



HAL
open science

Interprétation du vague dans la description linguistique d'une scène en Modélisation Déclarative

Emmanuel Desmontils, Daniel Pacholczyk

► **To cite this version:**

Emmanuel Desmontils, Daniel Pacholczyk. Interprétation du vague dans la description linguistique d'une scène en Modélisation Déclarative. [Rapport de recherche] RR-IRIN-150, IRIN. 1997, pp.27. hal-00816901

HAL Id: hal-00816901

<https://inria.hal.science/hal-00816901v1>

Submitted on 23 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Interprétation du vague dans la description linguistique d'une scène en Modélisation Déclarative

Emmanuel DESMONTILS¹

Daniel PACHOLCZYK²

Rapport de recherche IRIN - n°150³

Avril 1997

Résumé : L'objectif de cette étude est de proposer un modèle de représentation des propriétés imprécises ou vagues en modélisation déclarative. Elles sont traitées d'une manière semi-qualitative. Sur ces propriétés portent des modificateurs et des opérateurs flous génériques. A travers cette modélisation, nous proposons aussi une solution linguistique à la négation d'une propriété. Cette négation linguistique tente de déterminer une propriété affirmative implicite liée à la négation d'un énoncé. Cette recherche se base essentiellement sur la notion de similarité ou de voisinage des ensembles flous ainsi que sur certains principes linguistiques de sélection et d'ordonnancement des propriétés plausibles.

MOTS-CLÉS : synthèse d'image, modélisation déclarative, propriétés imprécises ou vagues, ensembles flous, modificateurs génériques, opérateurs flous génériques, négation linguistique, similarité, voisinage.

¹ IRIN, 2 rue de la Houssinière, BP92208, F-44322 Nantes Cedex 3, France

² LERIA, 2 Bd Lavoisier, F-49045 Angers Cedex 01, France

³ • E. Desmontils, D. Pacholczyk, "Vers un traitement linguistique des propriétés en modélisation déclarative", Revue Internationale de CFAO et d'informatique graphique, Hermès, Vol. 12, n°4, 1997, pp. 351-371
• D. Pacholczyk, E. Desmontils, "A Qualitative Approach to Fuzzy Properties in Scene Description", International Conference on Imaging Science (CISST'97), Systems and Technology, H. R. Arabnia ed., Las Vegas, USA, 30 juin - 3 juillet 1997, pp. 139-148
• E. Desmontils, D. Pacholczyk, "Modélisation déclarative en synthèse d'images : traitement semi-qualitatif des propriétés imprécises ou vagues", 4èmes Journées de l'Association Française d'Informatique Graphique (AFIG'96), Dijon, 27-29 novembre 1996, pp. 173-181
• D. Pacholczyk, E. Desmontils, "Vers une description nuancée des scènes en synthèse d'images", Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA'97), Cépaduès Éditions, Lyon, 3-4 décembre 1997, pp. 185-192
• D. Pacholczyk, E. Desmontils, "A linguistic interpretation of affirmative or negative information in declarative modeling in image analysis", Symposium on Intelligent Information Systems (IIS'98), Malbork, Poland, 15-19 June, 1998, à paraître.
• E. Desmontils, D. Pacholczyk, "Apport de la théorie des ensembles flous à la modélisation déclarative en synthèse d'images", Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA'96), Cépaduès Éditions, Nancy, 4-5 décembre 1996, pp. 333-334

Plan

1. INTRODUCTION	4
2. CONCEPT ET DOMAINE ASSOCIÉ.....	4
3. PROPRIÉTÉS SIMPLES.....	5
3.1. LE CONCEPT DE MODIFICATEUR D'UNE PROPRIÉTÉ DE BASE	5
3.2. LES MODIFICATEURS RETENUS.....	6
3.3. CARACTÉRISATION D'UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE.....	6
3.4. TRAITEMENT D'UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE.....	7
3.4.1. <i>Direction de la translation</i>	7
3.4.2. <i>Amplitude de la modification</i>	8
3.4.3. <i>Bilan sur le traitement d'une propriété simple</i>	8
3.5. COMPOSITION DE MODIFICATEURS SUR UNE PROPRIÉTÉ DE BASE.....	9
4. OPÉRATEURS FLOUS SUR UNE PROPRIÉTÉ.....	9
4.1. LE CONCEPT D'OPÉRATEUR FLOU D'UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE	10
4.2. LES OPÉRATEURS FLOUS RETENUS	10
4.3. TRAITEMENT D'UN OPÉRATEUR FLOU SUR UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE.....	10
4.3.1. <i>Contraction ou dilatation</i>	10
4.3.2. <i>Amplitude de la modification</i>	11
4.3.3. <i>Bilan sur l'application d'un opérateur flou</i>	11
5. LA NÉGATION D'UNE PROPRIÉTÉ.....	12
5.1. LA NÉGATION LOGIQUE D'UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE.....	12
5.2. L'INTERPRÉTATION LINGUISTIQUE D'UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE.....	12
5.3. LA NÉGATION LINGUISTIQUE D'UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE.....	13
5.4. STRATÉGIE DONNANT LA DIRECTION VERS LAQUELLE S'ORIENTE « N'EST PAS ».....	13
5.4.1. <i>Catégorie linguistique</i>	14
5.4.2. <i>Concepts avec une seule propriété</i>	14
5.4.3. <i>Concepts avec deux propriétés</i>	14
5.4.4. <i>Concepts avec trois propriétés</i>	15
6. LA SIMILARITÉ DES PROPRIÉTÉS ET DES SOUS-ENSEMBLES FLOUS.....	15
6.1. VOISINAGE DE VALEURS	15
6.2. VOISINAGE DE SOUS-ENSEMBLES FLOUS	16
6.3. SIMILARITÉ SYMBOLIQUE DES SOUS-ENSEMBLES FLOUS	17
7. SIMILARITÉ ET NÉGATION LINGUISTIQUE D'UN ÉNONCÉ.....	18
7.1. UNE APPROCHE INTUITIVE DE LA NÉGATION.....	18
7.2. UNE FORMALISATION PLAUSIBLE DE LA NÉGATION LINGUISTIQUE	19
7.3. UNE STRATÉGIE DE CHOIX PARMIS LES SOLUTIONS PLAUSIBLES	21
7.4. NÉGATION LINGUISTIQUE ET SENS COMMUN.....	23
7.5. L'INSTANCIATION DE « X N'EST PAS A ».....	23
8. EXEMPLE DE SYNTHÈSE.....	23
9. CONCLUSION	25
10. BIBLIOGRAPHIE.....	26

Table des figures

FIGURE 1. DOMAINE CONCERNANT LE NOMBRE D'INTERSECTIONS ET LES PROPRIÉTÉS QUI Y SONT DÉFINIES.....	5
FIGURE 2. MODIFICATEURS RETENUS	6
FIGURE 3. MODIFICATEURS DE LA PROPRIÉTÉ DE BASE « IMPORTANT ».....	6
FIGURE 4. SCÈNES VÉRIFIANT D'ABORD UNE PROPRIÉTÉ SIMPLE (A) PUIS DEUX PROPRIÉTÉS SIMPLES (B) DEMANDÉES PAR L'UTILISATEUR.....	9
FIGURE 5. OPÉRATEURS FLOUS SÉLECTIONNÉS.....	10
FIGURE 6. OPÉRATEURS FLOUS APPLIQUÉS À LA PROPRIÉTÉ SIMPLE « \emptyset IMPORTANT ».....	10
FIGURE 7. SCÈNES FAISANT SUITE À LA FIGURE 6 AVEC DEUX NOUVELLES PROPRIÉTÉS APPLIQUÉES SUCCESSIVEMENT ..	11
FIGURE 8. INTERPRÉTATIONS POSSIBLES DE « X N'EST PAS TRÈS FAIBLE ».....	12
FIGURE 9. NÉGATION POUR UN COUPLE DE PROPRIÉTÉS MARQUÉES.....	14
FIGURE 10 : VOISINAGE DE DEUX VALEURS U ET V	15
FIGURE 11 : COURBE DES VOISINAGES DE DEUX SOUS-ENSEMBLES FLOUS	16
FIGURE 12 : PROPRIÉTÉS « ASSEZ » SIMILAIRES À A DE LA FORME « $F_\alpha A$ ».....	18
FIGURE 13 : PROPRIÉTÉS « ASSEZ » SIMILAIRES À A DE LA FORME « $M_\alpha A$ ».....	18
FIGURE 14 : PROPRIÉTÉS « ASSEZ » SIMILAIRES À A DE LA FORME « $F_\alpha M_\beta P$ » $P \neq A$	18
FIGURE 15 : ENSEMBLES DES SOLUTIONS POUR « N'EST PAS FAIBLE » AVEC $\rho^* = 0.1$	20
FIGURE 16 : ENSEMBLES DES SOLUTIONS POUR « N'EST PAS FAIBLE » AVEC $\rho^* = 0.2$	21
FIGURE 17 : ENSEMBLES DES SOLUTIONS POUR « N'EST PAS FAIBLE » $\rho^* = 0.3$	21
FIGURE 18 : SOLUTIONS DE LA FORME « $F_\chi M_\beta A$ » AVEC $\rho^* = 0.3$	22
FIGURE 19 : SOLUTIONS DE LA FORME « $M_\beta P$ » AVEC $\rho^* = 0.3$	22
FIGURE 20 : SOLUTIONS DE LA FORME « $F_\chi P$ » AVEC $\rho^* = 0.3$	22
FIGURE 21. SCÈNES RÉPONDANT À LA DESCRIPTION « LE NOMBRE DE VERTICALES EST VRAIMENT FAIBLE ».....	24
FIGURE 22. SCÈNES RÉPONDANT À LA DESCRIPTION « LE NOMBRE DE SEGMENTS VERTICAUX EST TRÈS FAIBLE ».....	24
FIGURE 23. SCÈNES RÉPONDANT À LA DESCRIPTION « LA LONGUEUR DE RECOUVREMENT EST ASSEZ IMPORTANTE »..	24
FIGURE 24. SCÈNES RÉPONDANT À LA DESCRIPTION « LE DEGRÉ MOYEN DE RECOUVREMENT N'EST PAS EXTRÊMEMENT IMPORTANT » OU « LE DEGRÉ MOYEN DE RECOUVREMENT EST MOYEN ».....	25
FIGURE 25. SCÈNES RÉPONDANT À LA DESCRIPTION « LA PROPORTION DE PARALLÈLES N'EST PAS VRAIMENT TRÈS FAIBLE » OU « LA PROPORTION DE PARALLÈLES EST ASSEZ PEU FAIBLE ».....	25

1. Introduction

La *propriété*, trait caractéristique de la scène par rapport à un concept donné, est une notion centrale en modélisation déclarative. Plusieurs auteurs (dont [Col92] et [Chau94]) ont proposé des formalismes basés sur la manipulation d'intervalles classiques. Toutefois, ils ne semblent pas suffisamment universels, car ils restent très dépendants des propriétés sur lesquelles ils portent. Seul [Dje91] a tenté d'introduire dans son formalisme les ensembles flous, sans les exploiter complètement. L'idée de modificateurs génériques, indépendants des propriétés, apparaît dans [Chau94] en modélisation spatiale déclarative ainsi que dans ([BFo91], [Oft94], [MBF96]) pour la construction de capteurs flous. L'information sous-jacente étant évaluée de façon numérique, nous n'avons pas utilisé un modèle symbolique de représentation de l'imprécis comme dans [Pacd92a]. Notre approche de *nature semi-qualitative* fait appel à la *théorie des ensembles flous de Zadeh* ([Zad65]) pour concevoir les propriétés tout en généralisant la construction de modificateurs indépendants de ces propriétés. On peut en trouver les premiers résultats dans ([Des95], [Des96]).

Nous proposons un cadre formel de représentation des propriétés imprécises des concepts conduisant de façon satisfaisante à l'élaboration d'une scène. Dans la section 2, nous posons les définitions de base définissant des scènes *via* des concepts. A chacun d'entre-eux est attaché un certain nombre de propriétés. Nous nous intéressons, à la section 3, à la formalisation des *propriétés dites simples*, c'est-à-dire des énoncés du type « x est $m_\alpha P_{ik}$ », soit encore des énoncés comportant des *propriétés* P_{ik} sur lesquelles opèrent des *modificateurs* m_α . Les *opérateurs flous* f_α introduits à la section 4 nous conduiront à la représentation d'une forme très générale de propriété simple, à savoir l'énoncé « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ » où f_α est un opérateur flou sur la propriété simple $m_\beta P_{ik}$. Le point délicat abordé à la section 5 concerne la représentation, en termes de propriétés simples, de la négation qui apparaît dans « x n'est pas A ». L'interprétation classique de cette négation n'étant pas satisfaisante, après une introduction à la notion de similarité des ensembles flous à la section 6, nous proposerons à la section 7 une interprétation linguistique basée sur cette similarité.

Notre étude, volontairement restreinte aux propriétés simples, montre bien que la théorie des ensembles flous est un outil tout à fait adapté, en modélisation déclarative, à la formalisation des propriétés comportant de l'imprécision et à l'interprétation linguistique de la négation.

2. Concept et domaine associé

Introduisons les définitions de base nécessaires à la description des scènes en synthèse d'images.

Définition 1. : Pour une application donnée, *l'univers* étudié, noté U_p , est composé d'éléments appelés *scènes* ou *formes*.

Définition 2. : Une scène est caractérisée par plusieurs *concepts* C_i ($i \in J \subset N$). Pour le concept C_i , le *domaine de description* D_i est l'ensemble des valeurs qu'il est susceptible de recevoir.

- Exemple : Dans le projet FiloFormes ([Paj94]), les *scènes* constituant l'univers sont des *configurations de segments de droite dans un plan*. Ce plan est représenté par une grille $n \times m$. Les segments sont disposés dans cette grille. Un des objectifs de ce projet est de produire des jeux d'essai raisonnés pour des algorithmes de visualisation en synthèse d'images afin de contrôler les évaluations et mesurer l'impact des différentes améliorations que l'on peut mettre en œuvre [Luc94]. Une scène composée de segments dans un plan peut être caractérisée par : le nombre de segments qu'elle comporte, la longueur de la configuration ou des composantes verticales et horizontales, le nombre d'intersections, la densité, le degré moyen de recouvrement... Le domaine de description concernant le nombre de segments de la configuration est alors $[0 .. \text{MaxSegment}]$. Ce projet servira d'illustration pour les différentes notions que nous exposerons dans la suite.

Définition 3. : Le type d'un domaine de description est le type des valeurs de ce domaine.

Définition 4. : La mesure d'un domaine D_i est une fonction de U_f dans D_i définie comme-suit :

$$m_{D_i} : U_f \rightarrow D_i$$

$$f \mapsto d_{ij} \in D_i$$

- Exemple : La scène étant constituée de segments dans un plan, pour le domaine de description associé au concept concernant le nombre de segments, nous avons $m_{\text{Nb Segments}} : \text{Plan} \mapsto \text{nb} \in [0 .. \text{MaxSegments}]$.

Définition 5. : A chaque concept C_i est associé un ensemble de propriétés P_{ik} se référant au domaine D_i .

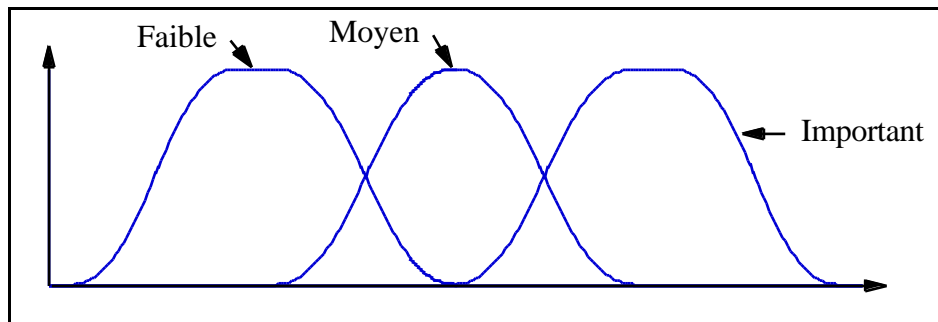


Figure 1. Domaine concernant le nombre d'intersections et les propriétés qui y sont définies

- Exemple : Pour le concept $C_i = \ll \text{Nombre d'intersections} \gg$ concernant le nombre d'intersections entre les segments du plan, de domaine $D_i = [0 .. \text{MaxIntersections}]$, l'ensemble des propriétés P_{ik} peut être $\{\text{faible, moyen, important...}\}$ (Cf. Figure 1).

- Remarque : Etant donné que ces propriétés sont souvent de nature imprécise ou vague, la théorie des sous-ensembles flous ([Zad65], [DPr93]) nous permet de les représenter de manière satisfaisante. Signalons que ces propriétés peuvent être *simples* (sur un objet), *relatives* (entre deux objets), de *comparaison* ou *complexes* (plusieurs objets sont en cause).

L'étude présentée ici se limite aux propriétés simples, c'est-à-dire ne faisant référence qu'à un seul objet. Les autres types de propriétés ont déjà été abordés ([Des95] et [Des96]) et sont actuellement à l'étude dans un cadre formel beaucoup plus général.

3. Propriétés simples

On peut maintenant préciser le cadre formel de représentation des propriétés simples, forme de description la plus élémentaire.

3.1. Le concept de modificateur d'une propriété de base

Définition 6. : Soit P_{ik} une propriété d'un concept C_i caractérisant une scène. Une *propriété simple* est un énoncé du type « x est $m_\alpha P_{ik}$ », où m_α est un *opérateur de modification*, ou *modificateur*, de la propriété P_{ik} appelée *propriété de base*.

- Exemple : La propriété de base étant « importante », le modificateur étant « très », une propriété simple relative à la longueur de la configuration (la somme des longueurs de tous les segments de la scène) peut être « x est très importante ».

3.2. Les modificateurs retenus

Les modificateurs possibles sont très nombreux. Nous avons restreint notre choix à un ensemble de P modificateurs, noté : $M_p = \{m_\alpha \mid \alpha \in [1..P]\}$, pour lesquels existe la relation d'ordre total suivante : $m_\alpha \leq m_\beta \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$. M_p comporte un modificateur particulier noté « normalement » ou « \emptyset ». C'est l'opérateur par défaut appelé aussi modificateur vide. Ainsi, un énoncé de la forme « x est P_{ik} » est équivalent à l'énoncé d'une propriété simple « x est $\emptyset P_{ik}$ » ou « x est normalement P_{ik} ». Il est donc implicite dans l'énoncé « x est important ». Dans ce travail, nous avons utilisé l'ensemble suivant : $M_7 = \{\text{extrêmement peu, très peu, assez peu, normalement, assez, très, extrêmement}\}$ (Cf. Figure 2).

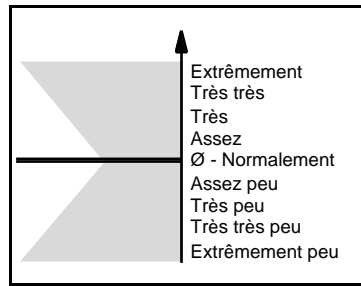


Figure 2. Modificateurs retenus

3.3. Caractérisation d'une propriété simple

Parmi les propriétés, certaines n'acceptent que le modificateur vide. En effet, on ne peut pas dire « le nombre de segments est très premier ». Par contre, on peut dire « le nombre de segments est très important ».

Définition 7. : Les propriétés acceptant d'autres modificateurs que « \emptyset » sont appelées des propriétés modifiables.

On peut retenir le postulat suivant : une propriété modifiable est toujours définie à l'aide d'un intervalle flou. Nous pouvons même ajouter que celles représentées par un intervalle classique ne sont pas modifiables. Dans tout ce qui suit, nous supposons les propriétés modifiables.

Comme dans la théorie des ensembles flous, une propriété de base est représentée par un ensemble flou. Pour faciliter le traitement, la fonction d'appartenance d'une propriété de base modifiable P_{ik} d'un concept C_i définie sur un domaine D_i est une fonction L-R, à support compact, définie par $\langle \alpha, a, b, \beta \rangle$ et deux fonctions L et R ([Bou93], [Ton95]). P_{ik} est définie par $\{D_i, \langle \alpha_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}\}$.

Une propriété simple est représentée par un ensemble flou dont la fonction d'appartenance sera celle de la propriété de base modifiée par l'opérateur de modification

- Exemple : Etant donné le concept « nombre d'intersections », l'application des modificateurs à la propriété de base « important » donne les sous-ensembles flous rassemblés dans la Figure 3.

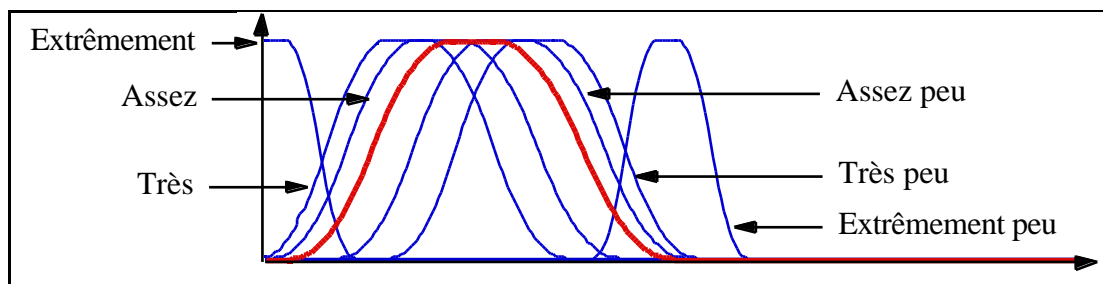


Figure 3. Modificateurs de la propriété de base importante

- Remarque : Dans cette figure, on peut noter un espace entre « très important » (resp. « très peu important ») et « extrêmement important » (resp. « extrêmement peu important »). Ceci rend compte du fait que « très très important » (resp. « très très peu important ») se place entre les deux. Cette propriété simple est construite par application du modificateur « très » sur la propriété simple « très important » (resp. « très peu important ») (Cf. §3.5).

3.4. Traitement d'une propriété simple

Etant donné l'énoncé « x est $m_\alpha P_{ik}$ », la solution retenue consiste à déterminer de façon simple et systématique la fonction d'appartenance de la propriété $m_\alpha P_{ik}$ en fonction de celle de P_{ik} par une opération simple de translation et de contraction.

Deux notions doivent être précisées, à savoir :

1. la direction de la translation,
2. l'amplitude de la modification qui va dépendre :
 - de l'amplitude de la translation,
 - de l'amplitude de la contraction.

3.4.1. Direction de la translation

La direction de la translation dépend du *signe de la propriété* (comportement de la fonction d'appartenance face aux modificateurs) et du *signe du modificateur* (sa place dans M_p).

Définition 8. : Le *signe de P_{ik}* (+1, -1 ou 0) est celui de la direction suivie par les fonctions d'appartenance de $m_\alpha P_{ik}$ où $m_\alpha \in M_p$ et α allant de 1 à P par rapport à la variable du domaine.

Définition 9. : Une propriété P_{ik} est dite *positive* si son signe est +1. Elle est dite *négative* si son signe est -1 et *neutre* si le signe est 0.

- Exemple : Pour le concept concernant la longueur de la configuration, nous avons :

- « important » \Rightarrow +1 (positive),
- « faible » \Rightarrow -1 (négative),
- « moyen » \Rightarrow 0 (neutre).

Définition 10. : Le *signe d'un modificateur m_α* , noté $\text{signe}(m_\alpha)$, est défini dans M_p comme-suit :

- $\text{signe}(m_a) = 0$ si $m_a = \emptyset$,
- $\text{signe}(m_\alpha) = +1$ si $\alpha > a$,
- $\text{signe}(m_\alpha) = -1$ si $\alpha < a$.

Définition 11. : On peut maintenant définir la *direction de translation d'une propriété $m_\alpha P_{ik}$* par rapport à P_{ik} , notée $\text{Direction}(P_{ik})$: $\text{Direction}(m_\alpha P_{ik}) = \text{signe}(m_\alpha) * \text{signe}(P_{ik}) \in \{-1, 0, +1\}$.

- Exemples :

« x est très important » : $\text{Direction}(\text{très important}) = \text{signe}(\text{très}) * \text{signe}(\text{important}) = +1 * +1 = +1$

« x est très faible » : $\text{Direction}(\text{très faible}) = \text{signe}(\text{très}) * \text{signe}(\text{faible}) = +1 * -1 = -1$

- Remarque : Le signe de la propriété simple est celui de la direction de translation. Autrement dit, le signe de « très important » est +1.

3.4.2. Amplitude de la modification

L'amplitude de la modification de la propriété simple $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} comprend une amplitude de translation et une amplitude de contraction.

Définition 12. : L'amplitude de translation de la propriété simple $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} vaut 0 pour $m_\alpha = \emptyset$ et croît avec l'éloignement de m_α par rapport à \emptyset dans M_p . Sa valeur dépend de la sémantique de la propriété et du signe de m_α .

En conclusion, l'amplitude de la translation est fonction de la sémantique de la propriété et de la place du modificateur dans M_p .

Définition 13. : L'amplitude de la contraction ou de la dilatation de la propriété simple $m_\alpha P_{ik}$ par rapport à P_{ik} est nulle pour $m_\alpha = \emptyset$ et croît en fonction de l'éloignement de m_α par rapport à \emptyset dans M_p . De plus, elle est proportionnelle à la taille du noyau et à la partie floue de P_{ik} .

3.4.3. Bilan sur le traitement d'une propriété simple

Nous avons vu que le modificateur m_α et la propriété de base P_{ik} interviennent aussi bien dans la direction de translation que dans l'amplitude de la modification. Afin de représenter ces participations, nous avons introduit un *coefficient de modification* et un *coefficient de translation élémentaire*.

Définition 14. : Le *coefficient de modification* k_α d'un modificateur m_α est un entier relatif tel que : $\text{signe}(k_\alpha) = \text{signe}(m_\alpha)$ et $|k_\alpha|$ est proportionnel à la distance de m_α par rapport à \emptyset dans M_p .

- Remarque : En pratique, pour $M_\gamma = \{\text{extrêmement peu, très peu, assez peu, } \emptyset, \text{ assez, très, extrêmement}\}$, nous avons choisi $K(M_\gamma) = \{-6, -2, -1, 0, 1, 2, 6\}$. Ces valeurs sont conformes aux sémantiques relatives des différents modificateurs.

Définition 15. : Le *coefficient de translation élémentaire* τ_{ik} d'une propriété P_{ik} est un réel tel que : $\text{signe}(\tau_{ik}) = \text{signe}(P_{ik})$ et $|\tau_{ik}|$ est lié à la sémantique de la propriété.

- Notation : Sachant que $P_{ik} = \{D_i, \langle \alpha_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}, \tau_{ik}\}$, pour « x est $m_\alpha P_{ik}$ », on a :

- la direction de translation : $\text{signe}(k_\alpha) * \text{signe}(\tau_{ik})$,
- l'amplitude de translation : $|k_\alpha * \tau_{ik}|$,
- l'amplitude de la contraction ou de la dilatation : $|k_\alpha * (b_{ik} - a_{ik}) * 10\%|$ sur le noyau et $|k_\alpha| * 10\%$ sur les parties floues.

En d'autres termes :

$$m_\alpha P_{ik} = \{D_i, \langle \alpha'_{ik}, a'_{ik}, b'_{ik}, \beta'_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}, \tau_{ik}\}$$

avec

$$\alpha'_{ik} = \alpha_{ik} * (1 - |k_\alpha| * 10\%),$$

$$\beta'_{ik} = \beta_{ik} * (1 - |k_\alpha| * 10\%),$$

$$a'_{ik} = a_{ik} + k_\alpha * \tau_{ik} + \frac{1}{2} |k_\alpha * (b_{ik} - a_{ik}) * 10\%| \text{ et}$$

$$b'_{ik} = b_{ik} + k_\alpha * \tau_{ik} - \frac{1}{2} |k_\alpha * (b_{ik} - a_{ik}) * 10\%|.$$

- Remarque : Ce formalisme rend compte de la modification d'une propriété positive (« très important ») ou négative (« très faible ») par une translation, de l'asymétrie linguistique des modificateurs (« très peu » modifie plus que « très ») et de traiter l'application d'un modificateur sur une propriété neutre comme « très moyen » où seule la contraction est présente.

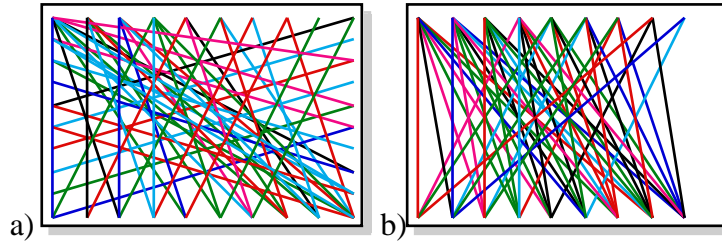


Figure 4. Scènes vérifiant d'abord une propriété simple (a) puis deux propriétés simples (b) demandées par l'utilisateur

- Exemple : La figure 6 montre deux solutions possibles lorsqu'on applique successivement les descriptions suivantes :

- (a) « Le nombre de verticales est faible »
- (b) « La longueur de recouvrement est très importante » (alors que nous constatons qu'en (a) elle est « extrêmement importante ») + (a)

- Rappels ([Paj94]) :

- Le degré de recouvrement en un point d'une ligne de projection est « égal au nombre de segments pour lesquels le point est inclus dans la projection ».
- La longueur de recouvrement est « le nombre de degrés de recouvrement supérieurs ou égaux à 1 ».

3.5. Composition de modificateurs sur une propriété de base

L'application d'un modificateur m_α sur une propriété modifiable P_{ik} donne une propriété modifiable $m_\alpha P_{ik}$. Il est donc possible d'employer à nouveau un modificateur m_β . Il suffit d'utiliser l'équivalence :

$$\ll x \text{ est } m_\beta m_\alpha P_{ik} \gg \Leftrightarrow \ll x \text{ est } m_\beta (m_\alpha P_{ik}) \gg.$$

On peut donc construire des descriptions comme : « La longueur de la configuration est très très importante », « La scène est très très peu remplie »...

- Remarque : En pratique, les possibilités d'applications successives de modificateurs sont assez restreintes. Nous pouvons, en fait, mettre en évidence les quatre règles suivantes :

1. Seuls les opérateurs « très » et « Ø » peuvent être répétés plusieurs fois dans un même énoncé.
2. « très » porte sur une propriété simple de dernier modificateur « Ø », « très » ou « très peu ».
3. On peut appliquer n'importe quel modificateur sur la propriété simple « Ø Propriété ».
4. « très » est le seul modificateur s'appliquant à une propriété simple autre que « Ø Propriété ».

- Remarque : Pour appliquer un modificateur sur une propriété de base, il est nécessaire de connaître le signe de cette propriété. Lorsque la propriété de base est une propriété simple (composition de modificateurs), quel sera le signe de cette propriété ? Le signe de $m_\alpha P_{ik}$ sera celui de la direction de translation. Afin de garder le formalisme cohérent, il convient alors de remplacer τ_{ik} par τ'_{ik} dans la formule de $m_\alpha P_{ik}$ du paragraphe précédent, tel que : $\tau'_{ik} = \text{signe}(k_\alpha) * \text{signe}(\tau_{ik}) * |\tau_{ik}|$.

4. Opérateurs flous sur une propriété

Il s'agit de gérer des opérateurs augmentant la précision ou l'imprécision d'une propriété simple.

4.1. Le concept d'opérateur flou d'une propriété simple

Définition 16. : Soit P_{ik} une propriété d'un concept C_i caractérisant une scène. Une *propriété simple modifiée par un opérateur flou* est un énoncé du type : « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ » où f_α est un opérateur flou sur la propriété simple $m_\beta P_{ik}$.

4.2. Les opérateurs flous retenus

Les opérateurs flous possibles étant très nombreux, nous avons restreint notre choix à un ensemble noté $F_Q = \{f_\alpha \mid \alpha \in [1..Q]\}$ muni de la relation d'ordre total : $f_\alpha \leq f_\beta \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$. F_Q comporte un opérateur par défaut noté « \emptyset_f ». Nous avons choisi l'ensemble $F_6 = \{\text{exactement, vraiment, } \emptyset_f, \text{ plus ou moins, Environ, Vaguement}\}$.

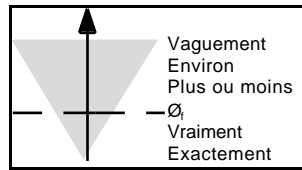


Figure 5. Opérateurs flous sélectionnés

- Exemple : Pour le concept « nombre d'intersections », l'application des opérateurs flous à la propriété de base « important » donne les sous-ensembles flous rassemblés dans la Figure 5.

4.3. Traitement d'un opérateur flou sur une propriété simple

Etant donné l'énoncé « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ », la solution retenue consiste à déterminer de façon simple et systématique la fonction d'appartenance de la propriété $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ en fonction de celle de $m_\beta P_{ik}$ par une opération simple de contraction ou de dilatation (Cf. Figure 6).

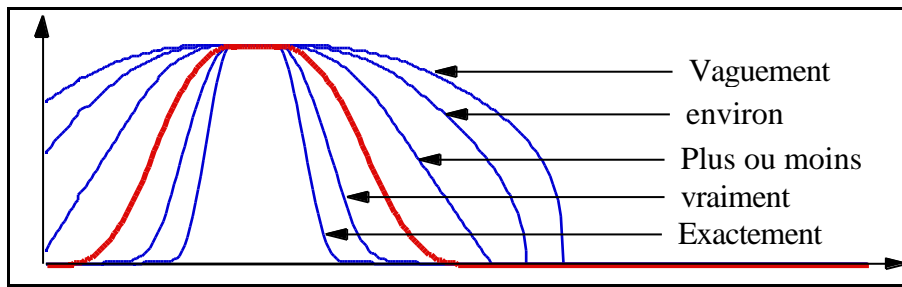


Figure 6. Opérateurs flous appliqués à la propriété simple ζ important \hat{E}

- Remarque : Les opérateurs flous sont issus des opérateurs de contraction et de dilatation classiques. Ils ne dépendent pas de la sémantique de la propriété et en particulier de son signe.

4.3.1. Contraction ou dilatation

Définition 17. : L'ordre d'un opérateur flou f_α , noté $\text{ordre}(f_\alpha)$, est défini dans F_q comme-suit :

- $\text{ordre}(f_\alpha) = 0$ si $f_\alpha = \emptyset_f$,
- $\text{ordre}(f_\alpha) = +1$ si $\alpha > a$,
- $\text{ordre}(f_\alpha) = -1$ si $\alpha < a$.

Donc, si $\text{ordre}(f_\alpha) = +1$, il y a dilatation, et si $\text{ordre}(f_\alpha) = -1$, il y a contraction. Si $\text{ordre}(f_\alpha) = 0$, la propriété simple reste inchangée.

4.3.2. Amplitude de la modification

Définition 18. : L'amplitude de la modification d'une propriété simple $m_\beta P_{ik}$ par un opérateur flou f_α vaut 1 pour $f_\alpha = \emptyset_f$ et croît avec l'éloignement de f_α par rapport à \emptyset_f dans F_Q . Il y a contraction lorsque l'opérateur se trouve avant \emptyset_f et dilatation lorsqu'il se trouve après.

4.3.3. Bilan sur l'application d'un opérateur flou

Un opérateur flou contracte ou dilate la fonction d'appartenance de la propriété simple. Afin de représenter cette action de modification, nous avons introduit un *coefficient de flou*.

Définition 19. : Le *coefficient de flou* j_α associé à un opérateur flou f_α est un réel tel que :

- $j_\alpha = 1$ si $\text{ordre}(f_\alpha) = 0$,
- $j_\alpha > 1$ si $\text{ordre}(f_\alpha) = +1$,
- $0 < j_\alpha < 1$ si $\text{ordre}(f_\alpha) = -1$.

De plus, $j_\alpha^{\text{ordre}(f_\alpha)}$ est proportionnel à la distance de f_α par rapport à \emptyset_f dans F_Q .

- Remarque : En pratique, pour $F_6 = \{\text{exactement, vraiment, } \emptyset_p, \text{ plus ou moins, environ, vaguement}\}$, nous avons choisi $J(F_6) = \{4^1, 2^1, 1, 2^{-1}, 4^{-1}, 6^{-1}\}$. Ces valeurs sont conformes aux sémantiques relatives des différents opérateurs.

La propriété simple $m_\beta P_{ik}$ étant définie par $\{D_i, \langle \alpha_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta_{ik} \rangle, L_{ik}, R_{ik}, \tau_{ik}\}$, l'application d'un opérateur flou f_α sur cette propriété permet d'obtenir un énoncé « x est $f_\alpha m_\beta P_{ik}$ » qui a pour fonction d'appartenance : $f_\alpha m_\beta P_{ik} = \{D_i, \langle \alpha'_{ik}, a_{ik}, b_{ik}, \beta'_{ik} \rangle, L'_{ik}, R'_{ik}, \tau_{ik}\}$ avec :

$$L'_{ik} = L_{ik}^{j_\alpha},$$

$$R'_{ik} = R_{ik}^{j_\alpha},$$

$$\alpha'_{ik} = \alpha_{ik} * (1 - j_\alpha * 10\%) \text{ si } j_\alpha > 1,$$

$$\alpha_{ik} * (1 + 1/j_\alpha * 10\%) \text{ si } 0 < j_\alpha < 1,$$

$$\alpha_{ik} \text{ si } j_\alpha = 1.$$

$$\beta'_{ik} = \beta_{ik} * (1 - j_\alpha * 10\%) \text{ si } j_\alpha > 1,$$

$$\beta_{ik} * (1 + 1/j_\alpha * 10\%) \text{ si } 0 < j_\alpha < 1,$$

$$\beta_{ik} \text{ si } j_\alpha = 1.$$

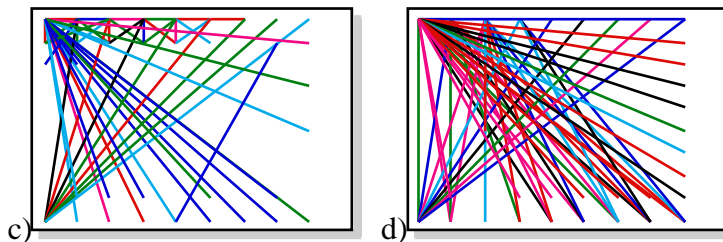


Figure 7. Scènes faisant suite à la Figure 6 avec deux nouvelles propriétés appliquées successivement

- Exemple : La figure 9 montre deux solutions possibles lorsqu'on applique successivement les descriptions suivantes :

(c) « La proportion de segments parallèles est vraiment faible » + (b)

(d) « Le degré moyen de recouvrement est plus ou moins assez important » + (c)

5. La négation d'une propriété

Dans cette section, nous nous intéressons à l'interprétation qu'un locuteur souhaite donner à un énoncé comme « le nombre d'intersections n'est pas très faible », soit de façon plus formelle, un énoncé du type « x n'est pas A » où A est une propriété imprécise ou vague.

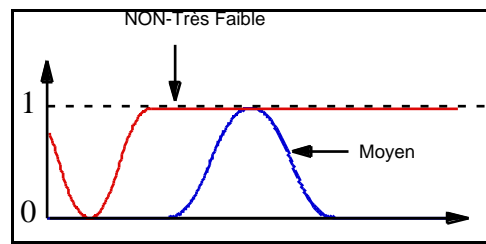


Figure 8. Interprétations possibles de « x n'est pas très faible »

Pour les linguistes, « ne pas être A » n'équivaut pas, en général, à la propriété logique « être non-A » qui en termes de sous-ensembles flous est définie à partir de A. Ceci résulte du fait que la propriété logique « non-A » n'a pas, en général, de signification dans le langage naturel. Le locuteur veut ainsi traduire le fait qu'un objet satisfait à un certain degré une propriété P du même domaine que A. Pour notre locuteur l'exemple initial signifie que « le nombre d'intersections est moyen » (Figure 8). En d'autres termes, un énoncé de négation équivaut alors à une affirmation se référant à une propriété simple. Cependant, il arrive que le locuteur se contente de fournir une négation sans arrière-pensée quant à sa signification. « ...n'est pas... » est alors interprété comme « ...est tout sauf... ».

Notre étude étant principalement consacrée aux propriétés simples, l'objectif visé est donc la recherche de l'énoncé « x est P » considéré, par notre locuteur, comme implicitement équivalent à l'énoncé « x n'est pas A ». Nous allons donc dans un premier temps rappeler ce qu'est la négation logique puis nous introduirons la négation linguistique.

5.1. La négation logique d'une propriété simple

Commençons par préciser les interprétations logique et linguistique d'un énoncé « x est A ».

Définition 20. : La *négation logique* d'un énoncé du type « x est A », où A est une propriété simple, est l'énoncé « x est non-A », où « non » correspond à l'opérateur de complémentation dans la théorie des ensembles flous. Par abus de langage, on le traduit encore sous la forme « x n'est pas A ».

Du point de vue de la fonction d'appartenance, on sait que l'on a alors :

$$\mu_{\langle x \text{ est non-A} \rangle} = 1 - \mu_{\langle x \text{ est A} \rangle} = \mu_{\langle x \text{ n'est pas A} \rangle}$$

5.2. L'interprétation linguistique d'une propriété simple

Définition 21. : L'*interprétation linguistique* d'un énoncé du type « x est A », où A est une propriété simple, est souvent considérée par les linguistes ([Sch81]) comme la *disjonction des propriétés* :

- « x est $\emptyset_f A$ »,
- « x est vraiment A »,
- « x est plus ou moins A ».

L'ensemble des *opérateurs flous* se décompose pratiquement en deux ensembles G_1 et G_2 tels que :

- $F_Q = G_1 \cup G_2$,
- G_1 est l'ensemble des opérateurs flous « sous-entendus » par l'énoncé « x est A »,
- G_2 est le complémentaire de G_1 dans F_Q .

Il en résulte alors que : « x est A » \Leftrightarrow { « x est $f_\alpha A$ » avec $f_\alpha \in G_1$ }.

- Exemple (dans F_G) : On obtient dans ce cas : $G_1 = \{\text{plus ou moins, vraiment, } \emptyset_f\}$ et $G_2 = \{\text{exactement, environ, vaguement}\}$. Dans ces conditions, l'énoncé « x est faible » a pour traduction linguistique « x est plus ou moins faible » ou « x est vraiment faible » ou encore « x est \emptyset_f faible ».

5.3. La négation linguistique d'une propriété simple

Définition 22. : La *négation linguistique* d'un énoncé du type « x est A » dans un domaine donné, notée « x n'est pas A », signifie déjà que l'on rejette toutes les interprétations de « x est A ». On fait ensuite référence à une autre des propriétés simples P de ce même domaine pour signifier que « x n'est pas A » équivaut à « x est P ».

En utilisant les concepts introduits précédemment et en se référant à l'interprétation linguistique donnée à l'énoncé « x est A », nier « x est A » dans un domaine donné, signifie que, tout en excluant les énoncés « x est $f_\alpha A$ » avec $f_\alpha \in G_1$, l'on retient comme interprétation de l'énoncé « x n'est pas A » l'un des énoncés suivants :

- « x est $f_\chi B$ » avec B une propriété simple du même domaine que A, avec $B \neq A$ (en particulier, la propriété de base est différente) et $f_\chi \in F_Q$ ou
- « x est $f_\beta A$ » avec $f_\beta \in G_2$, ou enfin
- « x est $m_\delta A$ » avec $m_\delta \neq \emptyset$ et compatible avec les modificateurs de A.

- Exemple : Si pour le concept du nombre d'intersections des segments dans le plan, on a les propriétés {faible, moyen, important}, quelques interprétations plausibles de « x n'est pas faible » peuvent être « x est très important » ou « x est vraiment moyen » ou « x est extrêmement faible » ou encore « x est exactement extrêmement faible »...

- Remarque : Notons que la réunion des supports des solutions possibles recouvre celui de l'énoncé « x est non-A ». Par conséquent, l'utilisation de la négation logique pour traduire simplement la négation linguistique d'une propriété simple, peut se justifier même si elle ne reçoit pas de signification sémantique dans un contexte d'imprécision des concepts : elle donne un sens à la réunion des solutions sans fournir le détail de ces composants. Elle s'approche plus de l'interprétation de « n'est pas » en « est tout sauf ».

5.4. Stratégie donnant la direction vers laquelle s'oriente « n'est pas »

Toute la difficulté réside dans l'implicite lié à la négation qui, par définition, ne précise pas explicitement la propriété P à laquelle on se réfère. Il est alors difficile de *préciser la direction dans laquelle s'oriente* « n'est pas ». A la section 7, *une stratégie de recherche utilisant la notion de similarité ou le voisinage* [Pacd92b] peut être utilisée pour obtenir cette information dans le cas général. Celle-ci, actuellement en cours de réalisation, n'est pas abordée ici.

Nous pouvons, indépendamment de cette stratégie, apporter quelques éléments de réponses dans les cas les plus simples. En effet, on peut noter que les propriétés d'un concept, hormis les propriétés paramétrées qui sont généralement en nombre infini et donc pratiquement inexploitable, sont assez peu nombreuses. Nous pouvons examiner les trois cas les plus courants, c'est-à-dire les concepts avec une, deux ou trois propriétés précises, donc de nature booléenne, dans un contexte bien défini.

5.4.1. Catégorie linguistique

[DSc95] présente une notion intéressante : la *catégorie sémantique* ([Bro43], [Bro48], [Hje35], [Hje37]).

Il est possible de définir les catégories sémantiques (pour nous, les concepts) à partir d'une catégorie maximale constituée des unités sémantiques (pour nous, les propriétés) suivantes :

- deux termes, I (positif) et F (négatif), disjoints présentant deux qualités incompatibles,
- un terme neutre M qui indique l'absence de l'une et l'autre de ces qualités (la non-application de la catégorie),
- un terme complexe C qui recouvre à la fois I et F (indique seulement l'application de la catégorie),
- deux termes IM et FM équivalents à C mais avec insistance soit sur I soit sur F.
- Toutes les catégories sont construites avec un sous-ensemble des unités sémantiques de cette catégorie avec cependant des contraintes de symétries sur les éléments « signés ».

Du point de vue d'une description, ce seront les éléments I, F et M qui seront le plus souvent présent. Ce sont les termes simple de base. Ce qui revient à pouvoir construire les catégories suivantes : {I}, {F}, {F, I} et {F, M, I}. Ceci justifie donc les trois cas que nous présentons maintenant sachant que les situations à deux propriétés sont les plus rares. Nous retrouvons là les trois propriétés de bases que nous avons appelé « faible » (négative), « moyen » (neutre) et « important » (positive).

5.4.2. Concepts avec une seule propriété

Nous sommes dans le cas où pour un concept C_i , $P_i = \{P_{i1}\}$. L'utilisation du complément logique est ici évidente. Souvent, ce complémentaire peut être nommé en ajoutant au nom de la propriété un des préfixes suivant ([Mul91]) : « im », « in », « dé », « non- »... Ce qui fait que P_i s'écrit alors $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}\}$ avec $P_{i2} \equiv \text{Non-}P_{i1}$. Le traitement de « x n'est pas P_{i1} » donne « x est non- P_{i1} » et réciproquement.

- Exemple : Pour décrire l'organisation des segments dans le plan, on peut définir un concept de densité dont le domaine ne contient que la propriété « dense ».

5.4.3. Concepts avec deux propriétés

Dans certains cas, la direction peut être trouvée à l'aide des notions de *marquage* et d'*antonyme* présentées dans [DSc95], [Mul91] et [Hor89]. Dans un catégorie sémantique, il arrive qu'un des deux termes soit utilisé comme unité sémantique mais aussi comme représentant la catégorie entière. Ce terme est dit *non marqué* car il désigne tantôt l'unité tantôt la catégorie. L'autre terme est dit *marqué*. Généralement, le terme marqué tend à indiquer l'absence du terme non marqué. C'est souvent l'unité négative de la catégorie (l'unité Yin). Par contre, le terme non marqué correspond souvent à l'unité positive (le Yang). Il a une valeur « favorable ».

Supposons qu'un concept C_i soit représenté par deux propriétés $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}\}$. Si l'on suppose que P_{i2} est marqué ou est l'antonyme négatif de P_{i1} , la négation de P_{i1} est alors équivalente à P_{i2} . En ce qui concerne la négation de P_{i2} , on peut utiliser le traitement classique car la relation n'est pas symétrique. Mais, on peut malgré tout utiliser le marquage et considérer que la négation est alors « dirigée » vers P_{i1} (on retrouve cette idée dans [DSc95] et [Mul91]). On en déduit alors un traitement presque classique sauf que les propriétés associées à la négation se trouvent seulement du côté de P_{i1} .

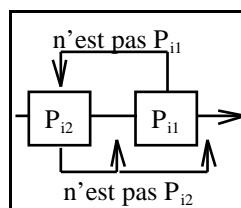


Figure 9. Négation pour un couple de propriétés marquées

- Remarque : Cette solution n'est possible que si l'on introduit la notion de gradation des propriétés du concept ([DSc95]). Cela revient à supposer une relation d'ordre total dans P_i , c'est-à-dire : $P_{i\alpha} \leq P_{i\beta} \Leftrightarrow \alpha \leq \beta$.

5.4.4. Concepts avec trois propriétés

Supposons qu'un concept C_i soit représenté par trois propriétés $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}\}$. Si l'on arrive à déterminer un couple d'antonymes, on les traite comme au paragraphe précédent. La troisième propriété est alors traitée d'une manière standard.

- Exemple : Dans le domaine concernant le nombre de segments dans le plan, on définit aisément le triplet de propriétés suivant {faible, moyen, important}. Si l'on précise que « faible » est l'élément marqué négativement nous avons « n'est pas important » équivalent à « est faible ». Par contre, « n'est pas faible » est une propriété simple, probablement différente de « est important » mais du même côté par rapport à « est faible ».

6. La similarité des propriétés et des sous-ensembles flous

Dans le langage naturel, il est fréquent que des termes ne présentent qu'un certain degré de concordance ou que des objets satisfassent une relation à un certain degré. Il en est ainsi de termes comme « grand » et « petit » ou de la relation « 0.1 et 0.7 sont proches ». La notion d'équivalence classique doit alors être remplacée par une notion pour laquelle la propriété de transitivité doit être supprimée, car contraire à l'intuition humaine de la notion de concordance, et remplacée par une propriété de transitivité affaiblie plus conforme à cette intuition. De nombreux auteurs dont ([Tve77], [BaPi80], [Zad87], [Rusp89], [Pacd92b]) ont apportés des réponses à ce problème à travers le concept de similarité. Nous allons dans cette section introduire le concept proposé dans [Pacd92b]. Il nous permettra à la section 7 d'apporter une solution au problème de la négation linguistique, où nier A voudra dire que l'on se réfère à P « peu » similaire à A.

6.1. Voisinage de valeurs

Introduisons l'implication de Lukasiewicz définie sur $[0, 1] \times [0, 1]$ et à valeurs dans $[0, 1]$:

$$u \rightarrow v = 1 \text{ si } u \leq v \text{ sinon } 1 - u + v.$$

Définition 23. : Définissons dans $[0, 1]$ une relation \mathcal{U}_α de *voisinage à un degré* $\alpha \in [0, 1]$ de la manière suivante :

$$u \text{ est voisin au degré } \alpha \text{ de } v \Leftrightarrow u \text{ est } \alpha\text{-voisin de } v \Leftrightarrow u \mathcal{U}_\alpha v \Leftrightarrow \text{Min} \{ u \rightarrow v, v \rightarrow u \} \geq \alpha.$$

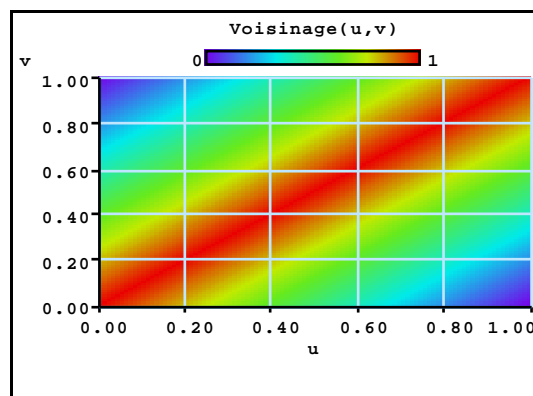


Figure 10 : Voisinage de deux valeurs u et v

- Exemple : La figure ci-dessus illustre bien cette notion de voisinage.

6.2. Voisinage de sous-ensembles flous

On peut maintenant définir la notion d'ensembles flous voisins au degré α .

Définition 24. : Etant donnés deux sous-ensembles flous A et B, A est *voisin au degré α* de B, ou encore *α -voisin* de B, si et seulement si l'on a :

$$A \text{ est } \alpha\text{-voisin de } B \Leftrightarrow A \text{ est } \alpha\text{-voisin de } B \Leftrightarrow \forall x, \mu_A(x) \mathcal{U}_\alpha \mu_B(x).$$

- Remarque : Par définition, le voisinage à un degré α entraîne le voisinage à tout degré $\beta \leq \alpha$.

- Propriétés :

1. Comme A est 1-voisin de A, A α -voisin de A, ceci $\forall \alpha$.
2. Si A est α -voisin de B alors B est α -voisin de A.
3. Si A est α -voisin de B et si B est α -voisin de C, alors on montre facilement que : A est β -voisin de C avec $\beta \leq T(\alpha, \alpha) \leq \alpha$, où T est la T-norme associée à l'implication de Lukasiewicz définie comme-suit : $T(\alpha, \beta) = \text{Max} \{\alpha + \beta - 1, 0\}$

Il apparaît que la relation de voisinage \mathcal{U}_α est réflexive (1), symétrique (2) mais non transitive (3).

- Remarque : La traduction de cette notion de voisinage correspond à la signification qu'elle reçoit dans le sens commun : si elle doit être réflexive et symétrique, la propriété de transitivité doit être remplacée par une « transitivité affaiblie » qui peut dégrader le degré de voisinage lors des propagations.

- Remarque : Le voisinage au degré α est une généralisation de la notion classique d'équivalence. En effet, quand $\alpha = 1$, \approx_1 le voisinage au degré 1 correspond à l'égalité classique.

- Exemple : Une illustration de la notion d'ensembles flous α -voisins en est donnée ci-dessous. Les deux sous-ensembles flous sont au plus 0.37-voisins.

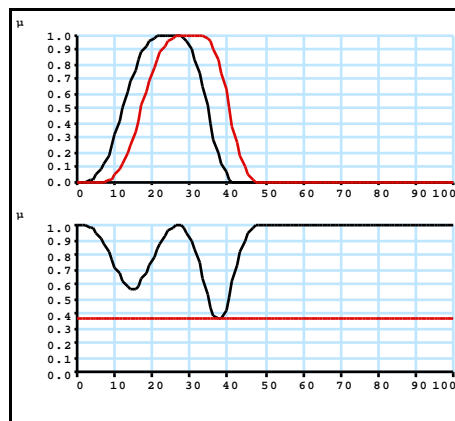


Figure 11 : Courbe des voisinages de deux sous-ensembles flous

- Notation :

$$A \approx_\alpha B \Leftrightarrow A \text{ est } \alpha\text{-voisin de } B \Leftrightarrow A \text{ et } B \text{ sont } \alpha\text{-voisins} \Leftrightarrow \forall x, \mu_A(x) \mathcal{U}_\alpha \mu_B(x).$$

- Remarque : Il résulte de la définition que l'on a :

$$A \approx_{\alpha} B \Leftrightarrow \text{Min}_x \{ \text{Min} \{ \mu_A(x) \rightarrow \mu_B(x), \mu_B(x) \rightarrow \mu_A(x) \} \} \geq \alpha.$$

6.3. Similarité symbolique des sous-ensembles flous

Nous pouvons maintenant définir la notion de similarité d'ensembles flous.

Définition 25. : Etant donnés deux sous-ensembles flous A et B, on dira que A est δ -similaire à B si et seulement si :

$$A \text{ est } \delta\text{-similaire à } B \Leftrightarrow A \sigma_{\delta} B \Leftrightarrow \delta = \text{Max} \{ \alpha \mid A \approx_{\alpha} B \}.$$

Dans le contexte linguistique qui est le nôtre, nous allons introduire une *similarité symbolique* en réalisant une partition de l'intervalle [0, 1]. Nous avons retenu la partition suivante :

$$\mathfrak{I}_7 = \{ I_1, I_2, \dots, I_7 \} = \{ [0, 0],]0, 0.25],]0.25, 0.33],]0.33, 0.66[, [0.66, 0.75[, [0.75, 1[, [1] \}.$$

A chaque intervalle I_i associons une *expression linguistique* E_i définissant un *ensemble ordonné* \mathfrak{T}_7 :

$$\mathfrak{T}_7 = \{ \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7 \} = \{ \text{pas du tout, très peu, assez peu, moyennement (ou } \emptyset \text{), assez, très, tout à fait} \}$$

- Remarque : Signalons qu'il s'agit ici d'un choix personnel. Il semble satisfaisant, en ce sens que les résultats qui suivent semblent assez conformes à l'intuition humaine.

Définition 26. : Etant donné deux sous-ensembles flous A et B tels que $A \sigma_{\alpha} B$, on dira que :

$$A \text{ est } \theta_i\text{-similaire à } B \Leftrightarrow A \text{ et } B \text{ sont } \theta_i\text{-similaires} \Leftrightarrow \{ A \sigma_{\alpha} B \text{ et } \alpha \in I_i \}.$$

- Exemple : Dans l'exemple précédent, on obtient un résultat plutôt conforme à l'intuition humaine, à savoir que les deux sous-ensembles flous moyennement similaires.

- Convention : Dorénavant lorsqu'il s'agira de similarité le terme « faiblement » recouvrira les termes « pas du tout », « très peu » ou « assez peu » et le terme « fortement » recouvrira lui « moyennement », « assez », « très » ou « tout à fait ».

- Remarques :

1. Dans la définition 21, l'énoncé « x est A » recouvre linguistiquement les énoncés « x est $f_{\alpha}A$ » avec $f_{\alpha} \in G_1$. On vérifie aisément que les ensembles flous associées $f_{\alpha}A$ sont *fortement similaires* à A. De même, ceux de G_2 sont *faiblement similaires* à A.

2. Dans la définition 22 interviennent :

- des énoncés du type « x est $m_{\alpha}A$ » où $m_{\alpha} \neq \emptyset$ et compatible avec les modificateurs de A. On peut vérifier que les ensembles flous $m_{\alpha}A$ sont *faiblement similaires* à A,
- et des énoncés du type « x est $f_{\chi}B$ » avec B une propriété simple du même domaine que A, $B \neq A$ et $f_{\chi} \in F_Q$. On ne peut pas conclure a priori.

Dans tout ce qui va suivre, les illustrations seront faites en prenant comme domaine le concept « nombre de points d'intersections » auquel sont attachés les propriétés « faible », « moyen » et « important » (Cf. Figure 1). Les figures ci-dessous mettent en évidence la similarité pour les énoncés les plus simples, à savoir « x est $f_{\alpha}A$ », « x est $m_{\alpha}A$ » et « x est $f_{\alpha}m_{\beta}B$ » lorsque A = « faible ». La couleur bleue indique une similarité faible et la rouge une similarité forte.

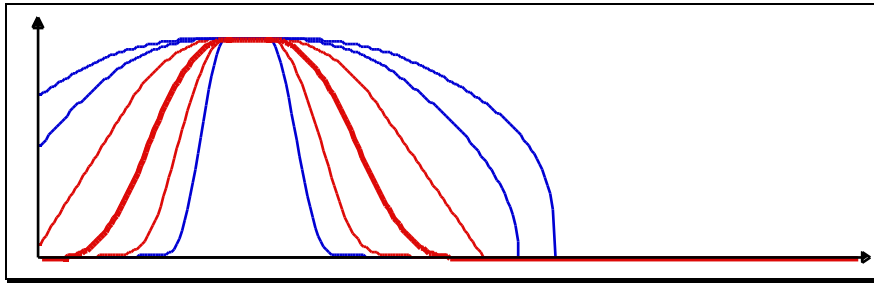


Figure 12 : Propriétés ζ assez similaires $\square A$ de la forme $\zeta f_\alpha A \hat{E}$

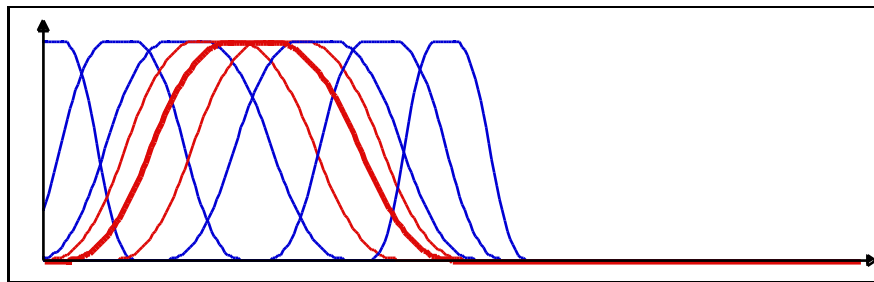


Figure 13 : Propriétés ζ assez similaires $\square A$ de la forme $\zeta m_\alpha A \hat{E}$

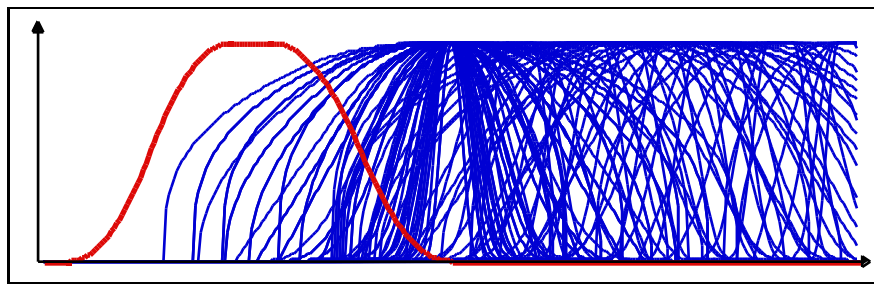


Figure 14 : Propriétés ζ assez similaires $\square A$ de la forme $\zeta f_\alpha m_\beta P \hat{E} P \neq A$

7. Similarité et négation linguistique d'un énoncé

Nous allons proposer ici une procédure de recherche des solutions traduisant la négation linguistique de l'énoncé simple « x est A » dont l'interprétation a été donnée au § 5.2. Elle va reposer sur les notions de voisinage et de similarité introduites au paragraphe précédent. Les critères retenus vont être fondés sur une présentation intuitive des conditions implicitement posées lorsque le locuteur nie un énoncé sous la forme « x n'est pas A ». Les choix intuitifs retenus ici correspondent assez bien avec ce que souhaitent les linguistes comme interprétation du sens commun.

On pourra noter que les exemples traités donnent des solutions cohérentes avec celles que donnerait l'intuition humaine en utilisant les modificateurs et opérateurs flous que nous avons retenus.

Il est évident qu'il s'agit encore que d'une première approche de la négation car notre étude est ici limitée aux propriétés simples.

7.1. Une approche intuitive de la négation

[I1] : Pour un locuteur, énoncer que « x n'est pas A », signifie déjà qu'il rejette toutes les *significations implicites* contenues dans l'énoncé « x est A ».

- Exemple : En disant que « x n'est pas faible » le locuteur exclut de se référer à « x est faible » et « x est vraiment faible » et « x est plus ou moins faible ».

[I2] : Pour un locuteur, énoncer que « x n'est pas A » signifie aussi que *globalement* il se réfère à un concept P (du même domaine que A) « assez » différent de A, ou encore « faiblement » similaire à A car pour lui « x est P » est l'interprétation à retenir.

- Exemple : Le locuteur précédent pense à une propriété comme « moyen », « important » ou « très faible » lorsqu'il nie la propriété « faible ».

[I3] : Parmi les énoncés « x est P » fournis par les conditions précédentes comme interprétations possibles de « x n'est pas A », le locuteur retient une propriété P telle que *localement*, chaque fois que la « véracité », ou la « force », de l'énoncé « x est P » est élevée celle de « x est A » est faible, et inversement. Il veut traduire une similarité locale faible.

- Exemple : Ainsi, pour tout x satisfaisant l'énoncé « x n'est pas faible » à un degré « fort » élevé, le locuteur précédent signifie en plus que x satisfait « x est faible » à un degré « très peu » élevé.

[I4] : Un locuteur fonde en général la construction de ses négations sur un *principe de simplicité* en vertu duquel, « x n'est pas A » a pour traduction « x est P » où P est en général une propriété *construite de façon simple* à partir d'une propriété du domaine.

- Exemple : En disant que « x n'est pas faible », notre locuteur pense plutôt à « x est moyen » ou « x est assez important » plutôt qu'à « x est vraiment extrêmement peu moyen » ou « x est plus ou moins très peu important ».

[I5] : Lorsque le domaine contient des propriétés autres que A, le locuteur se réfère en général à une propriété P (si elle existe) distincte de A.

- Exemple : Ainsi, « x n'est pas faible » sera plutôt construit à partir de la propriété « moyen » ou de la propriété « important ».

[I6] : Dans certains cas, un principe de *combinaison des simplicités* doit être appliqué pour construire P à l'aide d'énoncés simples reliés par des connecteurs linguistiques.

- Exemple : Ainsi, en présence d'informations réduites, par l'énoncé « x n'est pas faible » le locuteur veut signifier que « x est très moyen » ou « x est assez important ».

7.2. Une formalisation plausible de la négation linguistique

Nous allons proposer ici une formalisation plausible des conditions présentées au paragraphe précédent. Elle va reposer essentiellement sur les notions de similarité de sous-ensembles flous et de voisinage de degrés d'appartenance à deux sous-ensembles flous présentées au § 6.2 et 6.3. Dans ce contexte, nous allons donner une interprétation formelle plausible [Ci] de la définition intuitive de la négation linguistique. Le seuil ρ que nous avons introduit représente pour un locuteur, le degré minimal auquel il présuppose qu'un objet x satisfait une propriété A lorsque énonce que « x est (ou n'est pas) A ». L'échelle symbolique des degrés de similarité utilisée est celle qui a été proposée au § 6.3

Définition 27. Un énoncé « x est P » est une *interprétation plausible* de l'énoncé « x n'est pas A » si la propriété P satisfait les conditions suivantes :

[C1] : **Rejet des interprétations implicites de l'énoncé « x est A »**

$$\forall f_\alpha \in G_1, P \neq f_\alpha A.$$

[C2] : **Faible similarité globale des propriétés**

P, du même domaine que A, est θ_i -similaire à A avec $\theta_i < \text{moyennement} (\emptyset)$.

[C3] : **Faible voisinage local des degrés d'appartenance proches de 1**

Pour ρ^* donné tel que $\rho^* \geq \rho$, on a : $\forall x, ((\mu_A(x) = \xi \geq 0.67 + \rho^*) \Rightarrow (\mu_P(x) \leq \xi - 0.67))$.

[C3'] : Faible voisinage local des degrés d'appartenance proches de 1

Pour ρ^* donné tel que $\rho^* \geq \rho$, on a : $\forall x, ((\mu_P(x) = \xi \geq 0.67 + \rho^*) \Rightarrow (\mu_A(x) \leq \xi - 0.67))$.

La condition [C1] (traduction de [I1]) résulte de l'interprétation linguistique de « x est A » présentée au § 5.2. Le concept de similarité des sous-ensembles flous (§ 6.3) a été conçu pour bien traduire la force de la concordance entre deux ensembles flous : si elle est peu élevée la concordance est assez faible. La condition [C3] se contente de traduire la « force » des énoncés en termes de voisinage des degrés d'appartenance. Les valeurs ont été choisies de telle sorte que le degré de voisinage soit dans ce cas inférieur à 0.33, borne supérieure du degré de similarité θ_3 (assez peu). En effet, sans ces conditions on a déjà $\mu_P(x) \rightarrow \mu_A(x) = 1$.

D'autre part, l'hypothèse faite est telle que l'on a en outre : $\mu_A(x) \rightarrow \mu_P(x) \leq \xi \rightarrow (\xi - 0.67) = 1 - \xi + (\xi - 0.67) = 0.33$. En d'autres termes, il s'agit d'une condition locale de faible similarité pour les valeurs très significatives par le biais d'un faible voisinage local. Les conditions [C3] et [C3'] viennent donc renforcer les effets de la condition [C2]. Elles permettent de réaliser une similarité globalement faible au niveau des propriétés et localement faible au niveau des valeurs les plus significatives. Notons encore que $(\mu_A(x) = 1) \Rightarrow (\mu_P(x) \leq 0.33)$.

- Exemple 1 : Supposons que dans le domaine du « nombre de points d'intersections » il n'y a que la propriété « faible ». Pour l'énoncé « x n'est pas faible », parmi les 100 énoncés simples existants dans ce domaine, nous obtiendrons alors 0 solution plausible avec $\rho^* = 0.1, 0.2$ et 3 solutions plausibles avec $\rho^* = 0.3$. Il s'agit de « vraiment extrêmement faible », « extrêmement faible » et « exactement extrêmement faible ». Dans le contexte qui est le nôtre, les opérateurs et les modificateurs sont utilisés pour nuancer les descriptions des scènes. Il semble que le sens commun accepte une de ces trois nuances comme interprétations plausibles de la propriété « x n'est pas faible ». En d'autres termes, la valeur $\rho^* = 0.3$ apparaît conforme au sens commun, en ce sens que même dans ce contexte simple, la négation linguistique est un équivalent affirmatif.

- Exemple 2 : Revenons maintenant aux trois propriétés « faible », « moyen » et « important ». L'énoncé « x n'est pas faible » admet alors plus de 160 solutions plausibles sur les 400 énoncés simples existants dans ce domaine. Ces nombres peuvent sembler élevés mais il faut garder à l'esprit que les processus de construction des formules présentés aux § 5.2 et § 5.3 conduisent à un grand nombre d'énoncés de type simple. Les figures ci-dessous donnent l'ensemble des solutions plausibles de « x n'est pas A » pour les valeurs $\rho^* = 0.1, 0.2$ et 0.3 . Dans les 3 cas, on trouve parmi les solutions de nombreuses nuances des propriétés « moyen » et « important » par modificateurs ou opérateurs, ce qui semble conforme à ce que peut en attendre l'intuition humaine. Par contre, seul le seuil 0.3 propose comme négations plausibles des propriétés dérivées de « faible ». Il s'agit encore de « vraiment extrêmement faible », « extrêmement faible » et « exactement extrêmement faible ».

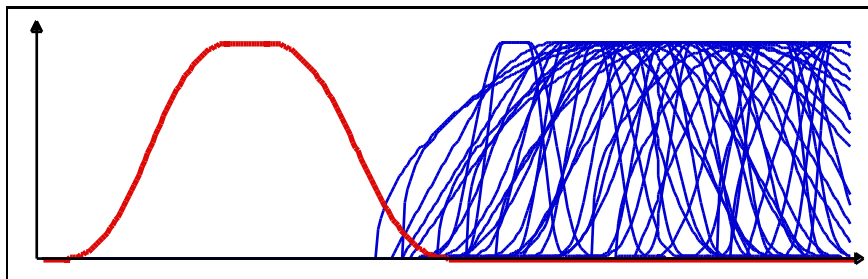


Figure 15 : Ensembles des solutions pour «Ç n'est pas faible» avec $\rho^* = 0.1$

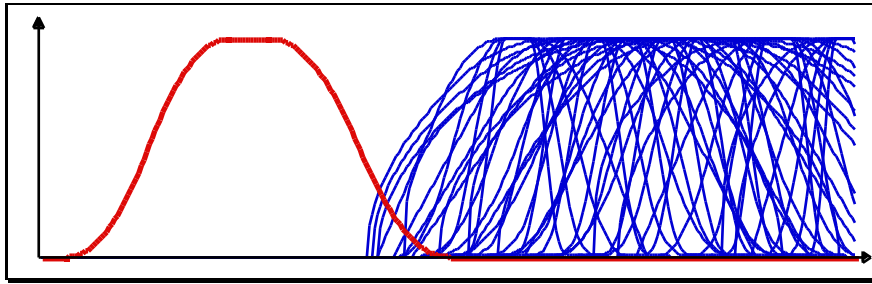


Figure 16 : Ensembles des solutions pour $\zeta n \tilde{\text{est pas faible}} \tilde{E}$ avec $\rho^* = 0.2$

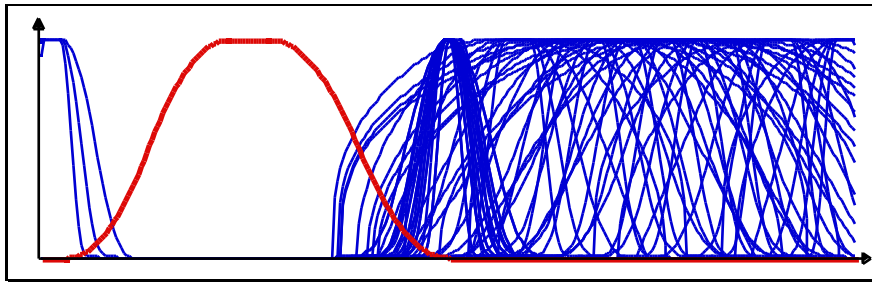


Figure 17 : Ensembles des solutions pour $\zeta n \tilde{\text{est pas faible}} \tilde{E}$ $\rho^* = 0.3$.

Dans ce qui suit, nous supposons donc que l'on a déterminé pour chaque concept C_i , la valeur minimale de ρ^* permettant d'obtenir des négations postulées comme plausibles dérivées de l'énoncé initial « x est A ».

Dans l'exemple utilisé pour illustrer nos résultats, nous avons postulé cette possibilité. C'est pourquoi nous retiendrons la valeur $\rho^* = 0.3$.

7.3. Une stratégie de choix parmi les solutions plausibles

Dans le contexte de modélisation déclarative en synthèse d'images, le concepteur va choisir parmi les solutions plausibles. Nous allons lui proposer au les solutions plausibles trouvées en nous fondant sur les condition [I4] et [I5].

- Stratégie de choix des solutions.

Les énoncés « x est P », interprétations plausibles de l'énoncé « x n'est pas A », sont proposés après application des principes suivants :

[S1] : Principe de similarité équivalente

On regroupe d'abord dans une même famille les énoncés « x est P » ayant le même degré de similarité linguistique avec « x est A ».

[S2] : Principe de préférence

Dans une famille, on regroupe en tête par sous-familles les solutions construites à partir de chaque propriété P distinct de A (si un tel P existe). La dernière sous-famille comprend celles construites à partir de A.

[S3] : Principe de simplicité

On ordonne chaque sous-famille dans l'ordre croissant de complexité de leur obtention, c'est-à-dire le nombre d'opérateurs et modificateurs flous utilisés.

[S4] : Principe de similarité croissante

On examine alors les familles dans l'ordre croissant des degrés de similarité des familles. Pour une famille donnée, on fournit dans l'ordre croissant, les solutions de toutes les sous-familles ayant le même degré de complexité.

- Exemples (avec $\rho^* = 0.3$) : Dans les deux cas présentés, toutes les solutions plausibles sont dans une seule famille dont le degré de similarité est « pas du tout » similaire. En vertu de ce principe de simplicité, pour « x n'est pas faible », on propose :

- Cas 1 - les trois seules solutions plausibles, à savoir « x est extrêmement faible », « x est vraiment extrêmement faible » et « x est exactement extrêmement faible » seront d'abord proposées.
- Cas 2 - d'abord 13 énoncés du type « x est m_x moyen » ou « x est m_x important » suivies des trois solutions précédentes.

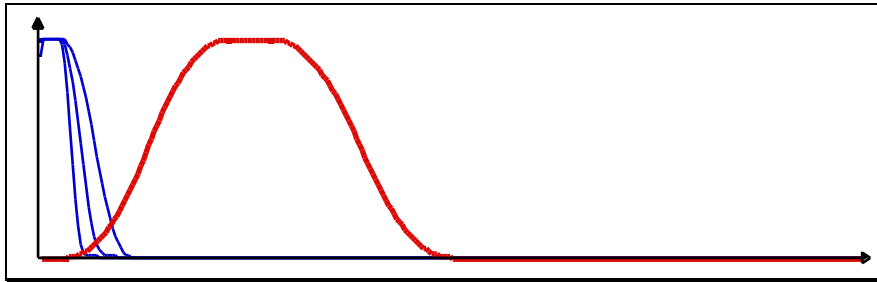


Figure 18 : Solutions de la forme $\zeta f_x m_\beta A \grave{E}$ avec $\rho^* = 0.3$

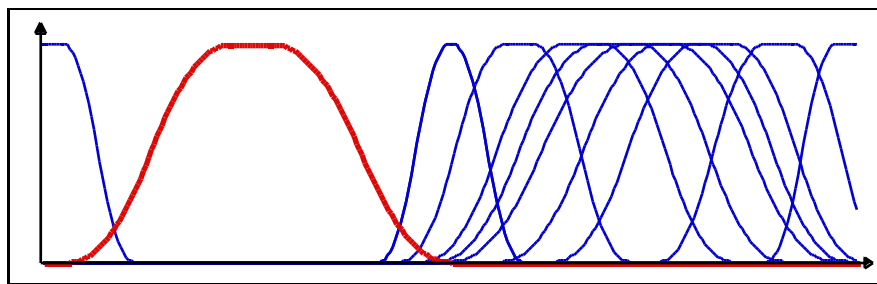


Figure 19 : Solutions de la forme $\zeta m_\beta P \grave{E}$ avec $\rho^* = 0.3$

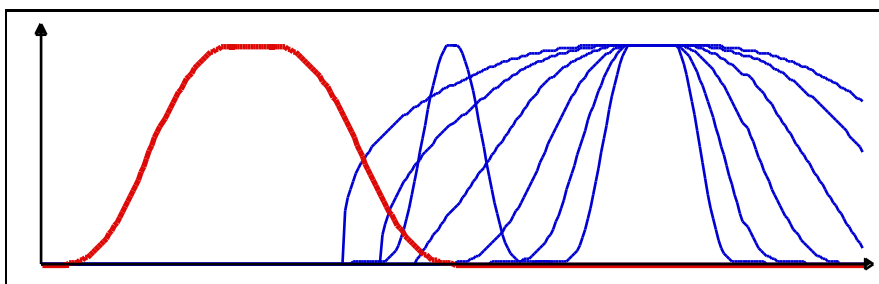


Figure 20 : Solutions de la forme $\zeta f_x P \grave{E}$ avec $\rho^* = 0.3$

- Remarque : On ne peut pas dégager de règle générale donnant les plus simples solutions. En particulier l'obtention des 6 solutions « x est m_x B » n'est pas automatique car elle est liée à la sémantique des propriétés mises en jeu.

- Remarque : En général le concepteur fera son choix dans ces premières propositions. Ainsi, dans le deuxième exemple, le choix se fera parmi 20 solutions simples sur un total de 70 solutions plausibles.

- Remarque : Notre méthode peut être présentée comme une généralisation de l'approche linguistique pure présentée au § 5.4. En effet, elle ne porte plus sur des propriétés précises mais sur des propriétés nuancées. En outre, elle cherche à fournir au locuteur un outil d'aide à la recherche de la négation. En effet, lorsqu'il existe l'antonyme négatif de A sera dans les solutions plausibles. Par contre, lorsque celui-ci n'existe pas notre modèle aide le locuteur à expliciter sa négation dans le domaine choisi.

7.4. Négation linguistique et sens commun

Signalons que notre approche conduit à deux propriétés que le sens commun attache à la négation.

- Propriété 1 : La double négation n'est pas l'affirmation.

Notre interprétation linguistique de la négation se présente comme un affaiblissement de la négation logique, en ce sens que la double négation n'est pas équivalente à l'énoncé initial. En effet, nier P solution plausible de nier A, ne conduit pas en général à A qui n'est alors qu'une des solutions plausibles de nier P. On respecte ainsi une des propriétés importantes que le sens commun attache à la négation : la double négation n'est pas l'affirmation.

- Propriété 2 : « x n'est pas A » n'est pas explicitement défini à partir de « x est A ».

Notre approche respecte un autre prérequis concernant la négation linguistique : à l'opposé de l'approche logique (le « non A » en logique booléenne, multivalente) la connaissance par le système de l'information « x est A » ne définit pas de façon précise et explicite l'information « x n'est pas A ». Comme nous l'avons proposé ci-dessus, c'est le locuteur qui doit choisir l'énoncé « x est P » qu'il considère comme son équivalent pour le concept sous-jacent. Notre approche se présente donc comme un *outil d'aide à la traduction linguistique* de « x n'est pas A ».

7.5. L'instanciation de « x n'est pas A »

Les outils proposés permettent de représenter linguistiquement des énoncés du type « x n'est pas A » où A est une propriété simple et x est un variable libre. Le concepteur peut ainsi utiliser la propriété « le nombre x de segments n'est pas très élevé » : au stade de la description de la scène il s'agit d'une variable libre x. Le système proposé génère les solutions plausibles au problème.

A ce niveau, une réponse n'est pas encore fournie à l'instanciation des énoncés de ce type. Lorsque le concepteur dans une description de mégalithes dit que « le menhir a n'est pas grand » et « le menhir b n'est pas grand », cela peut traduire le fait que « a est assez moyen » et « b est très petit ». Il apparaît que lors des instanciations « a » de la variable x dans « x n'est pas A », la propriété implicitement invoqué par l'énoncé « a n'est pas A » est donc une des propriétés plausibles dépendant de l'instance a, notée P_a . Ainsi donc la proposition « a n'est pas A » se traduit par « a est P_a », sachant que P_a est une des solutions plausibles fournies par la stratégie précédente. Le système proposé permet donc au concepteur d'instancier l'énoncé « x n'est pas A » : à chaque instanciation nécessaire il choisira la propriété P_a adaptée à l'instance « a ».

8. Exemple de synthèse

Pour terminer, nous allons prendre un autre exemple de description où l'on met en évidence une utilisation de la gestion linguistique de la négation.

La description est la suivante :

1. Il y a vraiment peu de segments verticaux (le nombre de verticales est vraiment faible) et très peu de segments horizontaux (le nombre d'horizontales est très faible) (Figures 21 puis 22).
2. Le recouvrement est assez long (la longueur de recouvrement est assez importante) (Figure 23).
3. Le degré moyen de recouvrement n'est pas extrêmement important (je sous-entends : il est moyen) (Figure 24).
4. Il n'y a pas beaucoup de parallèles, c'est-à-dire qu'il y en a assez peu (Figure 25).

Nous allons regarder des exemples de scènes obtenues lors de l'application successive de ces différentes descriptions. En même temps, nous visualiserons leur fonction d'appartenance (en épais la fonction utilisée et en mince la propriété de base) ainsi que le traitement éventuel des négations.

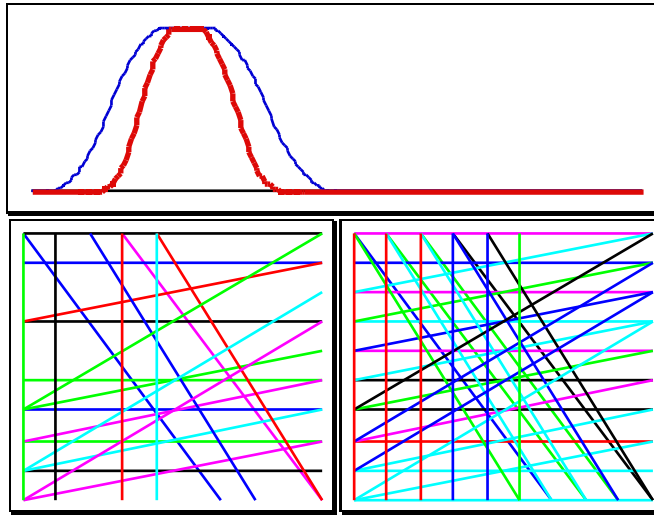


Figure 21. Scènes répondant à la description C Le nombre de verticales est vraiment faible E

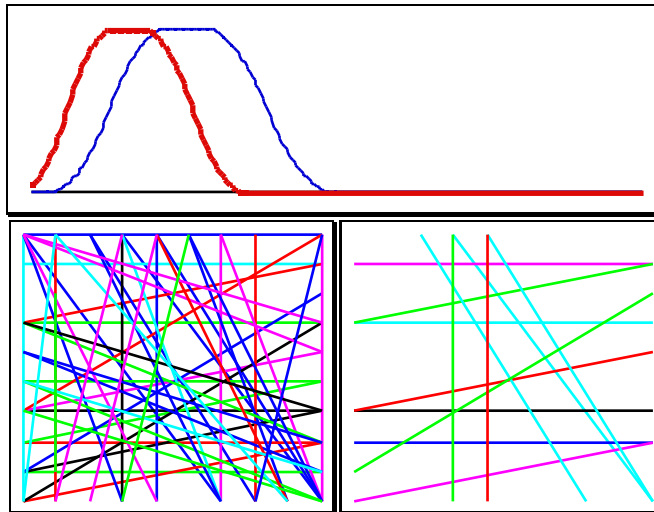


Figure 22. Scènes répondant à la description C Le nombre de segments verticaux est très faible E

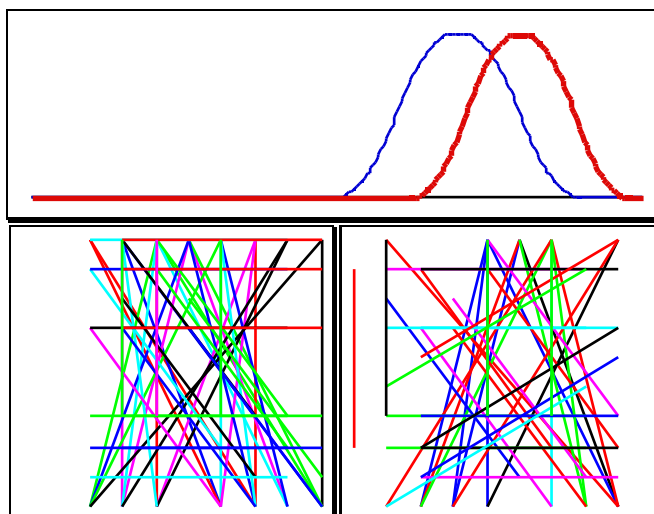


Figure 23. Scènes répondant à la description C La longueur de recouvrement est assez importante E

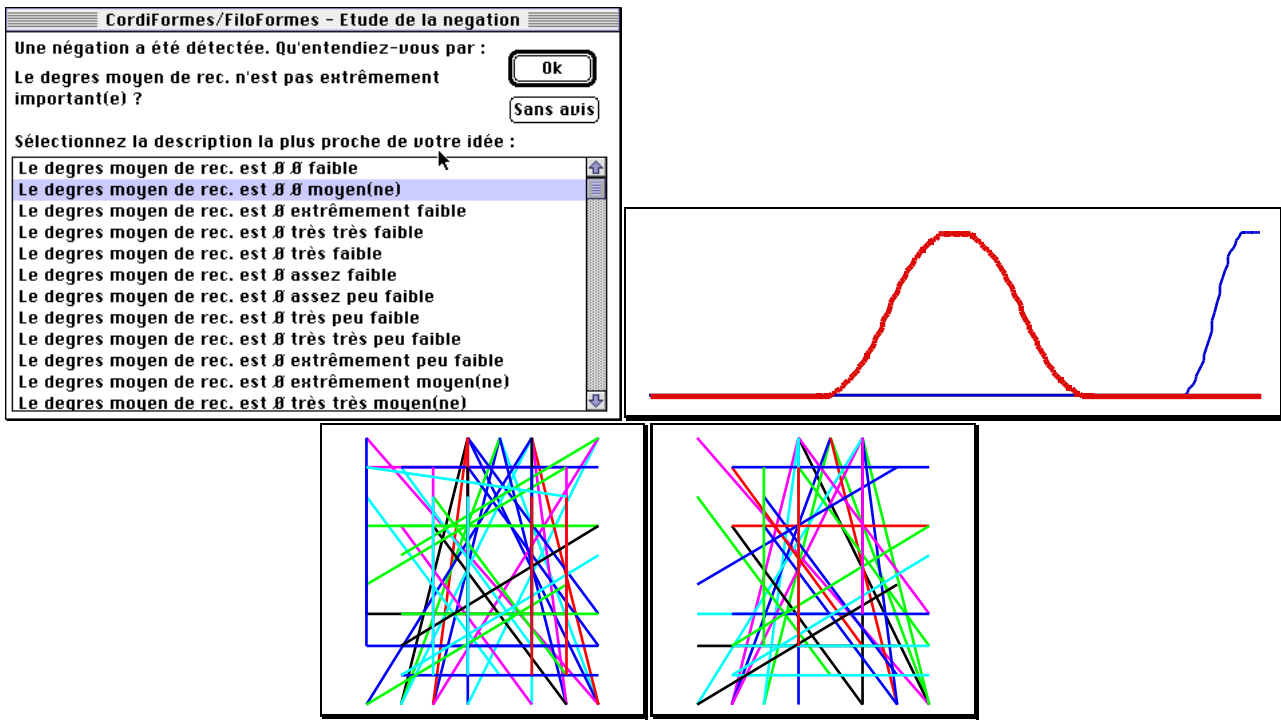


Figure 24. Scènes répondant à la description «Le degré moyen de recouvrement n'est pas extrêmement important» ou «Le degré moyen de recouvrement est moyen»

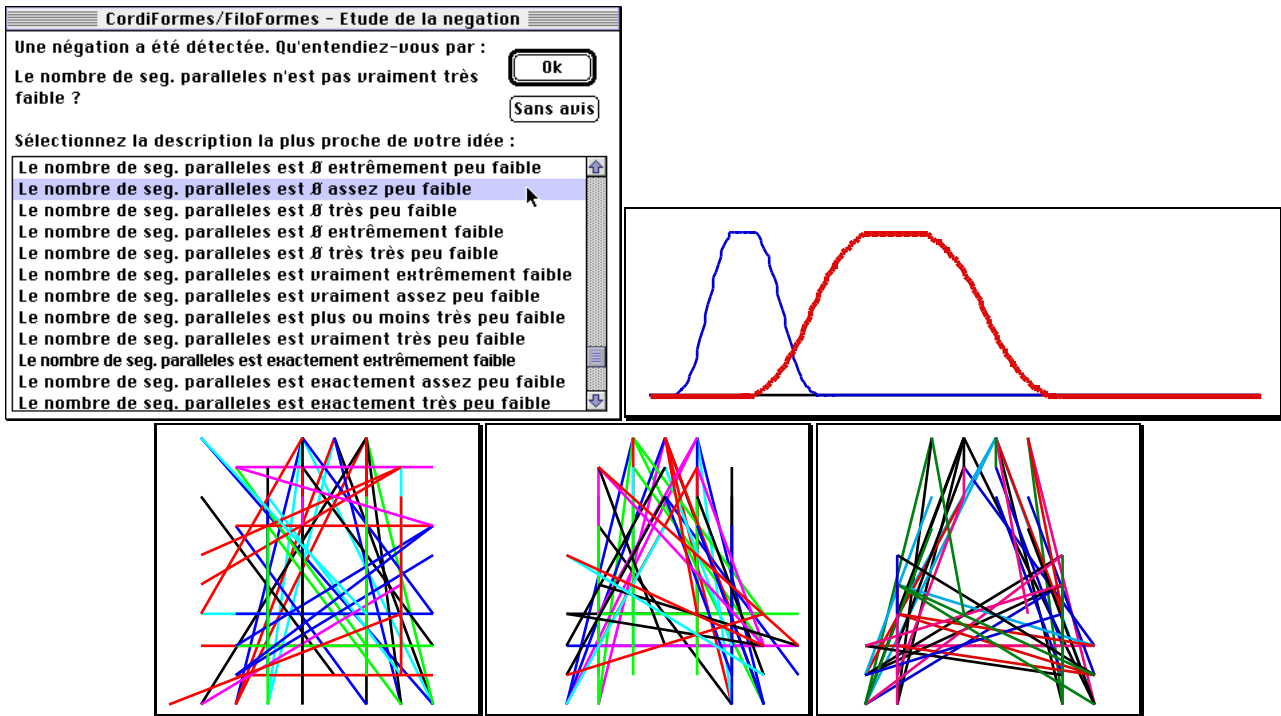


Figure 25. Scènes répondant à la description «La proportion de parallèles n'est pas vraiment très faible» ou «La proportion de parallèles est assez peu faible»

9. Conclusion

Nous avons étudié un des aspects fondamentaux de la modélisation déclarative, à savoir la formalisation des propriétés, et ceci lorsqu'elles se réfèrent à des concepts imprécis ou vagues. Le cadre formel de la modélisation proposée a été construit à l'aide de modificateurs ou d'opérateurs flous définis sur des ensembles flous. Tout en restreignant notre étude à des propriétés simples, il apparaît clairement que le modèle proposé peut contribuer au développement formel de la modélisation

déclarative en synthèse d'images dans un contexte d'informations imprécises ou vagues évaluées de façon quantitative ou qualitative.

Nous avons aussi proposé une nouvelle méthode pour interpréter la négation dans une description. Cette interprétation linguistique basée sur la similarité propose un certain nombre de solutions plausibles à la négation d'une propriété simple parmi lesquelles le locuteur choisi éventuellement la propriété qu'il sous-entend.

Tous ces éléments ont été évalués à travers l'application FiloFormes et feront partie intégrante du futur noyau déclaratif du projet CordiFormes.

10. Bibliographie

- [BaPi80] J.F. Baldwin, B.W. Pilsworth, "Axiomatic approach to implication for approximate reasoning with fuzzy logic", *Fuzzy Sets and Syst.* 3, 1980, pp. 193-219
- [BFo91] E. Benoît, L. Foulloy, "Symbolic Sensors", AIMaC'91, Kyoto, 1991, pp 131-136
- [Bou93] B. Bouchon-Meunier, "*La logique floue*", PUF, Coll. Que sais-je, 1993
- [Bro43] V. Brondal, "*Essais de linguistique générale*", Copenhague, 1943
- [Bro48] V. Brondal, "*Les parties du discours : Etude sur les catégories linguistiques*", Copenhague, 1948
- [Chau94] D. Chauvat, "Le projet VoluFormes : un exemple de modélisation déclarative avec contrôle spatial", Thèse de doctorat, Nantes, Décembre 94
- [Col92] C. Colin, "Les propriétés dans le cadre d'une modélisation géométrique déclarative", MICAD 92, Paris, 1992, pp. 75-94
- [Des95] E. Desmontils, "Formalisation des propriétés en modélisation déclarative à l'aide des sous-ensembles flous", Rapport de recherche IRIN-106, Nantes, Décembre 1995
- [Des96] E. Desmontils, "Une formalisation des propriétés en modélisation déclarative à l'aide des ensembles flous", 3IA'96, Limoges, 1996, pp. 87-105
- [Dje91] N. Djedi, "Modélisation en synthèse d'images : utilisation d'une méthodologie déclarative", Thèse de doctorat, Toulouse, Novembre 1991
- [DPr93] D. Dubois, H. Prade, "Ensembles flous, raisonnement et décision", Rapport IRIT/93-52-R, Toulouse, Décembre 1993
- [DSc95] O. Ducrot, J.-M. Schaeffer et al., "*Nouveau dictionnaire encyclopédique des sciences du langage*", Editions du Seuil, Paris, 1995
- [Hje35] L. Hjelmslev, "La catégorie des cas (1)", *Acta Jutlandica*, 1935
- [Hje37] L. Hjelmslev, "La catégorie des cas (2)", *Acta Jutlandica*, 1937
- [Hor89] L. R. Horn, "*A Natural History of Negation*", The University of Chicago Press, Chicago, 1989
- [LDe96] M. Lucas, E. Desmontils, "Les modeleurs déclaratifs", *Revue Internationale de CFAO et Infographie*, volume 10, n°6/1995, 1996, pp. 559-585
- [LMM89] M. Lucas, D. Martin, P. Martin et D. Plemenos, "Le projet ExploFormes : quelques pas vers la modélisation déclarative de formes", Journées AFCET-GROPLAN, Strasbourg, 1989, publié dans *BIGRE*, n° 67, janvier 1990, pp. 35-49

- [Luc93] M. Lucas, "Conception assistée par ordinateur et modélisation déclarative de formes", Colloque PRIMECA, Châtenay-Malabry, Novembre 1993, pp. 93-98
- [Luc94] M. Lucas, "A propos de la notion de complexité d'un ensemble de segments de droites dans le plan", Rapport de Recherche IRIN-45, Janvier 1994.
- [MBF96] G. Mauris, E. Benoît, L. Foulloy, "Fuzzy sensors : an overview", A paraître dans Fuzzy Set Methods in Information Engineering : A Guided Tour of Application, John Wiley, 1996
- [Mul91] C. Muller, "*La négation en français*", Publications romanes et françaises, Genève, 1991
- [Pacd92a] D. Pacholczyk, "A new Approach to Vagueness and Uncertainty", CC-AI, Vol 9, Nu 4, 1992, pp. 395-436
- [Pacd92b] D. Pacholczyk, "Contribution au traitement logico-symbolique de la connaissance", Thèse d'état, Paris6, 1992.
- [Paj94] L. Pajot-Duval, "Modélisation déclarative de configurations de segments de droite : le projet FiloFormes", Thèse de doctorat, Nantes, Juin 1994
- [Oft94] Observatoire français des techniques avancées, "*Logique floue*", Masson, Paris, 1994
- [Rusp89] E.H. Ruspini, "The Semantics of vague knowledge", Revue internationale de Systémique 3 (4), 1989, pp. 38-420
- [Sch81] P. Scheffe, "On foundations of reasoning with uncertain facts and vague concepts", dans "fuzzy reasoning and its applications", 1981, pp. 189-216
- [Ton95] J.-R. Tong-Tong, "*La logique floue*", Hermès, Paris, 1995
- [Tve77] A. Tversky, "Features of Similarity", Psychological Review, 1977, pp. 4-84
- [Zad65] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets, Information and Control", vol. 8, 1965, pp. 338-353
- [Zad87] L. A. Zadeh, "Similarity relations and Fuzzy ordering. Selected Papers of L.A. Zadeh", 3 (4), 1987, pp. 387-420