



**HAL**  
open science

## De la glace à la mer

Maëlle Nodet

► **To cite this version:**

| Maëlle Nodet. De la glace à la mer. Matapli, 2013, 100. hal-00825512

**HAL Id: hal-00825512**

**<https://inria.hal.science/hal-00825512>**

Submitted on 23 May 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# De la glace à la mer

Maëlle Nodet

## Table des matières

<b>1 L'écoulement de la glace</b>	<b>2</b>
1.1 Généralités : les processus physiques mis en jeu . . . . .	2
1.2 Modèles d'écoulement grande échelle . . . . .	4
<b>2 Le problème du niveau des mers</b>	<b>7</b>
2.1 Les paramètres sensibles . . . . .	7
2.2 Les observations disponibles . . . . .	7
2.3 Quelques réponses via les méthodes inverses . . . . .	10

## Introduction

En gagnant et perdant de la masse, les glaciers et les calottes polaires<sup>1</sup> jouent un rôle majeur dans l'évolution du niveau des mers. Par exemple, dans les 20 000 dernières années, la fonte des grandes calottes de glace de l'hémisphère nord après le dernier maximum glaciaire a causé une élévation du niveau des mers de 120 mètres. Des observations récentes indiquent que des modifications importantes dans les vitesses d'écoulement de l'Antarctique et du Groenland sont en train d'avoir lieu, suggérant que d'irréversibles changements ont pu commencer, ce qui est particulièrement inquiétant pour l'avenir. Ceci a été mis en évidence dans le dernier rapport publié par le Groupe d'Experts Intergouvernemental sur le Climat (GIEC) en 2007. En outre, le GIEC a insisté sur notre faible connaissance des mécanismes clefs produisant les accélérations de la perte de masse des calottes et glaciers observées actuellement, et a conclu que des prévisions fiables pour la hausse du niveau des mers n'étaient pas disponibles à cette date. Depuis 5 ans, de nombreux projets internationaux ont ainsi vu le jour pour s'intéresser plus précisément à ce problème.

Dans cet article je présenterai les mécanismes physiques et les équations mathématiques qui régissent l'écoulement de la glace, puis j'expliquerai un peu plus en détail ce problème de l'estimation de la contribution des glaciers et calottes polaires au changement de niveau des mers.

---

1. calotte polaire, ou inlandsis : glacier de très grande étendue se présentant sous la forme d'une nappe de glace recouvrant la terre ferme et qui peut atteindre plusieurs milliers de mètres d'épaisseur (source : wikipédia)

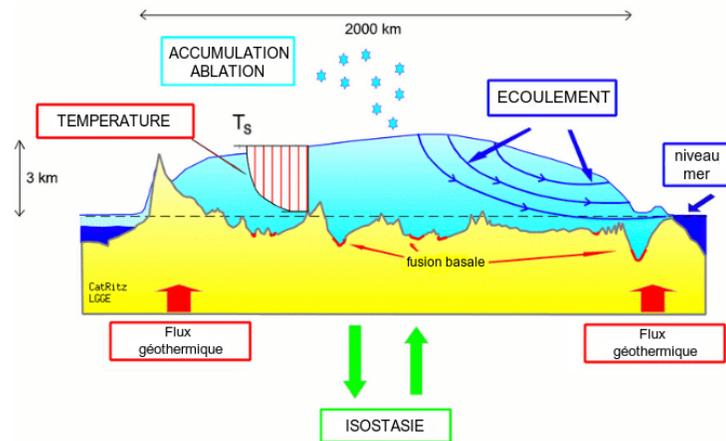


FIGURE 1 – Les différents processus physiques intervenant dans la dynamique des écoulements de glace, vus sur un profil en coupe de calotte polaire.

## 1 L'écoulement de la glace

### 1.1 Généralités : les processus physiques mis en jeu

La figure 1 présente les différents processus physiques qui interviennent dans la dynamique de l'écoulement de la glace, passons les en revue.

**Écoulement.** La première caractéristique de la glace est qu'il s'agit d'un fluide incompressible non-newtonien, qui flue (s'écoule) sous son propre poids. Si on regarde en accéléré des photos prises chaque jour d'un glacier de montagne, on verra comme une rivière de glace qui coule<sup>2</sup>. Mais contrairement à ce qui se passe pour l'eau liquide, les échelles de temps de l'écoulement sont telles que les effets d'accélération sont négligeables. Le terme "non-newtonien" signifie que la viscosité de la glace dépend non linéairement de la dynamique, elle est donnée par une loi de comportement viscoplastique appelée la loi de Glen, qui modélise la complexité du matériau et de sa capacité à se déformer. La glace est un matériau d'autant plus complexe que ses propriétés physiques sont variables à l'intérieur d'une calotte. En effet, les conditions de température et de pression ne sont pas homogènes dans la glace, ce qui modifie ses propriétés. De plus, la pression et les fusions/regels successifs induisent aussi des modifications de la structure cristalline, et donc des propriétés physiques et mécaniques.

**Bilan de masse.** Le bilan de masse est la différence entre la glace qui s'accumule (par les précipitations, ou le regel de l'eau en surface, dans les crevasses, ou

2. <https://www.youtube.com/watch?v=HZaknW8m6tI>

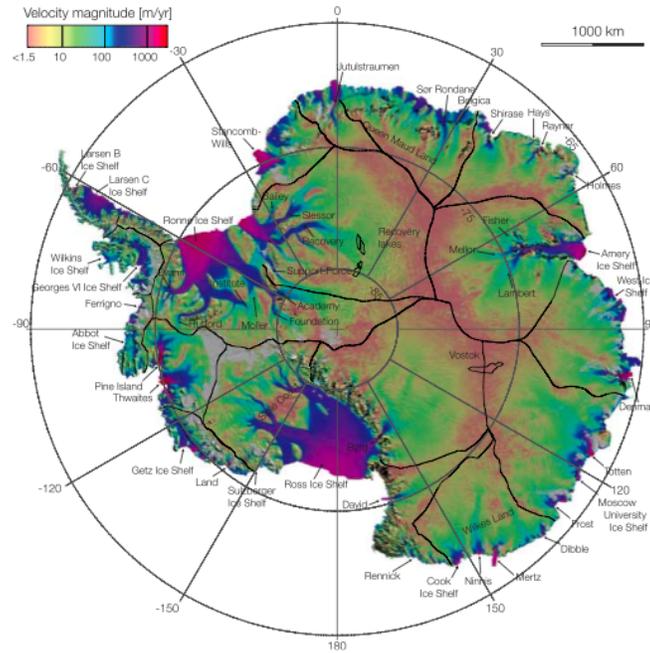


FIGURE 2 – Vitesses d’écoulement de la glace en surface (d’après [6]).

sous la glace) et la glace qui disparaît (par fusion en surface ou au sol, par vêlage d’icebergs, ou encore transport par le vent). Estimer ce bilan est un problème très complexe, qui dépend de nombreux phénomènes extérieurs : les conditions météorologiques et la température de surface influent sur la quantité de précipitations neigeuses, sur la fonte, et sur le transport par le vent ; le flux géothermique influe sur la fusion à la base de la glace.

**Conditions aux limites au fond.** A la base de la glace il peut se passer essentiellement deux choses : soit la glace est très froide et elle adhère au socle rocheux, soit elle glisse sur le sol. Le glissement a lieu pour diverses raisons : lorsque la glace est tempérée il y a à sa base un film d’eau qui permet le glissement sur la roche, elle peut aussi être posée sur un sédiment gorgé d’eau, ou sur des débris rocheux, il peut aussi exister un réseau hydrologique sous-glaciaire (cavités reliées par des ruisseaux, lacs, rivières) sur lequel la glace glisse, etc. En Antarctique et au Groenland, les zones de plus fort glissement sont situées sur les côtes, dans des vallées ressemblant à des canyons ou à des fjords. La figure 2 présente la carte des vitesses d’écoulement en surface, et met clairement en évidence de nombreux et gigantesques fleuves de glace, qui s’écoulent à une vitesse supérieure à 10 km/an (14 km/an pour le glacier Jakobshavn au Groenland, qui a produit récemment des

épisodes de vêlage<sup>3</sup> d'icebergs spectaculaires<sup>4</sup>). Les calottes se prolongent parfois sur la mer en de gigantesques plates-formes de glace flottantes.

**Bestaire des rétroactions.** Une rétroaction, ou *feedback*, a lieu lorsqu'une cause produit un effet qui agit en retour sur la cause du phénomène. L'*instabilité des petites calottes* en est un exemple : lorsque l'altitude de la calotte devient trop basse, sa température de surface augmente, ce qui induit davantage de fonte, et donc une décroissance supplémentaire d'altitude. Le phénomène peut ainsi s'amplifier et la calotte disparaître rapidement.

Mentionnons aussi le phénomène d'isostasie, ou encore rebond post-glaciaire, c'est-à-dire l'enfoncement du socle rocheux sous le poids de la glace. L'enfoncement est de l'ordre du tiers, c'est-à-dire qu'une épaisseur de glace de 3000 m causera l'enfoncement du socle à 1000 m de profondeur, avec un temps de relaxation de l'ordre de 10 000 ans. Ceci induit une rétroaction sur la calotte, puisque l'enfoncement induit une modification de l'altitude de surface, donc de la température de surface et du bilan de masse.

D'autres rétroactions impliquent l'océan : le niveau des mers joue un rôle sur les calottes, par les conditions aux limites au bord latéral (poussée d'Archimède), et les calottes influent sur le niveau des mers. La température de l'océan aux abords et sous les plates-formes flottantes joue également un rôle complexe, et la calotte elle-même influe sur la circulation océanique autour d'elle.

## 1.2 Modèles d'écoulement grande échelle

Les équations qui régissent l'écoulement de la glace sont les équations de Stokes. Les modèles numériques basés sur ces équations sont très coûteux à résoudre à l'échelle d'une calotte polaire. Si c'est envisageable avec les plus performants d'entre eux pour le Groenland [2], en revanche pour l'Antarctique c'est encore hors de portée. Pour pouvoir néanmoins faire des simulations, les modélisateurs ont développé des modèles grande échelle, basés sur l'approximation couche-mince, *Shallow-Ice*, sur le même principe que celui qui donne les équations de Saint-Venant (*Shallow-Water*) à partir des équations de Navier-Stokes. L'idée est que les échelles verticales sont faibles (quelques kilomètres d'épaisseur) devant les échelles horizontales (quelques milliers de kilomètres). Les modèles grande échelle ont été initialement développés pour étudier des problèmes de paléoclimatologie, et pouvoir simuler des milliers d'années. Afin d'appréhender un peu la complexité de l'écoulement, on va décrire ci-dessous un modèle grande échelle [7] de calotte polaire avec et sans glissement basal. Pour simplifier l'écriture on se placera en une dimension d'espace, en coupe le long d'une ligne d'écoulement, mais bien sûr les équations s'écrivent de manière similaire en deux dimensions.

---

3. vêlage : perte par un glacier de fragments, sous forme d'icebergs

4. <http://www.youtube.com/watch?v=hC3VTgIPoGU>

**Conservation de la masse.** L'équation de conservation de la masse régit l'évolution de l'épaisseur de glace  $H(t, x)$  au temps  $t$  en un point d'espace  $x$  :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \dot{b}_m - \frac{\partial (\bar{U}H)}{\partial x}, \quad H|_{t=0} = H_0, \quad H \geq 0 \quad (1)$$

avec

- $H(t, x)$  l'épaisseur de glace,  $H_0(x)$  l'épaisseur initiale
- $\bar{U}(t, x)$  la vitesse eulérienne moyennée verticalement :

$$\bar{U}(t, x) = \frac{1}{H(t, x)} \int_{B(t, x)}^{H(t, x)} u(t, x, z) dz$$

- où  $B(t, x)$  est l'altitude de la base de la glace.
- $\dot{b}_m(t, x)$  le bilan de masse net en surface

**Bilan de masse en surface.**  $\dot{b}_m(t, x)$  dépend de la température en surface :

$$\begin{cases} \dot{b}_m &= \text{Acc} + \text{Abl} \\ \text{Acc} &= f(T_S) \\ \text{Abl} &= g(T_S) \end{cases}$$

avec

- $\text{Acc}(t, x)$  le taux d'accumulation (précipitations neigeuses)
- $\text{Abl}(t, x)$  le taux d'ablation (fonte)
- $T_S(t, x)$  la température en surface
- $f, g$  des fonctions données

La figure 3 montre ce bilan en fonction de la température de surface. En pratique, le bilan est quasiment soit de l'accumulation, soit de l'ablation. La zone où ablation et accumulation coexistent est très réduite. L'endroit où le bilan s'annule s'appelle la ligne d'équilibre, elle intervient dans l'instabilité des petites calottes : lorsqu'une calotte passe sous cette ligne, elle devient instable et disparaît. Réciproquement, si une calotte est assez grande, elle reste au-dessus de cette ligne, son bilan est donc toujours positif et elle est stable.

Finalement, la température de surface elle-même dépend du point  $x$  (si la ligne d'écoulement n'est pas à latitude constante), de l'altitude de la surface  $S(t, x)$  et de la température en  $x = 0$  au niveau de la mer  $T_{\text{clim}}(t)$  (qui est généralement assez mal connue) :

$$T_S(t, x) = T_{\text{clim}}(t) + b x + c S(t, x)$$

où  $b, c$  sont des coefficients donnés.

**Dynamique.** La vitesse  $\bar{U}(t, x)$  ne dépend que de la géométrie de la calotte, c'est la somme de deux contributions :

$$\bar{U} = U_d + U_g$$

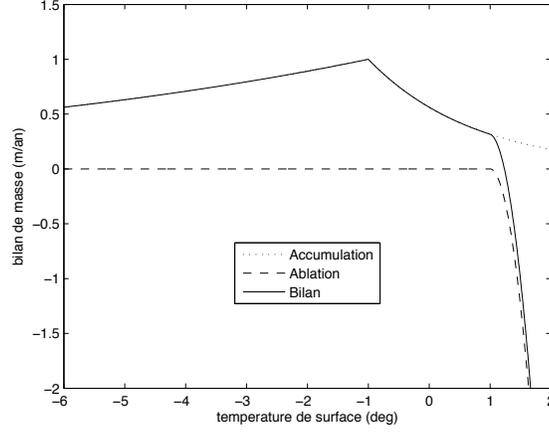


FIGURE 3 – Accumulation, ablation et bilan de masse en surface en fonction de la température de surface.

avec  $U_d$  la composante de la vitesse liée à la déformation et  $U_g$  la composante de la vitesse liée au glissement. La vitesse liée à la déformation est donnée par la relation fortement non-linéaire suivante :

$$U_d = -a_1 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{H^2}{3} - a_2 \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^3 \frac{H^4}{3}, \quad S = B + H \quad (2)$$

où

- $S(t, x)$  est l'altitude de la surface et  $B(t, x)$  l'altitude de la base de la glace ;
- $a_1, a_2$  sont des coefficients (qui peuvent varier...).

La vitesse liée au glissement vérifie l'équation elliptique suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( 4H\eta \frac{\partial U_g}{\partial x} \right) = \rho g H \frac{\partial S}{\partial x} - \tau_b \quad (3)$$

où  $\eta$  est la viscosité effective de la glace,  $\tau_b(t, x) = -\beta(t, x)U_g(t, x)$  est la contrainte de cisaillement basal et  $\beta(t, x) > 0$  le coefficient de friction basale. Ce coefficient modélise de manière simplifiée la nature du socle (sédiment, roche, glace tempérée ou pas, avec ou sans eau, etc.). On pourrait également envisager une loi plus complexe, non-linéaire, où  $\beta(t, x)$  dépend de  $U_g$ .

On voit ainsi avec ces quelques équations la complexité et les non-linéarités du couplage entre la géométrie, la dynamique, le bilan de surface et la température.

## 2 Le problème du niveau des mers

### 2.1 Les paramètres sensibles

La contribution des glaciers et calottes polaires au changement de niveau des mers est essentiellement la combinaison de deux phénomènes : la modification du bilan de masse en surface (en raison des modifications climatiques et/ou d'altitude de la calotte) d'une part, et l'évacuation de la glace par vêlage d'icebergs dans les fleuves de glace et les plates-formes flottantes d'autre part. Ici on ne considère pas la contribution liée aux modifications de bilan de masse en surface. En effet, ces modifications sont intrinsèquement liées au changement climatique, sont également très complexes, et font l'objet d'actives recherches par ailleurs.

La perte de masse des calottes polaires par vêlage d'icebergs est contrôlée par un petit nombre de fleuves de glace. On estime par exemple qu'environ 10% de la périphérie de l'Antarctique contrôle 90% de l'évacuation de la glace. La présence ou non de fleuves de glace est intimement liée à la nature des conditions basales, qui permettent ou pas un fort glissement et donc de grandes vitesses d'écoulement. Un autre paramètre essentiel est la géométrie du socle rocheux (altitude et pente), notamment dans les zones côtières. La vitesse de déformation dépend en effet à la fois de l'altitude de surface  $S(t, x)$  mais aussi de l'épaisseur de glace  $H(t, x)$ , et donc de l'altitude du socle  $B(t, x) = S - H$ . De plus, la profondeur du socle joue également sur l'épaisseur de glace (à altitude de surface fixée), donc sur les conditions de pression à la base de la glace, qui elles-mêmes influent sur la présence ou non d'eau liquide.

### 2.2 Les observations disponibles

Comme on l'a vu précédemment, les conditions à la base de la glace sont liées à la profondeur et la nature du socle et aux conditions hydrologiques et thermiques. Les observations pour les conditions de frottement à la base sont très limitées. En effet il est quasiment impossible d'aller faire des mesures sous la glace, sauf dans de rares points de forages profonds où le socle a été atteint. Dans ces cas-là, l'analyse de la glace des carottes renseigne sur ces conditions basales. Les expériences en laboratoire sont assez peu représentatives, il est en effet impossible de restituer la pression équivalente à des milliers de mètres d'épaisseur de glace. L'autre incertitude cruciale est sur la nature du socle : s'agit-il de sédiments, de roche, de débris de roche ? La présence d'eau liquide, déterminante pour le glissement, est aussi liée à des paramètres mal connus comme le flux géothermique. On n'a donc aucune mesure pour la loi de frottement et les coefficients associés.

Pour la profondeur du socle, on dispose d'un nombre limité de mesures, faites par avion. Les observations sont ainsi restreintes à des traces de survol. En ces points de mesure, la précision est d'une vingtaine de mètres. En dehors des points de mesure, des stratégies d'interpolation (en général par krigeage) sont utilisées, mais l'incertitude dans les zones non observées peut aller jusqu'à plusieurs centaines de mètres. Les figures 4 et 5 montrent l'état de l'art des cartes actuelles pour

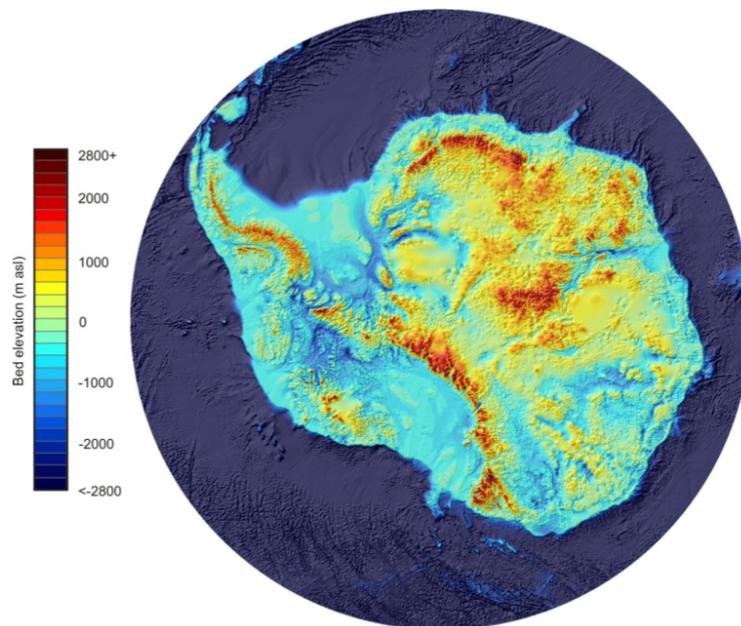


FIGURE 4 – Carte d’observations de topographie du socle rocheux en Antarctique Bedmap2, obtenue à partir de mesures effectuées par avion en survol au-dessus du continent, d’après [1]. Le plus haut sommet culmine à plus de 4500 mètres. A cause du poids de la glace, de nombreuses zones sont situées environ 1000 mètres sous le niveau des mers.

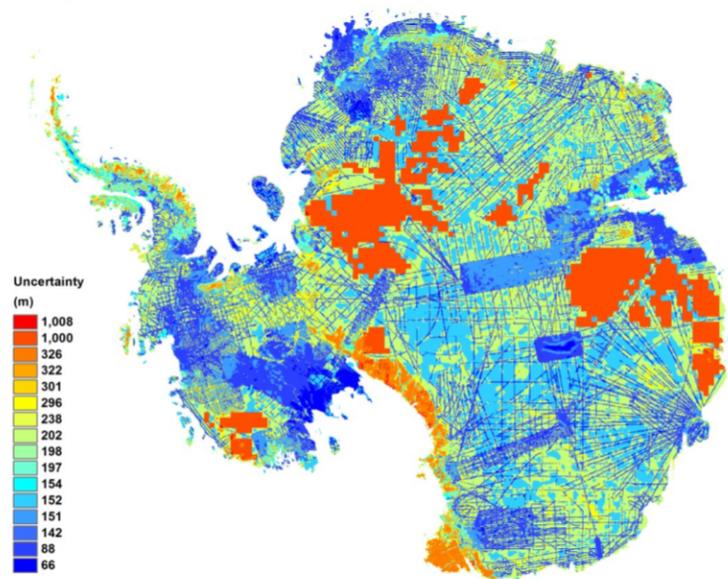


FIGURE 5 – Carte des erreurs estimées pour les observations de topographie du socle rocheux en Antarctique, d'après [1]. L'incertitude maximale atteint 1000 mètres dans les zones non observées, elle descend autour de 20 mètres au niveau des points de mesure (traces de survol par avion).

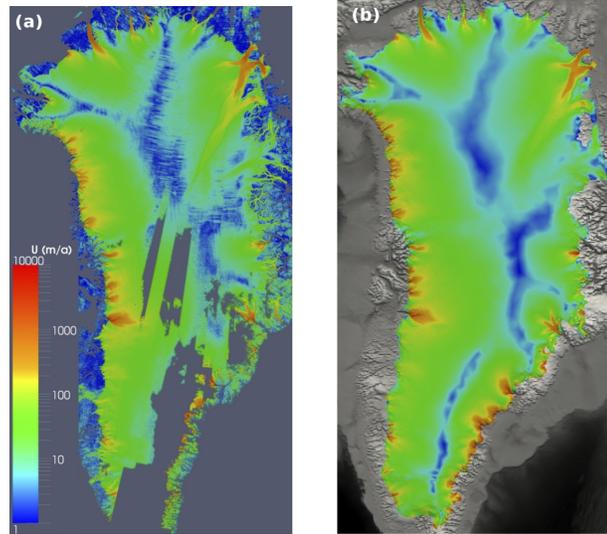


FIGURE 6 – Vitesses de surface pour le Groenland. A gauche, les vitesses observées par satellite. A droite, les vitesses reconstituées après assimilation du champ  $\beta(x)$ . Les principaux glaciers émissaires (vitesses supérieures à 10 km/an) sont bien reproduits par l’assimilation de données. Source : [3].

l’Antarctique : la première est une carte de socle, la deuxième est celle des erreurs estimées. On voit clairement sur cette deuxième carte les traces de survol d’avion, où la précision est bonne, et les zones non observées, avec de grandes erreurs possibles. Précisons ici que le relief de l’Antarctique est très chahuté, et tout à fait similaire à nos Alpes, avec des changements brutaux d’altitude et des chaînes de montagnes.

Les autres observations dont on dispose, et qui permettront d’extraire de l’information pour retrouver les paramètres non observés, sont des données de surface, obtenues par satellite : altitude de la surface, vitesse de la glace en surface.

### 2.3 Quelques réponses via les méthodes inverses

Le problème qui consiste à retrouver les conditions basales (altitude du socle et loi de friction) à partir des observations est un problème inverse. En effet, le socle  $B(t, x)$  et le coefficient  $\beta(t, x)$  sont des paramètres d’entrée pour les équations du modèle (1,2,3), et les mesures  $S(t, x)$  et  $U_{\text{surface}}(t, x)$  en sont des sorties. Le problème direct consiste à estimer les sorties à partir des entrées, le problème inverse fait donc... l’inverse.

L’assimilation de données est le nom d’un ensemble de méthodes mathématiques permettant de trouver les paramètres d’entrée optimaux afin que le modèle coïncide au mieux avec les observations. Il existe deux grandes classes de méthodes d’assi-

milation. La première s'appelle l'assimilation variationnelle [5], elle est basée sur la théorie du contrôle optimal. Le prototype d'algorithme variationnel s'appelle le 4D-Var; c'est celui qui est utilisé quotidiennement à Météo-France pour recalculer le modèle atmosphérique sur les observations afin de fournir les prévisions météorologiques. L'idée de la méthode est de former une fonction (dépendant des paramètres que l'on cherche) qui mesure l'écart entre les observations et le modèle, et de chercher les paramètres qui minimisent cet écart. Cette méthode fait appel à des techniques d'optimisation par méthode de descente dans la direction de plus grande pente, celle du gradient, calculé par la méthode adjointe.

La deuxième classe de méthodes regroupe les méthodes stochastiques de filtrage, basées sur l'estimation statistique optimale. Le prototype de ces méthodes est le filtre de Kalman [4]; ce sont ces méthodes qui sont utilisées par les centres de météorologie américains. L'idée est de calculer directement les paramètres optimaux en calculant la matrice de gain de Kalman du système.

Dans l'équipe MOISE [9] (INRIA Grenoble – Rhône-Alpes, Laboratoire Jean Kuntzmann), en collaboration avec des glaciologues du LGGE (Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement), et dans le cadre du projet ANR ADAGe [8], nous mettons en œuvre ces deux types de méthodes pour résoudre le problème inverse évoqué ci-dessus. La figure 6 montre un exemple de résultat pour le Groenland : à gauche figurent les vitesses de surface observées, à droite les vitesses reconstituées par assimilation du paramètre de glissement  $\beta$ , qui sont en bon accord avec les observations. Le champ de  $\beta$  ainsi obtenu permet ensuite de faire des simulations à l'échelle du siècle et d'estimer la contribution du Groenland à la montée du niveau des mers [3].

## Conclusion

Les difficultés pour ce problème restent nombreuses : les fortes non-linéarités empêchent toute justification théorique et posent des problèmes de convergence des algorithmes; le manque d'observations directes et la méconnaissance de certains processus font que les incertitudes sont fortes; les sources d'incertitude elles-mêmes sont nombreuses, et leurs statistiques (indispensables pour les algorithmes d'inversion) sont mal connues et difficiles à modéliser, etc. Néanmoins, les méthodes inverses sont des outils puissants pour estimer l'état d'un système géophysique, en combinant l'information mathématique contenue dans les équations et l'information physique contenue dans les observations, et leur application en glaciologie ouvre de nombreuses perspectives.

## Références

- [1] P. Fretwell et al., 2012. *Bedmap2 : improved ice bed, surface and thickness datasets for Antarctica*. The Cryosphere Discussion, 6.

- [2] O. Gagliardini, T. Zwinger, 2008. *The ISMIP-HOM benchmark experiments performed using the Finite-Element code Elmer*. The Cryosphere Discussions, 2 (1).
- [3] F. Gillet-Chaulet, O. Gagliardini, H. Seddik, M. Nodet, G. Durand, C. Ritz, T. Zwinger, R. Greve, D. G. Vaughan, 2012. *Greenland Ice Sheet contribution to sea-level rise from a new-generation ice-sheet model*. The Cryosphere Discussion, 6.
- [4] R.E. Kalman, 1960. *A new approach to linear filtering and prediction problems*. Journal of Basic Engineering 82, 1.
- [5] F.-X. Le Dimet, 1982. *A general formalism of variational analysis*. CIMMS Report, Norman, OK 73091 22 :1–34
- [6] E. Rignot, I. Velicogna, M. R. van den Broeke, A. Monaghan, J. T. M. Lenaerts, 2011. *Acceleration of the contribution of the Greenland and Antarctic ice sheets to sea level rise*. Geophysical Research Letters, Volume 38, Issue 5.
- [7] C. Ritz, V. Rommelaere, C. Dumas, 2001. *Modeling the evolution of Antarctic ice sheet over the last 420,000 years : implications for altitude changes in the Vostok region*. J. Geophys. Res. 106 (D23)
- [8] <http://www-lgge.obs.ujf-grenoble.fr/pdr/ADAGe>
- [9] <http://team.inria.fr/moise>