage est inférieur au plafond, alors le loyer éligible L cesse d'augmenter avec l'ajout de personne à charge, donc la borne

inférieure à la croissance de L est 0. La croissance du montant forfaitaire des charges C est facile à déterminer depuis l'article 9 de l'arrêté du 27 septembre 2019 : on a toujours

$$C(M + E_{\text{alt}}) - C(M) = n_{\text{alt}} \times 12,29 \text{ €}$$

Pour ce qui est de la participation minimale P0, définie à l'article 13 de l'arrêté du 27 septembre 2019, elle a une croissance quasi-linéaire comme L + C, mais toujours supérieure à une valeur plancher. Puisque P0 est négative dans la formule de l'aide, nous cherchons à borner supérieurement sa croissance. Cette borne supérieure peut être déduire des bornes supérieures des croissances de L et de C. Par exemple, si le ménage est en zone I (des formules similaires sont dérivées du tableau de l'article 7 pour les zones II et III) :

$$\begin{aligned} P0(M + E_{\text{alt}}) - P0(M) &= -8,5\% \times (108,23 \text{ €} + (n_{\text{alt}} - 1) \times 58,95 \text{ €} + n_{\text{alt}} \times 12,29 \text{ €}) \\ &= -4,19 \text{ €} - n_{\text{alt}} \times 6,06 \text{ €} \end{aligned}$$

On peut produire une formule similaire dans le cas de la colocation et du logement-chambre, où les plafonds de loyers sont réduits.

Le dernier terme de la formule de calcul des aides au logement en secteur locatif est un produit qui apparaît négativement. On doit donc borner supérieurement :

$$\Delta = [(TF + TL)(R - R0)] (M + E_{\text{alt}}) - [(TF + TL)(R - R0)] (M)$$

Or

$$(TF + TL)(R - R0) = R \times (TF + TL) - R0 \times TF - R0 \times TL$$

Au niveau des composants individuels, on a bien sûr $R(M) = R(M + E_{\text{alt}})$, et, en lisant les formules de l'article 14 de l'arrêté du 27 septembre 2019 :

$$\begin{aligned} 0\% &\leq TF \leq 3,15\% \\ -0,06\% &\leq TF(M + E_{\text{alt}}) - TF(M) \leq -0,45\% \end{aligned}$$

Un encadrement simple des variation de TL est quand à lui très difficile à obtenir vu la non-linéarité de sa formule. Pour des raisons de simplicité du calcul, nous devons donc l'approximer grossièrement dans les deux sens, en observant que le rapport du loyer éligible sur le loyer de référence ne dépasse jamais 115% :

$$\begin{aligned} 0\% &\leq TL \leq 0,331\% \\ -0,331\% &\leq TL(M + E_{\text{alt}}) - TL(M) \leq 0,331\% \end{aligned}$$

Et enfin, en lisant le tableau de l'article 15 de l'arrêté du 27 septembre 2019,

$$4683 \text{ €} \leq \text{RO}(M) \leq 9439 \text{ €} + (n_{\text{charge}} - n_{\text{alt}} - 5) \times 311 \text{ €}$$

$$n_{\text{alt}} \times 180 \text{ €} \leq \text{RO}(M + E_{\text{alt}}) - \text{RO}(M) \leq 3319 \text{ €} + (n_{\text{alt}} - 1) \times 316 \text{ €}$$

La borne supérieure de Δ que l'on cherche peut être obtenue par la combinaison de ces différents encadrements :

$$\Delta \leq \text{R}(-0,45\% + 0,331\%) + (9439 \text{ €} + (n_{\text{charge}} - n_{\text{alt}} - 5) \times 311 \text{ €}) \times 3,481\%$$

$$\leq 274,44 \text{ €} - \text{R} \times 0,119\% + n_{\text{charge}} \times 10,80 \text{ €} - n_{\text{alt}} \times 10,80 \text{ €}$$

En récapitulant toutes les minoration et majoration ci-dessus, nous avons borné inférieurement la croissance des aides au logement en zone I sans colocation ni logement-chambre par :

$$n_{\text{alt}} \times 12,29 \text{ €} - 4,19 \text{ €} - n_{\text{alt}} \times 6,06 \text{ €} - 274,44 \text{ €} + \text{R} \times 0,119\% - (n_{\text{charge}} - n_{\text{alt}}) \times 10,80 \text{ €}$$

$$= - n_{\text{charge}} \times 10,80 \text{ €} + n_{\text{alt}} \times 17,80 \text{ €} + \text{R} \times 0,119\% - 278,63 \text{ €}$$

Ce qui nous donne une formule calculable par une simple liquidation pour τ_{optimal} , en zone I en secteur locatif sans colocation ni logement-chambre :

$$\tau_{\text{optimal}} = \frac{\text{R} \times 0,119\% + n_{\text{alt}} \times 17,80 \text{ €} - n_{\text{charge}} \times 10,80 \text{ €} - 278,63 \text{ €}}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})}$$

Et donc finalement, toujours dans ce cas de la zone 1 en secteur locatif sans colocation ni logement-chambre, on a une expression pour notre paramètre d'atténuation de la correction pour garde alternée :

$$\alpha_{\text{optimal}} = \left(1 + \frac{n_{\text{couple}}}{n_{\text{charge}}}\right) \frac{\text{R} \times 0,119\% + n_{\text{alt}} \times 17,80 \text{ €} - n_{\text{charge}} \times 10,80 \text{ €} - 278,63 \text{ €}}{\text{AL}(M + E_{\text{alt}})}$$

Cette formule pour α_{optimal} , obtenue à partir de la condition $\Delta_{\text{sécu}} \geq 0$, permet de garantir un partage des allocations familiales en une seule liquidation toujours plus favorable que le partage calculé grâce à deux liquidations.

Inria

**RESEARCH CENTRE
PARIS**

2 rue Simone Iff - CS 42112
75589 Paris Cedex 12

Publisher
Inria
Domaine de Voluceau - Rocquencourt
BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex
inria.fr

ISSN 0249-6399