



**HAL**  
open science

## Détection et suivi de structures déformables en mouvement, application à la météorologie

Dominique Béréziat

► **To cite this version:**

Dominique Béréziat. Détection et suivi de structures déformables en mouvement, application à la météorologie. Modélisation et simulation. Université de Paris-Sud, 1999. Français. NNT: . tel-01336443

**HAL Id: tel-01336443**

**<https://inria.hal.science/tel-01336443>**

Submitted on 23 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD  
U.F.R. SCIENTIFIQUE PARIS XI ORSAY

## THÈSE

*pour l'obtention du titre de*

DOCTEUR EN SCIENCES

*Spécialité:*

Mathématiques Appliquées au Traitement de l'Image

*présentée et soutenue publiquement*

*le 14 octobre 1999 par*

**Dominique Béréziat**

Titre

# DÉTECTION ET SUIVI DE STRUCTURES DÉFORMABLES EN MOUVEMENT, APPLICATION À LA MÉTÉOROLOGIE

Jury

*Président*

**Christine Graffigne**

*Rapporteurs*

**Laurent Cohen**

**Fabrice Heitz**

*Examineurs*

**Isabelle Herlin**

**Laurent Younes**

**Elisabeth Gassiat-Granier**



# Remerciements

Je voudrais d'abord remercier chaleureusement tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait : Mme Christine Graffigne qui a présidé le jury, M.M. Laurent Cohen et Fabrice Heitz, rapporteurs de cette thèse, pour leurs précieuses remarques et commentaires. M. Laurent Younes, Mme Isabelle Herlin et Mme Elizabeth Gassiat-Granier, examinateurs de cette thèse.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Laurent Younes qui a assuré la direction scientifique de cette thèse et qui a été mon directeur de thèse.

Mes pensées vont à Isabelle Herlin qui m'a toujours soutenu. Je la remercie pour son chaleureux accueil au sein du projet AIR à l'INRIA où j'y ai trouvé un formidable cadre de travail.

Je remercie également l'ensemble des personnes du projet AIR avec lesquelles j'ai trouvé amitiés et échanges scientifiques très stimulants.

Enfin, je tiens à remercier tous mes proches : ma femme, mes amis, ma famille et en particulier mon père qui m'a donné le goût des sciences et m'a aidé dans les moments difficiles.



À mes parents,  
à Christelle,  
à Dorian.



---

# Table des matières

---

---

<b>Table des matières</b>	<b>1</b>
<b>Table des figures</b>	<b>5</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>9</b>
1.1 Cadre de l'étude et présentation méthodologique . . . . .	9
1.2 Plan du document . . . . .	12
<b>2 Application traitée : déformation sur les images météorologiques</b>	<b>15</b>
2.1 Acquisition . . . . .	15
2.1.1 Satellites . . . . .	16
2.1.2 Capteurs . . . . .	18
2.1.3 Acquisition des données . . . . .	23
2.2 Enjeux . . . . .	29
2.2.1 Les problèmes météorologiques et les images . . . . .	30
2.2.2 Structures d'intérêt . . . . .	30
2.2.3 Problématiques météorologiques abordées . . . . .	36
2.3 Propriétés utilisables sur les images . . . . .	37
2.3.1 Modélisation d'un vortex . . . . .	37
2.3.2 Images infrarouges . . . . .	39
2.3.3 Comparaison des images infrarouges et densité de vapeur d'eau	43
2.3.4 Données concernant les nuages tropicaux . . . . .	45
2.4 Conclusion . . . . .	45

---



---

<b>3</b>	<b>Segmentation statique</b>	<b>47</b>
3.1	Modèles markoviens . . . . .	47
3.1.1	État de l'art . . . . .	47
3.1.2	Introduction sur les champs Markoviens . . . . .	48
3.2	Informations utilisables et conception du modèle . . . . .	51
3.3	Étude du modèle de segmentation spatiale . . . . .	52
3.3.1	Description du modèle . . . . .	52
3.3.2	Estimation des paramètres . . . . .	57
3.3.3	Fonctionnement de l'algorithme . . . . .	58
3.4	Résultats de l'algorithme . . . . .	59
3.4.1	Amélioration du modèle . . . . .	62
3.5	Comparaison du modèle de segmentation avec les contours actifs . . . . .	66
3.6	Conclusion . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Estimation du mouvement sans modèle a priori</b>	<b>69</b>
4.1	État de l'art . . . . .	69
4.1.1	Méthodes qualitatives de détection de mouvement . . . . .	69
4.1.2	Méthodes de corrélation . . . . .	70
4.1.3	Flot optique . . . . .	71
4.1.4	Méthodes paramétriques . . . . .	76
4.1.5	Autres catégories de méthodes . . . . .	77
4.2	Modèles de référence . . . . .	77
4.2.1	Régularisation $L^2$ (Horn <i>et al</i> ) . . . . .	77
4.2.2	Régularisation $L^1$ (Cohen <i>et al</i> ) . . . . .	79
4.2.3	Analyse comparée des deux modèles . . . . .	79
4.3	Conservation du volume . . . . .	79
4.3.1	Formulation du modèle . . . . .	81
4.3.2	Formulation variationnelle . . . . .	84
4.3.3	Implémentation . . . . .	86
4.4	Expérimentation . . . . .	87
4.4.1	Résultats du modèle sur des séquences synthétiques . . . . .	87
4.4.2	Discussion . . . . .	93
4.4.3	Résultats obtenus sur les images météorologiques . . . . .	93
4.4.4	Comparaison avec les méthodes précédentes . . . . .	94
4.5	Utilisation de la norme $L^1$ . . . . .	95
4.6	Modèle mixte . . . . .	100

---

---

4.7	Lien avec la mécanique des fluides . . . . .	103
4.8	Conclusion . . . . .	104
<b>5</b>	<b>Estimation du mouvement avec modèle a priori</b>	<b>107</b>
5.1	Estimation incrémentale du mouvement affine . . . . .	107
5.1.1	Extension de l'équation de conservation de l'intensité lumineuse	108
5.1.2	Le modèle affine . . . . .	109
5.1.3	Résolution incrémentale . . . . .	110
5.1.4	Résultats et commentaires . . . . .	111
5.2	Modèle affine de conservation du volume . . . . .	113
5.2.1	Modèle de mouvement et résolution numérique . . . . .	113
5.2.2	Résolution itérative . . . . .	114
5.2.3	Influence des paramètres . . . . .	116
5.2.4	Expérimentation . . . . .	117
5.3	Modèle mixte . . . . .	122
5.4	Collaboration des modèles . . . . .	122
5.5	Reconstruction des trajectoires . . . . .	126
5.6	Conclusion . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Perspectives : analyse du mouvement</b>	<b>133</b>
6.1	Méthodologie . . . . .	133
6.2	Représentation sur une base de splines . . . . .	134
6.2.1	Splines interpolantes . . . . .	134
6.2.2	Splines par morceaux . . . . .	135
6.2.3	Splines approximantes . . . . .	136
6.2.4	Fonctions implicites . . . . .	136
6.3	Analyse en composantes principales . . . . .	136
6.3.1	En dimension finie . . . . .	137
6.3.2	En dimension infinie . . . . .	137
6.3.3	Mise en œuvre . . . . .	138
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>141</b>
<b>A</b>		<b>143</b>
A.1	Calcul de la différentielle de Gateau du terme de norme $L_2$ . . . . .	143
A.2	Calcul de la différentielle de Gateau du terme de norme $L_1$ . . . . .	144
A.3	Résolution incrémentale du modèle affine de Horn . . . . .	145

---

---

A.3.1	Initialisation . . . . .	145
A.3.2	Résolution itérative . . . . .	146
<b>Bibliographie</b>		<b>147</b>

---

---



---

# Table des figures

---



---

2.1	Rotation propre d'un satellite géostationnaire (image ESA). . . . .	16
2.2	Répartition spatiale des satellites météorologiques (image ESA). . . . .	17
2.3	Exemple d'image dans le canal visible. . . . .	19
2.4	Exemple d'image dans le canal infrarouge. . . . .	21
2.5	Spectre d'émission solaire et terrestre. . . . .	21
2.6	Exemple d'image dans le canal vapeur d'eau. . . . .	22
2.7	Temps d'acquisition d'une image par les capteurs météorologiques de METEOSAT. . . . .	24
2.8	Deux images METEOSAT d'une même séquence acquise sur un demi-hémisphère (948×460) dans le canal infrarouge. . . . .	25
2.9	Mêmes dates acquises sur le canal densité de vapeur d'eau. . . . .	26
2.10	Image infrarouge et son inverse. . . . .	28
2.11	Scène acquise simultanément sur le canal infrarouge et sur le canal vapeur d'eau. . . . .	29
2.12	Vortex nuageux, évolution temporelle avec 6 occurrences consécutives. . . . .	32
2.13	Exemple de Jet Stream (bande nuageuse diagonale). . . . .	33
2.14	Exemple de nuage d'orage en zone tropicale, et évolution temporelle (regarder les images de gauche à droite, de haut en bas). . . . .	35
2.15	Évolution du vortex sur 12 images successives de la séquence. . . . .	41
2.16	De gauche à droite: image originale, norme du gradient et contours (seuillage des extrema des normes de gradients). . . . .	42
2.17	De gauche à droite: même acquisition dans les canaux infrarouge et vapeur d'eau. . . . .	44

---

---

3.1	Un vortex nuageux à détecter. . . . .	53
3.2	Modèle d'Ising avec un voisinage aux quatre plus proches voisins. . . .	56
3.3	Image 1 : initialisation en blanc ; images 2 et 3 : résultats après 20 et 60 itérations. . . . .	60
3.4	Image 1 : initialisation en noir, images 2 à 6 : résultats après 20, 40, 60, 80 et 140 balayages de L'ICM. . . . .	61
3.5	Résultat de l'ICM avec balayages alternés après 20 itérations. . . . .	62
3.6	Graphe de la fonction F. . . . .	63
3.7	Utilisation des gradients de l'image au lieu des contours (résultat après 20 itérations). . . . .	64
3.8	Régularisation finale par un modèle d'Ising (50 itérations). . . . .	65
4.1	L'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse. . . . .	72
4.2	Le problème d'ouverture : un ou plusieurs points correspondent au même antécédent. . . . .	74
4.3	Sur la première image de la séquence vortex, à droite : la méthode de Horn (norme $L_2$ ), à gauche : la méthode de Cohen (norme $L_1$ ). . . . .	80
4.4	Nuage vu en coupe. Deux positions successives. . . . .	81
4.5	Conservation des volumes de l'instant $t$ à l'instant $t + 1$ . . . . .	82
4.6	Une scène réelle (Rubik's Cube en rotation sur un plateau). . . . .	88
4.7	Une scène urbaine réelle. . . . .	89
4.8	Carré en translation (de la gauche vers la droite). . . . .	90
4.9	Séquence synthétique d'un carré qui se déforme. . . . .	91
4.10	Résultats sur la séquence pour deux valeurs différentes du paramètre $\delta$ . . . . .	91
4.11	Résultats sur la séquence contraction+translation pour les 3 premières images. . . . .	92
4.12	Résultats sur les deux premières images de la séquence du vortex pour deux valeurs différentes du paramètre de régularisation $\delta$ . . . . .	93
4.13	De haut en bas, de gauche à droite : conservation des intensités avec norme $L_1$ , conservation des intensités avec norme $L_2$ et conservation du volume. . . . .	96
4.14	Calcul (notre modèle) sur les 6 premières images de la séquence Vortex. . . . .	97
4.15	Calcul (conservation de l'intensité lumineuse) sur les 6 premières images de la séquence Vortex. . . . .	98
4.16	Résultat avec un terme régularisant de type $L_1$ et deux valeurs différentes du paramètre $\delta$ . . . . .	99

---

---

4.17	De gauche à droite : le modèle de conservation du volume, le modèle mixte.	102
5.1	Schéma algorithmique.	110
5.2	Résultats sur le vortex nuageux : les deux premières images de la séquence.	111
5.3	Carré en translation (de gauche à droite).	112
5.4	Calcul sur les quatre premières images de la séquence avec une image partitionnée en quatre zones.	118
5.5	Calcul sur les quatre premières images de la séquence, l'image est partitionnée en huit zones.	119
5.6	Chevauchement des zones de calcul.	120
5.7	Calcul avec différentes tailles de chevauchement des zones. De haut en bas, de gauche à droite : 0 pixel, 5 pixels, 10 pixels et 20 pixels.	121
5.8	Calcul du flot optique sur les quatre premières images avec un découpage en 32 zones et un chevauchement de 10 pixels.	123
5.9	De gauche à droite : le modèle de conservation du volume, le modèle mixte.	124
5.10	Collaboration des modèles.	125
5.11	De haut en bas, de gauche à droite : le champ affine calculé sur la sixième image, le champ non-affine calculé à partir de l'image recalée, le champs final.	127
5.12	De haut en bas, de gauche à droite : le champ affine calculé sur la première image, le champ non-affine calculé à partir de l'image recalée, le champ final.	128
5.13	Reconstruction des trajectoires de quelques pixels sur les 10 premières images de la séquence : à gauche le modèle affine de conservation du volume, à droite le modèle affine de conservation des intensités lumineuses.	130
6.1	Analyse du mouvement.	139

---



---

# Chapitre 1

## Introduction

---

---

### 1.1 Cadre de l'étude et présentation méthodologique

La recherche effectuée dans cette thèse concerne l'étude du mouvement et de la déformation de structures fluides dans des images 2D. Ces travaux ont trouvé une application prometteuse dans l'analyse des images satellitaires de phénomènes naturels et en particulier d'origine météorologique. En effet, la quantité de données fournies par les satellites d'observation est colossale. Par exemple, depuis plus de dix ans, le satellite européen METEOSAT acquiert quotidiennement des séquences d'images ( 48 images en 256 niveaux de gris, voir section 2.1) sur trois canaux différents. Cela représente un énorme volume de données sous-exploitées. Les techniques de traitement d'image et de vision par ordinateur offrent la possibilité d'exploiter d'une manière nouvelle ces données et cela de façon plus ou moins supervisée et/ou interactive. Notre démarche est d'identifier, à partir de l'observation des images météorologiques et de l'usage qui en est fait par les spécialistes, des problèmes théoriques de traitement d'image. Le but du travail est alors de définir des méthodes algorithmiques permettant de résoudre ces problèmes, et d'étudier leur comportement en terme de qualité de résultat.

Les données considérées dans ce travail de recherche sont des mesures de nature physique très diverses : infrarouge, visible, densité de vapeur d'eau ou radar. Elle sont décrites succinctement dans le chapitre 2 de ce document. Les images utilisées y sont ensuite présentées. Les problématiques météorologiques sont nombreuses, et toutes sont

---



---

le sujet de recherches actives. Parmi ces thèmes de recherche, nous présentons quelques exemples qui peuvent être partiellement résolus par le traitement des images satellitaires. Nous nous focalisons sur un sujet bien particulier : l'étude de systèmes nuageux de type vortex. Ce thème regroupe plusieurs problématiques du traitement de l'image que nous abordons dans cette thèse.

Les principaux axes de recherche actuels, sur l'exploitation des images issues de capteurs satellitaires en général et météorologiques en particulier, s'articulent autour des grandes questions suivantes, pour ce qui concerne le traitement des images satellitaires proprement dit :

- la modélisation des structures. C'est-à-dire la possibilité de segmenter (définir la courbe frontière) des structures sur les images et de caractériser géométriquement les courbes ou régions obtenues.
- l'évolution temporelle des phénomènes naturels correspondants. C'est-à-dire calculer le mouvement apparent en chaque pixel de l'image ou réaliser le suivi temporel global des structures,
- la prédiction. L'objectif des études entreprises est naturellement d'analyser les phénomènes spatio-temporels visibles sur les images à des fins de modélisation et de prédiction.

Il s'agit en fait d'un ordre chronologique puisqu'avant d'envisager des traitements de haut niveau tels que la prédiction d'évolution des structures nuageuses, il convient de réaliser les outils adéquats pour la détection automatique de ces mêmes structures et leur suivi. Peu d'études méthodologiques dédiées et complètes ont été réalisées sur le thème de la segmentation même des images météorologiques. Il paraît donc important de faire une jonction globale entre les données (leur mode d'acquisition et leur signification physique), les problématiques potentielles des météorologistes et les études effectuées par la communauté de traitement d'image, par exemple sur la modélisation de structures telles que les vortex [Les94], [HCB95] et [BBHC94]; sur l'analyse du mouvement [BAHH92], [Coh93], [OB94], [MB96] et [MP98]; sur le suivi de structures déformables [CAS92], [BHC95], [You95a] et [CH98].

La première étape dans ce travail est d'être capable d'isoler, et cela de façon robuste, les éléments intéressants dans une image. C'est la phase de segmentation où nous partageons l'espace en régions non nécessairement connexes : les nuages et le fond. Pour cela nous proposons une approche utilisant une modélisation markovienne. Les

---

données en chaque pixel sont formulées de manière probabiliste : nous observons des variables aléatoires. Le processus de segmentation est lui-même une variable aléatoire dont nous connaissons la loi a priori et dont nous cherchons les réalisations les plus probables. La loi de cette variable est du type champ de Markov. La modélisation markovienne est l'une des approches naturelles en traitement de l'image, non seulement pour les problèmes de segmentation, mais également pour un grand nombre de thèmes de recherche car son formalisme permet d'intégrer facilement les contraintes nécessaires tout en ayant une modélisation stochastique des variables aléatoires mises en jeu.

La seconde étape du travail concerne l'étude du mouvement. Cette partie est découpée en plusieurs chapitres. Dans un premier temps, nous faisons un état de l'art des méthodes d'estimation de mouvement 2D. Nous effectuons une étude expérimentale sur les données météorologiques avec une méthode basée sur le calcul du mouvement apparent, appelée *flot optique*, ainsi qu'avec une variante qui intègre un modèle de mouvement. Le calcul du flot optique présuppose que les pixels en mouvement conservent une même intensité lumineuse, c'est-à-dire un même niveau de gris sur les images que nous utilisons. C'est donc cette hypothèse qui permet de dire comment un pixel se déplace et qui permet d'estimer ce déplacement. La variante intégrant un modèle de mouvement permet de détecter avec précision toute une classe de mouvements, dont nous savons qu'ils sont pertinents dans le cas de notre étude. Cette classe est celle des mouvements affines. La méthode générale et sa variante apportent des résultats intéressants mais ne sont pas forcément adaptées aux données utilisées et aux phénomènes observés, ne serait-ce que parce que l'hypothèse de conservation des niveaux de gris n'est pas toujours justifiée. Nous soulignons ces problèmes et nous proposons alors, dans un nouveau chapitre, une méthode originale basée sur les propriétés intrinsèques des données utilisées. C'est une approche différente du modèle de conservation de l'intensité lumineuse qui utilise une hypothèse de conservation du volume. Sur les images infrarouges étudiées, les niveaux de gris des nuages peuvent être en effet reliés à l'altitude de ceux-ci ; et il devient possible de formuler une hypothèse de conservation du volume, contrainte à laquelle les nuages sont approximativement soumis dans la réalité. Cette méthode peut être étendue à d'autres cas, car la formulation que nous donnons peut être interprétée également comme une hypothèse de conservation du niveau de gris *total* d'un objet et non plus comme une hypothèse de conservation du niveau de gris d'un pixel. Ceci nous permet d'étendre et de généraliser le principe de conservation de l'intensité lumineuse du flot. Pour affiner les résultats obtenus dans cette méthode de conservation du volume, nous proposons une version supplémentaire intégrant un

---

---

modèle de mouvement également affine. Avec cet algorithme, nous obtenons un champ de vitesses réaliste et nous montrons qu'il est possible de reconstruire les trajectoires des pixels en intégrant ces vitesses.

La troisième et dernière partie de ce travail concerne l'analyse du mouvement. C'est un chapitre de perspectives : nous y proposons quelques idées directrices qui n'ont pas encore été implémentées. Cette partie se décompose en deux étapes successives et bien distinctes. Dans un premier temps nous cherchons les trajectoires des pixels de manière simple et exhaustive en les projetant sur une base orthogonale adaptée de l'espace des trajectoires. Nous proposons la base des "splines", qui est la plus naturelle pour la représentation des courbes. Dans une seconde étape, nous proposons d'utiliser les techniques d'analyse de données pour caractériser les trajectoires qui sont maintenant représentées par des vecteurs. Nous utilisons pour cela des méthodes de type analyse en composantes principales. Ces méthodes peuvent être raffinées en intégrant un modèle paramétrique. Nous obtenons ainsi une représentation des composantes principales de la trajectoire d'un pixel. L'intérêt, dans le contexte météorologique, est alors de pouvoir caractériser les trajectoires de certains pixels (ceux des nuages) pour être en mesure d'identifier le type de nuage auxquels ils appartiennent.

## 1.2 Plan du document

Le chapitre 2 regroupe les aspects applicatifs de cette thèse. S'il n'est pas aisé d'obtenir des informations objectives ou quantitatives des phénomènes observés, on peut toutefois analyser ces phénomènes d'un point de vue non pas physique, mais image, c'est-à-dire étudier ce que l'on voit sur les images pour mieux comprendre les mécanismes topologiques et dynamiques des structures rencontrées. C'est une démarche utile car les modélisations numériques, que nous décrivons brièvement dans la section 2.3.1 au moyen d'équations représentant les mécanismes physico-chimiques, sont d'une part complexes et d'autre part difficilement utilisables car les données sont incomplètes. Aussi l'approche image fournit un outil supplémentaire pour les météorologues : elle se propose d'analyser qualitativement et quantitativement les propriétés «image» des données. Par propriétés image nous entendons les informations contenues dans les images sans faire de lien avec les phénomènes physiques. Par exemple, un nuage qui se déplace est une information image indépendante du phénomène physique sous-jacent, le mouvement du nuage est le déplacement de ce nuage dans la séquence d'images. Il s'agit donc dans une partie préliminaire, d'analyser les données utilisables afin de caractériser

---

leurs propriétés ; c'est ce que nous faisons dans la section 2.3 de ce document. Dans la section 2.2, où nous décrivons quelques problématiques météorologiques, il apparaît que l'étude de l'évolution de structures nuageuses de type vortex est un thème très important.

Ces structures sont en grande partie responsables des phénomènes pluvieux de l'Europe Occidentale. D'un point de vue image, les vortex sont vus comme des régions connexes délimitées par une courbe fermée. Ces régions se déforment et se déplacent au cours du temps. Nous nous proposons d'étudier l'évolution de ces courbes pour en tirer, par exemple, leurs caractéristiques principales. On cherche, non pas à caractériser leur forme spatiale, mais plutôt à étudier leur évolution temporelle. Pour cela, nous devons mettre en œuvre diverses techniques. La première étape de ce processus est d'obtenir les données à analyser, c'est-à-dire les courbes fermées qui représentent, à un instant donné, la frontière d'un système nuageux dans une séquence d'images. Nous proposons donc au chapitre 3 un modèle markovien de segmentation adapté aux images météorologiques. Il s'agit de se focaliser sur une structure particulière de nuage et de partager l'espace en deux régions : l'intérieur et l'extérieur du nuage. La frontière entre les deux régions fournit la courbe recherchée, dont nous voulons analyser l'évolution temporelle. Ce chapitre étudie et utilise donc les propriétés spatiales et statiques des objets (les nuages) contenus dans une image.

Les chapitres suivants sont consacrés aux aspects temporels. Dans le chapitre 4, nous faisons une étude méthodologique sur l'estimation du mouvement dans les séquences d'images. Puis nous présentons une méthode originale de calcul du flot optique basée sur une hypothèse de conservation du volume différente de celle de la conservation de l'intensité lumineuse. Afin de modéliser très précisément le comportement des points en mouvement sur les séquences météorologiques, nous proposons un modèle mixte qui combine à la fois le principe de conservation du volume et le principe de conservation de l'intensité lumineuse. Le chapitre 5 étudie les méthodes d'estimation du mouvement incluant un modèle a priori de mouvement. Le modèle affine retient notre attention car il est simple et approxime de façon satisfaisante les mouvements complexes. Notre approche de conservation du volume est alors adaptée à une méthodologie de résolution de modèle paramétrique. Nous montrons que ce nouveau modèle peut être combiné avec les méthodes sans modèle du mouvement étudiées au chapitre 4 pour permettre une meilleure estimation du flot optique. Finalement, les champs de vitesses ainsi calculés sont utilisés pour déterminer la trajectoire de chaque pixel dans les séquences d'images validant ainsi le modèle de conservation du volume.

---

Après avoir développé des méthodes robustes d'estimation de mouvement et de construction de trajectoires, nous proposons comme perspectives dans le chapitre 6 une approche simple pour caractériser des mouvements simples. Cette approche nécessite une représentation pertinente des données, c'est-à-dire des courbes trajectoires issues du chapitre précédent. Pour cela, une projection des données sur une base de l'espace des splines est utilisée. Par la suite, des méthodes classiques d'analyse de données, telle qu'une analyse en composantes principales (ACP), sont utilisées pour trouver les directions principales des nuages de points résultant de la projection des courbes sur la base des splines. En particulier, l'ACP est calculée en tenant compte de la base des splines c'est-à-dire sur un espace fonctionnel et non un espace vectoriel de dimension finie. Cette approche permet de dégager les composantes principales du mouvement, et donc de classifier les mouvements selon des critères simples.

---

## Chapitre 2

# Application traitée: déformation sur les images météorologiques

---

---

Dans ce chapitre, nous présentons l'aspect applicatif de cette thèse. Il s'agit de l'étude des mouvements des masses nuageuses. Cette étude est permise grâce aux données météorologiques acquises par les satellites d'observation de la Terre tels que METEOSAT. Nous allons passer rapidement en revue les propriétés pertinentes pour notre étude des différentes acquisitions utilisées. Nous nous intéresserons aux propriétés physiques ainsi qu'aux propriétés images pouvant être intégrées dans notre chaîne de traitement.

### 2.1 Acquisition

Dans cette section sont décrits succinctement les principes généraux de l'acquisition des données satellitaires. Dans une première partie, nous nous intéressons tout d'abord aux satellites dédiés à l'observation météorologique de la Terre. Nous expliquons brièvement leurs caractéristiques en terme d'orbite et de positionnement. Les capteurs météorologiques sont présentés, ainsi que leurs propriétés physiques, dans la seconde sous-section. Enfin les données issues des acquisitions obtenues par ces capteurs sont décrites et nous effectuons, pour chaque type de données, une analyse qualitative. Le but de cette section est donc de nous permettre d'analyser les propriétés spécifiques des images étudiées en regard des phénomènes observés, afin de définir des approches méthodologiques adaptées.

---

### 2.1.1 Satellites

Les météorologues étudient des phénomènes qui peuvent évoluer très rapidement : cela va de quelques jours pour des structures nuageuses de type vortex, à quelques heures pour les orages de mousson, les cyclones... Ces études demandent donc une résolution temporelle fine afin que les acquisitions réalisées visualisent l'évolution des phénomènes observés. C'est pourquoi la plupart des systèmes météorologiques sont embarqués dans des satellites géostationnaires ou dans des satellites à orbite polaire, que nous décrivons dans la suite de ce chapitre. Il y a actuellement sept principaux satellites météorologiques opérationnels qui sont, soit des satellites géostationnaires, soit des satellites non-géostationnaires à orbite polaire.

Rappelons qu'un satellite géostationnaire se situe en orbite à 36000 km d'altitude au dessus de l'équateur. Un tel satellite est immobile par rapport au référentiel terrestre. Il observe continuellement la même zone du globe terrestre. Ces satellites sont donc mieux adaptés à l'étude de phénomènes rapides qu'ils permettent d'observer avec une fréquence temporelle élevée. Nous citerons en exemple METEOSAT qui acquiert des données toutes les 30 minutes. Il faut toutefois remarquer que la résolution temporelle d'acquisition des données est limitée de façon intrinsèque par la rotation propre du satellite car la phase d'acquisition n'est possible que lorsque le capteur est correctement orienté vers la terre (figure 2.1.1), phénomène qui se produit une fois par rotation complète du satellite sur lui-même. Enfin, signalons que l'ensemble des satellites géo-

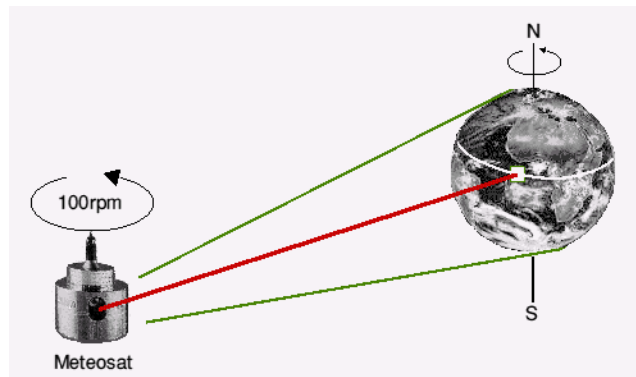


FIG. 2.1 – : *Rotation propre d'un satellite géostationnaire (image ESA).*

stationnaires couvrent en totalité le globe terrestre (figure 2.2) à l'exception toutefois des pôles. Ils permettent donc un suivi complet des phénomènes météorologiques.

En complément de ces satellites géostationnaires, il existe des satellites météorologiques à orbite dite «polaire»: ces satellites ont leur orbite qui passe au dessus des deux pôles terrestres et ce à une altitude de 850 km. De ce fait, ils ne sont pas immobiles par rapport au globe terrestre. Leur vitesse (par rapport à la terre) est élevée en raison de leur basse altitude, et leur permet de survoler en 24 heures l'ensemble de la planète. L'orbite particulière de ces satellites leur permet d'acquérir des données sur l'ensemble du globe en 24 heures, à raison d'une centaine de minutes par révolution. Ces satellites présentent donc une grande couverture spatiale, ainsi qu'une bonne résolution spatiale due à leur faible altitude (en comparaison avec les satellites géostationnaires). En contrepartie, leur résolution temporelle est trop faible pour permettre des études dynamiques des structures nuageuses.

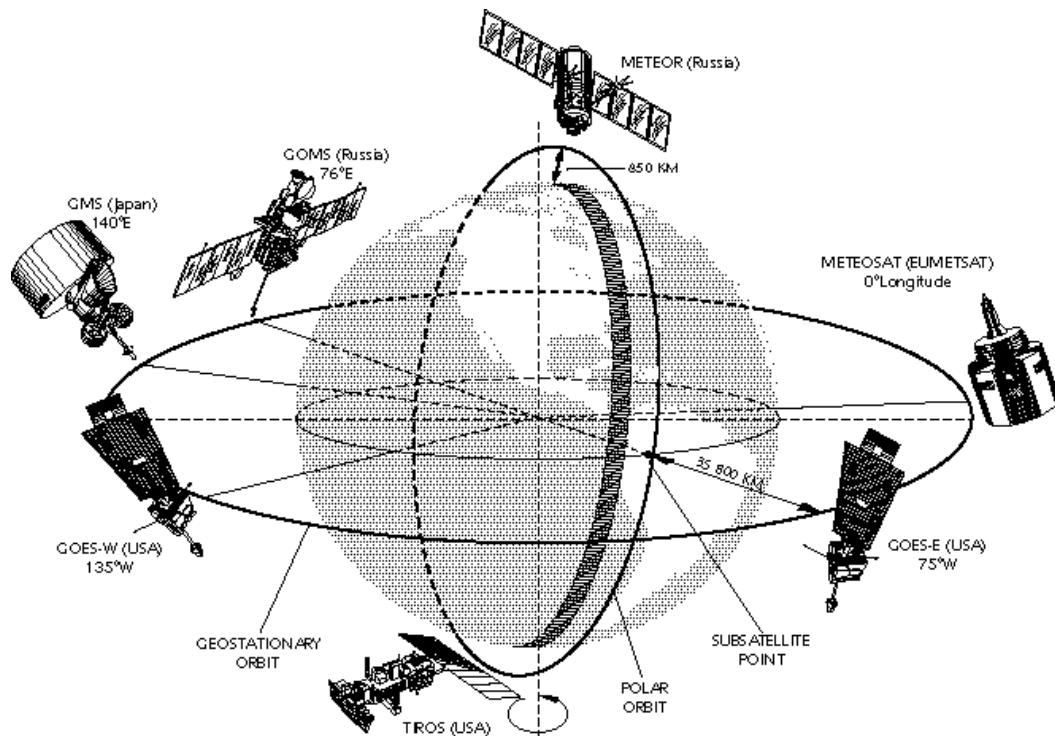


FIG. 2.2 – : Répartition spatiale des satellites météorologiques (image ESA).

Les données fournies aux utilisateurs ne sont naturellement pas les données brutes. Celles-ci subissent au préalable une série complexe de pré-traitement, recalage, et étalonnage.

Dans la suite de ce chapitre (sections 2.1.2 et 2.1.3), nous nous attachons à décrire plus



---

spécifiquement les capteurs et données METEOSAT que nous avons utilisés pour la partie expérimentale de ce travail de recherche.

## 2.1.2 Capteurs

Un satellite moderne d'observation de la terre possède différents capteurs utilisés pour un large spectre d'applications météorologiques. Un capteur de type passif est un dispositif qui détecte et comptabilise les photons qu'il intercepte. Ce capteur travaille sur une bande passante limitée appelée *canal*. On utilise plusieurs capteurs de bandes passantes différentes pour couvrir la bande de longueur d'onde d'intérêt pour l'étude des phénomènes atmosphériques.

Par exemple, METEOSAT possède 3 capteurs météorologiques acquérant simultanément sur les canaux appelés «visible», «infrarouge» et «densité de vapeur d'eau» qui correspondent respectivement aux longueurs d'onde suivantes :  $0.4 - 1.1\mu\text{m}$ ,  $10.5 - 12.5\mu\text{m}$ ,  $5.7 - 7.1\mu\text{m}$ . La suite de cette section s'intéresse à la description des différents canaux METEOSAT et au potentiel d'observation qu'ils proposent. Cette analyse a naturellement pour but de définir la redondance et la complémentarité des données acquises pour l'observation des phénomènes étudiés et de nous permettre d'investiguer le potentiel du traitement de l'image.

### 2.1.2.a Canal visible

Ce canal METEOSAT observe le rayonnement électromagnétique dans la bande de fréquence du visible ( $0.4 - 1.1\mu\text{m}$ ). L'énergie recueillie provient presque exclusivement de la réflexion des photons en provenance du soleil. Les émissions spontanées sont pratiquement nulles. La réflexion est d'origine diverse : elle peut provenir de la couche nuageuse, de la surface terrestre ou maritime. Théoriquement, les mesures quantitatives acquises sur ce canal dépendent uniquement du rapport (énergie réfléchie)/(énergie émise), mais en fait elles sont fortement modifiées par l'angle d'observation, car les phénomènes de diffusion et d'absorption par l'atmosphère sont loin d'être négligeables.

L'inconvénient majeur de ce type de capteur est qu'il est passif et ne peut donc être utilisé la nuit, car l'énergie réfléchie correspond alors uniquement au rayonnement de la Terre, qui est négligeable dans ce canal. Pour cette raison, les plages horaires d'acquisition exploitables sont d'environ une dizaine d'heures dans la journée.

Bien qu'historiquement ce canal ait été le premier disponible, il est de moins en moins utilisé de façon opérationnelle, au profit des canaux infrarouge et vapeur d'eau qui

---

permettent une observation plus fiable des phénomènes atmosphériques. La figure 2.3 montre un exemple d'image METEOSAT dans le canal visible, acquise au dessus de l'Europe.

Les études qualitatives montrent que seuls les nuages de basse altitude peuvent être observés sur ces acquisitions. Ce canal reste donc utile, par exemple pour l'observation de la couverture nuageuse, laquelle est un paramètre important dans les modèles de pollution de l'air [Mie97].

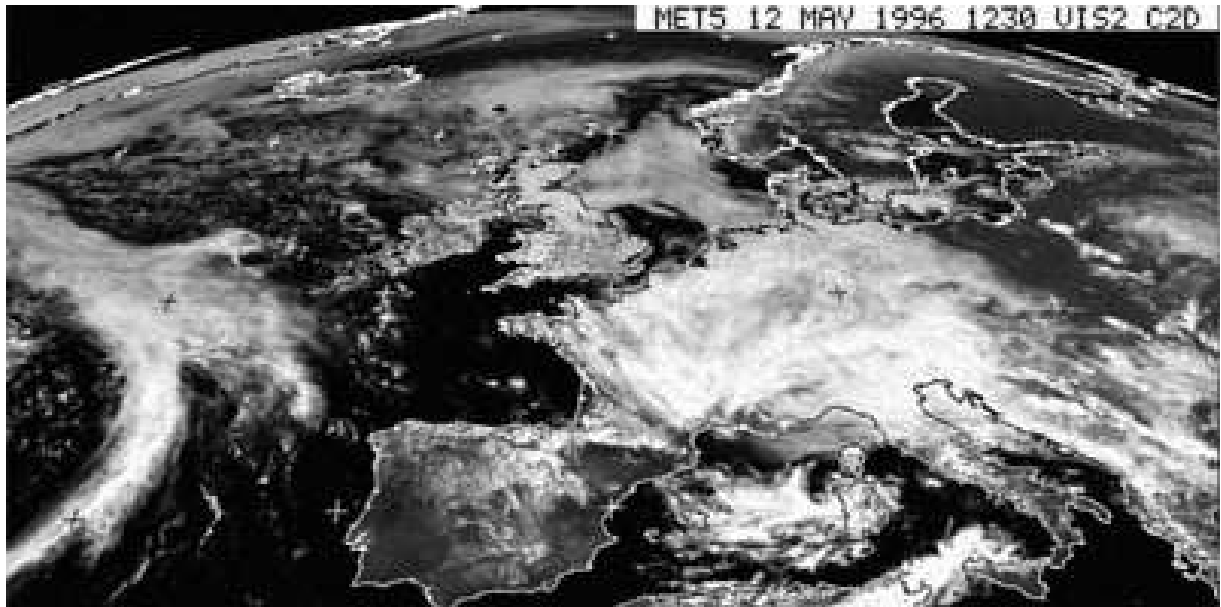


FIG. 2.3 – : *Exemple d'image dans le canal visible.*

### 2.1.2.b Canal infrarouge

Ce canal observe le rayonnement électromagnétique dans la bande de fréquence  $10.5 \mu\text{m}$  à  $12.5 \mu\text{m}$ . Il mesure donc des températures. Les nuages les plus froids sont les moins énergétiques et apparaissent en plus foncé, allant jusqu'au noir, sur l'image. Par ailleurs, la température permet de distinguer les nuages de faible ou de forte altitude. En effet, la température mesurée par le capteur est directement liée à l'altitude [Sza96]. Les nuages les plus froids et les plus foncés sont situés le plus haut. Ce renseignement est particulièrement précieux pour les météorologistes.

---

Si on compare ces données avec celles obtenues dans le canal visible, on s'aperçoit que le rayonnement infrarouge interagit très peu avec l'atmosphère (hormis sur les nuages). D'autre part, la contribution des réflexions (émissions solaires réfléchies par la Terre) est négligeable. La mesure obtenue est donc directement liée à l'émission infrarouge des structures observables sur les données. En d'autres termes, la mesure effectuée correspond bien à la température des points observés. La figure 2.5 montre les apports solaires (réflexion sur la surface terrestre du rayonnement solaire) et les apports terrestres (émission de la surface terrestre) de l'énergie recueillie par les capteurs à différentes fréquences.

On peut également signaler que les nuages épais sont opaques au rayonnement infrarouge. Cela signifie que ce canal permet une bonne détection des structures nuageuses, en tout cas meilleure que celle effectuée à l'aide du canal visible.

Les canaux infrarouge et vapeur d'eau (qui sera décrit dans le paragraphe suivant) peuvent être utilisés de jour comme de nuit. Le jour, les mesures sont biaisées par le réchauffement dû au rayonnement solaire, mais les images utilisées sont alors corrigées radiométriquement par les fournisseurs avant leur diffusion.

La figure 2.4 montre l'acquisition infrarouge correspondant dans le temps et dans l'espace à l'acquisition dans le canal visible présentée sur la figure 2.3.

### 2.1.2.c Canal vapeur d'eau

Ce canal se situe dans la bande infrarouge du rayonnement électromagnétique, mais sa fréquence correspond à la longueur d'onde d'absorption des molécules d'eau (5.7 - 7.1  $\mu\text{m}$ ). Physiquement, il mesure les rayonnements émis par la Terre et déviés par les molécules d'eau en suspension dans l'atmosphère. Ces rayonnements ont pu traverser les couches atmosphériques supérieures sans être complètement absorbés. Sur ce canal, il n'y a donc pas de rapport direct entre la donnée mesurée et l'altitude, contrairement à ce qui se produit pour le canal infrarouge.

Ce type d'acquisition permet essentiellement d'observer les nuages de basse altitude car ceux-ci sont épais et chargés en vapeur d'eau. Les nuages les plus élevés en altitude sont généralement moins épais : ils émettent donc moins d'énergie sur ce canal, et ne peuvent plus être observés.

La figure 2.6 présente la même acquisition que les images 2.3 et 2.4 mais sur le canal vapeur d'eau.

---

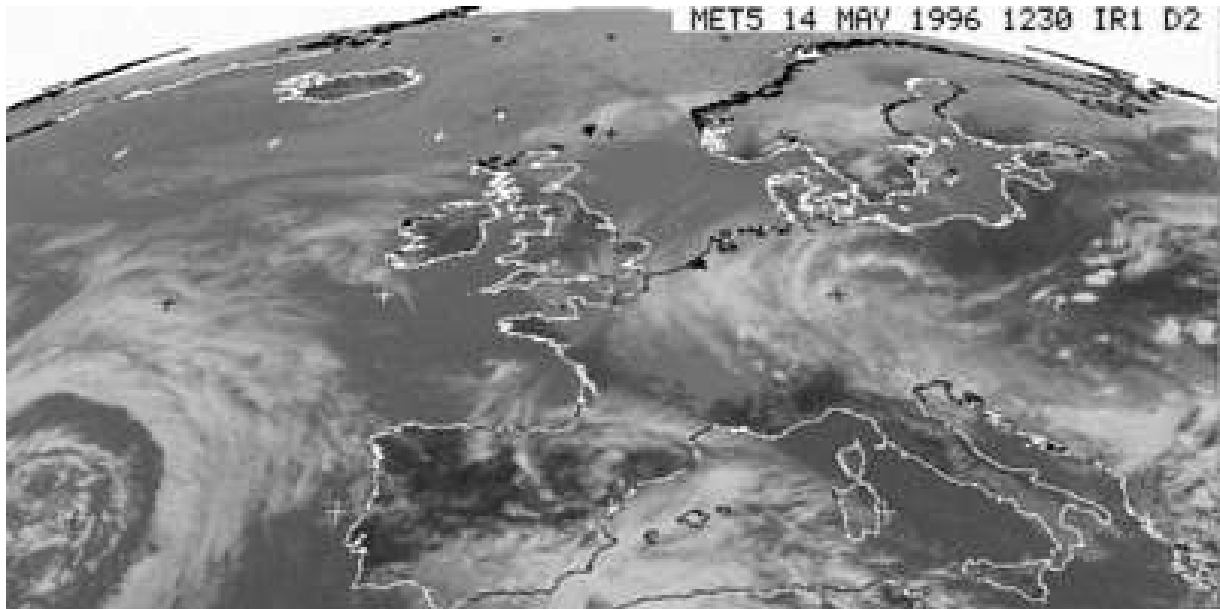


FIG. 2.4 – : *Exemple d'image dans le canal infrarouge.*

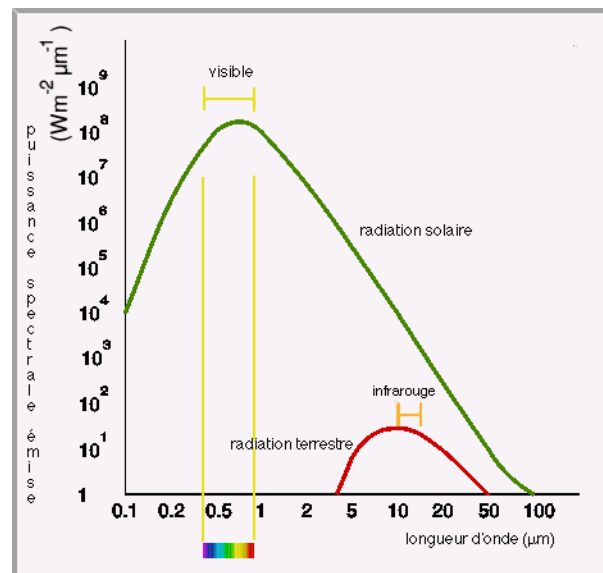


FIG. 2.5 – : *Spectre d'émission solaire et terrestre.*

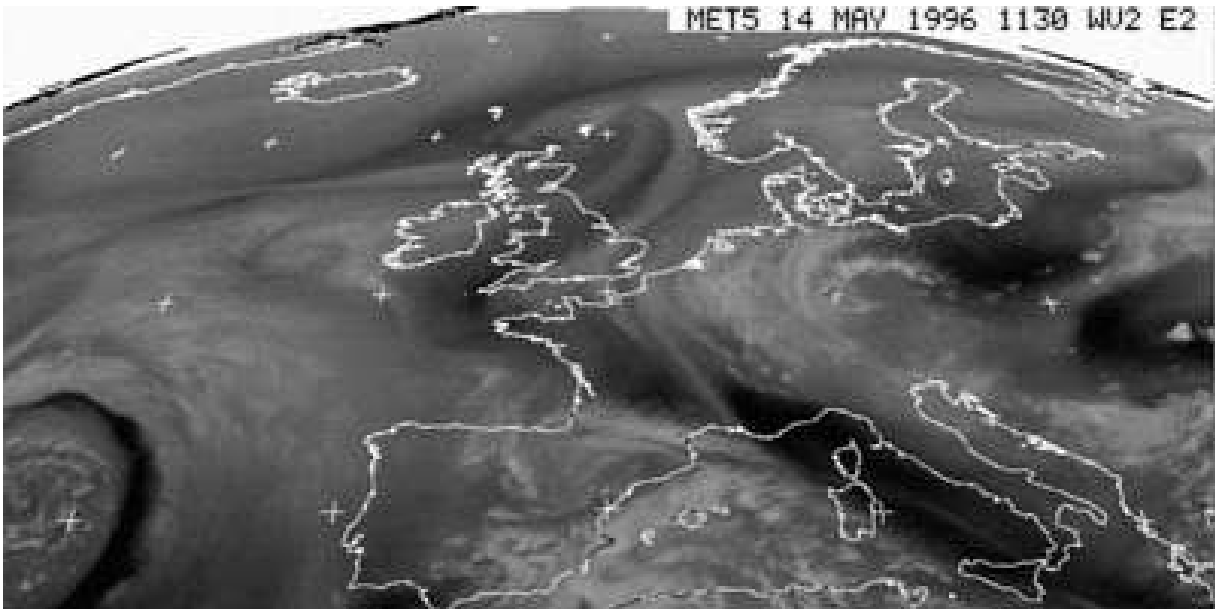


FIG. 2.6 – : *Exemple d'image dans le canal vapeur d'eau.*

### 2.1.3 Acquisition des données

Les images METEOSAT, nous l'avons dit, sont fournies par un satellite en orbite géostationnaire. Ce satellite balaye donc toujours la même zone du globe terrestre durant un intervalle de temps fixé d'avance. D'autre part, les images acquises couvrent quasiment un demi-hémisphère (voir figure 2.8), et l'effet d'aplatissement observé est très prononcé aux pôles et sur les bords de l'image. Une image obtenue par un capteur particulier, quel qu'il soit, représente finalement une mesure de la quantité de rayonnement électromagnétique recueillie par le capteur en ce pixel ou sur une petite zone qui l'entoure. Un recalage géométrique des données peut donc s'avérer nécessaire si l'utilisation conjointe de capteurs embarqués sur différents satellites est souhaitée, ou si l'on souhaite une analyse géographique des résultats.

Les données utilisées pour la partie expérimentale du travail de recherche présenté dans cette thèse sont des séquences d'images infrarouges ou de vapeur d'eau fournies par le Laboratoire de Météorologie Dynamique. Chaque séquence comporte 48 images de 948 lignes et 460 colonnes. Chaque pixel représente un carré de 5km sur 5km. La valeur en un point est codée sur 8 bits soit 256 niveaux de gris pour chacune des trois fréquences d'acquisition.

La phase d'acquisition des données [EUM98] dure 25 minutes. Le capteur balaye l'espace de bas (hémisphère sud) en haut (hémisphère nord). A chaque rotation du satellite, une ligne est acquise. A raison de 100 tours par minute (la vitesse de rotation du satellite), ce capteur acquiert une image de 2500 lignes en 25 minutes. Puis vient une phase de réinitialisation qui dure 5 minutes. Ainsi, on obtient une acquisition toutes les 30 minutes (voir figure 2.7). Il s'agit d'une excellente résolution temporelle. Par contre, on a une différence temporelle de 25 minutes entre le bas d'une image et le haut. Cet écart est supérieur à celui existant entre le haut d'une image et le bas de l'image suivante (5 mn). Donc sur les images METEOSAT, la notion de temps n'est pas uniforme. Rigoureusement, il faudrait effectuer un recalage temporel de ces données : l'image réelle,  $\tilde{I}$ , se déduit simplement de l'image observée,  $I$ , par une relation du type :

$$\tilde{I}(x, t) = I(x, t + latt(x))$$

où  $latt()$  est une fonction simple de recalage temporel en fonction de la latitude du point observé  $x$  qui traduit le décalage temporel entre les pixels du haut de l'image et les pixels du bas de l'image.

La section suivante va analyser de façon qualitative les propriétés des images acquises sur les différents canaux. Les images de la figure 2.8 présentent deux acquisitions sur le

---

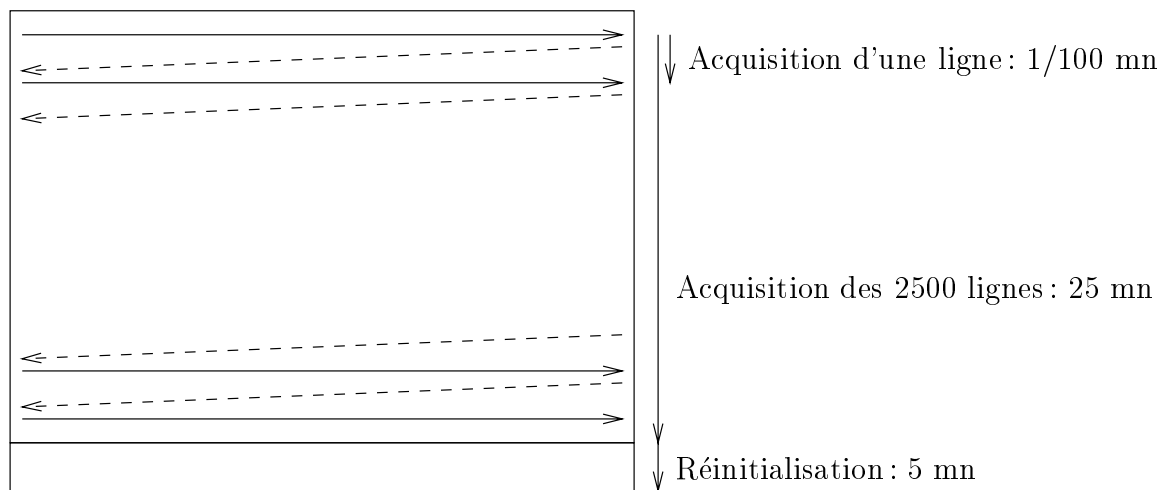


FIG. 2.7 – : *Temps d'acquisition d'une image par les capteurs météorologiques de METEOSAT.*

canal infrarouge : ce sont les images 1 et 30 de la séquence. Les images de la figure 2.9 présentent les acquisitions, sur le canal vapeur d'eau, qui correspondent temporellement aux images de la figure 2.8.

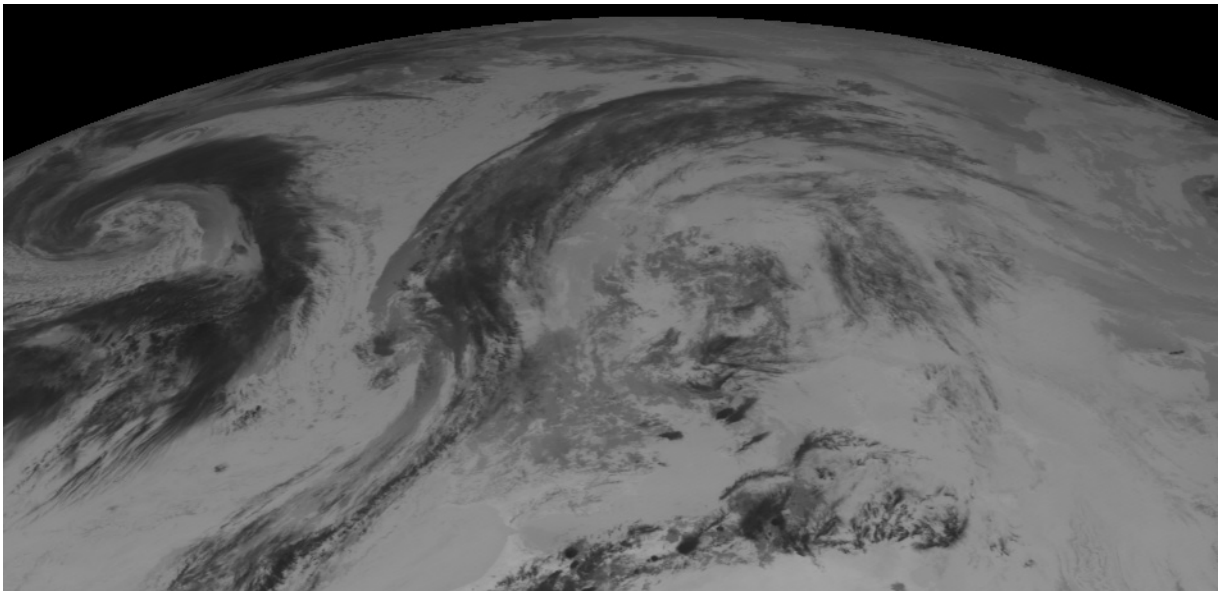
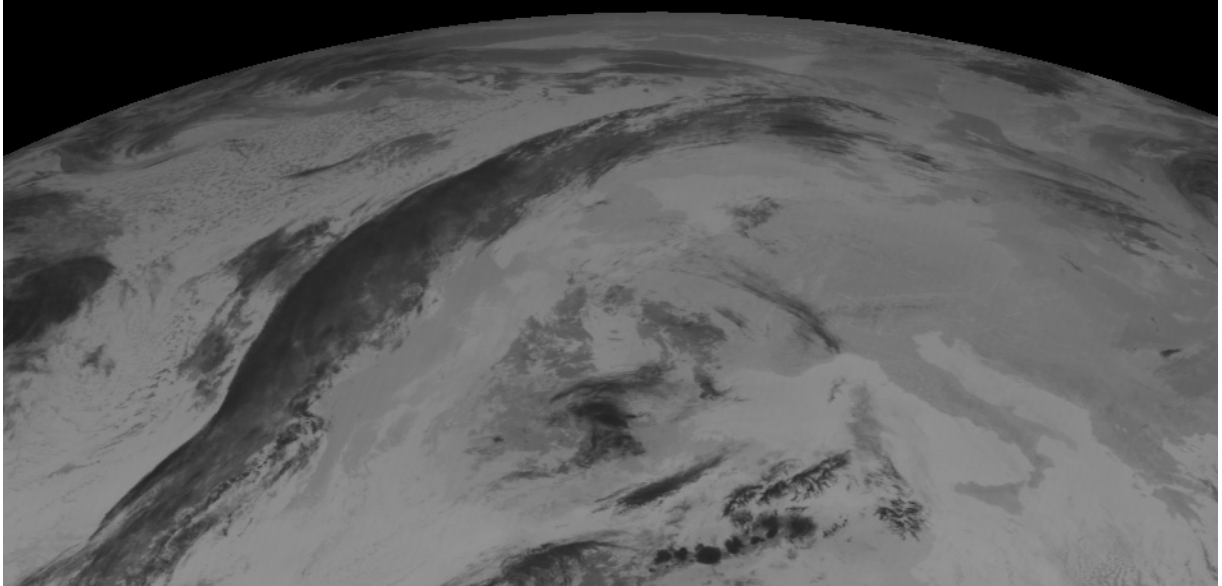


FIG. 2.8 – : *Deux images METEOSAT d'une même séquence acquise sur un demi-hémisphère (948×460) dans le canal infrarouge.*



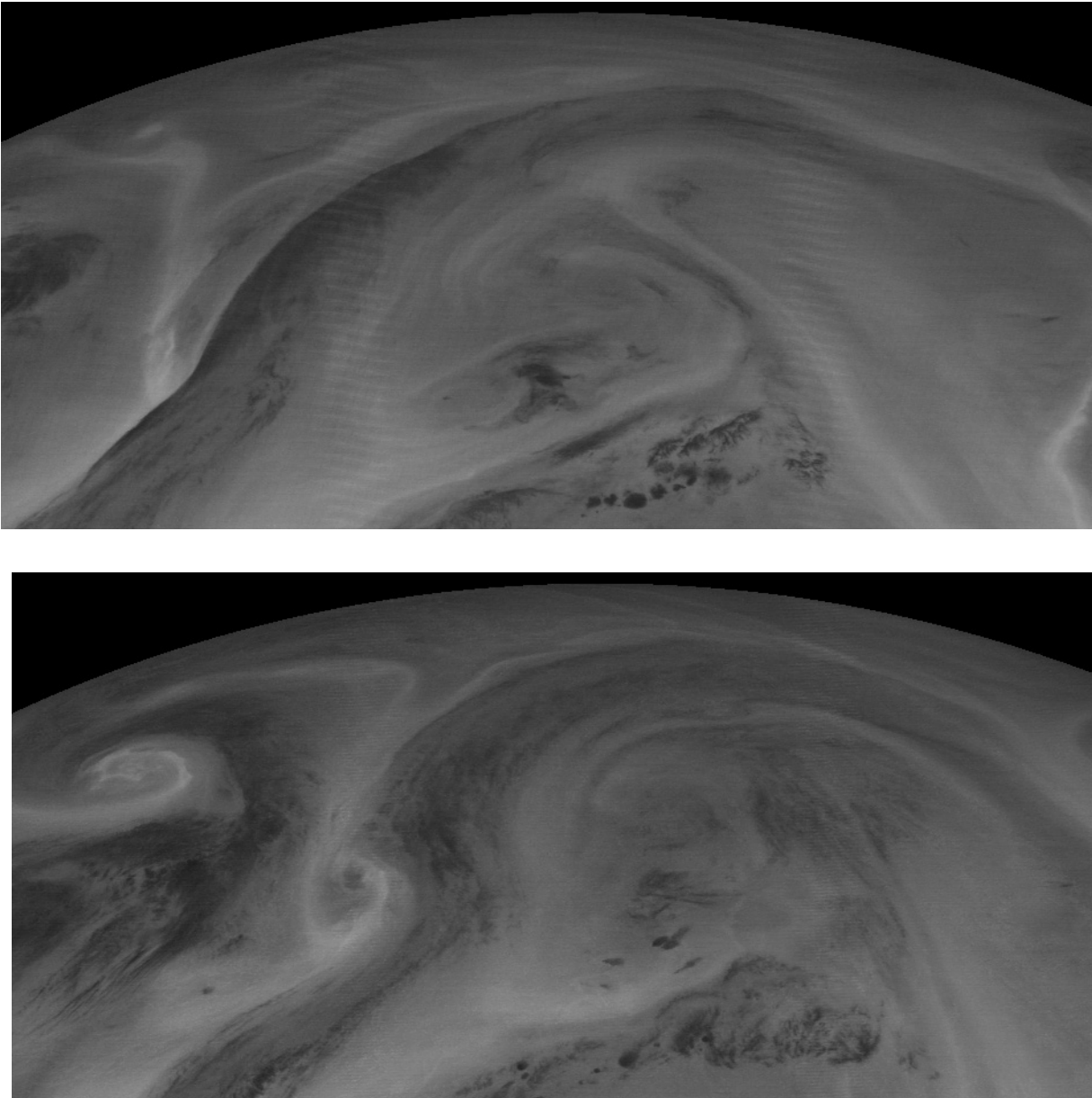


FIG. 2.9 – : *Mêmes dates acquises sur le canal densité de vapeur d'eau.*

### 2.1.3.a Canal visible

Comme nous l'avons expliqué, ce canal est assez peu utilisé dans la pratique. Il est, malgré tout, intéressant de décrire les propriétés présentes sur ces images, en particulier pour déterminer si elles peuvent être utilisées dans le cadre d'algorithmes de traitement d'image et d'algorithmes multicapteurs.

Lors d'études qualitatives sur l'observation des nuages, on remarque que seuls les nuages bas sont correctement détectés sur ce type d'acquisition. A des altitudes plus élevées, les nuages doivent être suffisamment épais pour être visibles. Malheureusement, les nuages de haute altitude sont très rarement de grande épaisseur et le canal visible n'est pas utile pour les détecter.

Par ailleurs, d'autres structures, telles que les contours des continents, sont également visibles sur les données acquises dans ce canal. Cela complique le travail effectué par les météorologues. Il est clair que le développement de processus automatiques d'analyse, comme le suivi de nuages, serait pour les mêmes raisons très complexes.

### 2.1.3.b Canal infrarouge

Comme nous l'avons dit précédemment dans la section 2.1.2.b, les images infrarouges sont des images de température et cette mesure décroît de façon naturelle avec l'altitude. Les zones les plus sombres sur ces images sont donc identifiées comme étant les zones les plus froides et les plus élevées en altitude. Elles sont alors interprétées comme représentant un nuage. Les zones les plus claires correspondent, elles, à des zones sans nuage. C'est exactement le phénomène contraire aux images visibles où les nuages sont en blanc. C'est pour des raisons de cohérence visuelle avec les images visibles que les météorologues préfèrent travailler sur les images infrarouges inversées, où les zones nuageuses apparaissent finalement en blanc (voir figure 2.10).

Le canal infrarouge permet de détecter un large éventail de structures. Les études météorologiques sont donc plus précises sur ce type de données, où la masse nuageuse est mieux représentée que sur le canal visible. Enfin, signalons que le sol et la mer n'apparaissent pas sur ces images, ce qui diminue les risques de confusion entre les différentes structures présentes sur les acquisitions et les contours des continents.

---

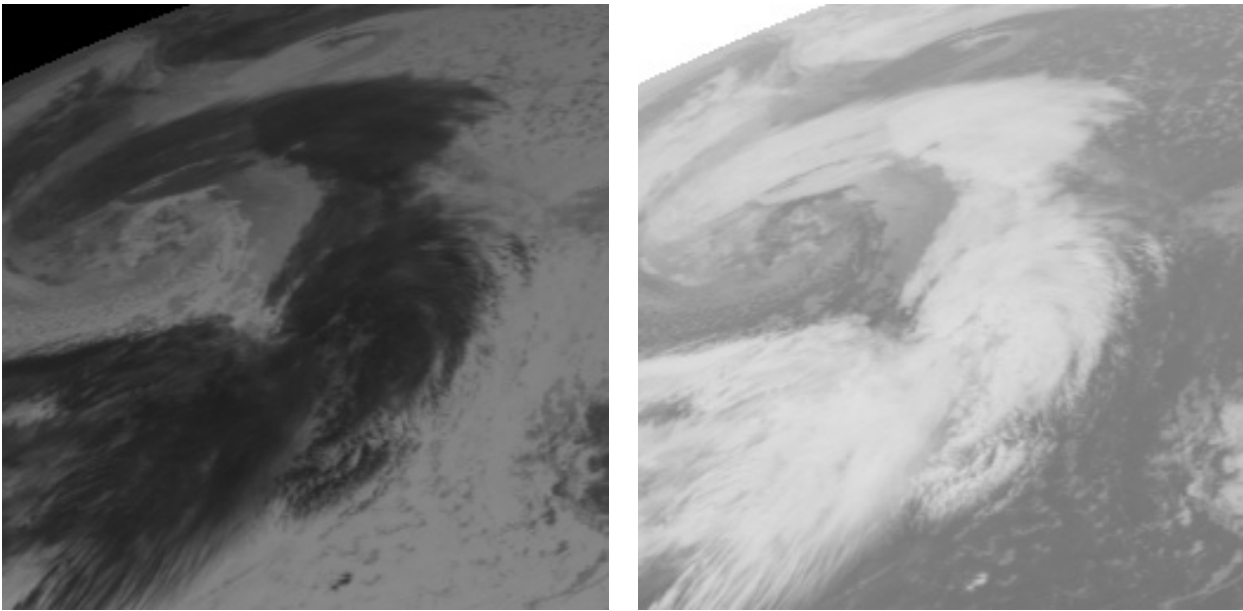


FIG. 2.10 –: *Image infrarouge et son inverse.*

---

### 2.1.3.c Canal vapeur d'eau

L'observation visuelle conjointe d'une séquence infrarouge et de son homologue densité de vapeur d'eau montre une corrélation assez forte. Cette similarité visuelle n'est plus vraie lorsqu'on compare les images du canal vapeur d'eau aux images du canal visible. On retrouve donc les mêmes structures nuageuses sur les deux canaux infrarouge et vapeur d'eau, mais avec des valeurs de niveaux de gris très différentes (voir figure 2.11). Ainsi, l'analyse des données peut être certainement effectuée au moyen d'un modèle fusionnant ces deux types d'acquisition.

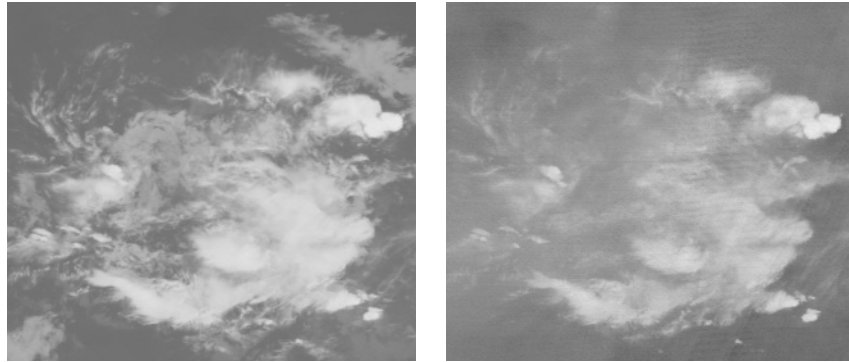


FIG. 2.11 – : *Scène acquise simultanément sur le canal infrarouge et sur le canal vapeur d'eau.*

La section suivante concerne la description de problématiques météorologiques qui pourraient trouver une solution par l'utilisation des techniques de traitement de l'image et qui introduiront les différents points d'étude méthodologique de cette thèse.

## 2.2 Enjeux

Un premier travail, nécessaire pour l'analyse des images météorologiques, est la définition, avec les chercheurs du domaine, des enjeux d'une analyse automatique ou semi-interactive de ces données pour la météorologie. Il s'agit ensuite d'en déduire des problématiques particulières de traitement d'image. C'est le but de cette section qui permet ainsi de justifier les différentes questions théoriques abordées dans les chapitres ultérieurs.

---

### 2.2.1 Les problèmes météorologiques et les images

La recherche météorologique s'intéresse naturellement de façon intensive aux nuages car, outre le fait qu'ils interviennent pour la prédiction des précipitations, les interactions rayonnement/nuage jouent un rôle fondamental dans les équilibres climatiques. Actuellement, les essais de modélisation complexe des nuages en terme de proportion, de propriétés optiques, de formation et de dissipation, restent sommaires.

Les modélisations se basent principalement sur les différentes lois de conservation dynamique et thermodynamique : conservation de la masse, du mouvement, de l'humidité... R.A. Pickle, dans son livre [Pic84], décrit mathématiquement tous les mécanismes physiques mis en jeu. Mais de tels systèmes sont complexes à modéliser et coûteux en temps de calcul. La connaissance, à partir d'images satellite, de l'évolution temporelle et spatiale des nuages, ainsi que l'étude de leur trajectoire, pourrait sans aucun doute permettre une meilleure compréhension des mécanismes les régissant et améliorer leur modélisation.

Un autre point intéressant les météorologues est l'étude des vents. Ils interviennent de façon cruciale dans toutes les études. Le suivi des nuages reste le seul moyen pour estimer, par imagerie satellite, la direction et la vitesse des vents, car ceux-ci sont indétectables depuis l'espace.

Le développement de l'imagerie RADAR permet maintenant d'estimer le mouvement de certaines structures nuageuses de l'atmosphère. Les capteurs RADAR sont disposés au sol. Ils sont principalement employés pour la détection des orages mais ils n'autorisent pas l'étude des complexes nuageux aussi vastes que les dépressions.

Dans la section suivante, nous énumérons ainsi un certain nombre de problématiques météorologiques, en faisant référence aux chapitres méthodologiques, où ces problèmes seront examinés et où nous proposerons des solutions basées sur le traitement de l'image.

### 2.2.2 Structures d'intérêt

Il est important de distinguer les problèmes météorologiques qui se produisent dans les zones tempérées, où le besoin premier est un besoin de prédiction du temps à travers l'examen des structures nuageuses et des dépressions ; et ceux qui se produisent dans les zones tropicales où les besoins correspondent à la prévision de grands phénomènes

---

---

environnementaux, tels que la mousson.

– **Dans les zones tempérées :**

– Vortex :

Un vortex est le résultat d'une confrontation de masses d'air chaud et froid. Le modèle physique de formation et d'évolution du vortex est celui d'une turbulence. Dans [Les94], on trouve une définition des phénomènes turbulents et plus particulièrement des vortex nuageux. Ces phénomènes de turbulence sont difficiles à modéliser et les simulations numériques sont très coûteuses en temps de calcul. Les paramètres physiques liés à ces structures de vortex sont complexes et subtils. Aussi, est-il intéressant de pouvoir détecter, sur les images satellitaires, ces vortex et de les suivre temporellement afin de mieux comprendre les mécanismes d'évolution de ces structures en se basant sur les propriétés images et en laissant de côté les modèles physiques.

Un autre cas intéressant concerne les cyclones. Mais ce phénomène est très localisé et évolue extrêmement rapidement dans le temps. Aussi l'imagerie satellitaire n'apporte que peu d'aide pour l'étude de ces structures dont l'évolution temporelle dépasse de loin la résolution temporelle d'acquisition des données, et qui ne peuvent donc être observées sur une durée suffisamment longue.

– Cirrus :

Ce sont des nuages peu épais et donc relativement translucides. Ils évoluent au bord des fronts dépressionnaires avec un mouvement normal au front, ou dans les *jets de courant* (Jet Streams) (figure 2.13) avec un mouvement tangentiel au courant. Ces nuages sont importants à détecter car ils représentent 20 % de la masse nuageuse mondiale. Leur transparence pose cependant des problèmes, car ils peuvent être masqués, lors de l'acquisition, par d'autres nuages plus bas en altitude.

– Formation des dépressions :

Les fronts dépressionnaires sont des structures formant un tourbillon ou vortex nuageux (figure 2.12). Les *jets de courant* peuvent parfois évoluer en fronts dépressionnaires, mais ce phénomène ne se réalise pas toujours. Le problème est donc de détecter, le plus tôt possible, la formation du front. Ce

---

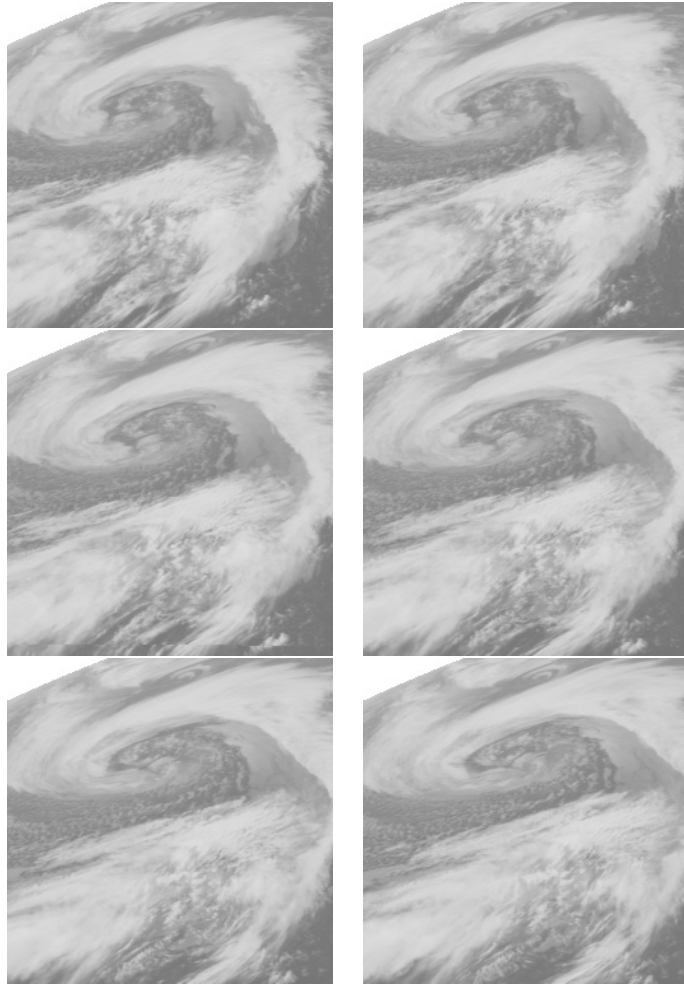


FIG. 2.12 – : *Vortex nuageux, évolution temporelle avec 6 occurrences consécutives.*

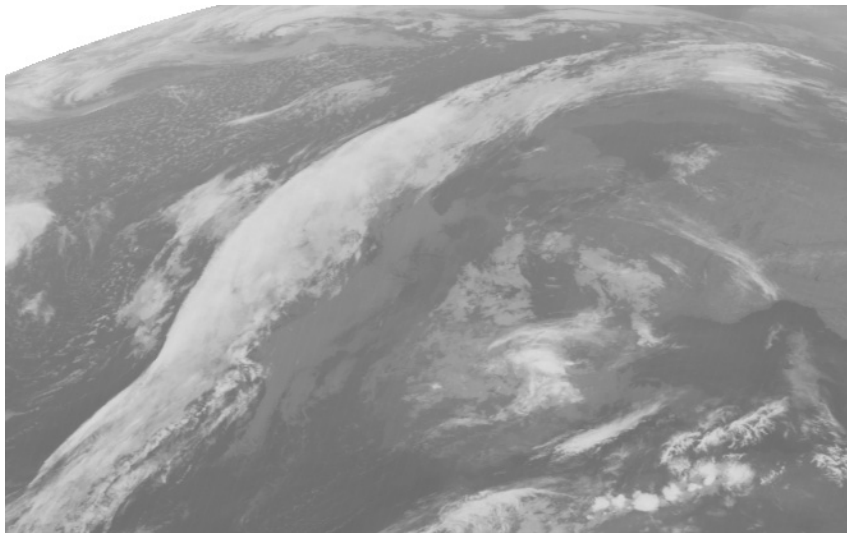


FIG. 2.13 –: *Exemple de Jet Stream (bande nuageuse diagonale).*



---

type d'interrogation nécessite d'avoir un modèle spatial et temporel d'évolution du vortex et de le comparer à l'évolution réelle du *Jet Stream*.

– **Dans les zones tropicales :**

– Les traceurs de mousson :

La prévision de la trajectoire de la mousson est un enjeu économique et humanitaire fondamental dans les pays africains ou asiatiques. Des nuages appelés *traceurs* permettent de mettre en évidence cette trajectoire. Ces traceurs sont très petits, de faible altitude, et de très courte durée de vie. Plus ces traceurs sont petits, mieux ils représentent la trajectoire et la vitesse de la mousson, car à cause de leur faible inertie, ils subissent pleinement l'action des vents. Par ailleurs, ces nuages ne sont détectables que sur le canal visible. Le problème est donc de réaliser un suivi de ces structures afin d'en estimer la vitesse.

– Les orages tropicaux :

Ils sont dus à de gros nuages qui avancent selon une trajectoire complexe, résultant des multiples interactions climatiques auxquelles les zones tropicales africaines sont soumises (figure 2.14). Ces nuages ne se déplacent pas réellement, il s'agit plutôt d'un mécanisme de formation à l'avant du nuage et de dissipation à l'arrière. Le nuage, en avançant, peut se fragmenter en plusieurs composantes, puis se dissiper ou encore absorber d'autres nuages. Ces phénomènes ont des durées de vie très brèves, de l'ordre de quelques heures. Une modélisation de la fragmentation et de la dissipation de la structure fournirait aux météorologistes une meilleure compréhension de la dynamique de ces nuages. En terme de traitement d'image, il s'agit d'un problème de suivi, qui doit permettre de prendre en compte les cas d'occlusion, de fusion ou d'absorption et celui de changement de topologie de la structure. La détection et la prédiction de la trajectoire de ces phénomènes est un enjeu économique majeur pour les pays concernés, situés généralement en zone de sécheresse, car les précipitations qu'ils génèrent permettent une meilleure exploitation agricole.

– **Autre problématique :**

– Estimation du vent

Certains nuages servent de marqueurs pour estimer la vitesse du vent. Pour

---

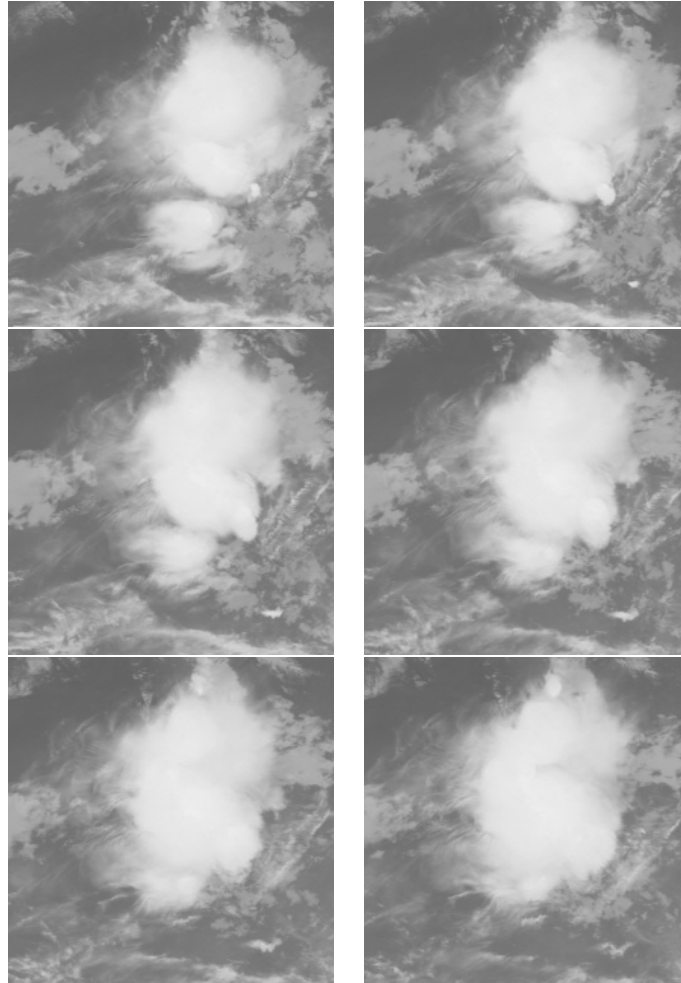


FIG. 2.14 –: *Exemple de nuage d'orage en zone tropicale, et évolution temporelle (regarder les images de gauche à droite, de haut en bas).*

---

que cette estimation soit valide, ils doivent évidemment se déplacer à une vitesse proche de celle du vent. C'est le cas des traceurs de moussons vus précédemment ou des cirrus et des nuages bas cumuliformes. Par contre, certains systèmes nuageux, comme les fronts dépressionnaires, ne permettent pas de caractériser la vitesse du vent. Il est également possible d'estimer la vitesse du vent à différentes altitudes par l'intermédiaire de l'estimation de l'altitude de différents nuages. Il existe d'autres méthodes basées sur l'acquisition radar et sur la hauteur des vagues, puisque c'est le vent qui est le principal responsable de la formation des vagues. Mais ce type de méthode concerne dans un cas les altitudes les plus basses et dans l'autre cas les zones maritimes. On peut également faire des mesures locales à partir de ballons sondes.

Nous avons vu que, d'une façon générale, l'estimation du vent revient à estimer le mouvement des traceurs. On est donc confronté à un triple problème de détection et localisation d'objet, estimation du mouvement et suivi de structure.

### 2.2.3 Problématiques météorologiques abordées

Nous constatons que nous sommes confrontés à deux types de problèmes. D'une part les problèmes de détection de structures nuageuses tels que les cyclones, les traceurs de mousson ou les cirrus. Ce sont des problèmes que nous qualifions de spatiaux. D'autre part les problèmes d'analyse du mouvement comme dans le cas des vortex, des formations de dépression ou des orages tropicaux. Ce sont alors des problèmes purement temporels. Nous pouvons dire que dans le premier cas, les difficultés viennent du fait que les capteurs ne détectent pas la masse nuageuse. De ce fait, les données image sont incomplètes et il est difficile de proposer une solution basée sur l'analyse des images. Gageons qu'avec la nouvelle génération de capteurs météorologiques, la précision spatiale sera augmentée et que les mesures plus fines permettront d'obtenir des images plus exploitables. Pour le second cas, les choses se présentent différemment, car si nous avons une faible résolution spatiale, la résolution temporelle est, elle, élevée et les données dont nous disposons se prêtent aux études temporelles. C'est dans ce cadre que nous orientons principalement notre étude. Les phénomènes temporels décrits se prêtent bien aux problèmes d'estimation et d'analyse du mouvement. Il faut remarquer que les techniques actuelles d'estimation du mouvement telles que nous les décrivons au chapitre 4 ne sont pas couramment employées dans les études météo-

---

rologiques puisqu'on leur préfère souvent des méthodes de corrélations spatiales. Ces méthodes donnent des résultats acceptables mais sont limitées parce que supervisées (il faut choisir le nuage étudié) et trop sensibles aux paramètres. L'innovation scientifique reste sans aucun doute à faire dans ce domaine. D'autre part, les problèmes d'étude de vortex et de dépression en formation pourraient trouver une solution élégante si l'on pouvait caractériser le mouvement de ceux-ci. En effet, en disposant d'une base d'apprentissage adéquate, on pourrait classer les mouvements selon certaines caractéristiques bien choisies. Ces problèmes théoriques seront abordés tout au long de ce document, et en particulier dans les chapitres 4 et 5, qui leur sont consacrés.

## 2.3 Propriétés utilisables sur les images

Nous décrivons ici d'une part les propriétés physiques des phénomènes observés, d'autre part les propriétés spatiales et temporelles des données qui peuvent être utilisées pour les algorithmes de traitement d'image. Il s'agit simultanément de propriétés radiométriques et géométriques observées sur les images ou des propriétés observées sur le résultat d'algorithmes classiques, tels que la détection de contours ou le calcul du mouvement apparent. Ces propriétés sont utilisées comme information a priori dans les modèles de segmentation, que nous définissons dans le chapitre 3, ou dans les modèles de mouvement décrits aux chapitres 4 et 5.

Cette section peut donc être vue comme un lien conceptuel entre la partie descriptive de l'application, effectuée dans ce chapitre, et le contenu théorique et algorithmique présenté dans les chapitres suivants.

### 2.3.1 Modélisation d'un vortex

Un vortex nuageux est, nous l'avons dit, le résultat de la confrontation locale d'un front d'air froid et d'un front d'air chaud. Le mécanisme physique expliquant la formation de ce vortex est celui d'une turbulence en mécanique des fluides (voir [Les94]). Le système nuage est modélisé par un ensemble d'éléments indissociables appelés *parcelles fluides*, ayant chacune leur propre vitesse. On suppose que la pression  $p$ , la vitesse  $\vec{u}$  et la masse volumique  $\rho$  de ce système répondent à l'équation de Navier-Stokes :

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{\mu}{\rho} \Delta u_i \quad (2.1)$$

où  $i \in \{1, 2, 3\}$  représente les trois dimensions spatiales. Le vecteur  $g$  désigne la force de pesanteur et le paramètre  $\mu$  représente la viscosité dynamique. L'équation, que nous avons écrite, n'est en fait valable que lorsque la viscosité  $\mu$  est constante, ce qui correspond aux conditions de standard de température et de pression.

On peut également écrire l'équation du troisième principe de la mécanique Newtonienne :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div}(\vec{u}) = 0 \quad (2.2)$$

qui signifie que la résistance d'un fluide est proportionnelle à la vitesse d'écoulement, ainsi que l'équation provenant simultanément de la loi des gaz parfaits appliquée aux *parcelles fluides* et du principe d'entropie :

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (2.3)$$

liant pression  $p$ , densité  $\rho$  et température  $T$ ,  $R$  est une constante. Il est ainsi possible d'obtenir un système de trois équations décrivant l'évolution des vitesses des particules composant le nuage. Il est donc a priori possible de simuler le comportement du nuage sous réserve de connaître avec précision les paramètres physiques et thermodynamiques du système. Ce dernier point n'est évidemment pas facile à réaliser car les données du modèle ne sont pas disponibles ou seulement de façon partielle. Par exemple, les données METEOSAT nous fournissent des informations sur la densité de vapeur d'eau, la température, mais nous n'avons pas accès à la pression sauf en quelques points de l'espace (ballons sondes, stations météorologiques embarquées). En bref, il faudrait fusionner un grand nombre de données hétérogènes d'échelles temporelle et spatiale différentes. A cela, il faut ajouter la complexité numérique des calculs de simulation. Pour terminer sur le problème de la modélisation physique des nuages, le phénomène turbulent n'est qu'une vision simplifiée des choses. Tous les nuages ne sont pas turbulents et les mécanismes de leur cohésion sont bien plus complexes. Nous évoquions dans un chapitre précédent le livre de R.A. Pickle [Pic84] qui décrit en détail les mécanismes physiques sous-jacents. Ces principes physiques (basés sur des équations de conservation) mènent à un système d'équations aux dérivées partielles, très complexe avec un grand nombre de variables.

Finalement, les équations d'évolution provenant de la mécanique des fluides nous sont peu utiles : les données fournies par les satellites météorologiques ne peuvent alimenter

seules ces modèles physiques car elles sont incomplètes. Ces modèles sont toutefois utilisés pour des modélisations locales, où les données initiales sont fournies non pas par télédétection mais par des stations au sol, des ballons lâchés dans l'atmosphère ou des systèmes embarqués dans des avions.

Le phénomène de vorticité peut être aussi vu comme un phénomène géométrique. Ceci peut être utile dans notre étude car il ne nécessite pas de mesure physique, il s'agit juste de modéliser une structure géométrique dans l'espace (une image). Voici une approche newtonnienne de la vorticité : un vortex est vu comme un phénomène rotationnel avec un centre et des vitesses radiales fonction de la distance au centre. Le modèle de mouvement du vortex peut être construit à partir d'un modèle rotationnel. En considérant un exemple de vortex simple, constitué par un cylindre immatériel de rayon  $R$  tournant lui-même, on peut montrer grâce aux équations de Newton que :

- jusqu'à une certaine distance  $R$  du centre du vortex, la vitesse est proportionnelle à la distance entre le point considéré et l'axe du cylindre,
- au delà de  $R$ , la vitesse du fluide est inversement proportionnelle à la distance au centre du vortex.

Ceci s'exprime mathématiquement par le fait que la vitesse  $\vec{V}$  d'un point à la distance  $r$  du centre du vortex possède l'expression suivante :

$$\vec{V}(r) = (\omega r \mathbb{1}_{\{r < R\}} + \frac{\alpha}{r} \mathbb{1}_{\{r > R\}}) \vec{\eta} \quad (2.4)$$

où  $\omega$  est la vitesse angulaire du cylindre immatériel et  $\vec{\eta}$  le vecteur normal au point considéré. Nous avons ainsi un modèle de mouvement caractérisant le vortex. Un modèle similaire a été utilisé par Bouthemy et al [BB84], pour modéliser le mouvement à l'intérieur des vortex nuageux. Il faut noter que ces modèles sont insuffisants pour décrire avec exactitude le nuage turbulent. En particulier, ni l'évolution des jets de courant en vortex, ni les changements de topologie (agglomération de nuages ou séparation en composantes connexes), ne peuvent être abordés dans ce contexte.

### 2.3.2 Images infrarouges

Comme nous l'avons précédemment dit, les images infrarouges sont les plus aptes à observer les formations nuageuses de type vortex. Aussi, nous nous intéressons particulièrement aux propriétés de ces images.

---

## Propriétés spatiales

Les nuages sont caractérisés d'une part par une forte homogénéité visuelle des niveaux de gris des pixels et d'autre part par une texture typique (couleur uniforme et apparence cotonneuse). Il est facile de discriminer les points du nuage et les points du sol par les moyenne et variance des valeurs de niveaux de gris et c'est pour cela que les méthodes de détection de mouvement du type corrélation donnent de bons résultats.

La valeur moyenne des niveaux de gris des pixels du sol est clairement différente de celle des nuages. De plus, la structure interne des pixels du sol est plus complexe que celle des nuages. Le sol peut être liquide ou solide, avoir ou non des reliefs. Enfin, les phénomènes de réflectance au sol sont beaucoup plus nombreux que sur les nuages. Pour toutes ces raisons, les textures du sol sont beaucoup plus complexes que celles des nuages.

La principale chose à retenir sur les images infrarouges de nuage est que leur couleur, c'est-à-dire la valeur de niveau de gris, est liée à leur température et que la température d'un nuage est directement proportionnelle à son altitude. Les variations des valeurs de niveaux de gris sont donc dues aux variations de température aux bords des nuages : on passe d'un milieu froid (le nuage) à un milieu chaud (le sol). L'élévation de chaque pixel dans un nuage étant sensiblement la même, la répartition des niveaux de gris d'un nuage est très homogène.

## Propriétés temporelles

Le jeu de données que nous utilisons comporte 48 images. Ces images sont acquises à une demi-heure d'intervalle. Les vortex étudiés ont une évolution lente, visible sur la figure 2.15 pour les douze premières images de la séquence. Cette propriété permet de supposer qu'un cadre méthodologique de calcul du mouvement apparent, tel que le flot optique (voir la section 4.1.3), fournira sur ces données de bons résultats qualitatifs, car il n'y a pas de discontinuité spatiale importante de la trajectoire d'un pixel d'une image à la suivante.

Sur la séquence d'images, on identifie visuellement deux composantes principales du mouvement de ce tourbillon : d'une part l'enroulement de la structure sur elle-même, liée à une déformation temporelle, d'autre part un mouvement global de translation. On notera également que le vortex, évoluant au cours du temps, ne garde pas nécessairement la même valeur de niveau de gris en chaque pixel parce que l'altitude n'est pas constante. Cette remarque sera très importante pour la suite de ce travail : une

---

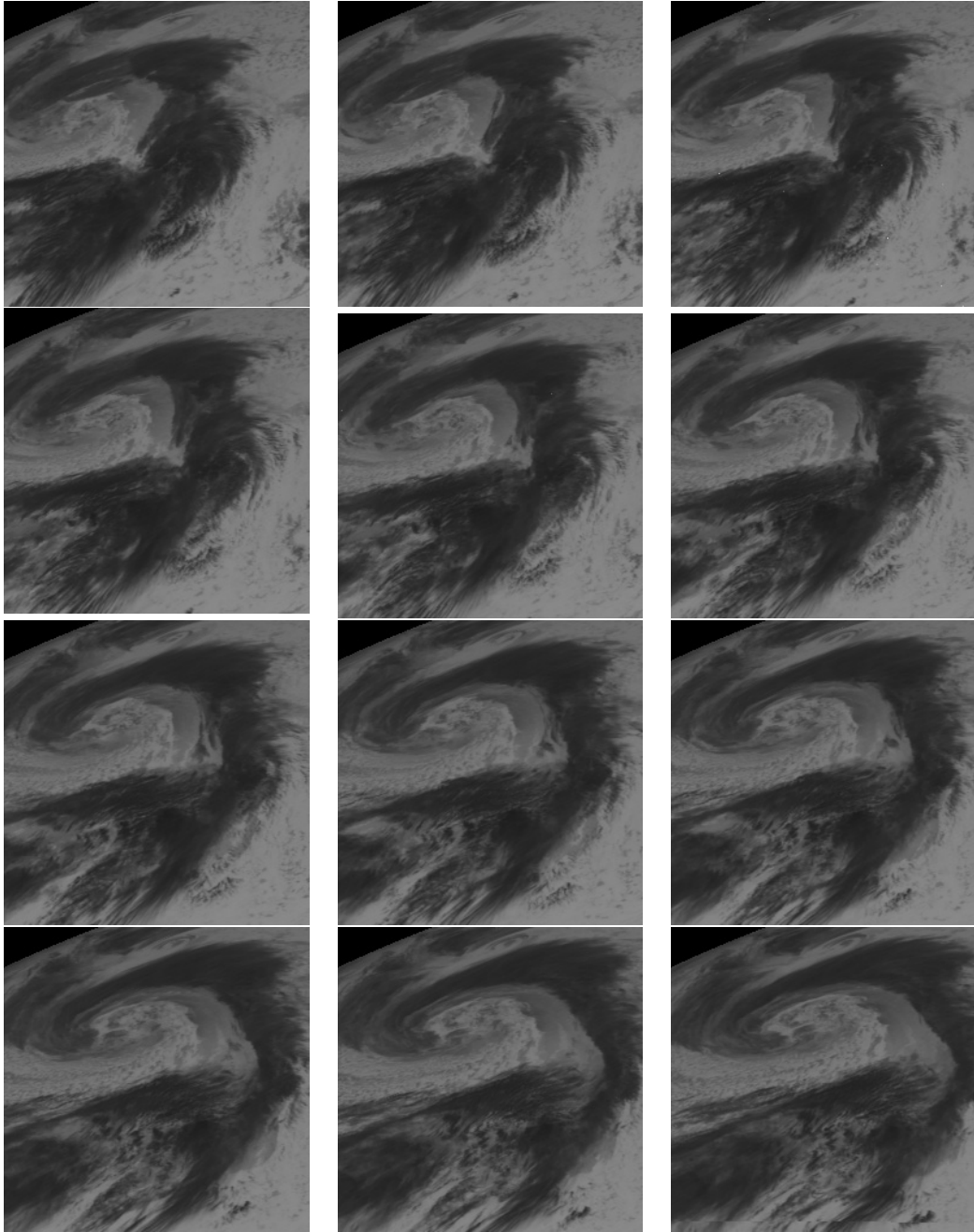


FIG. 2.15 – : *Évolution du vortex sur 12 images successives de la séquence.*



analyse bibliographique permet de constater que la majeure partie des méthodes d'estimation de mouvement utilise l'hypothèse du flot optique, c'est-à-dire qu'un pixel en mouvement garde le même niveau de gris au cours du temps. Or, cette hypothèse n'est clairement pas valide dans notre contexte. Nous serons donc amenés à reconsidérer le problème d'estimation du mouvement apparent.

### Détection de contours sur ces données

Des contrastes visuels importants sont présents sur les données utilisées. Mais les images étudiées sont très bruitées et il est difficile, nous le verrons, d'extraire des contours qui soient vraiment significatifs. Les points de contour sont obtenus classiquement au moyen d'un algorithme de seuillage par hystérésis sur les extrema locaux de la norme du gradient, obtenue par filtrage de l'image.

L'analyse qualitative visuelle des images de contour montre que certains points de contour du tourbillon sont tout de même détectés et utilisables dans les modélisations ultérieures (figure 2.16). Notamment, de nombreux points de contour sont obtenus sur les bords du vortex et délimitent nettement certaines parties. Par ailleurs, de façon favorable, on détecte peu de contours à l'intérieur de la structure du vortex. Enfin, la norme du gradient est également exploitable puisque la structure de vortex apparaît très nettement sur l'image de norme du gradient.

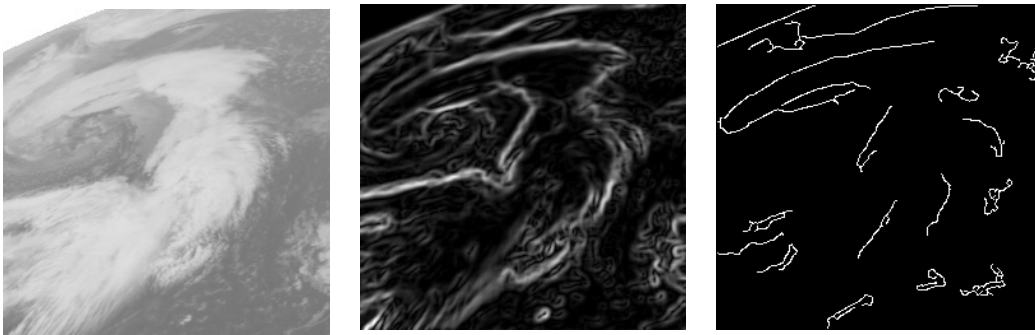


FIG. 2.16 – : *De gauche à droite : image originale, norme du gradient et contours (seuillage des extrema des normes de gradients).*

Les contours sont détectés en utilisant un filtre proposé par G. Malandain [Mal92]. Ce filtre dérive de ceux définis successivement par J. Canny [Can86] et R. Deriche [Der87]. Ce sont des filtres optimaux pour trois critères :

**bonne détection :** Le filtre doit réaliser une bonne détection des points de contour,

ce qui se traduit par un rapport signal/bruit élevé.

**bonne localisation :** les points considérés en résultat comme points de contour doivent être aussi proches que possible du véritable point de contour.

**réponse unique :** le filtre ne doit fournir qu'une seule réponse à un contour. Il faut donc que la distance entre deux maxima locaux de la réponse soit grande.

Ces trois critères mènent à la résolution d'une équation aux dérivées partielles dont J. Canny, R. Deriche et G. Malandain ont calculé des solutions particulières. Ces filtres ne fournissent pas directement des fonctions de  $\mathbb{R}^2$  à valeurs dans  $\{0, 1\}$  (espace discret), mais des fonctions continues et dérivables de  $\mathbb{R}^2$  qui sont en fait des gradients. De ce fait, ces filtres sont aussi utilisés pour calculer les gradients. Pour obtenir les images binaires de contours, on calcule ensuite les extrema de gradient, c'est-à-dire que l'on vérifie en chaque point de l'image si ce point possède une valeur maximale de norme dans la direction du vecteur gradient. Dans ce cas, le point est considéré comme point de contour. Ce procédé permet également d'obtenir des courbes d'épaisseur 1 dans la direction du gradient.

Les contours obtenus ne forment pas nécessairement des lignes contiguës, on utilise un procédé de seuillage par hystérésis qui permet de prolonger les points de contour. L'image est d'abord seuillée par un passe-bas (le seuil est fixé empiriquement) puis on applique un seuil haut sur les segments obtenus. La figure 2.16 montre, d'une part l'image obtenue avec le filtre de G. Malandain, d'autre part les contours obtenus après seuillage par hystérésis de l'image précédente.

### 2.3.3 Comparaison des images infrarouges et densité de vapeur d'eau

L'utilisation conjointe des images infrarouges et des images de vapeur d'eau dans un même modèle peut être intéressante, nous l'avons déjà évoqué. Dans l'exemple que nous présentons, l'image de densité marque bien le centre du tourbillon nuageux. Ce type de données peut donc servir à localiser la structure, ce qui s'avère utile pour initialiser la segmentation (voir figure 2.17) réalisée ensuite sur l'image infrarouge. Cette propriété s'illustre de façon immédiate en appliquant un simple algorithme de seuillage sur les deux types de données.

---

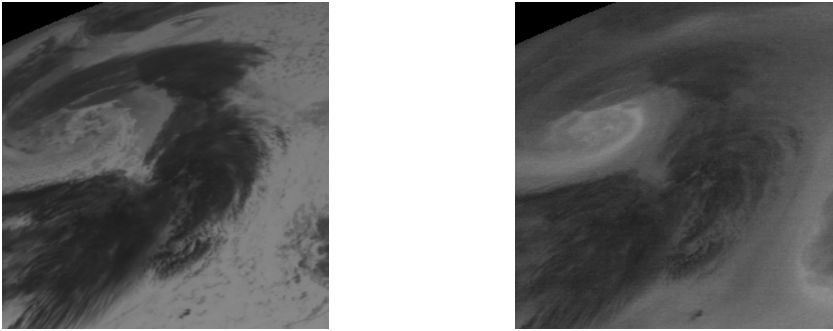


FIG. 2.17 – : *De gauche à droite : même acquisition dans les canaux infrarouge et vapeur d'eau.*

---

### 2.3.4 Données concernant les nuages tropicaux

Sur ces données, les propriétés spatiales et temporelles décrites dans la section 2.3 restent valides : nous avons notamment les mêmes caractéristiques de texture des nuages. Par contre, l'évolution temporelle de ces structures est différente de celle d'un vortex. Ce n'est pas un phénomène turbulent : il s'agit d'une énorme structure nuageuse très épaisse qui avance selon une trajectoire complexe, cédant sur son passage des éléments de sa structure et englobant d'autres structures à l'avant, sur le front de propagation du nuage. Globalement, une telle structure n'est pas connexe et sa topologie change au cours du temps. Cela se répercute sur les images où l'on observe clairement des créations et des disparitions de structure (le nuage se désagrège) et des absorptions de nuages plus petits par le nuage principal. On observe également à la périphérie du nuage principal, des apparitions et des disparitions spontanées de petites structures nuageuses et cela de manière très rapide.

## 2.4 Conclusion

Après avoir présenté brièvement les différents satellites météorologiques ainsi que les capteurs spécifiques METEOSAT, nous avons ensuite décrit les données d'étude afin de spécifier les contraintes de l'analyse et de mieux définir ce qui est observable, donc analysable sur chaque type d'image. Nous avons également abordé qualitativement le problème de la complémentarité et de la redondance entre les différents canaux. Nous avons également essayé de présenter, dans ce chapitre, les différentes propriétés spatiales et temporelles des données utilisées. Ces propriétés vont pouvoir ensuite être utilisées comme hypothèses, et donc modélisées mathématiquement, dans le chapitre 3 pour la segmentation spatiale, dans les chapitres 4 et 5 pour le calcul du mouvement, et le suivi de structures.



---

## Chapitre 3

# Segmentation statique

---

---

Le problème abordé dans ce chapitre est celui de la segmentation d'une structure nuageuse de type vortex telle que celles présentées sur la figure 2.15. La section 3.1 commence par fournir des rappels sur les champs markoviens et présente un rapide état de l'art de l'application de ces méthodes à la segmentation d'image. Les propriétés spécifiques de la structure et des données sont analysées dans la section 3.2 avant d'être formalisées mathématiquement dans la section 3.3. La section 3.4 présente et analyse les résultats obtenus afin de justifier le choix de l'approche markovienne.

### 3.1 Modèles markoviens

#### 3.1.1 État de l'art

Les modèles markoviens (voir [GA83], [GG84], [GG86], [Aze87]) sont maintenant largement utilisés en analyse d'image, notamment pour les problèmes de segmentation. Ils sont également employés pour la détection de contour [GGGP90] ou encore pour la détection et l'estimation du mouvement [PH92], [KBZ94], [MP98]. Dans un contexte utilisateur, il s'agit essentiellement de minimiser une fonctionnelle d'énergie formée de deux termes : un terme d'attache aux données qui permet d'attribuer à chaque pixel le label de segmentation le plus probable selon la configuration de valeurs dans son voisinage ; et un terme de régularité qui permet effectivement d'obtenir un résultat de segmentation régulier, au sens des propriétés choisies par l'utilisateur. Récemment, des modèles markoviens hiérarchiques ont été développés. Ce sont généralement des

---

modèles qui fonctionnent à différentes échelles : soit ils agissent simultanément sur plusieurs niveaux (pixels, régions) [GG86], soit ils travaillent à une résolution donnée puis passent à une résolution supérieure pour affiner les résultats [PH92], [KBZ94], [MP98].

Outre la définition et le choix des informations utiles, la recherche se focalise actuellement sur le choix des critères de segmentation. En effet, si la segmentation markovienne est maintenant bien maîtrisée au niveau de l'algorithmique, l'innovation reste à faire sur le choix de ces critères à travers leurs actions incriminantes ou discriminantes et sur les méthodes de comparaison de ces critères. Une étude comparative des différentes méthodes peut être aussi envisagée.

Dans le cas de la segmentation de texture - ce cas peut être intéressant dans notre cadre applicatif, car les images de nuages présentent une texture importante - le problème consiste à avoir des modèles de textures adaptés aux données d'une part ; et des critères de comparaison de textures d'autre part. Notons que, dans le cadre de sa thèse, J. Wang décrit certains modèles de textures basés sur des modèles gaussiens auto-régressifs et des filtres de Gabor. Il a également développé des méthodes robustes de comparaison ou de distance entre ces textures qui permettent une bonne discrimination entre les images de texture.

### 3.1.2 Introduction sur les champs Markoviens

Le but de cette section est de rappeler brièvement quelques notations usuelles et propriétés fondamentales des champs markoviens afin de faciliter la lecture de la fin du chapitre et la compréhension du modèle présenté.

Considérons  $S$ , l'ensemble fini des pixels de l'image, dont une occurrence pixel est notée  $s$ . Un pixel est également appelé site. Soit  $F$  l'ensemble fini des valeurs de niveau de gris possibles pour les pixels de l'image. Soit  $x_s$  la variable qui représente la valeur de niveau de gris du pixel  $s$ .  $x_s$  appartient donc à l'ensemble  $F$ . Le vecteur  $x = (x_s)_{s \in S}$  est en fait considéré comme la réalisation d'une variable aléatoire  $X$  munie d'une loi de distribution que l'on ne connaît pas nécessairement. On appelle espace des configurations l'ensemble  $\Omega = \{(x_s)_{s \in S}, x_s \in F\}$ . La variable aléatoire  $X$  prend donc ses valeurs de réalisation dans  $\Omega$ . Un champ markovien est une variable aléatoire, dont la loi est de la forme :

$$P(X) = \frac{e^{-U(x)}}{Z}$$

où  $Z$  est une constante normalisatrice. Les méthodes markoviennes consistent alors à construire une telle loi dont les configurations les plus probables sont les solutions

recherchées. Il s'agit alors d'un problème de maximisation qui n'est pas facile du fait de la dimension de la variable aléatoire. Il existe toutefois des résultats fondamentaux (le théorème de Hammersley et Clifford) qui permettent de simplifier considérablement le problème en affirmant que la probabilité conditionnelle de la valeur en un site ne dépend que des valeurs aux sites voisins. La probabilité conditionnelle d'un site sachant les valeurs des sites voisins joue donc un rôle très important, on l'appelle *spécification locale*. À partir de ce résultat, ils existent différents algorithmes appliquant ce principe, et qui simulent ces lois :

### L'échantillonneur de Gibbs

On considère un champ de Gibbs  $P$  d'énergie  $U$  et une configuration quelconque  $x_0$  de  $X$ , variable aléatoire de loi associée  $P$ . Chaque itération de l'algorithme consiste à visiter tous les sites de  $S$  d'une manière aléatoire. Pour chaque site  $s$ , on tirera la nouvelle valeur de  $x_s$  selon la spécification locale de  $s$  associée à  $P$ , c'est-à-dire  $P(x_s|x_p, p \neq s)$ , qui ne dépend donc que des voisins de  $s$ . Un tel processus converge en loi vers  $P$  quand le nombre d'itérations tend vers l'infini. Toutefois, il n'existe pas de critère d'arrêt fiable.

### L'algorithme de Métropolis

C'est une méthode similaire à celle de l'échantillonneur de Gibbs, mais la probabilité de transition en chaque pixel est choisie différemment : étant donnée la réalisation  $X = x$ , on tire une valeur  $y$  sachant la probabilité de transition d'une configuration donnée à une autre soit  $P(y|X = x)$ . On applique ensuite la règle de décision suivante :

- $P(y) \leq P(x)$  on garde la valeur  $y$  avec probabilité 1,
- $P(y) > P(x)$  on garde la valeur  $y$  avec la probabilité  $\frac{P(y)}{P(x)}$ .

Un tel algorithme converge en loi vers  $P$  avec une vitesse exponentielle. Par contre cet algorithme n'est envisageable que si le rapport  $\frac{P(y)}{P(x)}$  est facile à calculer et que si la loi de transition est possible à simuler (ce qui est le cas des champs de Gibbs). En pratique, le tirage d'une configuration  $y$  est complexe du fait du nombre de sites. On s'intéresse à un site particulier  $s$ , et l'on considère la nouvelle configuration  $y = (y_s, x_{-s})$  où  $-s$  désigne l'ensemble des sites différents de  $s$ . La nouvelle valeur  $y_s$  est alors tirée selon la loi  $P(y_s|x_s, s \in \mathcal{V}_s)$ , puis la règle de



décision est appliquée. Ce procédé est appliqué à tous les sites. L'ordre de visite des sites n'est pas important pour la convergence de la méthode.

Par ailleurs, il existe deux principaux types de méthodes d'optimisation :

### Le recuit simulé :

On construit une énergie du type  $H_{T_n}(x) = U(x) + \frac{V(x)}{T_n}$ , où  $U(x)$  est l'énergie d'un champ de Gibbs  $P$ ,  $V(x)$  une fonction que l'on cherche à minimiser, et  $T_n$  une suite telle que  $T_n \geq K/\log n$ . Il est possible de montrer, en utilisant les propriétés des chaînes de Markov, que la loi associée à l'énergie  $H_{T_n}$  converge en loi vers la loi de  $P$  sachant  $V = V_{min}$ , où  $V_{min}$  désigne le minimum de la fonction  $V$ . On peut donc d'une part minimiser l'énergie  $V$  en supposant  $U = 0$ , d'autre part minimiser la fonction  $U$  sous la contrainte  $V = 0$  et cela en appliquant un échantillonneur de Gibbs ou un algorithme de Métropolis sur la probabilité d'énergie  $H_{T_n}$ . Par exemple, dans le premier cas, on applique un simulateur de Gibbs ou un algorithme de Métropolis sur la nouvelle famille de lois  $\Pi$ , indexée par le numéro d'itération  $n$ , où  $V$  est l'énergie du champ de Gibbs  $P$  que l'on veut simuler :

$$\Pi_{T_n}(x) = \frac{\exp(-\frac{V(x)}{T_n})}{Z_{T_n}} \quad (3.1)$$

Le paramètre  $T_n$  s'appelle une température. La probabilité de transition est égale à :  $P(X^{n+1} = x | X^n = y) = \Pi_{T_n}(y, x)$ . En faisant tendre  $T_n$  vers 0 selon une loi telle que  $T_n \geq K/\log n$ , on peut montrer la convergence en loi de  $X^n$  vers  $\Pi$ .

### Algorithmes déterministes :

Les algorithmes déterministes ont le grand avantage d'être moins coûteux que les classiques méthodes stochastiques. La méthode la plus employée est l'ICM ou Iterated Conditional Mode méthode, proposée par Besag ([Bes86]). Cette méthode utilise un simulateur de Gibbs, mais chaque site est mis à jour avec la valeur maximisant la probabilité conditionnelle du site, au lieu d'effectuer un tirage aléatoire selon cette loi de probabilité.

Finalement, utiliser un champ de Markov sur un ensemble  $\Omega$ , qui représente une image, c'est proposer une probabilité, et donc une énergie pour les champs de Gibbs, qui décrit les propriétés de l'image. Les configurations les plus probables, qui correspondent donc aux énergies les plus basses, modélisent les propriétés recherchées. Pour compléter cette

étude sur les champs markoviens et leur application au traitement de l'image, on pourra se reporter au livre de G. Winkler [Win95].

Dans la section suivante, nous présentons les propriétés image qui caractérisent les structures que nous désirons segmenter sur les données satellites. Ces propriétés seront ensuite traduites mathématiquement pour être incorporées dans l'énergie du modèle markovien.

## 3.2 Informations utilisables et conception du modèle

Un des objectifs de cette thèse est de participer à la prédiction d'évolution des structures météorologiques. Il est donc important d'avoir une bonne connaissance mathématique des images : c'est-à-dire être capable de modéliser les propriétés des données, des structures et de leur évolution temporelle. Pour cela, étudions tout d'abord les propriétés spatiales au moyen d'un modèle de segmentation markovien spécifiquement adapté à ces images météorologiques, voire aux structures étudiées elles-même. La structure concernée dans ce chapitre est un vortex nuageux. Il s'agit de pouvoir segmenter cette structure, c'est-à-dire de déterminer la courbe qui délimite la frontière extérieure du vortex dans l'image. Le modèle doit prendre en compte toutes les informations disponibles sur les données et peut être basé soit sur un modèle markovien, soit sur un modèle de contour actif que nous présenterons dans la section 3.4. Les informations utilisables sont très variées. Elles concernent directement les niveaux de gris de l'image ou le résultat de filtres appliqués aux niveaux de gris de cette image :

1. homogénéité des niveaux de gris à l'intérieur du vortex et, d'une manière générale, à l'intérieur d'une structure nuageuse. Cette propriété est caractérisée par la moyenne et la variance des valeurs de niveau de gris à l'intérieur de la structure. Notons que l'homogénéité en niveau de gris est une manière simple de modéliser la texture des structures nuageuses. Il est certain que celle-ci est plus complexe qu'une simple homogénéité, et qu'une modélisation plus fine pourrait ou devrait être envisagée,
2. information de type norme du gradient : celle-ci prend des valeurs plus importantes à proximité des bords du vortex,

3. utilisation des points de contours (maxima locaux de la norme du gradient) : ces derniers délimitent assez bien les bords du vortex alors qu'ils sont peu présents à l'intérieur de la structure. Cette information est différente de l'information simple de la norme de gradient. La norme du gradient peut être élevée à l'intérieur des structures nuageuses et près des bords alors que les contours y sont peu présents.
4. examen des différents canaux : les mêmes structures sont visibles sur les canaux infrarouge, visible et densité de vapeur d'eau,

mais aussi des aspects de haut niveau,

1. prise en compte des caractéristiques géométriques des tourbillons,
2. prise en compte du phénomène physique sous-jacent : rencontre d'un front chaud et d'un front froid.

L'utilisation d'informations temporelles (gradient temporel, champ de vitesses) dans le modèle de segmentation pour une extension de la modélisation à la segmentation spatio-temporelle pourrait être également envisagée.

## 3.3 Étude du modèle de segmentation spatiale

### 3.3.1 Description du modèle

Nous faisons donc ici une première définition d'un modèle markovien, comprenant uniquement des propriétés spatiales de bas niveau, afin de segmenter la structure nuageuse d'intérêt sur une image. Ce modèle utilise trois propriétés spatiales simples, qui correspondent à l'observation visuelle des images correspondantes (figure 3.1) :

1. Homogénéité des niveaux de gris dans la structure. C'est-à-dire que globalement la structure nuageuse étudiée apparaît claire sur fond foncé : les pixels ont majoritairement tendance à avoir une valeur de niveau de gris proche de la valeur moyenne.
  2. Positionnement de la courbe frontière sur les pixels à forte valeur de la norme du gradient spatial. Cette propriété schématise le processus de segmentation itératif que nous envisageons : si la courbe frontière de la structure est initialisée de façon
-

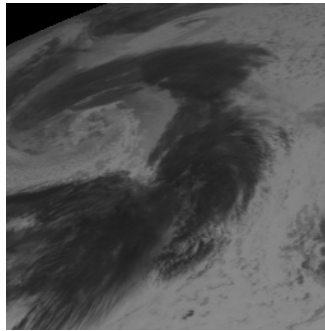


FIG. 3.1 – : *Un vortex nuageux à détecter.*

arbitraire, le processus itératif la fera évoluer pour se positionner au bord de la structure, sur les pixels qui présentent de fortes valeurs de la norme du gradient spatial.

3. Régularité de la région résultant de la segmentation. Cette propriété exprime simultanément que le bord de la structure est assez régulier, et qu'il ne faut pas voir apparaître de petites régions segmentées comme non-nuage à l'intérieur de la structure nuage. En effet, nous cherchons à obtenir une région connexe et pleine, car nous nous intéressons surtout à la courbe frontière extérieure des nuages.

Nous allons donc caractériser ces propriétés pour réaliser un modèle de segmentation au moyen d'un champ markovien. Soit  $S$  l'ensemble fini des sites de l'image. Soit  $X \in \Omega = \{-1, 1\}^{|S|}$  la variable aléatoire décrivant le résultat de la segmentation et  $x$  une réalisation de  $X$ . Nous souhaitons que le résultat de la segmentation vérifie :

- $x_s = 1$  si le pixel  $s$  est dans le vortex,
- $x_s = -1$  si le pixel est à l'extérieur du vortex.

Ce processus de segmentation permet également de positionner une courbe sur la frontière du vortex ; c'est la courbe frontière de la région obtenue à la fin du processus de segmentation, c'est-à-dire l'ensemble des pixels  $s$  tel que  $x_s = 1$  et qui ont un voisin  $t$  tel que  $x_t = -1$ .

Soit  $Y = (Im, Grad, Cont) \in \Delta = \{0, \dots, 255\}^{|S|} \times \{0, \dots, 255\}^{|S|} \times \{0, 1\}^{|S|}$  la variable aléatoire décrivant les données, c'est-à-dire les niveaux de gris, la norme du gradient et les contours détectés sur l'image.  $im_s$  est la valeur de niveau de gris du pixel  $s$  ;  $grad_s$  est la valeur de la norme du gradient spatial de ce pixel ; et  $cont_s = 1$  si le pixel  $s$  est considéré comme contour après application du seuillage.

Nous appelons  $x$  et  $y$  les réalisations des variables aléatoires  $X$  et  $Y$ . L'énergie du modèle markovien s'écrit :

$$U(x | y) = U_1(x, y) + U_2(x) \tag{3.2}$$

Le terme  $U_1$  exprime les deux premières propriétés identifiées. Tout d'abord, les pixels de la structure à segmenter sont homogènes en valeurs de niveau de gris. Notons

---

$C(x) = \{s \in S \mid x_s = 1\}$  l'ensemble des pixels possédant l'étiquette 1 dans le processus de segmentation, c'est-à-dire les pixels considérés comme appartenant à l'intérieur du vortex. L'homogénéité est modélisée par une loi normale. C'est-à-dire que la répartition des niveaux de gris des pixels de  $C(x)$  suit approximativement une distribution normale :

$$\forall s \in C(x), im_s \sim N(\mu, \sigma^2)$$

de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$ . On choisit alors la formulation suivante :

$$U_1(x, y) = \sum_{s \in C(x)} \left( \left( \frac{im_s - \mu}{\sigma} \right)^2 - f(y) \right) \quad (3.3)$$

où  $f(y)$  est le seuil toléré d'écart des niveaux de gris observés à la loi normale. On choisit de définir  $f(y)$  par  $f(y) = T + \text{terme variable}$ .  $T$  est classiquement le seuil d'acceptation du test gaussien. Le *terme variable* permet alors de modéliser la deuxième propriété en l'exprimant de la façon suivante :

$$\text{terme variable} = \beta * grad_s(1 - cont_s) \quad (3.4)$$

Cette formulation permet de favoriser l'acceptation des pixels ayant des gradients élevés, par exemple, sur le bord de la région. Pour ces pixels, on accepte que le niveau de gris présente un écart plus important à la loi gaussienne. Cela exclut toutefois les pixels de contour : pour ces points,  $(1 - cont_s)$  vaut 0 et annule le biais toléré. Cela doit permettre de bloquer la courbe sur le bord du vortex dans le processus itératif.

Le terme  $U_2$  concerne un modèle d'Ising standard exprimant la régularité de la structure, qui traduit donc la troisième propriété requise par le modèle :

$$U_2(x) = - \sum_{\langle s, t \rangle} x_s x_t \quad (3.5)$$

Ce terme favorise les configurations dans lesquelles un maximum de pixels ont la même étiquette que leurs voisins puisque le terme  $x_s x_t$  vaut 1 pour  $x_s = 1$  et  $x_t = 1$  ou  $x_s = -1$  et  $x_t = -1$  (voir figure 3.2).

Nous recherchons, lors du processus de résolution numérique, les configurations les plus probables, c'est-à-dire les réalisations  $x$  qui ont la plus grande probabilité. Ces configurations correspondent à celles dont la probabilité est la plus forte et donc à celle

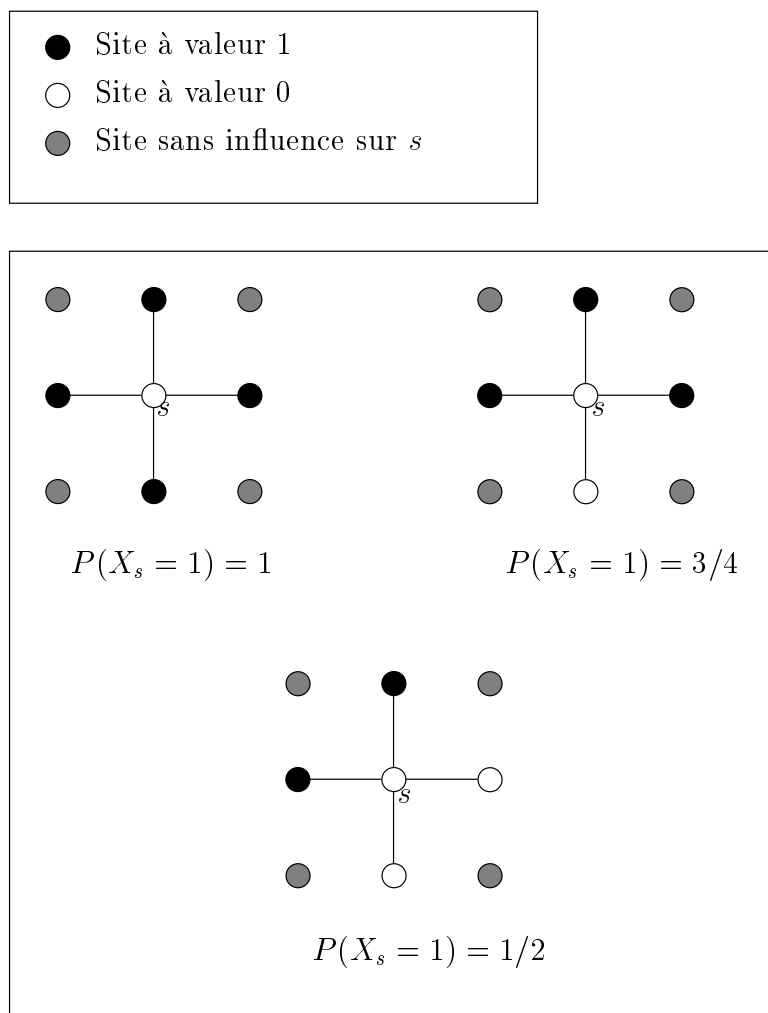


FIG. 3.2 – : *Modèle d'Ising avec un voisinage aux quatre plus proches voisins.*

dont l'énergie  $U$  est la plus faible. Nous nous trouvons donc devant un problème de minimisation de la fonction  $U$  par rapport à  $x$ .

Nous utilisons un ICM pour effectuer cette minimisation d'énergie. On définit automatiquement, ou on choisit manuellement, une initialisation de la région recherchée. En général, on choisit un petit disque localisé à l'intérieur du vortex. Les itérations successives de l'ICM font croître cette région de façon à ce que son contour vienne se positionner sur la courbe frontière du vortex. Le balayage de l'ICM se fait de gauche à droite et de bas en haut.

### 3.3.2 Estimation des paramètres

Dans une première étape de l'algorithme, on choisit  $\beta = 0$  puisqu'on se situe a priori loin des fortes valeurs de la norme du gradient. En effet, la zone qui sert d'initialisation au processus de segmentation est une petite zone située à l'intérieur du vortex et le terme  $\beta$ , qui favorise les pixels à forte valeur de norme du gradient, ne peut jouer un rôle décisif.

Les quatre paramètres du modèle,  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $T$  et  $\alpha$  sont alors estimés sur la segmentation initiale choisie par l'utilisateur. Ils sont ensuite ré-estimés à chaque itération de l'ICM de façon à pouvoir faire croître la région segmentée. Le protocole d'estimation est le suivant :

- Les paramètres  $\mu_0$  et  $\sigma$  sont les estimateurs du maximum de vraisemblance d'une loi normale. L'estimation est faite sur l'initialisation de  $C(x)$  que l'on note  $\overset{\circ}{C}(x)$ .
- Le paramètre  $T$  est le seuil d'acceptation du test gaussien, estimé également sur l'initialisation, de façon à ce que chacun des points de  $\overset{\circ}{C}(x)$  vérifie le test gaussien :

$$\forall s \in \overset{\circ}{C}(x), \left(\frac{im_s - \mu_0}{\sigma}\right)^2 < T$$

On a donc  $T = \max_{s \in \overset{\circ}{C}(x)} \left\{ \left(\frac{im_s - \mu_0}{\sigma}\right)^2 \right\}$ ,

- le terme  $\alpha$ , terme de régularisation, est estimé de telle façon que les pixels situés sur le bord de la région d'initialisation, mais à l'extérieur de celle-ci, soient tous acceptés lors de la première itération de l'ICM. On admet que l'on souhaite tout d'abord réaliser une phase de croissance à partir de l'initialisation :

$$\forall s \in S \mid -2 \leq \sum_{t \in V_s} x_t \leq 2, \left(\frac{im_s - \mu_0}{\sigma}\right)^2 < T + 2\alpha \sum_{t \in V_s} x_t$$



On a donc :

$$\alpha = \min_{s | -2 \leq \sum_{t \in V_s} x_t \leq 2} \left( \frac{(im_s - \mu_0)^2 - T}{2 \sum_{t \in V_s} x_t} \right)$$

On réalise ensuite plusieurs itérations d'ICM, avec ces paramètres et  $\beta = 0$ . Ce processus se poursuit jusqu'à obtenir une phase de stabilité et un premier résultat de segmentation où le résultat obtenu est noté  $C^1(x)$ . Cette région est alors utilisée pour estimer  $\beta$ , de manière à inclure à nouveau les pixels sur le bord et à l'extérieur de la région  $C^1(x)$  : on veut réaliser un nouveau processus de croissance :

$$\forall s \in S \mid 0 \leq \sum_{t \in V_s} x_t \leq 2, \left( \frac{im_s - \mu_0}{\sigma} \right)^2 < T + 2\alpha \sum_{t \in V_s} x_t + \beta * grad_s * (1 - cont_s)$$

On a donc :

$$\beta = \min_{s | 0 \leq \sum_{t \in V_s} x_t \leq 2} \left( \frac{\left( \frac{im_s - \mu_0}{\sigma} \right)^2 - T - 2\alpha \sum_{t \in V_s} x_t}{grad_s * (1 - cont_s)} \right)$$

On débute ensuite une deuxième étape du processus en effectuant de nouvelles itérations d'ICM, où la segmentation évolue en prenant en compte l'ensemble des propriétés choisies avec les valeurs de paramètres calculées précédemment.

Finalement, cet algorithme fonctionne comme un processus de croissance de région : les paramètres sont mis à jour de façon telle que la zone de segmentation ne peut que croître. Toutefois, à cause du seuil variable  $T$ , ce processus de croissance se stabilise au bout de quelques itérations de l'ICM.

### 3.3.3 Fonctionnement de l'algorithme

Nous expliquons, dans cette section, l'heuristique utilisée pour le fonctionnement de cet algorithme de segmentation, en mettant en valeur les deux étapes du processus : étape 1 en ne tenant pas compte des gradients ( $\beta = 0$ ), étape 2 en tenant compte des gradients ( $\beta \neq 0$ ).

#### Étape 1

1. Initialisation : l'utilisateur fixe une petite région dans le vortex, afin de localiser la structure et de permettre l'estimation des paramètres sur cette région  $\overset{\circ}{C}(x)$ .
2. On estime  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $T$ , et  $\alpha$ , sur  $\overset{\circ}{C}(x)$ .  $\beta$  est fixé à zéro.

3. Balayage de l'image par des itérations d'ICM afin de faire croître la région. On peut effectuer un ou plusieurs balayages.
4. Retour en 2.

**Étape 2** : cette étape entre en jeu après stabilisation de la première partie du processus.

1. Estimation du paramètre  $\beta$ .
2. Une ou plusieurs itérations de l'ICM.
3. Fin.

L'utilisateur fixe le nombre d'itérations où l'on estime les paramètres ainsi que le nombre d'ICM réalisés dans chaque phase. Les itérations de l'ICM dans la première et la seconde étape sont stoppées par un critère simple : lorsque moins de 5% des étiquettes ont changé, on stoppe l'ICM.

## 3.4 Résultats de l'algorithme

Pour étudier les résultats de l'algorithme présenté, nous utilisons une image infrarouge d'un vortex nuageux. Cette image provient d'une séquence acquise le 18 octobre 1989 au dessus de l'Europe occidentale par METEOSAT. Pour une première utilisation, nous essayons de segmenter la partie claire dans le tourbillon, qui correspond en fait à une zone sans nuage sur ces données. Dans une seconde étape, nous essaierons de segmenter la partie nuageuse du tourbillon en utilisant les données inversées. Le nuage se trouvera donc en clair.

### 3.4.0.a Premier exemple

La partie gauche de la figure 3.3 nous présente les données et la représentation en blanc de l'initialisation ; l'image centrale montre le bord de la segmentation obtenue après 20 itérations de l'ICM ; et l'image de droite celui après 60 itérations. On constate que le résultat est correct et valide les propriétés choisies. Toutefois cette zone est en fait une région sans nuage, qui n'est donc pas intéressante directement pour les météorologues. Si on travaillait sur une image de taille plus importante, le résultat de la segmentation obtenue devrait naturellement recouvrir l'ensemble de la région sans nuage et par complémentarité, fournir une segmentation de la zone nuageuse. Mais, la

---

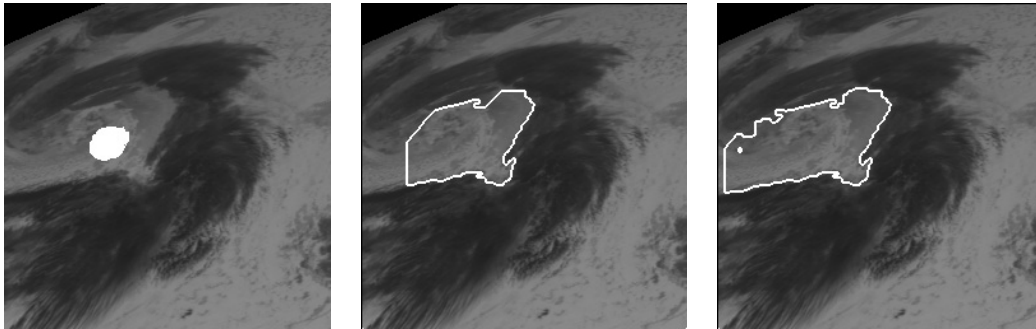


FIG. 3.3 –: *Image 1 : initialisation en blanc ; images 2 et 3 : résultats après 20 et 60 itérations.*

---

difficulté proviendrait alors de la multiplicité des structures à analyser. Nous choisissons donc, simplement, de segmenter les structures nuageuses en travaillant sur les données inversées.

### 3.4.0.b Second exemple

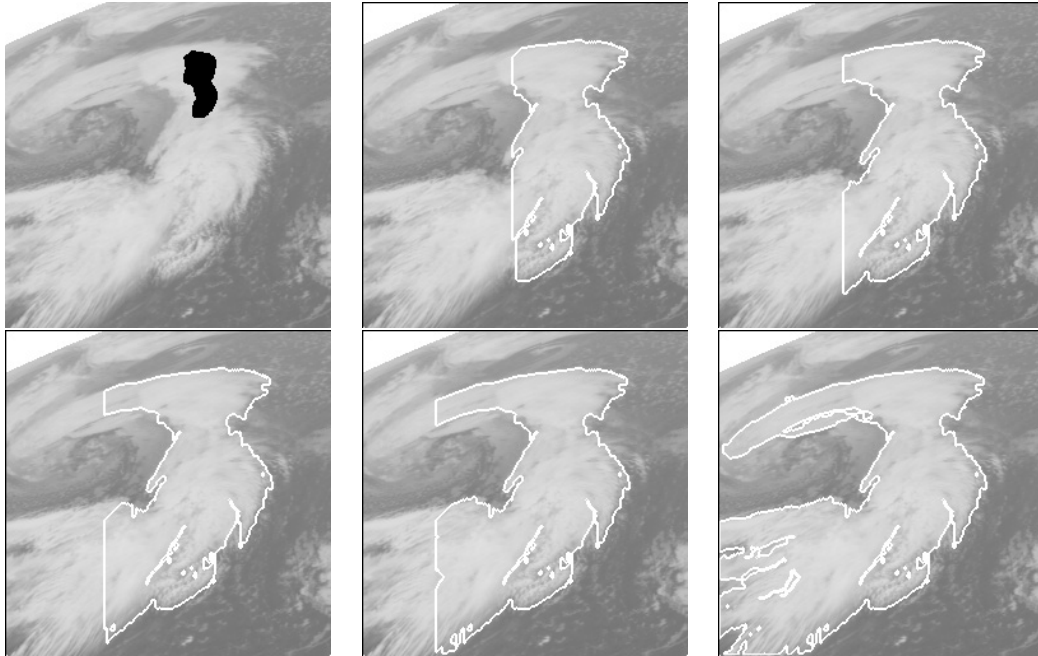


FIG. 3.4 – : *Image 1 : initialisation en noir, images 2 à 6 : résultats après 20, 40, 60, 80 et 140 balayages de L'ICM.*

Pour cette deuxième utilisation du modèle, on décide donc de travailler sur les images inversées et de segmenter la structure nuageuse, qui apparaît alors en clair, à partir d'une initialisation représentée en noir sur la première image de la figure 3.4. Les images suivantes illustrent le fonctionnement itératif de l'algorithme par croissance de région en présentant les résultats intermédiaires obtenus après 20, 40, 60 et 80 itérations de l'ICM. Le résultat final de segmentation obtenu est satisfaisant par rapport aux critères que nous avons choisis. Il apparaît sur la dernière image de la figure 3.4 et on peut observer que le vortex est correctement séparé du fond de l'image. Toutefois la convergence de l'algorithme est lente. Ce problème est dû au mode de balayage utilisé pour réaliser l'ICM : de gauche à droite et de haut en bas. Il suffirait naturellement de faire un balayage dans les deux directions pour augmenter cette vitesse de convergence du modèle.

### 3.4.1 Amélioration du modèle

L'examen du mode de fonctionnement du modèle et de la qualité des résultats obtenus nous ont conduit à réexaminer certains points de l'algorithme. Comme nous l'avons souligné, le mode de balayage de l'ICM n'est pas optimal. Il paraît également important d'examiner le rôle que jouent les points de contour dans la solution obtenue, afin que les résultats du modèle ne soient pas trop dépendants de la qualité des résultats fournis par l'extracteur de contours. Enfin, les résultats présentés sur les images de la figure 3.4 montrent que la présence de points de contour à l'intérieur du vortex crée l'apparition de petites régions factices. Il est donc nécessaire d'examiner la régularité du résultat de la segmentation.

#### 3.4.1.a Balayage de l'ICM

Comme nous l'avons fait remarquer précédemment, la convergence de l'algorithme est lente à cause du type de balayage choisi. Nous avons donc alterné deux modes de balayage de l'image pour optimiser cet ICM :

- un balayage de gauche à droite et de haut en bas,
- un balayage de droite à gauche et de haut en bas.

La convergence de l'algorithme est ainsi considérablement améliorée : il fallait environ 160 itérations pour segmenter toute la région avec un seul type de balayage ; avec cette modification une vingtaine d'itérations suffisent pour obtenir un résultat similaire visuellement (voir figure 3.5).

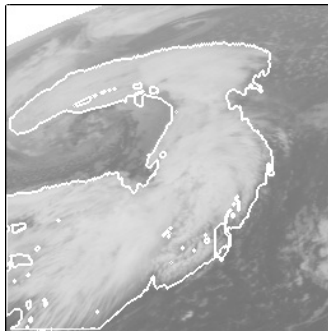


FIG. 3.5 – : *Résultat de l'ICM avec balayages alternés après 20 itérations.*

### 3.4.1.b Calcul des contours

Afin d'étudier la sensibilité du modèle vis-à-vis du résultat de la détection de contour, nous avons essayé d'utiliser uniquement l'information de la norme du gradient. Dans le calcul du seuil d'acceptation  $f(y)$  du modèle (voir section 3.4), le terme  $(1 - Cont_s)$  est remplacé par une fonction  $F_a$  de seuillage de la norme du gradient. Nous avons choisi  $F_a(z) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1 - \exp\frac{z-1}{a}}{1 + \exp\frac{z-1}{a}} \right)$  où le paramètre  $a$  a une valeur égale à 0.05 afin que la fonction  $F$  soit proche d'une fonction indicatrice comme le montre la figure 3.6.

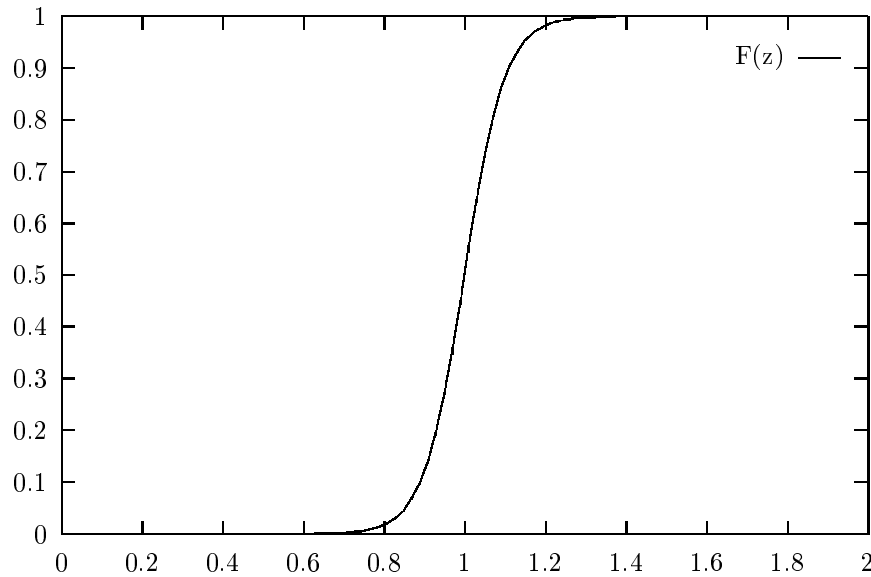


FIG. 3.6 – : Graphe de la fonction  $F$ .

Le calcul du seuil d'acceptation d'écart à la loi normale s'effectue donc par la formule suivante :

$$f(y) = T + \beta * grad_s * F_{0.05}(grad_s/c) \quad (3.6)$$

Ainsi, pour  $grad_s > c$ , on a  $F_{0.05}(grad_s/c) \simeq 1$  et pour  $grad_s < c$ , on a  $F_{0.05}(grad_s/c) \simeq 0$ . Le paramètre  $c$  est à déterminer.

Cette méthode a l'avantage d'utiliser directement les gradients de l'image et donc d'être indépendante du choix d'un seuil pour le calcul des contours à partir de l'image des extrema de la norme du gradient. La figure 3.7 présente les résultats obtenus avec cette

méthode. Ils sont en fait très semblables à ceux provenant de l'utilisation directe des contours.

Malgré tout, l'avantage principal est que le modèle s'affranchit d'une contrainte externe sur la qualité de l'opération de détection de contour.

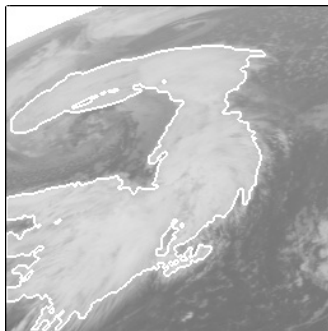


FIG. 3.7 – : *Utilisation des gradients de l'image au lieu des contours (résultat après 20 itérations).*

### 3.4.1.c Régularité de la segmentation

Les différents résultats, présentés dans ce chapitre, montrent que des petites régions artéfacts peuvent apparaître dans la segmentation finale de l'image. Elles sont dues à la présence de points de contour ou de points de très forte valeur de norme du gradient à l'intérieur même de la région recherchée et donc à la nature texturale de l'image. Ces défauts montrent la limite de la modélisation de la texture nuageuse par l'homogénéité en niveau de gris. Pour résoudre ce problème et assurer un résultat régulier, nous appliquons un modèle d'Ising sur le résultat, en utilisant la même valeur de  $\alpha$  que celle obtenue à la fin du processus de segmentation. Pour ce modèle d'Ising, l'énergie  $U$  se réduit simplement au terme de régularisation :

$$U(x) = \alpha U_2(x) = -\alpha \sum_{(s,t)} x_s x_t$$

L'application d'un processus de minimisation de l'énergie  $U$  à partir du résultat de la segmentation permet d'obtenir un nouveau résultat où les petites cavités sont bien résorbées, et où les bords de la région segmentée sont lissés. Toutefois une cinquantaine d'itérations sont nécessaires pour obtenir un résultat satisfaisant tel que celui présenté sur la figure 3.8.

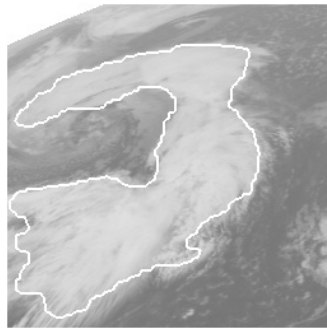


FIG. 3.8 – : *Régularisation finale par un modèle d'Ising (50 itérations).*



## 3.5 Comparaison du modèle de segmentation avec les contours actifs

D'autres approches, telles que les contours actifs permettent d'inclure à la fois des contraintes géométriques et des contraintes image. Les contours actifs ont été introduits par Kass et *al* [KWT88]. Le principe est simple : il s'agit de calculer une courbe  $v(s)$ , généralement fermée, en contrôlant sa régularité, et en la positionnant sur des zones particulières de l'image. En général, on cherche à placer la courbe sur les points de contour. La courbe est calculée comme la solution minimale d'une fonctionnelle d'énergie (comme dans les méthodes précédentes). L'énergie  $E$  comprend deux termes :  $E(v) = E_{regul}(v) + E_{data}(v)$ . Le premier modélise la régularité de la courbe en contrôlant les carrés de la norme des dérivées première et seconde de la courbe. L'énergie du snake se formule ainsi, en supposant que les courbes  $v$  sont paramétrées par leur abscisse curviligne :

$$E_{regul}(v) = \alpha \int_0^1 \left( \frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 ds + \beta \int_0^1 \left( \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right)^2 ds$$

Le second terme modélise l'attache aux données, c'est-à-dire les points d'intérêt dans l'image. Ce terme est généralement défini par :

$$E_{data}(v) = \gamma \int_0^1 \mathcal{P}(v) ds$$

où  $\mathcal{P}$  est le potentiel choisi. D'une manière générale, le potentiel  $\mathcal{P}$  est une fonction qui dépend de l'image, soit  $\mathcal{P}(s) = \Phi(I(x(s), y(s)))$  où  $I(x(s), y(s))$  est la valeur de niveau de gris du pixel  $(x(s), y(s))$ . Si l'on cherche à placer la courbe sur les points de contours,  $\mathcal{P}$  caractérise ces points. On peut choisir :  $\mathcal{P} = -|\nabla I(i, j)|^2$  qui prendra des valeurs négatives très faibles (pour la minimisation) si le pixel  $(i, j)$  est un point de contour (donc de forte valeur de norme du gradient). Notons aussi les travaux de L. Cohen, qui a proposé une variation du modèle des contours actifs appelé «ballon» [Coh91] et qui permet de modéliser la croissance des régions délimitées par les courbes. Pour cela, on ajoute dans le potentiel un terme qui dépend du vecteur normal au contour actif, typiquement :  $\mathcal{P}(v(s)) = k\vec{n}(v(s))$ . On privilégie ainsi une région de plus en plus grande, comme un ballon qui se gonfle.

Parmi les contours actifs, il existe une sous-classe de contours actifs, que l'on appelle contours actifs géodésiques [CKS95, CKSS96, CK96]. Il s'agit simplement du cas particulier où le paramètre  $\beta$  de l'énergie du snake est nul. C'est-à-dire que l'énergie  $E_{regul}$  ne

dépend plus que du terme en  $\frac{\partial v}{\partial s}$ . Le terme de *géodésique* provient du fait que le calcul du minimum de l'énergie de ce snake est équivalent à rechercher les lignes géodésiques (c'est-à-dire de plus court chemin) dans un espace de Riemann déduit du potentiel  $\mathcal{P}$ , donc de l'image  $I$ . Ce type de résolution permet de trouver des solutions qui autorisent des changements de topologie.

Il est clair que le terme de régularité  $E_{regul}$  joue le même rôle que le terme d'Ising du modèle markovien. Pour le terme d'attache aux données,  $E_{data}$  doit modéliser les propriétés d'homogénéité du modèle markovien, c'est-à-dire que l'on a une énergie  $E_{data}$  du type :

$$E_{data}(v) = \iint_{C(X(s))} \Phi(I(x, y)) dx dy$$

où  $\Phi(I(x, y)) = \left(\frac{I(x, y) - \mu}{\sigma}\right)^2 - T$  et  $C(X(s))$  est la cavité résultante du processus de segmentation décrite par la variable  $X$  (voir les notations du début de ce chapitre). D'après le théorème de Stokes, nous avons la relation suivante :

$$\iint_{\Omega} \operatorname{div}(U) dx dy = \int_{\Gamma} U \cdot n d\Gamma \quad (3.7)$$

où  $U$  est une fonction de  $H^1(\Omega)^2$  et  $n$  le vecteur normal à la courbe  $\Gamma$ , frontière de  $\Omega$ . Dans le cas où  $U$  et  $n$  sont paramétrées par leur longueur d'arc, nous avons :

$$\iint_{\Omega} \operatorname{div}(U) dx dy = \int_0^1 (u \cdot n_x + v \cdot n_y) ds \quad (3.8)$$

où  $U = (u, v)$ . Pour retrouver la formulation des contours actifs d'une force de potentiel intégrée sur une courbe, il nous suffit de trouver deux fonctions  $u$  et  $v$  telles que :

$$\operatorname{div}(U) = u_x + v_y = \Phi \circ I = \Psi \quad (3.9)$$

Cette équation possède alors une infinité de solutions. Il nous suffit de trouver une solution particulière, par exemple :

$$\begin{cases} u(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^x \Psi(t, y) dt \\ v(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^y \Psi(x, t) dt \end{cases} \quad (3.10)$$

Remarquons que lorsque la fonction  $\Psi$  est constante, on retrouve la force de pression introduite par L. Cohen.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la première étape d'une démarche globale devant aboutir à la prédiction du déplacement et de la déformation d'une structure de type vortex. Pour cela nous avons caractérisé les propriétés observées dans un contexte de champ markovien. Il s'agit d'un champ de Gibbs modélisant les propriétés d'homogénéité et de régularité des nuages. Le modèle fonctionne selon un procédé de croissance de région. Le procédé de segmentation est également raffiné en intégrant des informations de type contour ou maxima de gradient. Après une étape d'estimation des paramètres d'homogénéité, on utilise une seconde étape qui permet de favoriser, dans le calcul de l'énergie du champ de Markov, les sites de moindre homogénéité mais de fort gradient, qui sont caractéristiques du bord du vortex. Cette seconde étape a donc principalement pour but d'inclure les régions proches des bords du vortex dans le résultat de segmentation.

---

---

## Chapitre 4

# Estimation du mouvement sans modèle a priori

---

---

Après avoir présenté une méthode permettant de segmenter les structures d'intérêt au moyen des seules propriétés spatiales, nous nous trouvons confrontés, pour l'étude de séquences d'images, au problème de l'estimation du mouvement apparent, c'est-à-dire à l'estimation du mouvement des pixels sur la séquence d'images. De plus, dans la perspective de proposer un modèle d'évolution des structures fluides au sens large, et en particulier des structures nuageuses, cette analyse du mouvement est un paramètre particulièrement important. Ce chapitre fait donc un rapide état de l'art, section 4.1, des méthodes existantes. La section 4.2 présente ensuite deux méthodes de référence d'estimation du mouvement basées sur le calcul du flot optique. Par la suite, nous proposons dans la section 4.3 une nouvelle méthode d'estimation du mouvement, basée sur les propriétés des images infrarouges, mais qui peut être étendue à d'autres situations. Cette méthode propose une extension de l'hypothèse utilisée dans le calcul du flot optique. Les sections suivantes présentent une étude expérimentale du modèle.

### 4.1 État de l'art

#### 4.1.1 Méthodes qualitatives de détection de mouvement

Historiquement, on a d'abord cherché à détecter le mouvement sur les séquences d'images, plutôt qu'à l'estimer réellement. Les méthodes obtenues permettent ainsi de mettre en

---

évidence les objets en mouvement dans une scène, mais pas forcément d'obtenir une mesure quantitative du mouvement associé. Même si elles ne mesurent pas le mouvement, ces méthodes peuvent être intéressantes, dans le cadre de notre domaine d'application, afin de repérer les parties mobiles sur une séquence d'images météorologiques : c'est le cas des images de nuages de mousson, où l'on peut observer une désagrégation des nuages en petites composantes. Les premières méthodes de cette catégorie détectaient les variations temporelles au moyen de filtres appliqués sur les images de différence de deux images consécutives d'une séquence temporelle. Les tests statistiques, basés sur le maximum de vraisemblance de lois a posteriori, ont également été largement employés [BL93]. Enfin, l'utilisation de filtres de Hough permet de détecter des trajectoires typiques, comme des segments de droite [CSR83]. Ces méthodes de détection de mouvement ne donnent certes aucune indication sur la direction ni même la norme du vecteur vitesse apparent mais elles permettent de dire où il y a du mouvement. En ces endroits, des méthodes quantitatives d'estimation de mouvement peuvent alors intervenir.

### 4.1.2 Méthodes de corrélation

Les méthodes de corrélation sont largement utilisées en météorologie [LCB71], [Sza96], pour l'extraction du mouvement. Ce type d'étude consiste à calculer la corrélation entre une fenêtre (une zone) sur une image et la fenêtre translatée par un vecteur de déplacement donné sur l'autre image. Étant données deux images  $I_1$  et  $I_2$  à deux dates consécutives, on fixe une fenêtre de calcul  $f_1$  sur la première image. On suppose a priori l'existence d'un mouvement global noté  $w = (u, v)$  pour cette fenêtre. On obtient ainsi, sur l'image  $I_2$ , la fenêtre  $f_2$  qui est la translatée de  $f_1$  d'un vecteur  $w$ . On calcule ensuite la corrélation entre les deux images  $I_1$  et  $I_2$ , sur les fenêtres  $f_1$  et  $f_2$ , par la quantité :

$$Corr(w) = \frac{Cov_{f_1 f_2}(w)}{\sigma_{f_1} \sigma_{f_2}(w)} \quad (4.1)$$

$\sigma_{f_1}$  est l'écart-type des valeurs niveau de gris calculé sur la fenêtre  $f_1$ ,  $\sigma_{f_2}(w)$  est l'écart-type des valeurs de niveau de gris calculée sur la fenêtre  $f_2$ ,  $Cov(w)$ , la valeur de covariance, est calculée pour un déplacement donné  $w$  :

$$Cov(w) = \sum_{(i,j) \in f_1} (I_1(i, j) - E(f_1))(I_2(i + u, j + v) - E(f_2)) \quad (4.2)$$

où  $E(f_1)$  et  $E(f_2)$  désignent les espérances de niveaux de gris calculées respectivement sur les fenêtres  $f_1$  et  $f_2$ . Le calcul de  $Cov(w)$  est réalisé pour toutes les valeurs possibles de  $w$ . Calculer toutes les valeurs possibles pour  $w$  étant beaucoup lourd, on se limite à calculer uniquement les valeurs possibles dont la norme est en dessous d'un seuil à fixer. La valeur  $w$  qui maximise  $Cov(w)$  est considérée comme étant l'estimation du mouvement.

Cette méthode est très coûteuse en temps de calcul si on désire estimer le mouvement sur la totalité de l'image car cela demande un grand nombre de fenêtres de calcul. De plus, le résultat obtenu dépend fortement de la taille de fenêtre choisie pour effectuer ce calcul. En pratique, ce choix est déterminé expérimentalement. Par contre cette méthode de calcul du mouvement est pertinente si l'on s'intéresse à l'évolution de points particuliers localisés sur l'image : dans ce cas, on ne considère alors que quelques fenêtres et cela diminue fortement la complexité algorithmique. C'est typiquement le cas pour les applications de météorologie où on s'intéresse à de petites structures particulières, tels que les traceurs de mousson. Par contre, si on considère de grandes structures nuageuses comme les vortex, cette méthode perd de son efficacité en termes de qualité et de coût. On remarque en effet que le critère de covariance, qui est un estimateur statistique d'ordre 2, est très dépendant de la taille de la fenêtre et ne peut estimer le mouvement de larges structures, plus larges que la fenêtre d'observation. Par ailleurs, la fenêtre d'observation ne peut être trop importante si l'on veut obtenir des résultats fins. Enfin, une fenêtre de grande taille nécessite des calculs très volumineux. Cette méthode n'a donc pas de solution fiable sur ce type de données. Il faut également remarquer que la covariance joue le rôle d'une distance entre textures : elle permet de mesurer la ressemblance entre deux portions texturées de l'image. Il existe d'autres méthodes pour discriminer des textures ; et qui dépendent souvent des textures que l'on cherche à comparer. La méthode de la covariance, couplée à des estimateurs autres que la covariance, pourrait sans doute être améliorée ainsi ; l'objectif étant de diminuer la sensibilité vis-à-vis des paramètres.

### 4.1.3 Flot optique

Le flot optique est par définition le mouvement apparent sur les images. C'est donc une estimation de la vitesse d'un objet dans la scène. Il n'est pas a priori possible de faire le lien entre vitesse et flot optique sans information supplémentaire. Par contre, le flot optique peut-être vu comme une manifestation d'une force de déformation sur les images (voir [VGT90]). Le flot optique est devenu une méthodologie classique pour

---

l'estimation du mouvement, mais la recherche reste toujours active sur ce sujet [Coh93], [LV95], [Neg95], [MB96], [CH96], [BFB94].

Un travail d'adaptation du calcul du flot optique, en exploitant la spécificité des images étudiées, est donc apparu nécessaire pour résoudre un certain nombre de problèmes posés par les données satellites météorologiques. Prenons le cas des données METEOSAT décrites au chapitre 2 : certaines composantes locales du mouvement et de la déformation sont masquées par une forte composante translationnelle. Le modèle de calcul du flot optique doit être réexaminé pour prendre en compte un modèle prédéfini de mouvement correspondant aux données : une composante rotationnelle associée à une composante translationnelle, ou un modèle affine comme dans [ZHA94]. Ce point sera étudié à la section 5.1.

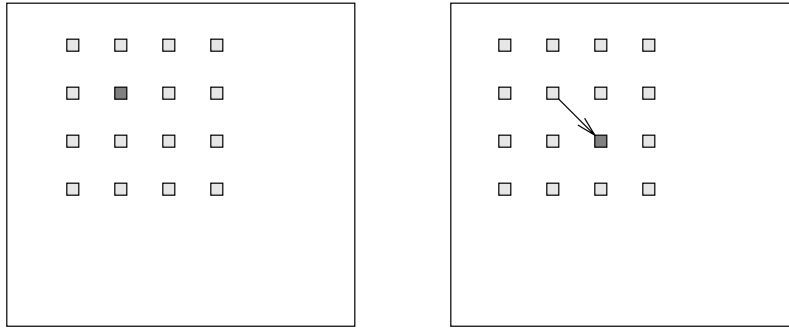


FIG. 4.1 – : *L'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse.*

#### 4.1.3.a Conservation de l'intensité lumineuse

Nous donnons ici un exemple de modèle de calcul du flot optique. Une des premières modélisations est due à Horn *et al* [HS81] en 1981 : on suppose qu'un pixel, se déplaçant sur l'image au cours de la séquence temporelle, conserve la même valeur de niveau de gris, comme cela est illustré sur la figure 4.1. Cette hypothèse s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= 0 \\ \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial t} &= 0 \\ I_x u + I_y v + I_t &= 0 \end{aligned}$$

en notant  $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$ ,  $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$  et  $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$  les dérivées partielles de la fonction niveau de gris,  $u = \frac{\partial x}{\partial t}$  et  $v = \frac{\partial y}{\partial t}$  les composantes du vecteur mouvement  $w$ . Cela conduit à l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\nabla I \cdot w + I_t = 0 \quad (4.3)$$

Cette formulation de la conservation de l'intensité lumineuse est valable dans un espace temporel continu. Dans le cas de séquence d'images, on utilise alors la formulation suivante :

$$I(x, y, t) = I(x + u\delta t, y + v\delta t, t + \delta t) \quad (4.4)$$

pour un intervalle de temps  $\delta t > 0$ . En utilisant un développement de Taylor de la fonction  $I(., ., t + \delta t)$  au point  $(x, y)$ , nous obtenons alors :

$$\frac{I(x, y, t + \delta t) - I(x, y, t)}{\delta t} + w \nabla I(x + u\delta t, y + v\delta t, t + \delta t) = 0 \quad (4.5)$$

En passant à la limite  $\delta t \rightarrow 0$ , on obtient l'équation 4.3.

#### 4.1.3.b Le problème de l'ouverture

Il est connu que la formulation 4.3 conduit au problème suivant : seule une des deux composantes de  $w$  peut être estimée puisque l'on ne dispose que d'une équation à deux inconnues, les composantes  $u$  et  $v$  du champ de vitesses que l'on note  $w$ .

En notant  $w_{\nabla I}$  la projection de  $w$  sur la direction du gradient de  $I$ , et en utilisant l'équation du flot optique 4.3, on obtient la relation suivante :

$$w_{\nabla I} = -\frac{I_t}{\|\nabla I\|} \frac{\nabla I}{\|\nabla I\|} \quad (4.6)$$

Seule la valeur  $w_{\nabla I}$  peut être calculée directement à partir de l'équation 4.6 et donc du flot optique, c'est ce qu'on appelle le problème d'ouverture (*aperture problem*) et signifie que la contrainte de conservation de l'intensité lumineuse est sous-dimensionnée. La figure 4.2 illustre le problème. Nous avons besoin d'autres contraintes pour lever l'indétermination et calculer l'autre composante du flot optique. Il existe plusieurs possibilités pour résoudre ce problème.



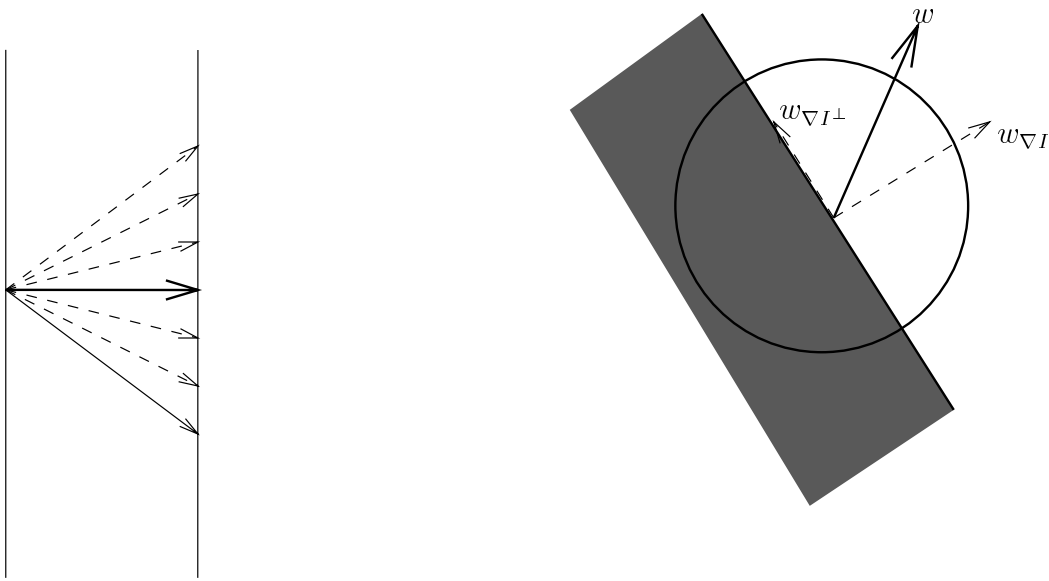


FIG. 4.2 –: Le problème d'ouverture: un ou plusieurs points correspondent au même antécédent.

En supposant que l'on dispose de plusieurs mesures en chaque pixel, c'est-à-dire d'une fonction vectorielle  $I$  dont la  $i^{\text{ème}}$  composante s'écrit  $I^i$ , Mitiche *et al* [MWA87] proposent d'utiliser un système de  $n$  équations en  $w$  :

$$\nabla I^i . w + I_t^i = 0, \text{ pour } i = 1, \dots, n \quad (4.7)$$

Les fonctions  $I^i$  considérées dans l'équation (4.7) peuvent naturellement correspondre à des mesures physiques différentes, mais peuvent aussi être obtenues comme résultat de différents filtres appliqués sur l'image des valeurs de niveau de gris  $I$  comme dans [M.94] où l'on applique l'équation du flot optique à  $I$  et  $\nabla I$ .

Dans le cas d'application à des données satellites météorologiques, et du travail présenté dans cette thèse, les données étudiées sont fréquemment des séquences d'images infrarouges, mais elles peuvent être complétées par les mesures effectuées sur le canal de densité de vapeur d'eau, dont on a vu, au chapitre 2, qu'il présentait des structures et informations similaires à celles du canal infrarouge, pour effectuer le calcul du flot optique. Puisque les phénomènes sont liés dans les deux canaux, il est raisonnable de fusionner ces données en utilisant la contrainte multiple du flot de l'équation 4.7 :

$$\begin{cases} \nabla I^{\text{infrarouge}} . w + I_t^{\text{infrarouge}} = 0 \\ \nabla I^{\text{vapeur}} . w + I_t^{\text{vapeur}} = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

L'inconvénient de ces approches est que l'on n'est pas certain d'obtenir un système linéairement indépendant. Ce cas apparaît notamment, lorsqu'on utilise diverses images provenant d'une image unique par l'intermédiaire de différents filtres. D'une manière générale, en utilisant une contrainte de conservation de l'intensité lumineuse sur deux

fonctions  $E$  et  $F$  dépendant de  $I$ , on doit avoir la condition  $\det \begin{vmatrix} E_x & E_y \\ F_x & F_y \end{vmatrix} = 0$  vérifiée.

Une autre façon de lever l'indétermination du flot optique est de définir des contraintes de régularité, qui permettent de résoudre le problème d'ouverture en restreignant l'espace des solutions. Dans [HS81], Horn *et al* ont ainsi utilisé une norme  $L^2$  sur le gradient spatial des deux composantes  $u$  et  $v$  du vecteur  $w$  :

$$\|\nabla w\|^2 = \|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2, \text{ avec } w = (u, v) \quad (4.9)$$

D'autres types de contraintes ont été proposées :

- H.H. Nagel ([Nag83],[NE86],[Nag87]) utilise un terme régularisant non isotro-

tique : la régularisation agit moins lorsque le gradient du champ de vitesses est perpendiculaire au gradient spatial. Ainsi les cas d'occlusions sont ainsi mieux estimés.

- I. Cohen utilise une norme  $L^1$  ([Coh93]), cette approche est décrite en détail dans la section 4.2.2,
- P. Kornprobst et R. Deriche [KDG97] : dans cet article, les auteurs passent en revue et comparent différents opérateurs de diffusion non-linéaire. D'une manière générale, le terme de régularisation dans la formulation variationnelle du calcul du flot optique par conservation des intensités (mais on peut généraliser l'approche aux problèmes variationnels en général) s'écrit  $\int_{\Omega} \psi(\|\nabla w\|)$ . Le but est de trouver des opérateurs  $\psi$  qui lissent  $w$  dans toutes les directions pour les valeurs faibles du gradient et qui lissent dans la direction du gradient pour les valeurs élevées, cela pour favoriser la détection des points de discontinuité.

Les méthodes d'optimisation employées pour calculer le flot optique en chaque pixel sont diverses. Les méthodes de résolution par formulation variationnelle sont couramment utilisées : il s'agit de minimiser une fonctionnelle en  $w$ , le champ de vitesses recherché. Cette fonctionnelle est basée sur l'équation de conservation de l'intensité lumineuse ainsi que sur une contrainte de régularisation comme celles décrites dans le paragraphe précédent, et peut-être vue comme une énergie. Le minimum de la fonctionnelle représente la configuration optimale vis-à-vis de la contrainte du flot optique et de la contrainte de régularité. Le minimum de la fonctionnelle peut-être calculé en utilisant les équations d'Euler-Lagrange associées. Cette dernière méthode est décrite succinctement dans la section 4.2. Il existe aussi des implémentations utilisant les champs de Markov en version hiérarchique ou non ([Bla92], [Bla94], [KH94], [Xio95], [MP98]).

#### 4.1.4 Méthodes paramétriques

Ce sont des méthodes utilisant un modèle paramétrique de mouvement, où le problème d'ouverture est résolu en contraignant directement le mouvement par un modèle paramétrique. Ainsi les contraintes supplémentaires comme la régularisation deviennent inutiles. L'article [BAHH92] en donne une bonne définition et une description précise. L'avantage de ces méthodes est que leur résolution numérique impose uniquement le calcul des paramètres associés au mouvement et la résolution du problème se ramène à

des méthodes du type moindres carrés. Nous étudions, dans le chapitre 5, section 5.1, une méthode paramétrique basée sur un modèle affine de mouvement, qui présente de plus l'avantage d'accepter des variations temporelles des valeurs du niveau de gris des pixels au cours de la séquence d'images.

### 4.1.5 Autres catégories de méthodes

D'autres méthodes ont naturellement été présentées dans la littérature. Il est impossible d'en faire une description exhaustive. Par exemple dans [LBR95], on utilise une méthode de détection du mouvement basée sur des champs de Markov qui n'utilise pas l'hypothèse de conservation des valeurs de niveau de gris. On notera toutefois que beaucoup de méthodes utilisent des extensions de l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse. La variation de la valeur du niveau de gris des pixels en mouvement n'est plus supposée constante mais égale à une fonction dépendant généralement du temps :  $\frac{dI}{dt} = f(t)$ . Par exemple, Obodez et al [OB95] utilisent une variation constante de la valeur du niveau de gris et Gennert et al [GN87] utilisent une variation linéaire en temps.

## 4.2 Modèles de référence

Parmi les méthodes présentés dans la section 4.1, nous avons décidé d'appliquer les méthodes de conservation de l'intensité lumineuse sur les images météorologiques car elles semblent les plus aptes à estimer le mouvement sur ces données. Nous avons d'une part utilisé l'approche originale d'Horn *et al*, qui intègre une régularisation du champ des vitesses basée sur une norme  $L^2$ , et d'autre part l'approche de Cohen *et al* qui utilise une régularisation du champ des vitesses basée sur une norme  $L_1$ . Nous présentons brièvement et discutons l'avantage de chacune des méthodes. Ces méthodes vont nous servir de base à l'extension de l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse que nous présentons dans la section 4.3.

### 4.2.1 Régularisation $L^2$ (Horn *et al*)

Afin de résoudre la contrainte (4.3), Horn *et al* optent pour une approche variationnelle : ils construisent une fonctionnelle dont le minimum doit fournir la solution recherchée. Cette fonctionnelle est :

$$E_1(w) = \int_{\Omega} (w \cdot \nabla I + \frac{\partial I}{\partial t})^2 dx dy \quad (4.10)$$

On a construit cette fonctionnelle à partir d'un terme quadratique qui est une fonction convexe possédant un minimum global. Intuitivement,  $E_1$  est bien une énergie : le minimum de  $E_1$  correspond aux cas où la contrainte du flot optique  $w \cdot \nabla I + \frac{\partial I}{\partial t}$  est la plus proche de la valeur zéro. On peut montrer, sous réserve d'une hypothèse de régularité de  $w$ , que le minimum de  $E_1$  en  $w$  est une solution de 4.3.

Pour résoudre le problème d'ouverture évoqué dans la section 4.1.3, il faut ajouter une contrainte dans le modèle, ce qui se traduit par un terme supplémentaire dans la fonctionnelle à minimiser. Horn *et al* ont utilisé une contrainte restreignant les variations du gradient du champ des vitesses au moyen d'une norme  $L_2$ , soit le nouveau terme d'énergie :

$$E_2(w) = \int_{\Omega} (|\nabla u|^2 + |\nabla v|^2) dx dy \quad (4.11)$$

C'est-à-dire que l'on recherche les solutions appartenant à l'espace des fonctions aux variations bornées, de carré-intégrable (noté  $BV_1(\Omega)$ ). Pour calculer le flot optique, il faut donc minimiser la fonctionnelle suivante :

$$E(w) = E_1(w) + \alpha E_2(w) \quad (4.12)$$

où  $\alpha$  est un paramètre fixé empiriquement permettant de pondérer les effets du terme  $E_2$ . Ce paramètre agit donc directement sur la régularité du modèle. Il faut remarquer que le paramètre  $\alpha$  est bien un paramètre empirique : il n'existe pas de moyen pour estimer ce dernier.

Pour minimiser la fonctionnelle  $E$ , nous calculons les équations d'Euler-Lagrange de  $E$ , c'est-à-dire  $\frac{\partial E}{\partial u}$  et  $\frac{\partial E}{\partial v}$ , ce qui mène au système :

$$\begin{cases} \Delta u + (u \frac{\partial I^2}{\partial x} + v \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial t}) = 0 \\ \Delta v + (u \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y} + v \frac{\partial I^2}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\partial I}{\partial t}) = 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

### 4.2.2 Régularisation $L^1$ (Cohen *et al*)

Dans cette implémentation du calcul du flot optique, il est choisi d'utiliser une contrainte de régularisation différente de celle proposée par Horn *et al*: la régularisation est effectuée au moyen de la norme  $L_1$ ,  $\|f\|_{L_1} = \int |f|$  sur le gradient de  $w$ , au lieu de la norme  $L_2$ ,  $\|f\|_{L_2} = \int |f|^2$ .

Ce choix est fait pour mieux estimer les points critiques qui correspondent à des discontinuités, car la norme  $L_2$  a l'inconvénient de trop lisser le champ  $w$  résultat. L'estimation de discontinuités sur le lieu des fronts de température ou des vortex est en effet le problème fondamental pour notre application sur l'étude des séquences d'images météorologiques. Le problème est donc de minimiser la fonctionnelle :

$$E(w) = E_1(w) + \int_{\Omega} (|\nabla u| + |\nabla v|) \quad (4.14)$$

Remarquons que ce nouveau terme mène à un calcul des équations d'Euler-Lagrange plus complexe que dans le cas d'Horn *et al*. En effet, nous obtenons le système :

$$\begin{cases} \mathcal{D}u + \left( u \frac{\partial I^2}{\partial x} + v \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial t} \right) = 0 \\ \mathcal{D}v + \left( u \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y} + v \frac{\partial I^2}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\partial I}{\partial t} \right) = 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

où  $\mathcal{D}$  est l'opérateur défini par :

$$\mathcal{D}f = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{f_x}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{f_y}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}$$

### 4.2.3 Analyse comparée des deux modèles

La figure 4.3 compare les deux méthodes de calcul du flot optique présentées dans la section précédente. On constate que la norme  $L_2$  lisse davantage le champ de vitesses  $w$  que la norme  $L_1$ . Sur toutes ces figures et celles qui suivront pour illustrer un champ de vitesses, la longueur d'une flèche est proportionnelle à la norme du vecteur vitesse.

## 4.3 Conservation du volume

Beaucoup de méthodes d'estimation du mouvement reposent sur une hypothèse de conservation, au cours du temps et sur la séquence d'images, de l'intensité de niveau

---

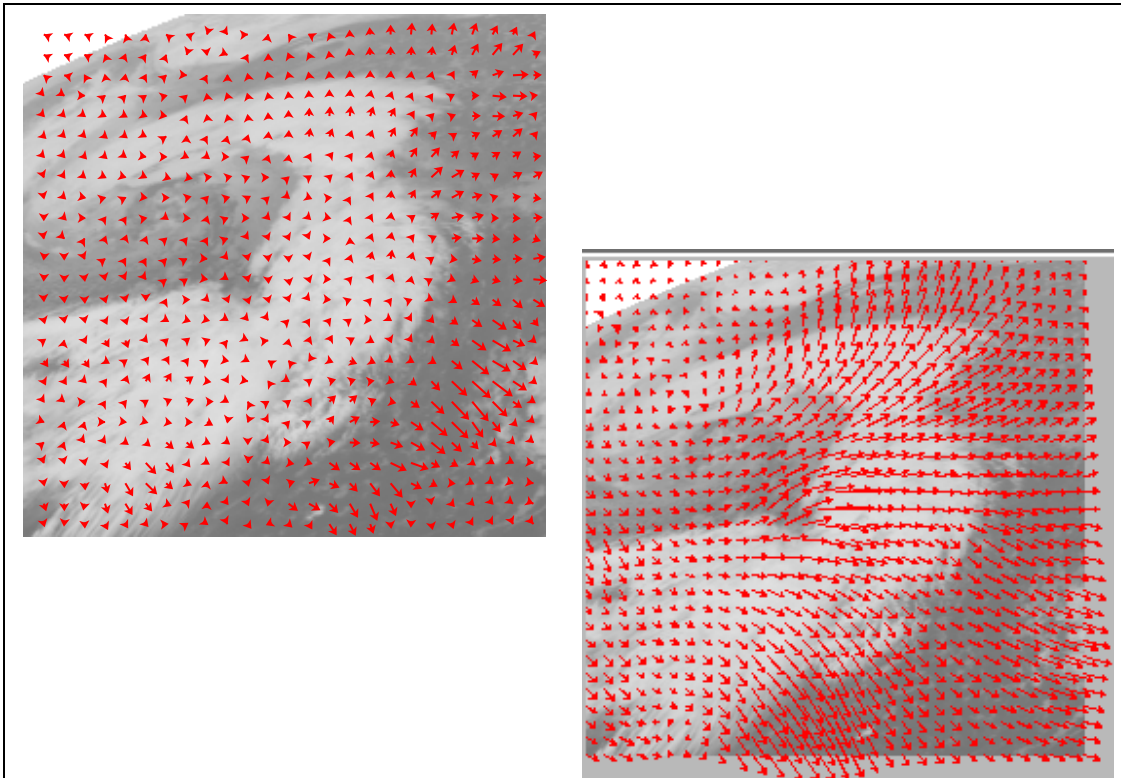


FIG. 4.3 – : *Sur la première image de la séquence vortex, à droite : la méthode de Horn (norme  $L_2$ ), à gauche : la méthode de Cohen (norme  $L_1$ ).*

de gris d'un pixel. Or, le mouvement des structures nuageuses ne vérifie que très partiellement cette hypothèse. Nous essayons donc d'établir un critère de détection de mouvement mieux adapté aux structures étudiées sur les images METEOSAT.

On cherche donc, dans ce chapitre, à formuler un nouveau type d'hypothèse : celle de conservation du volume sur les nuages. C'est-à-dire qu'un élément intérieur à une structure nuageuse peut certes se déplacer mais aussi se dilater ou se contracter. Cette approche a été définie sur les données infrarouges. Sur ces données, le niveau de gris correspond à une température et, nous l'avons expliqué au chapitre 2, la température des nuages est directement liée à l'altitude (au pixel considéré). Nous allons nous servir de ces mesures pour définir une notion de volume et exprimer l'hypothèse "qu'entre deux instants suffisamment proches, un élément de volume d'une structure nuageuse reste constant" (voir figure 4.4). L'idée sous-jacente est donc qu'un volume du nuage reste constant d'un instant à l'autre.

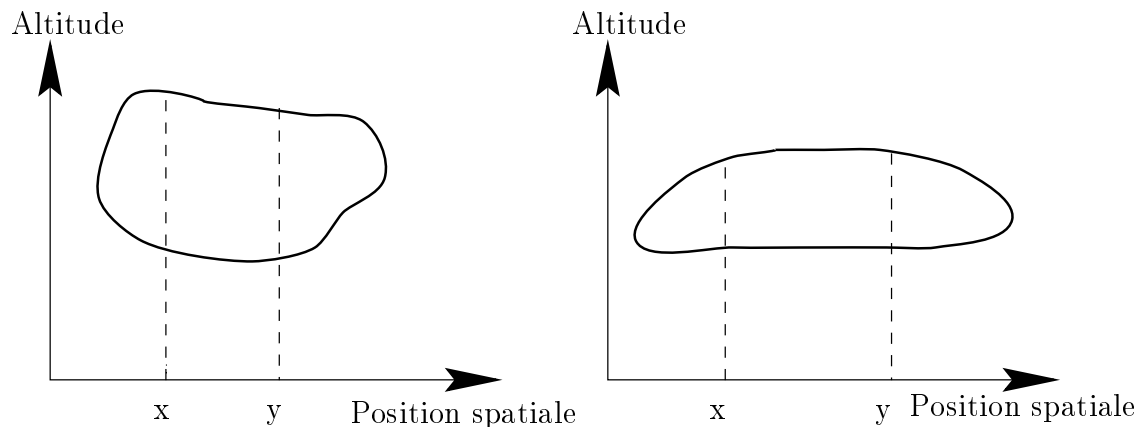


FIG. 4.4 – : *Nuage vu en coupe. Deux positions successives.*

Pour simplifier la formulation, le volume considéré est celui calculé entre deux points de la couche supérieure du nuage et la surface de la terre (voir figure 4.5).

### 4.3.1 Formulation du modèle

Soit  $I(x, y, t)$  la valeur du niveau de gris du pixel  $X$  au temps  $t$ . Considérons la fonction  $\varphi(x, t)$ , qui représente au temps  $t$ , la position du pixel qui était à la position  $x$  au temps  $t = 0$ .  $\varphi$  est donc la fonction de déplacement des pixels dans la séquence d'images. C'est l'inconnue de notre problème d'étude de mouvement des nuages. Tout d'abord, il nous faut définir ce qu'est un élément de volume. Nous avons accès à la troisième dimension par les valeurs des niveaux de gris, en remarquant toutefois que nous ne pouvons pas



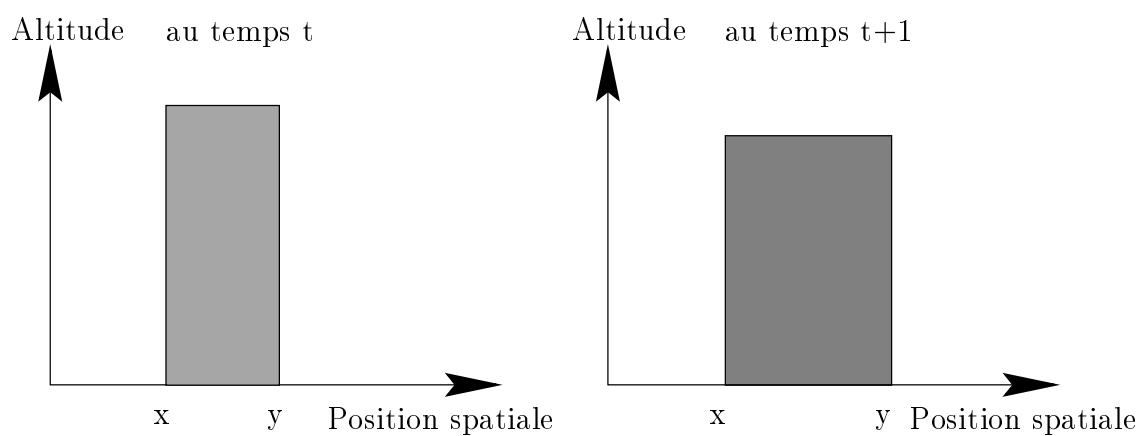


FIG. 4.5 – : Conservation des volumes de l'instant  $t$  à l'instant  $t + 1$ .

accéder à l'épaisseur du nuage mais seulement à son altitude. Dans ces conditions, l'élément de volume au pixel de coordonnées  $(X, Y)$  au temps  $t$  s'écrit :

$$d\mathcal{V} = I(X, Y, t)dXdY \quad (4.16)$$

L'expression du volume  $V_t$  d'un objet  $\mathcal{V}$  à un temps  $t$  quelconque s'écrit maintenant :

$$V_t(\mathcal{V}) = \iint_{\mathcal{V}} I(X, Y, t)dXdY$$

L'hypothèse de conservation du volume consiste alors à supposer que pour tous sous-ensembles  $\mathcal{V}$  d'un nuage  $\mathcal{N}$ , le volume est constant dans le temps, soit :

$$\forall \mathcal{V} \subset \mathcal{N}, \frac{dV_t(\mathcal{V})}{dt} = 0 \quad (4.17)$$

Faisons maintenant le changement de variable  $(X, Y) = \varphi(x, y, t)$ . Le volume s'écrit alors :

$$V_t(\mathcal{V}) = \iint_{\mathcal{V}} I(\varphi(x, y, t), t)J(\varphi(x, y, t))dxdy$$

où  $J$  désigne l'opérateur Jacobien du changement de variable. L'hypothèse de conservation du volume devient :

$$\forall \mathcal{V} \subset \mathcal{N}, \iint_{\mathcal{V}} \frac{d}{dt}[I \circ \varphi J(\varphi)]dxdy = 0$$

Notons  $\text{div}$  l'opérateur divergence. En remarquant que  $\frac{d}{dt}J(\varphi)$  peut être approximé par  $\text{div}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)J(\varphi)$  (voir [AR89]) sous l'hypothèse d'une faible valeur de  $J$  (ce qui correspond à une faible déformation spatiale d'un élément de volume) nous obtenons la nouvelle expression :

$$\forall \mathcal{V} \subset \mathcal{N}, \iint_{\mathcal{V}} \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \nabla I \circ \varphi + \frac{\partial I}{\partial t} \circ \varphi + I \circ \varphi \text{div}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) \right] J(\varphi)dxdy = 0$$

On note  $w = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ , expression qui correspond toujours bien à une vitesse. Finalement, la condition de conservation volumique s'écrit, pour tout point  $(x, t)$  de  $\mathcal{N}$  :

$$w \nabla I + I_t + I \text{div}(w) = 0 . \quad (4.18)$$

Remarquons la chose suivante : dans le cadre d'une image infrarouge de nuage, la quantité  $I$  fournit une véritable hauteur et en ce sens, nous travaillons sur une hypothèse que l'on peut qualifier de *conservation du volume*. Bien sûr, ce terme est usurpé car nous ne mesurons pas le volume du nuage, mais le volume compris entre le sol et le haut du nuage. Si on veut étendre ce principe à des domaines autres que les images météorologiques infrarouges, il suffit de remarquer que la quantité  $V_t$  représente ce qu'on peut appeler une valeur d'*intensité lumineuse totale*. En effet, nous intégrons les valeurs de niveaux de gris  $I$ , qui correspondent à l'intensité lumineuse pour une image visible classique, sur une surface. L'équation 4.17 suggère que la condition classique du flot optique de conservation du niveau de gris d'un pixel en mouvement peut être étendue par le principe de conservation de l'*intensité totale* de l'objet en mouvement, c'est-à-dire qu'un objet garde une intensité totale constante et non plus une intensité constante en chaque pixel. L'hypothèse de conservation du volume peut être appelée *hypothèse de conservation de l'intensité totale*.

### 4.3.2 Formulation variationnelle

Afin de résoudre l'équation 4.18, nous construisons une énergie dont le minimum fournit une solution. Considérons la fonctionnelle  $E_1$  :

$$E_1(w) = \iint_{\Omega} [w \nabla I + I_t + I \operatorname{div}(w)]^2 dx dy \quad (4.19)$$

Il est évident que la solution de  $E_1 = 0$  est également solution de 4.18 : nous nous proposons donc de minimiser l'énergie  $E_1$ . Nous sommes confrontés au même problème que lors de l'étude des modèles de Horn et de Cohen : l'équation 4.19 est sous-dimensionnée car le vecteur  $w$  possède deux composantes. Pour résoudre cela, nous ajoutons une nouvelle contrainte qui permet, en outre, de régulariser les variations spatiales de  $w$  :

$$E_2(w) = \iint_{\Omega} |\nabla u|^2 + |\nabla v|^2 dx dy \quad (4.20)$$

où  $w = (u, v)$ .

Finalement, nous minimisons l'énergie totale :

$$E = E_1 + \delta E_2 \quad (4.21)$$

où  $\delta$  est un terme pondérant les effets de régularisation. La valeur qui minimise  $E$  est solution des équations d'Euler-Lagrange :

$$\nabla E = 0 \quad (4.22)$$

Pour calculer ces équations, nous utilisons la différentielle de Gateau. Comme  $w$  est une fonction à valeurs dans  $\mathbb{R}^2$ , nous effectuons d'abord le calcul, avec  $f$  quelconque, avec la composante  $f$  quelconque, sur la composante  $u$  de  $w$  à  $v$  fixé :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{E(u + \alpha f, v) - E(u, v)}{\alpha} = \nabla E(u, v).f \quad (4.23)$$

Nous développons l'expression  $E_1(u + \alpha f, v) - E_1(u, v)$  et obtenons finalement :

$$\begin{aligned} E_1(u + \alpha f, v) - E_1(u, v) &= \alpha^2 A + \\ &2\alpha \langle I(I_x u + I_y v + I_t + u_x + v_y), f_x \rangle + \\ &2\alpha \langle I_x(I_x u + I_y v + I_t + u_x + v_y), f \rangle \end{aligned} \quad (4.24)$$

où l'on note  $\langle g, h \rangle = \iint_{\Omega} gh dx dy$  et  $g_x = \partial g / \partial x$ .

En intégrant par parties la ligne 4.24 dans l'équation précédente, en simplifiant les expressions puis en passant à la limite, nous obtenons :

$$\nabla E_1.f = \langle -\frac{\partial}{\partial x}(I(I_x u + I_y v + I_t + I u_x + I v_y)), f \rangle$$

soit finalement :

$$\nabla E_1(u, v) = -\frac{\partial}{\partial x}(I(I_x u + I_y v + I_t + I u_x + I v_y)) \quad (4.25)$$

Nous reprenons le même calcul pour le terme  $E_2$  et nous trouvons :

$$\nabla E_2(u, v) = -\Delta u \quad (4.26)$$

Le calcul est ensuite fait sur le terme  $v$  à  $u$  fixé. Nous écrivons ensuite que les deux composantes de  $\nabla E$  sont nulles pour obtenir le système d'équations :

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x}(I(I_x u + I_y v + I_t + I u_x + I v_y)) - \delta \Delta u = 0 \\ -\frac{\partial}{\partial y}(I(I_x u + I_y v + I_t + I u_x + I v_y)) - \delta \Delta v = 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Afin de converger vers un minimum local, nous utilisons les équations d'évolution associées à l'équation 4.27. On n'est toutefois assuré d'atteindre le minimum global que si la condition initiale est suffisamment proche de la solution. Les équations d'évolution sont en fait équivalentes à une méthode de descente dans la direction du gradient :

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} - \frac{\partial}{\partial x}(I(I_x u + I_y v + I_t + I u_x + I v_y)) - \delta \Delta u = 0 \\ \frac{dv}{dt} - \frac{\partial}{\partial y}(I(I_x u + I_y v + I_t + I u_x + I v_y)) - \delta \Delta v = 0 \end{cases} \quad (4.28)$$

### 4.3.3 Implémentation

Les équations d'évolution obtenues en 4.28 sont bien plus complexes que celles obtenues avec l'équation de conservation de l'intensité lumineuse (équation 4.15). La complexité vient des termes de dérivation en  $x$  et  $y$  qui induisent de nombreux termes de dérivées premières et secondes en  $I$  et  $w$ . Il y a toutefois une astuce pour simplifier grandement les calculs. En remarquant que  $w \nabla I + I \operatorname{div}(w) = \operatorname{div}(Iw)$ , nous posons  $W = Iw = (U, V)$ . L'équation 4.18 devient :

$$\operatorname{div}(W) + I_t = 0 \quad (4.29)$$

La fonctionnelle  $E$  (4.21) devient :

$$E = \iint_{\Omega} (\operatorname{div}(W) + I_t)^2 + \delta \iint_{\Omega} |\nabla U|^2 + |\nabla V|^2 \quad (4.30)$$

car nous choisissons de régulariser  $W$ , tout comme dans le cas du modèle de Horn.

Les équations d'Euler-Lagrange associées deviennent :

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x}(I_t + U_x + V_y) - \delta \Delta U = 0 \\ -\frac{\partial}{\partial y}(I_t + U_x + V_y) - \delta \Delta V = 0 \end{cases} \quad (4.31)$$

et les équations d'évolution :

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} - \frac{\partial}{\partial x}(I_t + U_x + V_y) - \delta \Delta U = 0 \\ \frac{dV}{dt} - \frac{\partial}{\partial y}(I_t + U_x + V_y) - \delta \Delta V = 0 \end{cases} \quad (4.32)$$

Finalement, nous choisissons d'implémenter le schéma d'évolution 4.32.

Remarquons que le modèle n'est plus valide lorsque  $I = 0$ . En effet l'équation 4.18 devient alors  $\nabla I + I_t = 0$ . D'autre part la simplification  $W = wI$  n'a plus de sens. Ce problème sera abordé plus en détail dans la section 4.6. C'est donc ce schéma numérique que nous allons implémenter.

### Minimisation

Dans un premier temps, on utilise une implémentation par différences finies sachant qu'une méthode par éléments finis devrait être envisagée pour améliorer les résultats et les vitesses de convergence. L'algorithme de minimisation est très simple : on discrétise dans le temps et dans l'espace par différences finies le système d'équations 4.32 pour obtenir le nouveau système :

$$\begin{cases} U^{t+1} = U^t + (I_{xt} + U_{xx}^t + V_{xy}^t + \delta(U_{xx}^t + U_{yy}^t)) \\ V^{t+1} = V^t + (I_{yt} + U_{xy}^t + V_{yy}^t + \delta(V_{xx}^t + V_{yy}^t)) \end{cases} \quad (4.33)$$

avec :

$$\begin{cases} U_{xx} \sim (U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j})/4 \\ U_{yy} \sim (U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1})/4 \\ U_{xy} \sim (U_{i+1,j+1} - U_{i-1,j+1} + U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j-1})/4 \end{cases}$$

Les vecteurs  $(U, V)$  sont initialement mis à zéro. Puis, à chaque étape  $t+1$ , une nouvelle valeur de  $(U, V)$  est calculée en fonction de la précédente. Les autres données,  $I_{xt}$  et  $I_{yt}$ , sont calculées à part en utilisant le filtre de Deriche décrit brièvement au chapitre 2, section 2.3.2. Le paramètre  $\delta$  (pondération de la régularisation) est fixé empiriquement par l'utilisateur. Comme pour le flot optique, il n'existe pas de méthode pour fixer idéalement ce paramètre. Il dépend du contexte et aussi de la régularité que l'on souhaite obtenir pour le champ de vitesses. Le processus est réitéré tant que l'énergie  $E$  décroît.

## 4.4 Expérimentation

### 4.4.1 Résultats du modèle sur des séquences synthétiques

Nous avons testé la méthode sur différentes séquences synthétiques ou réelles considérées comme génériques (c'est-à-dire souvent employées comme test d'algorithmes). Nous distinguons dans notre analyse les scènes réelles ou synthétiques qui ne pourront

fournir des résultats corrects du fait du non respect de l'hypothèse de conservation du volume, et celles où cette hypothèse est respectée.

La première séquence testée est celle de Digital Equipment où l'on voit tourner sur lui-même un Rubik's cube dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (figure 4.6). Sur cette séquence, notre hypothèse de conservation volumique n'est clairement pas respectée car nous avons un objet rigide qui tourne sur lui-même sans aucun changement de teinte. Les zones de même intensité lumineuse (par exemple les facettes du cube) voient leur surface se modifier à cause du mouvement de rotation : le niveau d'intensité totale n'est donc pas constant. Les normes du champ de vitesses obtenues sont très faibles : le champ de vitesses est en fait très mal estimé. Nous obtenons quelques indications sur les directions des vecteurs vitesse, mais le manque de texture inhibe l'estimation du mouvement, car localement on a fréquemment  $I_x = I_y = I_t = 0$ . En particulier, nous voyons un point singulier à gauche du cube, qui devrait en toute logique se trouver vers le centre du cube puisque il y a un mouvement de rotation centré en ce point. Ce point singulier est situé dans une zone non active dans le temps et dans l'espace.

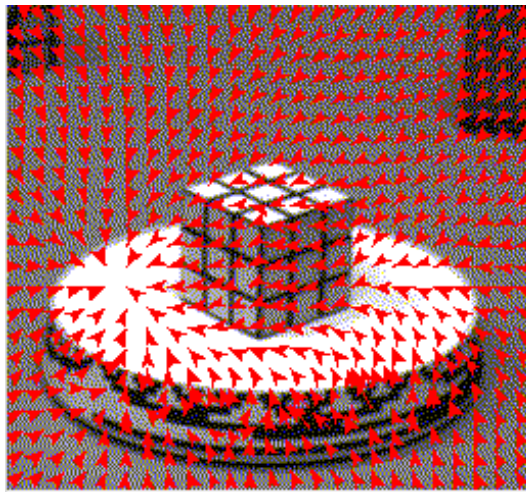


FIG. 4.6 – : Une scène réelle (Rubik's Cube en rotation sur un plateau).

Nous avons également essayé la méthode sur une autre séquence célèbre, celle d'une scène urbaine où se déplacent plusieurs voitures (figure 4.7). Nous ne nous intéressons pas aux cas d'occlusion, mais sur ce type de séquence, nous avons des objets rigides (les voitures) animés d'un mouvement simple. Ces objets gardent un volume constant dans l'hyperespace formé des coordonnées spatiales et de l'intensité de niveau de gris. On constate que seul le mouvement des voitures blanches est correctement estimé alors que

les voitures sombres, elles, passent totalement inaperçues. Le modèle de conservation a besoin de forts contrastes.

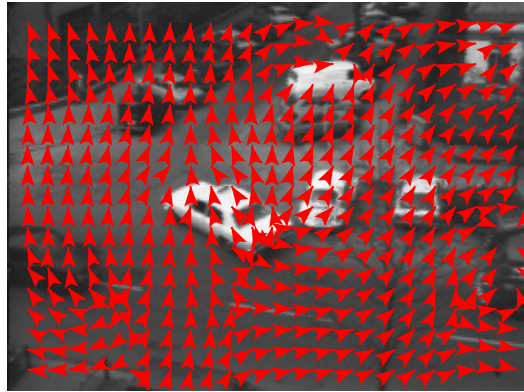


FIG. 4.7 – : *Une scène urbaine réelle.*

Pour continuer l'examen des objets se déplaçant en gardant une teinte et une surface identiques (dans ce cas l'hypothèse de conservation du volume est vraie), nous avons essayé la méthode sur une séquence synthétique où l'on observe un simple carré en translation. La scène est bruitée avec un bruit blanc additif. Les résultats ne sont certes pas parfaits (voir figure 4.8), car un mouvement est estimé en dehors du carré. Toutefois, le mouvement du carré est correctement estimé. Le mouvement obtenu en dehors du carré ressemble aux lignes d'un champ de force. Ce mouvement est probablement dû au fait que la méthode cherche à répartir la matière dans l'espace hors du carré afin de respecter la contrainte de conservation du volume. Cette dernière remarque suggère que la contrainte de régularisation utilisée n'est sans doute pas la plus pertinente dans ce cadre. Par exemple, nous pourrions envisager d'utiliser la norme  $L_1$ . Elle permettrait de mieux prendre en compte les points singuliers d'une part et les sauts de niveaux de gris d'autre part.

Finalement, nous avons créé une séquence synthétique pour un cas idéal respectant l'hypothèse de conservation volumique. Il s'agit d'un carré qui se dilate et change de teinte (voir figure 4.9). Les résultats obtenus sont pleinement satisfaisants et valident l'hypothèse de travail et l'algorithme développé. La figure 4.10 montre le résultat avec deux valeurs différentes du paramètre de régularisation  $\delta$ . Si les variations de ce paramètre font évoluer le résultat obtenu, le modèle reste globalement stable vis-à-vis de ce paramètre. La figure 4.11 montre le résultat sur une séquence similaire à 4.9 : en plus de la contraction du carré, celui-ci subit une translation de 5 pixels vers la droite entre



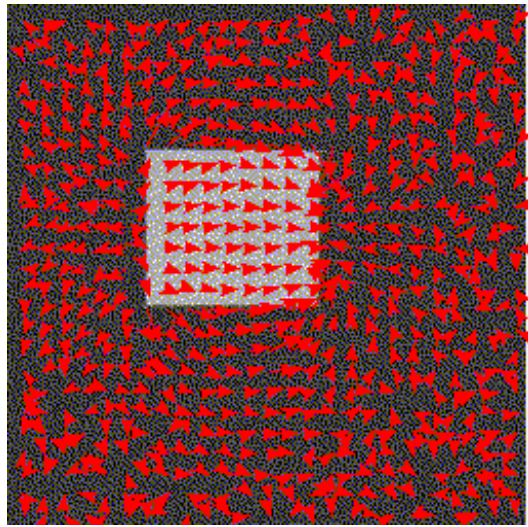


FIG. 4.8 –: Carré en translation (de la gauche vers la droite).

chaque image de la séquence. Le modèle de conservation du volume donne encore de bons résultats.

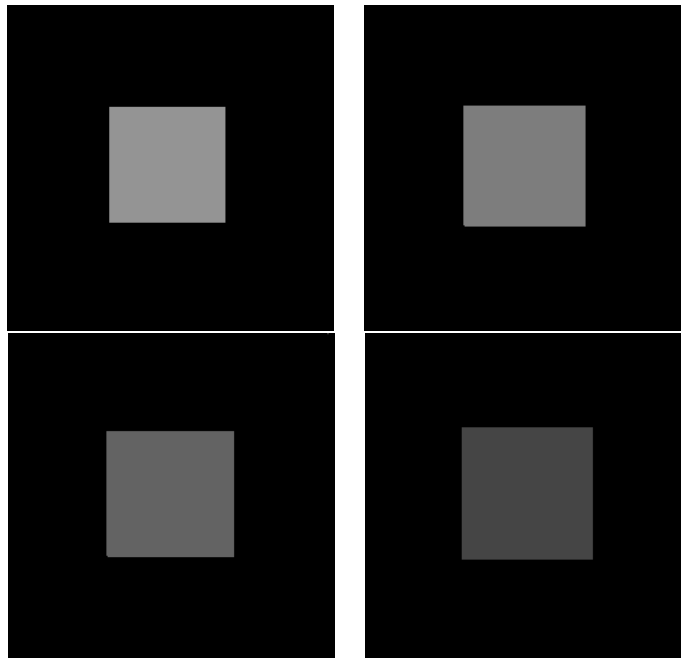


FIG. 4.9 – : *Séquence synthétique d'un carré qui se déforme.*

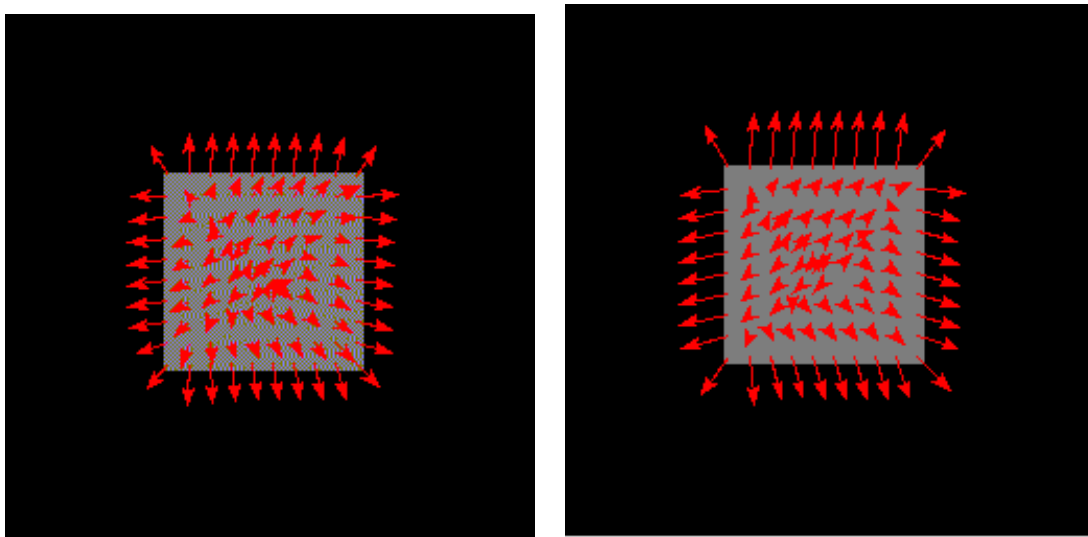


FIG. 4.10 – : *Résultats sur la séquence pour deux valeurs différentes du paramètre  $\delta$ .*

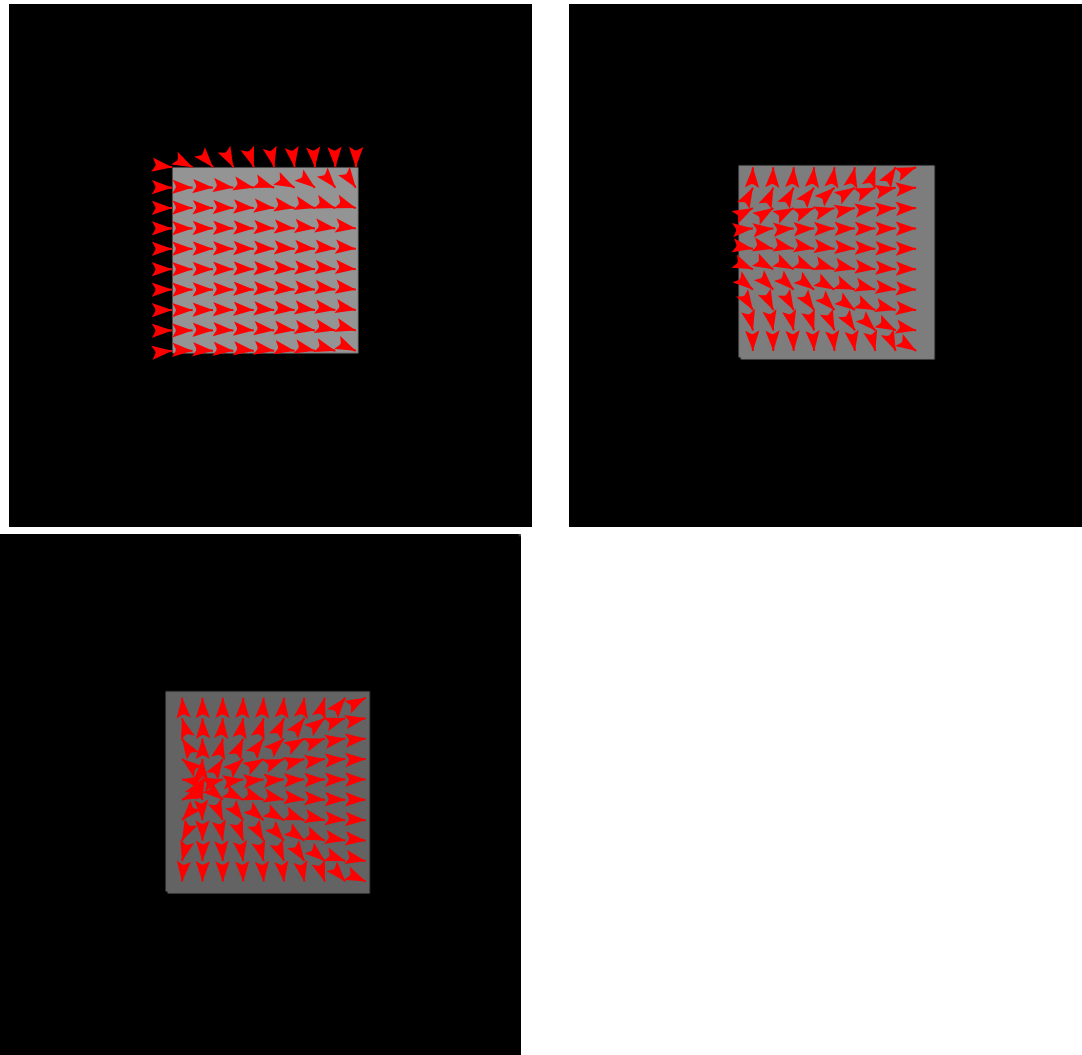


FIG. 4.11 – : *Résultats sur la séquence contraction+translation pour les 3 premières images.*

### 4.4.2 Discussion

L'expérimentation sur des séquences synthétiques a permis de mettre en évidence quelques problèmes. Tout d'abord le modèle de conservation volumique ne permet pas de calculer la vitesse d'un pixel à l'intérieur d'une région de valeur niveau de gris nul. En effet, le terme  $I \cdot \text{div}(w)$  est nul et l'équation 4.18 devient celle du flot optique  $\nabla I w + I_t = 0$ . Comme en plus  $\nabla I$  est nul car la région de l'image est uniformément noire, l'équation 4.18 est réduite à  $I_t = 0$  et ne permet plus le calcul du flot.

Dans la série de tests effectués, ce problème a été résolu en ne calculant pas de valeur de  $w$  pour les pixels de niveau de gris nul.

D'autre part, la remarque précédente amène à constater que ce modèle n'est pas invariant par translation sur les niveaux de gris : la contrainte est différente d'un niveau de gris à l'autre (jusqu'à être sans effet pour les valeurs nulles). Nous reparlerons de ce point dans la section 4.6.

### 4.4.3 Résultats obtenus sur les images météorologiques

Finalement, le modèle de conservation volumique est testé sur les images météorologiques infrarouges pour lesquelles il a été conçu. La figure 4.12 montre le résultat sur les deux premières images de la séquence du vortex. Les autres images de la séquence ont été testées pour s'assurer de la validité de la méthode.

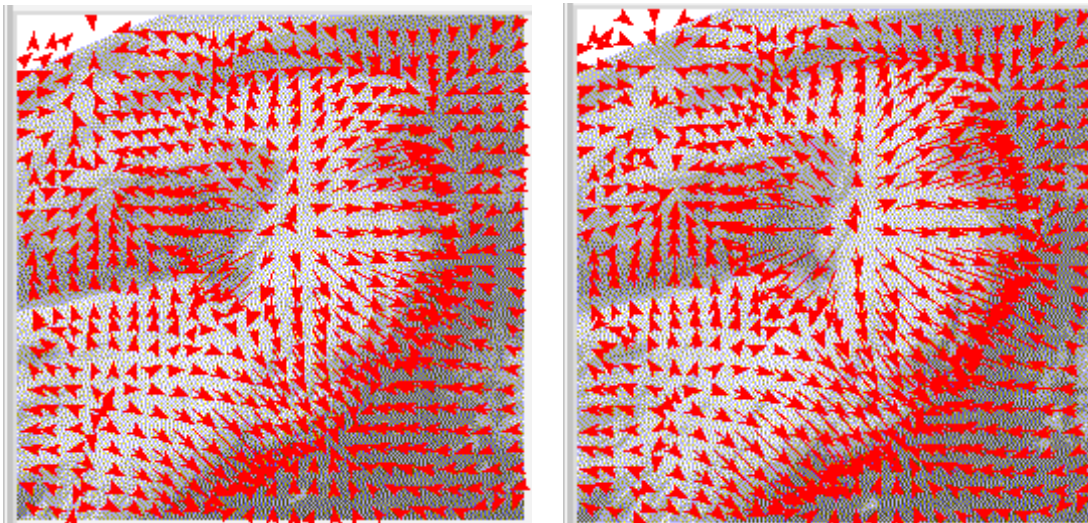


FIG. 4.12 – : Résultats sur les deux premières images de la séquence du vortex pour deux valeurs différentes du paramètre de régularisation  $\delta$ .

---

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects et intéressants. L'expansion du vortex est très clairement mise en évidence. Un pseudo centre de gravité (un point singulier) est détecté au milieu du vortex ; ce qui est conforme à l'observation. On voit également que le mouvement estimé est pratiquement nul au milieu du vortex et augmente au fur et à mesure que l'on s'approche des bords ; ce qui paraît logique puis ce sont les bords du vortex qui sont le plus soumis à la contrainte de conservation du volume. En effet, les pixels du bord se déplacent et leur valeur de niveau de gris varie dans le temps. Hors du vortex, le champ estimé est pratiquement nul ; ce qui est également conforme à la réalité puisque ces zones sont sombres (mais il n'y a pas de pixel de niveau de gris nul) et non soumises à la contrainte de conservation du volume. Les problèmes de régularisation rencontrés avec les séquences synthétiques apparaissent de façon moindre ici car les valeurs de niveaux de gris sont plus homogènes sur ces images : il n'y a pas de brusque saut de valeur ni même de valeur nulle.

La figure 4.14 montre le calcul effectué sur les 6 premières images de la séquence du vortex. Ces images représentent, en plus du champ de vitesses proprement dit, les courbe d'iso-valeurs de la norme du champ de vitesses. On constate une homogénéité du champ de vitesses calculé sur toute la séquence : il n'y a pas de discontinuité flagrante dans la valeur du champ de vitesses d'une image à l'autre. Par ailleurs, la méthode de conservation du volume détecte un point singulier dans le champ de vitesses que l'on retrouve tout au long de la séquence. Ce point singulier correspond à un centre d'expansion du vortex et il suit une trajectoire semblable à celle du vortex au cours du temps. Il est le résultat du terme de divergence de l'équation 4.18, qui autorise des mouvements du type expansion dans le champ de vitesses. Il est important de pouvoir détecter ce point singulier car il peut servir de point caractéristique pour un suivi, d'autant qu'il est possible de le détecter et de le caractériser (voir l'article [MBD<sup>+</sup>95]).

#### 4.4.4 Comparaison avec les méthodes précédentes

La méthode, que nous avons proposée, se rapproche de la méthode de Horn : sa formulation et son implémentation sont très semblables. De plus, comme le modèle de Horn, cette méthode effectue des calculs locaux. Les résultats apparaissent identiques sur les images météorologiques (voir figure 4.13). On remarque toutefois deux différences importantes :

- le flot optique détecte du mouvement dans les zones sombres (sans nuage) alors que la méthode de conservation du volume ne le peut pas de par sa formulation ;
-

- le second modèle attribue davantage de mouvement aux bords du vortex, alors que le flot optique détecte le mouvement principalement dans deux zones : le côté en bas à droite et celui en haut à droite du vortex.

Il apparaît aussi que le modèle de conservation volumique détecte du mouvement dans certaines zones de manière très différente de la méthode du flot optique. Cela paraît raisonnable puisque le second modèle intègre des contraintes plus fortes et mieux adaptées aux images météorologiques que le modèle du flot optique. Il est rassurant de remarquer que chacune des méthodes détecte le mouvement en accord avec sa contrainte : le flot optique cherche à apparier les pixels de même intensité lumineuse. Comme le vortex nuageux se déplace globalement de la gauche vers la droite, on retrouve un champ de vitesses possédant majoritairement des vecteurs dans cette direction. De son côté, la conservation du volume modélise des changements de l'intensité lumineuse : les zones de contraste comme les bords des nuages sont plus actives en terme de contraste lumineux et le terme de divergence facilite l'apparition de points d'expansion (ou du phénomène inverse) dans ces régions.

L'autre sujet qui nous intéresse pour la suite de cette étude est la complémentarité des deux modèles : le flot optique apparaît plus efficace que la conservation volumique dans l'estimation du mouvement des structures non nuageuses.

Nous avons également comparé temporellement le modèle de conservation de la matière et le modèle du flot optique. La figure 4.15 montre le calcul du champ de vitesses avec la méthode flot optique, ainsi que les lignes d'iso-valeur de la norme de ce champ, calculées sur les 6 premières images de la séquence du vortex. Elles sont à mettre en comparaison avec celles de la figure 4.14. Dans le cas du flot optique nous n'obtenons pas de point singulier, alors que l'on observe bien un centre d'expansion du vortex en regardant visuellement la séquence. Notons toutefois que le flot optique, dans sa version non quadratique, comme il est utilisé dans la section 4.2.2, autorise les discontinuités du champ de vitesses et donc la présence de points singuliers. Simplement il n'y a pas, dans cet exemple, de point singulier au sens de l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse.

## 4.5 Utilisation de la norme $L^1$

Une autre thème d'étude concerne le terme de régularisation employé dans le modèle de conservation volumique. L'utilité de la norme  $L_1$  par rapport à celle de la norme  $L_2$  a

---

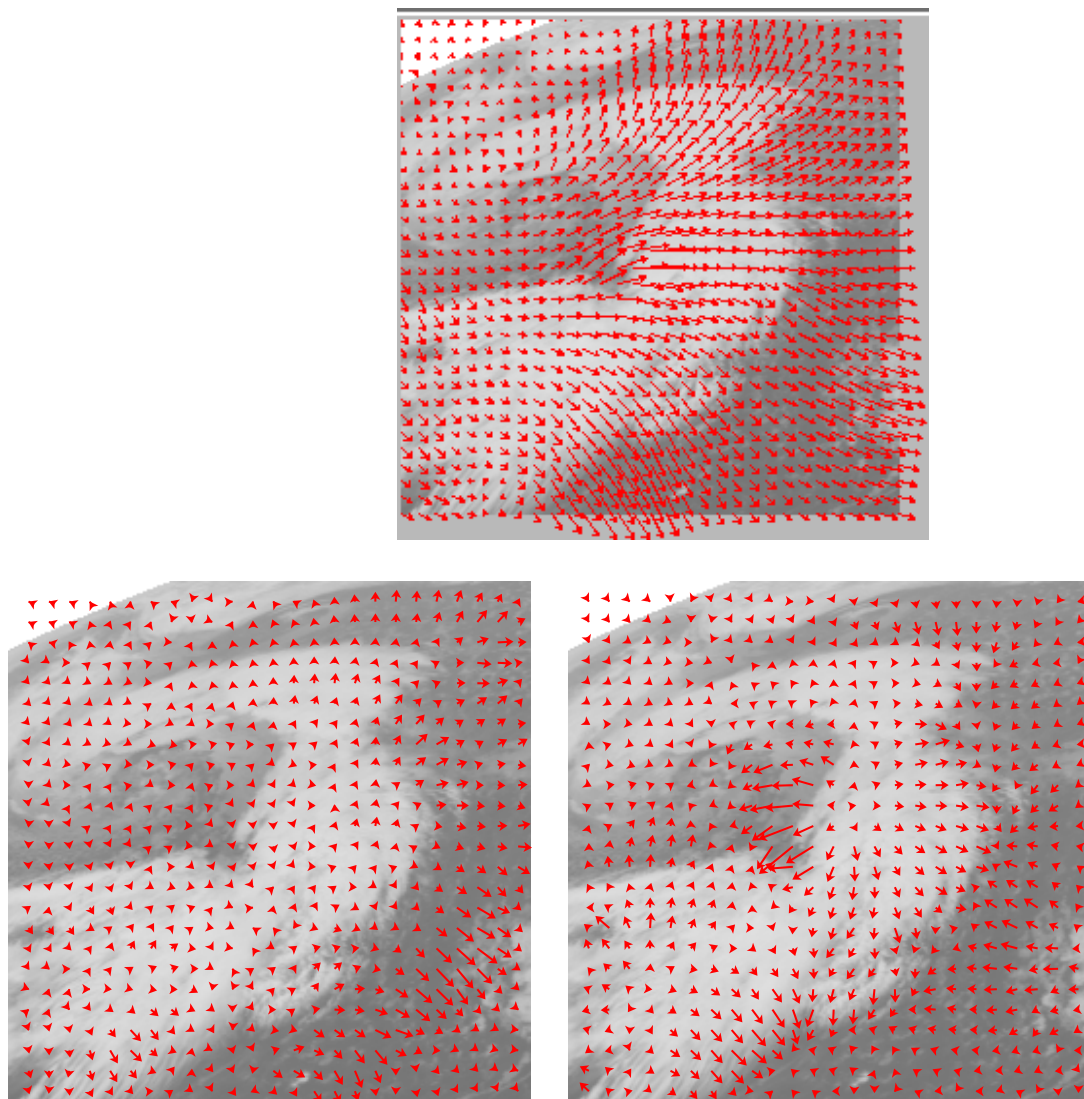


FIG. 4.13 – : De haut en bas, de gauche à droite : conservation des intensités avec norme  $L_1$ , conservation des intensités avec norme  $L_2$  et conservation du volume.



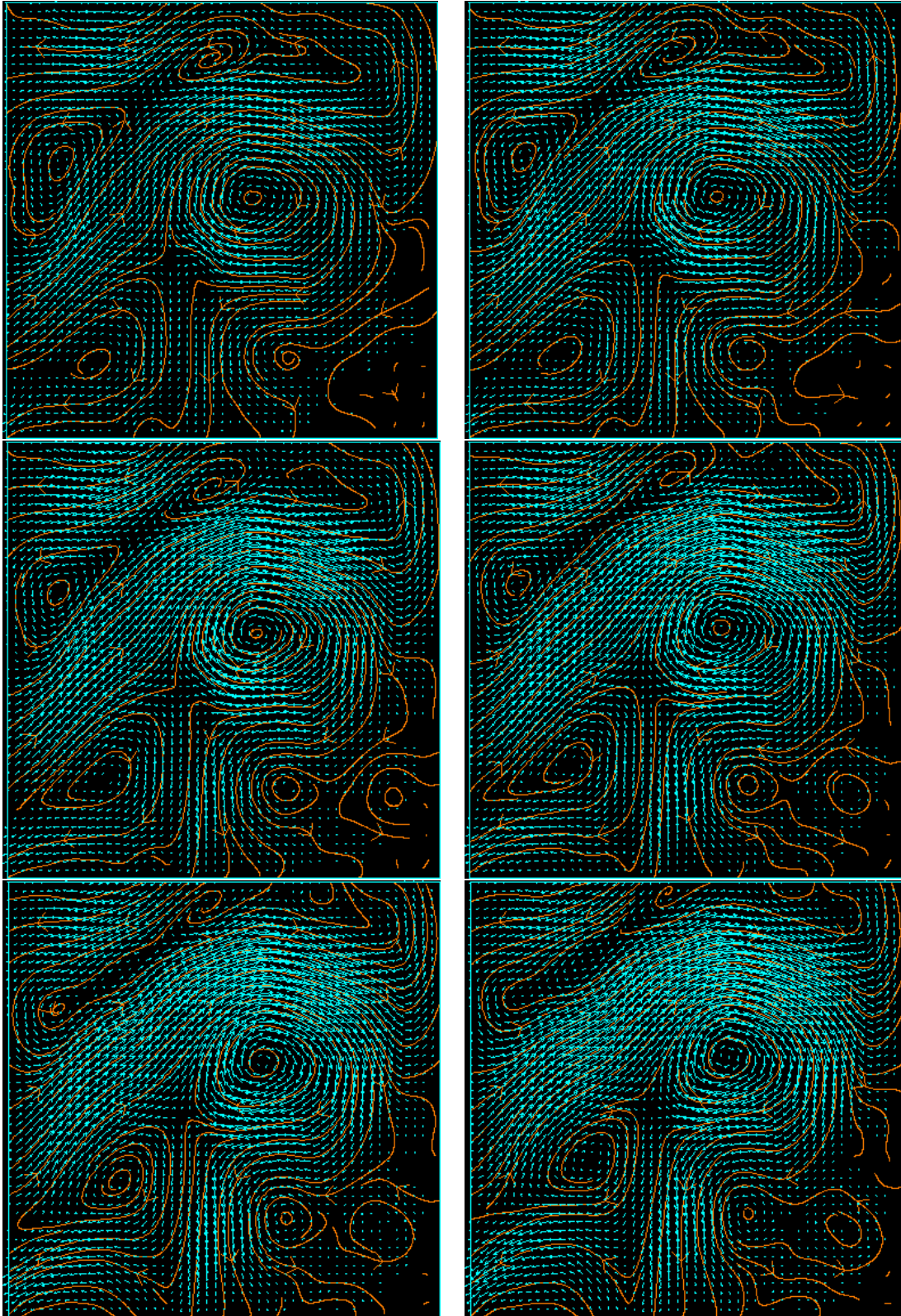


FIG. 4.14 – : Calcul (notre modèle) sur les 6 premières images de la séquence Vortex.



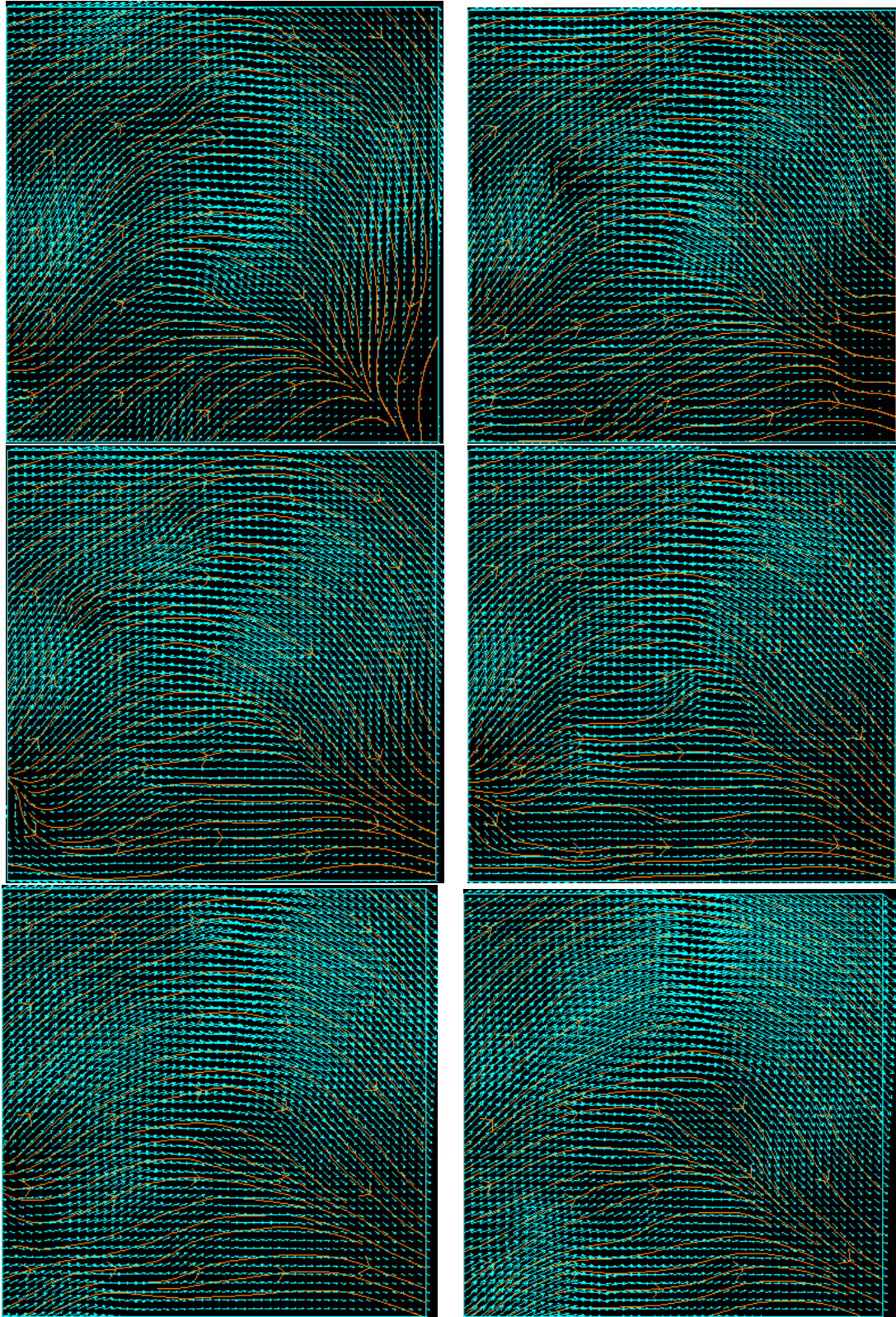


FIG. 4.15 – : *Calcul (conservation de l'intensité lumineuse) sur les 6 premières images de la séquence Vortex.*

déjà été soulignée dans la section 4.2.2. Nous avons donc testé le modèle de conservation du volume avec un terme de régularisation utilisant la norme  $L_1$ . L'énergie à minimiser s'écrit alors :

$$E(w) = \iint_{\Omega} (\nabla I + I \operatorname{div}(w) + I_t)^2 dx dy + \iint_{\Omega} (|\nabla u| + |\nabla v|) dx dy$$

et le terme de régularisation à intégrer dans l'équation d'évolution est :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)$$

alors qu'il se résumait au terme  $\Delta u$  pour une régularisation quadratique. La figure 4.16 montre le résultat de ce modèle sur la séquence du carré en dilatation de la figure 4.9. Toutefois, certains problèmes restent à régler :

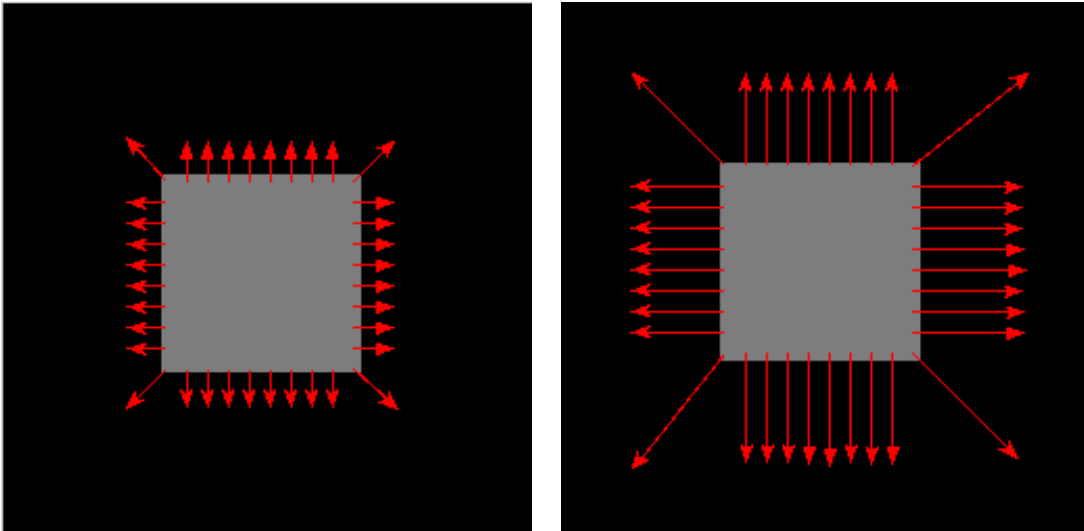


FIG. 4.16 – : Résultat avec un terme régularisant de type  $L_1$  et deux valeurs différentes du paramètre  $\delta$ .

- le modèle est instable,
- la norme  $L_1$  pose un problème sur le calcul des points singuliers, en particulier sur le choix de la direction du gradient, car on est amené à diviser par la norme du gradient.
- l'initialisation (le champ nul) n'est sans doute pas idéale. En effet, nous avons une singularité avec la norme  $L_1$  en zéro. Nous pouvons partir d'un champ tiré

aléatoirement, ou mieux, partir de l'estimation du mouvement faite avec le modèle quadratique (norme  $L_2$ ).

A cause de ces problèmes, ce modèle ne donne pas de résultats probants sur les images infrarouges météorologiques.

## 4.6 Modèle mixte

Concernant la contrainte de conservation du volume, deux points essentiels restent à préciser. Le premier problème est le suivant : le modèle n'est pas invariant par translation des niveaux de gris, et en particulier nous avons un problème d'estimation du mouvement lorsque les niveaux de gris sont nuls (ou trop faibles). La première idée est de regarder ce qui se passe lorsqu'un pixel a un niveau de gris  $I$  nul. L'équation du modèle de conservation volumique devient :

$$\nabla I \cdot w + I_t = 0$$

car le terme  $I \cdot \text{div}(w)$  disparaît du fait de  $I = 0$ . Cette équation est exactement celle de Horn *et al*, étudiée précédemment. Finalement, le modèle considère en fait deux ensembles de pixels :

- un ensemble de points obéissant à l'équation de conservation du volume,
- un ensemble de points obéissant à l'équation de conservation de l'intensité lumineuse.

L'idée est donc de proposer un modèle mixte : d'une part le modèle de conservation des niveaux de gris de Horn *et al* pour certains pixels de la séquence et d'autre part le modèle de conservation volumique, que nous avons proposé, pour les autres pixels de la séquence. Il reste cependant à déterminer à quels pixels s'appliquera tel ou tel modèle. Nous pouvons remarquer que les pixels les plus sombres sont ceux qui bougent a priori le moins car ils n'appartiennent pas aux nuages (dans le contexte applicatif des images infrarouges météorologiques). On peut donc fixer un seuil arbitraire sur la valeur de niveau de gris en dessous duquel on applique le modèle de conservation des valeurs de niveaux de gris. De plus, les résultats comparés entre les deux modèles montrent une complémentarité qui justifie ce modèle mixte : bonne estimation du mouvement dans les zones sans nuage par la méthode du flot optique et bonne estimation du mouvement

des zones nuageuses par la méthode de conservation volumique. Ce nouveau modèle peut se formuler par :

$$\nabla I.w + I_t + \text{div}(w)I\mathbb{1}_{I>I_{min}} = 0 \quad (4.34)$$

Ce type de modèle peut aussi s'appliquer à des scènes complexes telle que la séquence de voitures présentée dans la figure 4.7. Par ailleurs, nous devons être capable de déterminer les régions auxquelles on appliquera le modèle de conservation du volume.

Dans le cadre des vortex nuageux, on peut faire mieux car l'on dispose d'une information supplémentaire sur les zones où l'hypothèse de conservation du volume est pleinement vérifiée : ce sont les zones de nuages. En effet, nous avons préalablement effectué un travail de segmentation au chapitre 3. Il serait très judicieux d'utiliser ce pré-traitement et de l'inclure dans le modèle mixte. Les autres pixels de l'image, qui correspondent généralement au sol, sont moins actifs d'un point de vue mouvement, et obéissent à l'hypothèse de conservation du niveau de gris. Nous avons donc un modèle du type :

$$\nabla I.w + I_t + \text{div}(w)I\mathbb{1}_{X(x,y)=1} = 0 \quad (4.35)$$

où le terme  $I\text{div}(w)$  n'est actif que pour les pixels appartenant à la partie étiquetée à 1 par le processus de segmentation, c'est-à-dire appartenant à un nuage. Le processus de segmentation est décrit par la variable  $X$ ,  $(X(x, y) = 1 \Leftrightarrow (x, y) \in \text{nuage})$ .

### Implémentation et résultats

L'implémentation de ce modèle mixte utilise en fait deux modèles bien distincts et non le modèle 4.35. En effet, le calcul du champ de vitesses  $w$  par l'hypothèse de conservation du volume nécessite la simplification  $W = Iw$ . Avec l'introduction de la variable  $W$  dans l'équation 4.35, on ne peut plus isoler facilement le terme de divergence. Aussi nous calculons, à chaque itération, la nouvelle valeur du champ de vitesses  $w$  par l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse ou la nouvelle valeur du champ de vitesses  $W$  par l'hypothèse de conservation du volume. Les deux champs  $w$  et  $W$  sont toujours actualisés à chaque étape. Notons aussi l'apparition d'un nouveau paramètre dans le modèle : le coefficient  $\alpha$  du terme de régularisation du modèle de Horn. Cette valeur est a priori différente de celle du coefficient du terme de régularisation du modèle de conservation du volume. La figure 4.17 compare les résultats obtenus d'une part avec le modèle simple de conservation du volume et d'autre part avec le modèle

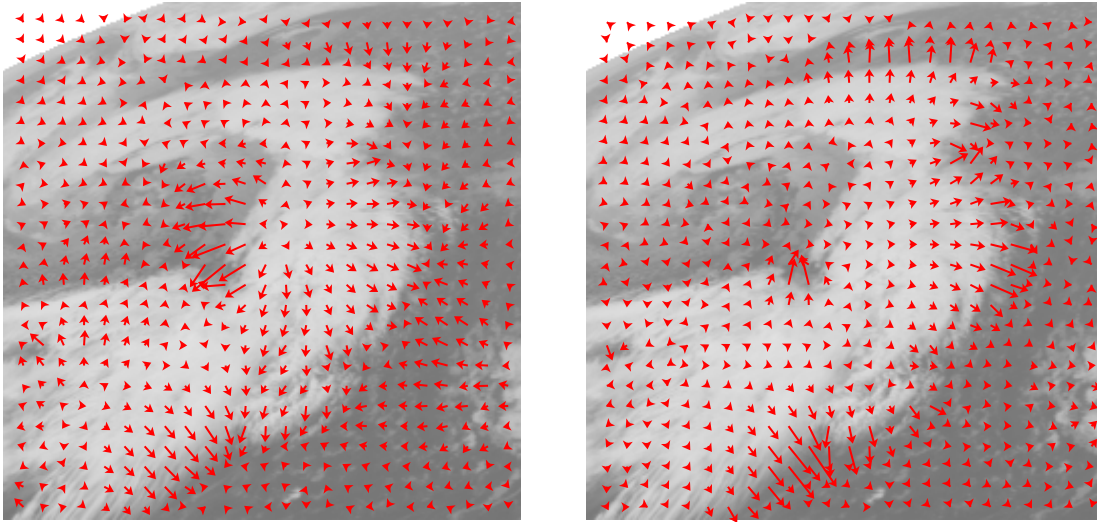


FIG. 4.17 – : De gauche à droite : le modèle de conservation du volume, le modèle mixte.

mixte. Les résultats sont légèrement différents, notamment sur les bords du vortex. Le modèle mixte fournit une description plus riche du champ de vitesses.

Construire un modèle mixte pose alors le problème de la continuité du champ de mouvement calculé. En effet le champ généré par le modèle du flot optique est a priori différent de celui du modèle de conservation volumique. Nous devons réfléchir à la façon d'obtenir un champ  $C^1$  par morceaux. Une approche simple et peu coûteuse est de créer une troisième zone entre les zones où s'applique le flot optique et les zones où s'applique la conservation du volume : cette zone servirait de prolongement par continuité pour relier les deux champs de vitesses. Toutefois, grâce à la régularisation, le champ résultant du modèle mixte est lisse : il n'y a donc pas de changement brutal dans la distribution du champ de vitesses d'une zone à l'autre.

## 4.7 Lien avec la mécanique des fluides

Nous signalons que d'autres travaux, qui ont été menés récemment et parallèlement à ceux-ci, ont abouti à une contrainte identique à celle que nous avons proposée, mais dans un contexte différent. P. Wildes ([WA97]) a travaillé sur des images d'écoulement de fluide, et notamment sur l'estimation du mouvement pour de telles données (où l'hypothèse de flot optique n'est pas vérifiée). Pour cela, il décide d'utiliser l'hypothèse de conservation de masse utilisée en thermodynamique (voir [AR89]). Cette hypothèse se formule ainsi :

$$-\nabla(\rho \cdot V) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4.36)$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique pour une particule de fluide et  $V$  le volume de cette particule. Il faut souligner que cette hypothèse est également valable à méso-échelle sur les nuages (voir [Pic84]). Wildes parvient à faire le lien entre vitesse apparente ( $w$ ) et volume ( $V$ ), et le lien entre masse volumique ( $\rho$ ) et valeur de niveau de gris sur l'image ( $I$ ), pour finalement arriver à la même équation que celle de 4.18, mais dans un contexte et pour une modélisation différents. Les termes d'attache aux données sont différents et surtout, dans le travail de Wilde, le problème de réalisation d'un modèle mixte ne se pose pas, car il applique son modèle à l'ensemble de l'image (qui est constituée d'un fluide en écoulement), puisque la conservation de la masse est vérifiée en chaque pixel. L'équation de mouvement 4.18 issue de la contrainte de conservation du volume a déjà été étudié par le passé par B. Schunck ([Sch84], [Sch86]), puis par H.H. Nagel

---

([H.H89]). Ainsi, dans [HS81], Horn et Schunck se sont directement inspirés de l'équation de conservation de la masse. Le terme divergence a été retiré afin que l'équation du mouvement ait une signification physique : l'invariance des valeurs de niveaux de gris des points de l'image. Plus tard, B. Schunck s'est intéressé à l'étude de l'équation de conservation de la masse et a recherché les liens qui existaient entre le mouvement d'un objet dans la scène (l'espace à trois dimensions) et le mouvement apparent de l'objet sur l'image, c'est-à-dire le flot optique. Nagel a montré que ce mouvement 3D pouvait être déduit du champ des vitesses apparentes uniquement dans le cas d'une rotation dans la direction de l'axe de la caméra. D'autre part, le mouvement 3D ne peut jamais être déduit du champ des vitesses apparentes calculé à partir de l'équation de conservation des valeurs de niveaux de gris. Ceci justifiait pour Nagel l'utilisation de l'équation de conservation de la masse (baptisé pour la peine «Contrainte étendue de Flot Optique»). Il faut toutefois remarquer qu'une telle équation n'a aucune justification et aucune signification physique sur les séquences d'image, excepté dans le cadre très particulier de Wildes *et al* qui utilisent des images de fluides en mouvement. Les travaux exposés dans le présent chapitre permettent donc de donner une signification physique à la contrainte étendue du flot optique : dans un cadre généraliste, cette contrainte équivaut à une conservation de l'intensité totale des objets en mouvement et dans le cadre des images infrarouges météorologiques, elle correspond à une conservation du volume des nuages.

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle méthode d'estimation du mouvement basée sur les propriétés intrinsèques des images infrarouges météorologiques. Cette méthode donne des résultats plus intéressants que l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse car elle fournit un champ de vitesses plus riche en information. Notamment, nous arrivons à détecter des points singuliers, dont l'un correspond au centre d'expansion du vortex. De plus, ces points peuvent être suivis dans le temps. Nous avons aussi une estimation de mouvement importante sur les bords du vortex, qui nous sera utile par la suite pour la mise en correspondance des courbes frontière des vortex. Nous avons signalé des travaux similaires aux nôtres dans un contexte applicatif et à partir d'une modélisation différents, ce qui nous permet d'envisager des applications de cette méthode à des domaines autres que les images météorologiques infrarouges. Enfin nous avons proposé un modèle plus élaboré que le modèle initial de

---

conservation volumique, il s'agit d'un modèle mixte qui permet de prendre en compte les deux composantes de nos images : les nuages en mouvement qui respectent l'hypothèse de conservation volumique et un fond sans nuage à qui on autorise un principe de mouvement suivant un modèle de conservation des valeurs de niveau de gris.

---





---

## Chapitre 5

# Estimation du mouvement avec modèle a priori

---

---

Dans ce chapitre, afin d'accroître la qualité des résultats des champs de mouvement obtenus dans le chapitre 4, nous nous proposons de contraindre l'espace des solutions en utilisant un modèle de mouvement.

### 5.1 Estimation incrémentale du mouvement affine

La méthode d'étude du mouvement par hypothèse de conservation des valeurs de niveau de gris, étudiée dans la section 4.2, a montré ses limitations intrinsèques, dans la contradiction du calcul d'un mouvement local et d'une composante globale. En l'occurrence, il s'agissait sur ces données météorologiques, d'une composante globale de translation.

Notre but est donc d'extraire d'abord la composante translationnelle afin de pouvoir ensuite s'attacher à la détermination des autres composantes, voire des particularités locales.

L'étude qui suit a été détaillée dans les rapports [OB94] et [MBD<sup>+</sup>95], qui présentent une méthode de calcul du flot optique en intégrant un modèle de mouvement a priori. Nous souhaitons discuter ici ce type d'approche méthodologique, en regard des particularités des images météorologiques, pour déterminer comment faire collaborer ce type de méthode globale avec un algorithme local tel que celui présenté dans le chapitre

---

précédent.

La méthode, que nous présentons maintenant, cherche, comme nous l'avons dit, à estimer les composantes globales du mouvement à partir d'une hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse étendue, expliquée dans la sous-section 5.1.1, et en utilisant un modèle affine a priori sur le champ des vitesses. Rappelons que les transformations affines approximent bien les déformations non rigides [VGT90]. Ce choix est donc pertinent dans le contexte de structures déformables en mouvement telles que les nuages. Les paramètres de ce modèle sont représentés par le vecteur  $\Theta$ , défini dans la sous-section 5.1.2. La valeur optimale de ces paramètres est obtenue en deux temps. Ils sont calculés en minimisant une première fonctionnelle d'énergie  $\mathcal{E}_1$  afin d'obtenir une valeur initiale  $\hat{\Theta}_0$ . Une seconde étape, incrémentale, permet de raffiner l'estimation des paramètres en minimisant une énergie qui dépend des variations  $\delta\Theta$ .

### 5.1.1 Extension de l'équation de conservation de l'intensité lumineuse

L'hypothèse utilisée pour cette méthode est également celle de la conservation des valeurs de niveau de gris (4.3), tout comme pour les approches locales. Mais la classe des fonctions admissibles  $w$  est limitée uniquement à celle des fonctions affines. L'estimation de  $w$  se limite alors à l'estimation des paramètres de ce modèle affine. Dans cette formulation, l'hypothèse de conservation du niveau de gris peut également être étendue à une hypothèse de variation constante. Mathématiquement, cela se traduit par l'équation :

$$\frac{dI}{dt} = -\xi \quad (5.1)$$

où  $\xi$  est une valeur réelle.

Cette propriété est pertinente pour les images météorologiques puisque l'on sait que l'hypothèse de conservation des niveaux de gris n'est pas nécessairement respectée. Elle permet, par exemple, de prendre en compte les changements globaux de luminosité des séquences infrarouges dues au passage du jour à la nuit et réciproquement. L'intérêt majeur de ce modèle est qu'il est une première étape vers un modèle global d'étude du mouvement pour ce type de structure.

### 5.1.2 Le modèle affine

Selon le modèle affine, le champ  $w$  s'écrit :

$$w = \begin{cases} a_1 + a_2x + a_3y \\ a_4 + a_5x + a_6y \end{cases} = B(x, y)A \quad (5.2)$$

avec :

$$B(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{pmatrix}$$

et

$$A = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)^t$$

Ce modèle possède donc six paramètres et le calcul du champ de vitesses  $w$  revient donc au calcul de ces six paramètres. En remplaçant cette nouvelle expression de  $w$  dans l'équation (5.1) on obtient la formulation :

$$BA\nabla I + \frac{\partial I}{\partial t} + \xi = 0 \quad (5.3)$$

Le problème est donc d'estimer le vecteur  $\Theta = (A, \xi)$  à partir d'une séquence d'images.

Soit  $X_i = (x_i, y_i)$ , la position spatiale du pixel  $i$ , on définit le résidu  $r_i$ , en ce point, comme l'écart au modèle, représentée par la valeur :

$$r_i = B(X_i)A\nabla I(X_i, t) + \frac{\partial I(X_i, t)}{\partial t} + \xi$$

L'énergie du modèle  $\mathcal{E}_1$  est définie comme la somme des carrés de tous les résidus ponctuels de l'image :

$$\mathcal{E}_1(\Theta) = \sum_i (r_i)^2$$

Si certains points ne participent pas au mouvement global dans l'image, il faut les exclure de la somme calculée dans la fonctionnelle  $\mathcal{E}_1$ , car ils faussent l'estimation du mouvement. C'est le cas des pixels dont la valeur de niveau de gris est nulle sur les images infrarouges (en supposant que les nuages sont en blanc). Remarquons également que pour les points dont le gradient spatial est nul, l'équation (5.3) devient  $\frac{\partial I}{\partial t} + \xi = 0$ . Ces points ne participent pas non plus à l'estimation des paramètres  $A$  et on peut donc réécrire l'énergie de la façon suivante :

$$\mathcal{E}_1(\Theta) = \sum_{\nabla I(X_i, t) \leq \epsilon} \left( \frac{\partial I(X_i, t)}{\partial t} + \xi \right)^2 + \sum_{\nabla I(X_i, t) > \epsilon} (r_i)^2 \quad (5.4)$$

### 5.1.3 Résolution incrémentale

Nous détaillons succinctement le principe de la résolution incrémentale. Toutefois les étapes du calcul sont détaillées en annexe A.3. La résolution incrémentale est un processus itératif qui permet de raffiner, à chaque étape, l'estimation du paramètre  $\Theta$ . La figure 5.1 résume l'algorithme de la méthode incrémentale. À chaque étape, une nou-

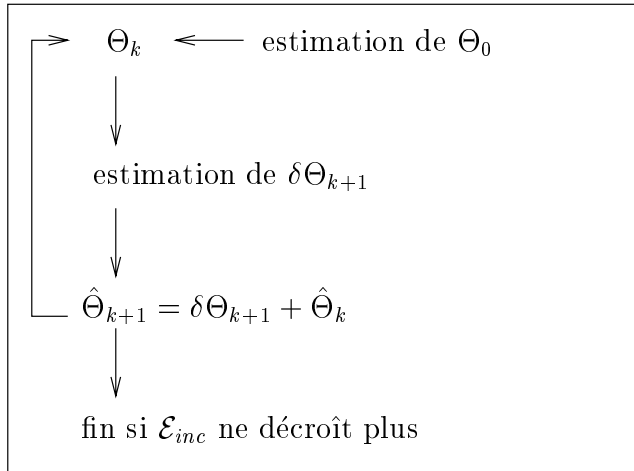


FIG. 5.1 – : *Schéma algorithmique.*

velle estimation de  $\Theta$  ( $\hat{\Theta}_{k+1}$ ) est calculée à partir de l'estimation précédente de  $\Theta$  ( $\hat{\Theta}_k$ ) et d'un nouvel incrément ( $\delta\Theta_k$ ). Le terme  $\hat{\Theta}_k + \delta\Theta_k$  est alors injecté dans l'énergie 5.1.2 et est minimisé en fonction de  $\delta\Theta_k$ . Il est facile de montrer que cette énergie peut être minimisée par une méthode de moindre carré et que :

$$\widehat{\delta\Theta}_k = \left[ \sum_{X_i \in F} \tilde{Y}_i^t \tilde{Y}_i \right]^{-1} \sum_{X_i \in F} \tilde{Y}_i^t \tilde{Z}_i \quad (5.5)$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{Y}_i = (\nabla I^t(X_i + B(X_i)\hat{A}_k, t+1)B(X_i), 1) \\ \tilde{Z}_i = I(X_i, t) - I(X_i + B(X_i)\hat{A}_k, t+1) - \hat{\xi}_k \end{cases}$$

Le calcul de la première estimation de  $\Theta$ ,  $\hat{\Theta}_0$ , est déduite en minimisant l'énergie 5.1.2 en fonction de  $\Theta$ . Là encore, une méthode de moindre carré est employée et on a :

$$\hat{\Theta}_0 = \left( \sum_i Y_i^t Y_i \right)^{-1} \sum_i Y_i^t Z_i$$

avec :

$$\begin{cases} Y_i = (\nabla I^t(X_i, t)B(X_i), 1) \\ Z_i = -\frac{\partial I}{\partial t}(X_i, t) \end{cases}$$

Le paramètre  $\Theta$  est réévalué à chaque étape de calcul de  $\widehat{\delta\Theta}$ . Le processus s'arrête lorsqu'il n'y a plus d'évolution significative de ce terme incrémental. Enfin, citons M. Lefébure et al qui donnent dans [LC97] une condition de convergence de ce type d'algorithme, obtenue pour de petits déplacements et pour un mouvement de translation.

#### 5.1.4 Résultats et commentaires

Les résultats obtenus sur des images synthétiques au moyen de ce modèle sont satisfaisants car ils concernent des mouvements simples (rotation ou translation). Par exemple, l'image de la figure 5.2 représente la première image d'une courte séquence, où un carré noir sur fond blanc se déplace de gauche à droite. Nous obtenons une très bonne estimation du mouvement (parfois au pixel près). De plus le paramètre  $\xi$  est évalué comme nul, ce qui est le cas sur ces images.

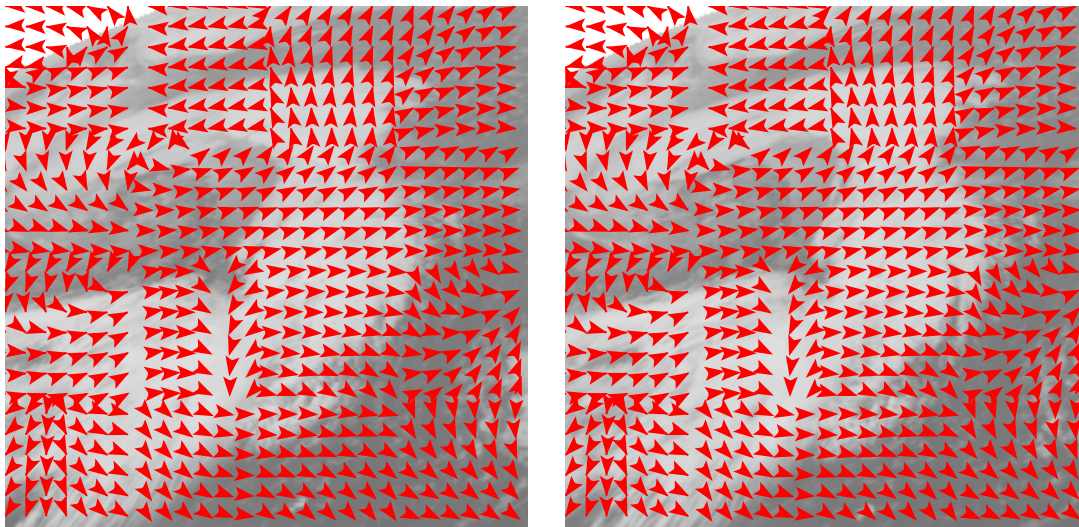


FIG. 5.2 – : Résultats sur le vortex nuageux : les deux premières images de la séquence.

Le cas de scènes complexes (à plusieurs objets) pose évidemment un problème. Ce cas peut être partiellement résolu en découpant l'image en plusieurs imagerie, ayant chacune leurs propres paramètres de mouvement. Au contraire de la méthode étudiée dans

la section 4.2.2, cette méthode ne peut différencier les pixels en mouvement des pixels au repos.

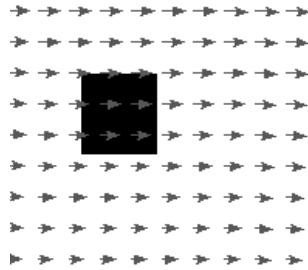


FIG. 5.3 – : Carré en translation (de gauche à droite).

Dans le cadre de notre application sur les images météorologiques, les différences de résultat avec la méthode de Horn *et al* du chapitre précédent apparaissent très clairement. Cette nouvelle méthode incrémentale affine met en évidence une composante translationnelle qui existe bien sur la séquence d'images, mais qui est indétectable avec l'implémentation de Horn *et al*. Par contre, d'autres détails locaux du mouvement sur l'image échappent à ce modèle incrémental affine, mais sont présents sur les résultat de la méthode de Horn *et al*.

Le paramètre  $\xi$  de variation temporelle n'a finalement qu'assez peu d'importance sur les données considérées. Sur ces images météorologiques de vortex, il est évalué à quelques niveaux de gris (2 ou 3) et n'a que peu d'influence sur les paramètres du mouvement estimé : les résultats sont sensiblement identiques avec ou sans prise en compte du paramètre  $\xi$ .

## Analyse comparée

Les deux méthodes présentées dans ce chapitre présentent des approches différentes, et l'intérêt réside dans leur complémentarité. La première méthode de flot optique fournit un champ de vecteurs dense estimé localement. La seconde méthode fournit les paramètres d'un mouvement affine estimé globalement sur l'image. On constate dans les résultats que la première approche est bien adaptée pour l'estimation du mouvement de points isolés, mais se révèle décevante pour estimer le mouvement global de structures importantes sur la séquence d'images. Au contraire, la seconde méthode donne une mauvaise estimation du mouvement particulier des points isolés, mais permet

une bonne estimation du mouvement global des structures. Ceci est très net sur les images météorologiques.

## 5.2 Modèle affine de conservation du volume

Dans cette section, nous utilisons le modèle de conservation du volume et le modèle de champ de vitesses affine. La méthode de résolution incrémentale par Odohez *et al* est adaptée au modèle de conservation du volume.

### 5.2.1 Modèle de mouvement et résolution numérique

En reprenant les notations du chapitre 4, nous supposons que le champ de vitesses  $w$  est affine, c'est-à-dire que :

$$w(x, y) = \begin{cases} a_1 + a_2x + a_3y \\ a_4 + a_5x + a_6y \end{cases} = B(x, y)A \quad (5.6)$$

avec :

$$B(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{pmatrix}$$

et

$$A = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)^*$$

où \* est l'opérateur transposé. L'hypothèse de conservation du volume (4.18) s'écrit alors :

$$\nabla IBA + I_t + I \operatorname{div}(BA) = 0 \quad (5.7)$$

De la même façon que pour l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse, l'hypothèse de conservation du volume peut-être étendue à l'hypothèse de variation constante du volume par l'ajout du paramètre  $\xi$  :

$$\nabla IBA + I_t + I \operatorname{div}(BA) = -\xi \quad (5.8)$$

Notons, dans le cadre de l'estimation du mouvement des nuages sur les données infrarouges, que l'introduction du paramètre  $\xi$  est pertinente. Par exemple, un tel paramètre peut prendre en compte le changement global de l'altitude moyenne du nuage, car



le modèle de volume que nous avons utilisé n'est pas constant lors d'un changement d'altitude du nuage (puisque nous utilisons la hauteur du nuage et non son épaisseur). L'ensemble des paramètres du modèle est noté  $\Theta = (A, \xi)^*$ . Nous formulons le problème sous forme d'une énergie  $\mathcal{E}_1$  à minimiser, c'est-à-dire que l'on cherche  $\Theta$  permettant que la contrainte 5.8 soit vérifiée pour chaque pixel  $(x_i, y_i)$  de l'image au temps  $t$  :

$$\mathcal{E}_1(\Theta, t) = \sum_{i=1}^N [\nabla I(x_i, y_i, t)B(x_i, y_i)A + I_t(x_i, y_i, t) + I(x_i, y_i, t) \operatorname{div}(B(x_i, y_i)A) + \xi]^2 \quad (5.9)$$

où  $N$  désigne le nombre de pixels dans l'image. Nous avons  $\operatorname{div}(BA) = a_2 + a_6$ . L'énergie à minimiser se réécrit :

$$\mathcal{E}_1(\Theta, t) = \sum_{i=1}^N [\nabla I(x_i, y_i, t)B(x_i, y_i)A + I_t(x_i, y_i, t) + I(x_i, y_i, t)CA + \xi]^2 \quad (5.10)$$

avec  $C = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$ . Cette énergie peut s'écrire comme la somme des carrés d'une forme linéaire en  $\Theta$  :

$$\mathcal{E}_1(\Theta, t) = \sum_{i=1}^N (Y_i\Theta - Z_i)^2 \quad (5.11)$$

avec :

$$\begin{cases} Y_i = (\nabla I^*(x_i, y_i, t)B(x_i, y_i) + I(x_i, y_i, t)C, 1) \\ Z_i = -I_t(x_i, y_i, t) \end{cases}$$

La méthode des moindres carrés fournit alors une estimation du paramètre  $\Theta$  que nous notons  $\hat{\Theta}_0$  :

$$\hat{\Theta}_0 = \left[ \sum_{i=0}^N Y_i^* Y_i \right]^{-1} \sum_{i=0}^N Y_i^* Z_i \quad (5.12)$$

### 5.2.2 Résolution itérative

Nous utilisons maintenant l'algorithme incrémental d'Odobez *et al* pour affiner l'estimation du paramètre  $\Theta$ , et la valeur  $\hat{\Theta}_0$  est utilisée comme initialisation de cet algorithme.

Dans cette perspective, nous reformulons l'équation de conservation du volume  $w\nabla I + I_t + I \operatorname{div}(w) + \xi = 0$  par :

$$\frac{dI}{dt} + I \operatorname{div}(w) + \xi = 0 \quad (5.13)$$

Le premier terme peut être approximé par le calcul suivant :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{I(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}, t + \delta t) - I(\mathbf{x}, t)}{\delta t}$$

en notant  $\mathbf{x}$  le vecteur position  $(x, y)$ . Nous nous plaçons entre deux images successives de la séquence et supposons que  $\delta t = 1$ . Alors  $\delta\mathbf{x} = w\delta t = B(\mathbf{x})A$  et :

$$\frac{dI}{dt} = I(\mathbf{x} + B(\mathbf{x})A, t + 1) - I(\mathbf{x}, t) \quad (5.14)$$

Nous cherchons à ce que l'équation 5.13 soit vérifiée en chaque pixel  $\mathbf{x}_i$  de l'image. Nous construisons une nouvelle énergie  $\mathcal{E}_2$ , similaire à  $\mathcal{E}_1$ , que nous aurons à minimiser :

$$\mathcal{E}_2(\Theta, t) = \sum_{i=1}^N (I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)A, t + 1) - I(\mathbf{x}_i, t) + I(\mathbf{x}_i, t) \operatorname{div}(B(\mathbf{x}_i)A) + \xi)^2$$

La méthode incrémentale définit alors le paramètre  $\Theta$  du modèle selon :

$$\hat{\Theta}_{k+1} = \hat{\Theta}_k + \delta\Theta_k, \text{ et } \begin{cases} \hat{A}_{k+1} = \hat{A}_k + \delta A_k \\ \hat{\xi}_{k+1} = \hat{\xi}_k + \delta\xi_k \end{cases}$$

où  $\hat{\Theta}_k$  désigne l'estimation à l'étape  $k$  de  $\Theta$  et  $\delta\Theta_k$  l'incrément que l'on calcule à l'étape  $k + 1$  pour déduire une nouvelle estimation de  $\Theta$ . Nous reportons alors ces expressions dans  $\mathcal{E}_2$  puis nous séparons les termes déjà estimés à l'étape  $k$  (termes en  $\hat{\cdot}$ ) des incréments (termes en  $\delta$ ). A l'étape  $k + 1$ , le terme d'ordre  $i$  dans la somme de carrés dans  $\mathcal{E}_2$  est noté  $r_i(\Theta_{k+1})$  et vaut :

$$r_i(\Theta_{k+1}) = I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)(\hat{A}_k + \delta A_k), t + 1) - I(\mathbf{x}_i, t) + I(\mathbf{x}_i, t) \operatorname{div}(B(\mathbf{x}_i)(\hat{A}_k + \delta A_k)) + \hat{\xi}_k + \delta\xi_k \quad (5.15)$$

Le terme  $I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)A, t + 1)$  est approximé par un développement limité d'ordre 1 au point  $\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k$  :

$$I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k + B(\mathbf{x}_i)\delta A_k, t + 1) \sim I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1) + \nabla I^*(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1)B(\mathbf{x}_i)\delta A_k$$

L'équation 5.15 peut se réécrire :

$$r_i(\Theta_{k+1}) = I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1) - I(\mathbf{x}_i, t) + \nabla I^*(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1)B(\mathbf{x}_i)\delta A_k + IC\hat{A}_k + IC\delta A_k + \hat{\xi}_k + \delta\xi_k$$

où  $C$  est la matrice décrivant le terme de divergence et introduite dans l'équation 5.10. En regroupant les termes estimés et les termes à estimer, nous pouvons écrire l'énergie  $\mathcal{E}_2$  sous forme d'un système linéaire en  $\delta\Theta_k$  :

$$\mathcal{E}_2(\Theta_{k+1}, t) = \sum_{i=1}^N [\mathcal{Y}_i - \mathcal{X}_i \delta\Theta_k]^2$$

avec :

$$\begin{cases} \mathcal{X}_i = (\nabla I^*(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\widehat{A}_k, t+1)B(\mathbf{x}_i) + I(\mathbf{x}_i, t)C, 1) \\ \mathcal{Y}_i = I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\widehat{A}_k, t+1) - I(\mathbf{x}_i, t) + I(\mathbf{x}_i, t)C\widehat{A}_k + \widehat{\xi}_k \end{cases}$$

Le calcul du nouveau terme  $\delta\Theta_k$  est effectué directement par la méthode des moindres carrés, soit par la formule :

$$\widehat{\delta\Theta}_k = \left[ \sum_{i=1}^N \mathcal{X}_i^* \mathcal{X}_i \right]^{-1} \sum_i \mathcal{X}_i^* \mathcal{Y}_i \quad (5.16)$$

### 5.2.3 Influence des paramètres

Nous avons implémenté différentes variantes du modèle afin d'étudier les différents comportements de chacun des paramètres.

Tout d'abord, nous faisons une première étude du modèle sans tenir compte du paramètre  $\xi$ , c'est-à-dire que nous considérons une conservation temporelle du niveau de gris de chaque pixel.

Dans ce cadre, pour la première étape d'estimation, l'énergie s'écrit :

$$\mathcal{E}_1 = \sum \left( \frac{dI}{dt}(\mathbf{x}_i, t) + I(\mathbf{x}_i, t)C \right)^2$$

ce qui nous permet la formulation linéaire suivante :

$$\mathcal{E}_1 = \sum (Y_i \Theta - Z_i)^2$$

avec :

$$\begin{cases} \Theta = A^t \\ Y_i = \nabla I^t(\mathbf{x}_i, t)B(\mathbf{x}_i) + I(\mathbf{x}_i, t)C \\ Z_i = -\frac{\partial I}{\partial t}(\mathbf{x}_i) \end{cases}$$

Pour l'étape incrémentale, le résidu  $r_i$  vaut :

$$\begin{aligned}
r_i &= I(\mathbf{x}_i + B(X_i)\hat{A}_k, t + 1) - I(\mathbf{x}_i, t) \\
&\quad + \nabla I^t(\mathbf{x}_i + B(X_i)\hat{A}_k, t + 1)B(\mathbf{x}_i)\delta A_k \\
&\quad IC\hat{A}_k + IC\delta A_k \\
&= \mathcal{Y}_i - \mathcal{X}_i\delta\Theta_k
\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{cases}
\delta\Theta_k &= \delta A_k^t \\
\mathcal{X}_i &= \nabla I^t(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1)B(\mathbf{x}_i) + I(\mathbf{x}_i, t)C \\
\mathcal{Y}_i &= I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1) - I(\mathbf{x}_i, t) + I(\mathbf{x}_i, t)C\hat{A}_k
\end{cases}$$

D'autres restrictions, portant sur le modèle de mouvement lui-même, peuvent être effectuées. Par exemple, le modèle peut être réduit à sa composante translationnelle :

$$B(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } A = (a_1, a_4)^t$$

ou bien à sa composante rotationnelle :

$$B(x, y) = \begin{pmatrix} x & y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & y \end{pmatrix} \text{ et } A = (a_2, a_3, a_5, a_6)^t$$

## 5.2.4 Expérimentation

L'utilisation d'un modèle de mouvement unique n'est pas judicieux pour les données sur lesquelles nous travaillons. Il est évident que les diverses régions composant les images ne sont pas soumises au même modèle affine de mouvement. Aussi, pour obtenir une estimation du champ de vitesses plus fine, nous découpons l'image en plusieurs zones. Chacune de ces zones possède alors sa propre description affine du champ de vitesses. Ainsi nous avons divisé l'image en quatre zones et avons appliqué la méthode indépendamment sur chaque zone. La figure 5.4 montre le résultat obtenu de cette façon sur les quatre premières images de la séquence météorologique. Les résultats semblent être disparates d'une zone à l'autre : il s'agit d'un problème de continuité aux bornes. On peut améliorer la qualité du résultat en augmentant le nombre de régions. Sur le résultat de la figure 5.5, les images sont divisées en huit zones. Les résultats sont alors plus cohérents : ils présentent moins de discontinuités entre les différentes zones.

Afin de réduire encore les discontinuités entre chaque zone, on décide de faire se chevaucher les zones entre elles (voir figure 5.6). La figure 5.7 illustre les résultats dans le

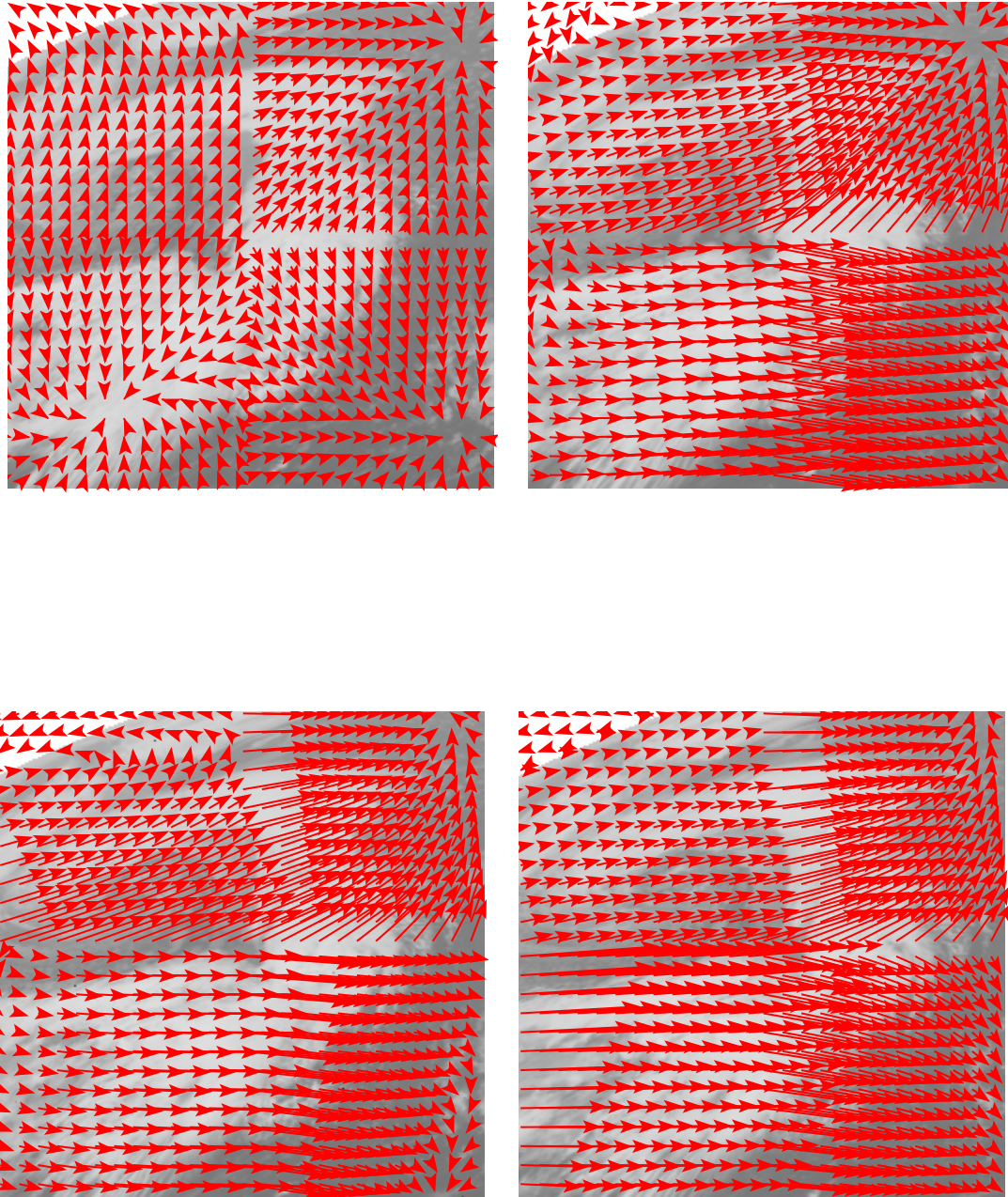


FIG. 5.4 – : Calcul sur les quatre premières images de la séquence avec une image partitionnée en quatre zones.

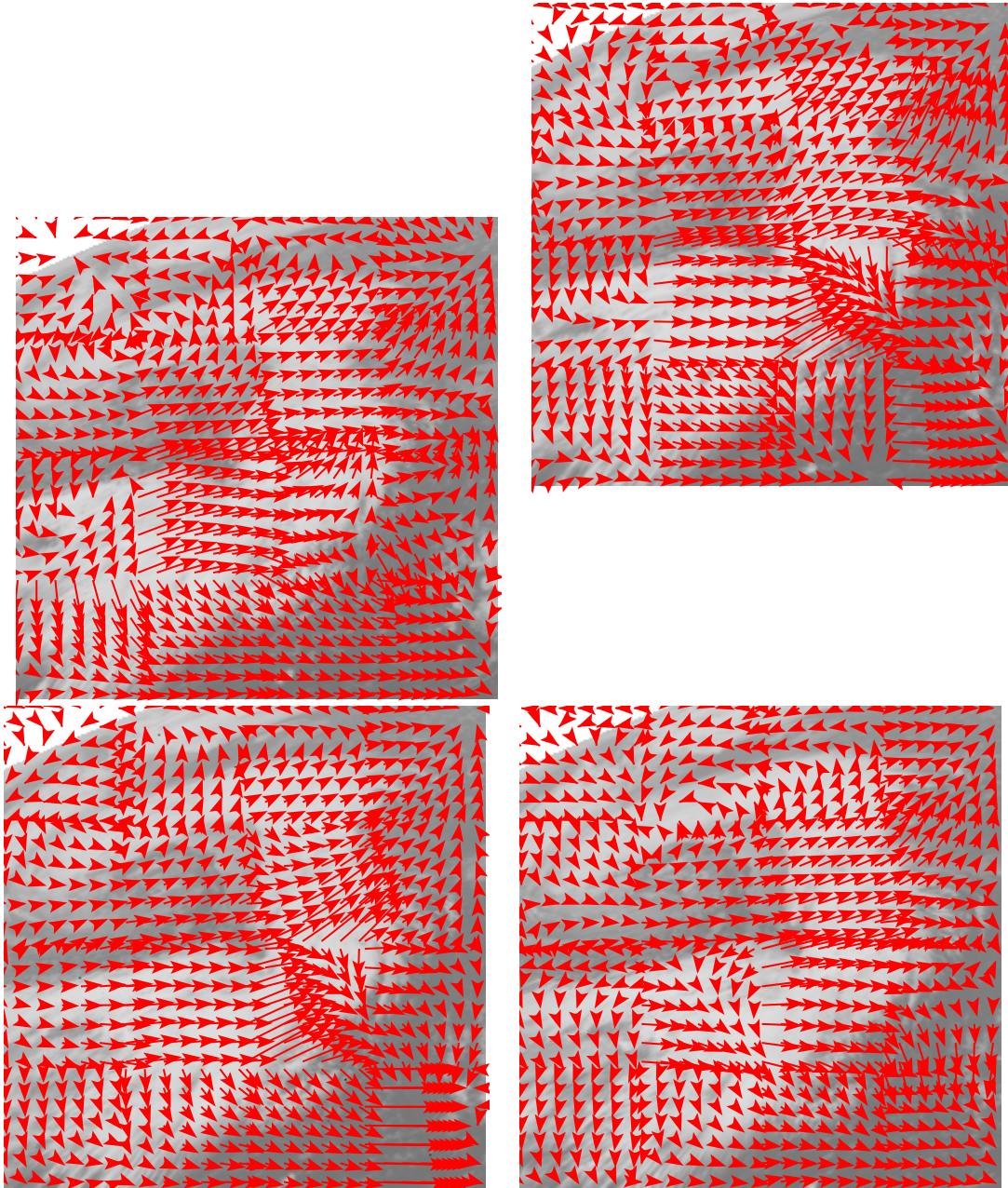


FIG. 5.5 – : Calcul sur les quatre premières images de la séquence, l'image est partitionnée en huit zones.

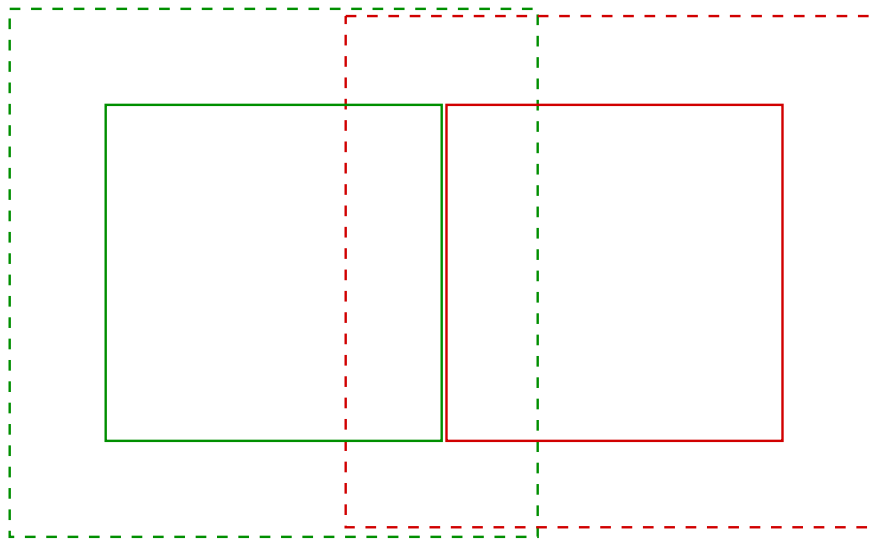


FIG. 5.6 –: *Chevauchement des zones de calcul.*

---



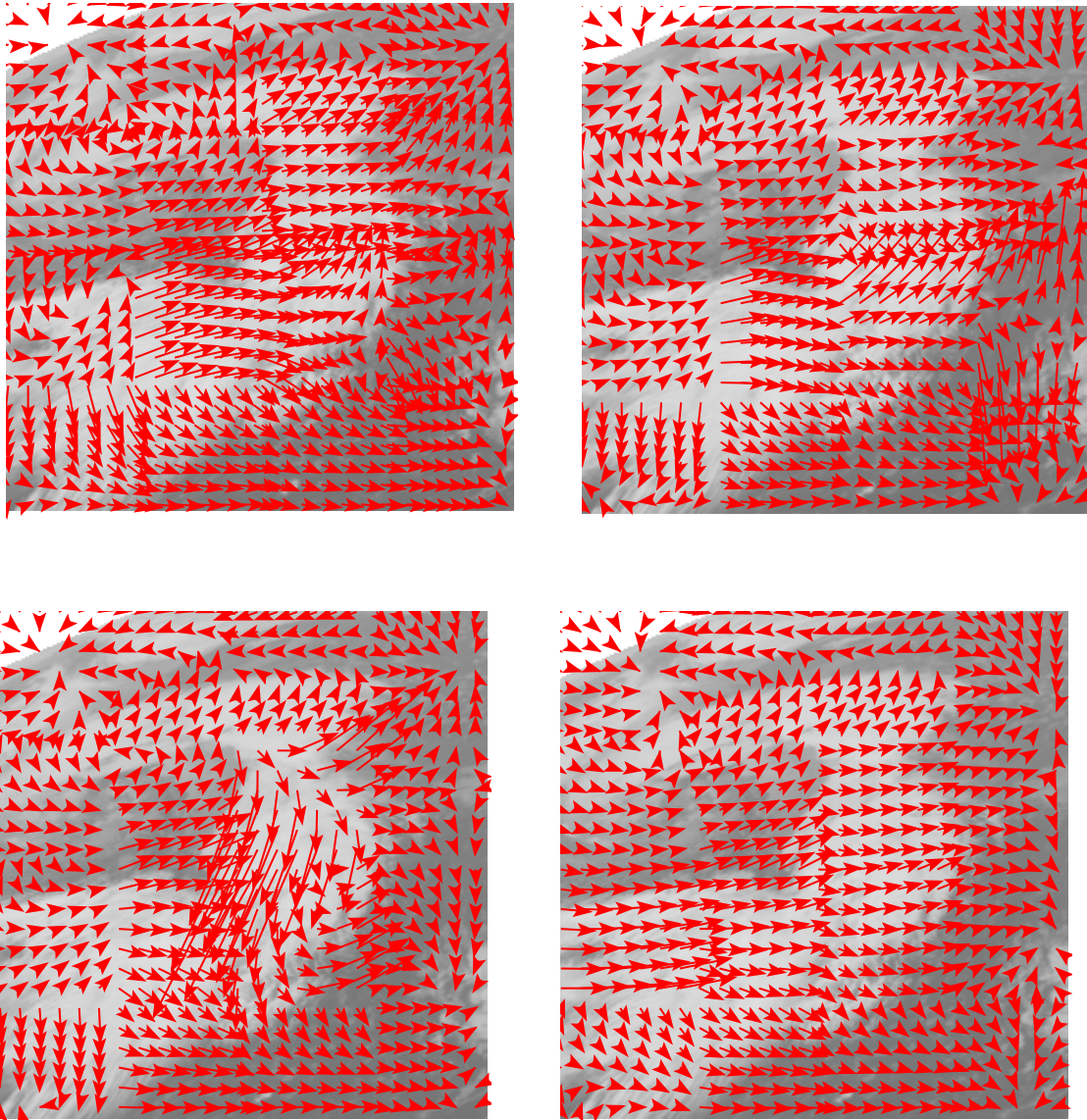


FIG. 5.7 – : Calcul avec différentes tailles de chevauchement des zones. De haut en bas, de gauche à droite : 0 pixel, 5 pixels, 10 pixels et 20 pixels.



cas où l'on a calculé le flot optique pour la même image et différentes valeurs de taille des zones de chevauchement.

Les résultats peuvent encore être affinés en augmentant le nombre de zones, si leur taille reste suffisamment grande (pour que les calculs du champ affine restent précis), grâce à cette méthode de chevauchement. La figure 5.8 illustre le résultat obtenu pour un découpage de l'image en 64 zones (soit des carrés de 32 pixels de côté) avec une grande zone de chevauchement.

### 5.3 Modèle mixte

Le modèle présenté au chapitre 4, combinant la méthode de conservation du volume sur les nuages et la méthode de conservation du niveau de gris sur le reste de l'image, a été également implémenté dans le cas d'un modèle de mouvement affine. L'équation du modèle est donc toujours :

$$\nabla w.I + I_t + I \operatorname{div}(w) \mathbb{1}_{(x,y) \in \text{nuage}} = 0 \quad (5.17)$$

Par rapport à l'implémentation différentielle de ce modèle, les choses sont plus simples car nous n'utilisons pas la simplification  $W = Iw$  introduite à la section 4.3.3. Le terme additionnel de divergence est compatibilisé dans le calcul des variables  $Y_i$ ,  $\mathcal{X}_i$  et  $\mathcal{Y}_i$  de la méthode incrémentale. Soit, pour l'initialisation du procédé incrémental (équation 5.12) :

$$\begin{cases} Y_i = (\nabla I^*(x_i, y_i, t)B(x_i, y_i) + I(x_i, y_i, t)C \mathbb{1}_{I(x_i, y_i, t) \in \text{nuage}}, 1) \\ Z_i = -I_t(x_i, y_i, t) \end{cases}$$

et pour la résolution du procédé incrémental (équation 5.16) :

$$\begin{cases} \mathcal{X}_i = (\nabla I^*(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1)B(\mathbf{x}_i) + I(\mathbf{x}_i, t)C \mathbb{1}_{I(x_i, y_i, t) \in \text{nuage}}, 1) \\ \mathcal{Y}_i = I(\mathbf{x}_i + B(\mathbf{x}_i)\hat{A}_k, t + 1) - I(\mathbf{x}_i, t) + I(\mathbf{x}_i, t)C \mathbb{1}_{I(x_i, y_i, t) \in \text{nuage}}\hat{A}_k + \hat{\xi}_k \end{cases}$$

La figure 5.9 montre le résultat du calcul par le modèle mixte sur la première image de la séquence.

### 5.4 Collaboration des modèles

L'approche affine fournit des résultats intéressants, nous l'avons vu, mais il faut voir que nous avons perdu toutes les composantes non affines du mouvement, que nous

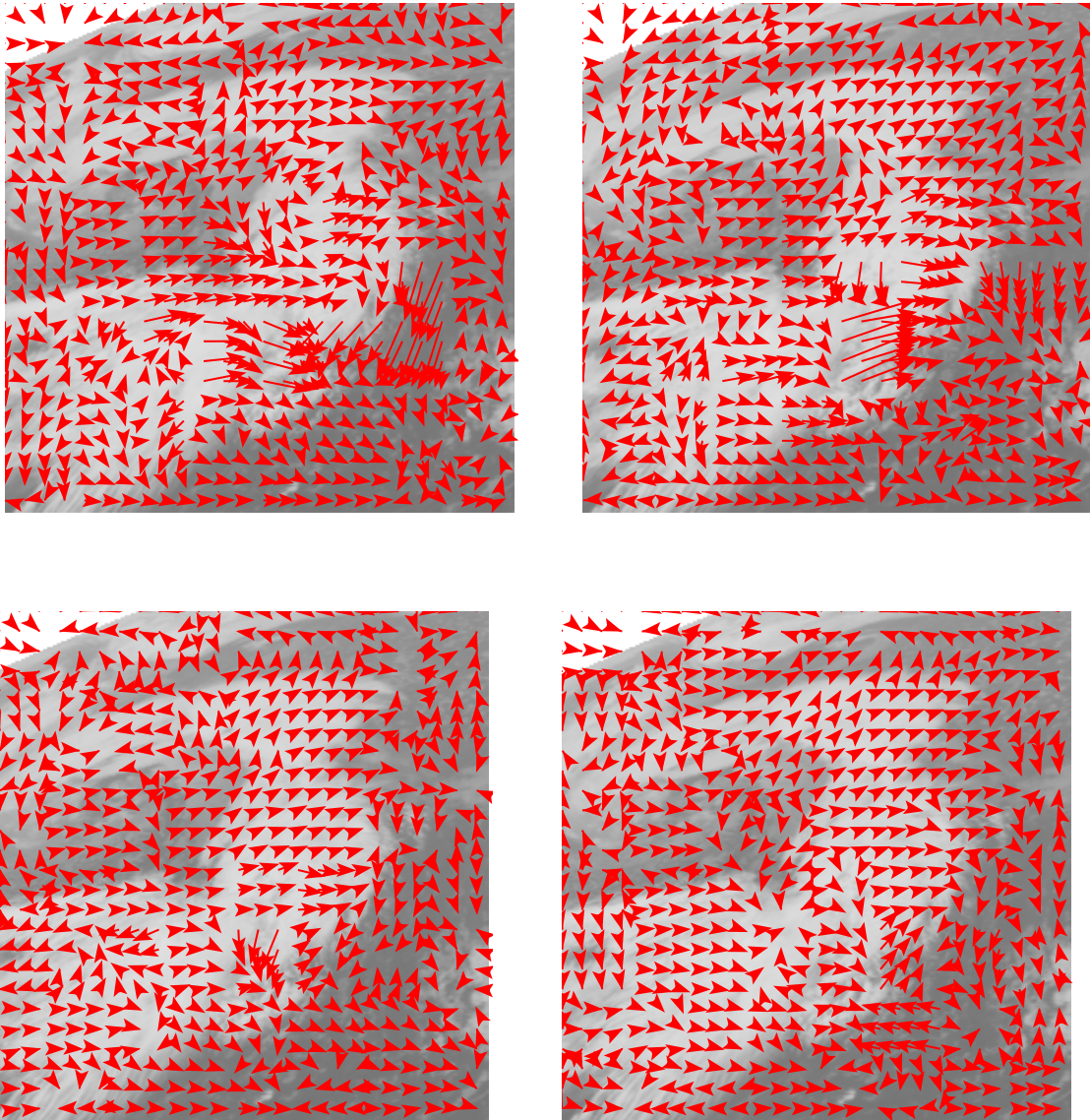


FIG. 5.8 – : *Calcul du flot optique sur les quatre premières images avec un découpage en 32 zones et un chevauchement de 10 pixels.*

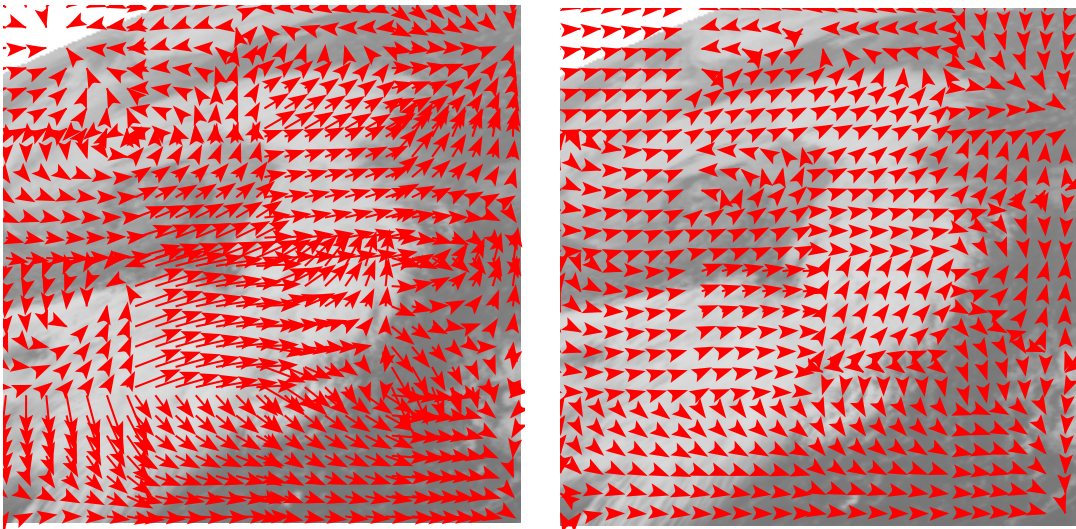


FIG. 5.9 – : *De gauche à droite : le modèle de conservation du volume, le modèle mixte.*

apporte la méthode différentielle de conservation du volume vue au chapitre 4. Afin d'obtenir une estimation plus complète du mouvement, il est possible de faire collaborer les deux méthodes. On envisage de faire une première analyse globale du mouvement, en appliquant d'abord la méthode affine, afin d'extraire les composantes affines du mouvement  $M$ . Ensuite un champ de mouvement dense est calculé en utilisant la méthode différentielle entre la transformée de l'image 1 par  $M$  et l'image 2. Cette approche est résumée dans la figure 5.10. Nous ajoutons ensuite les deux champs pour obtenir une description plus riche du mouvement.

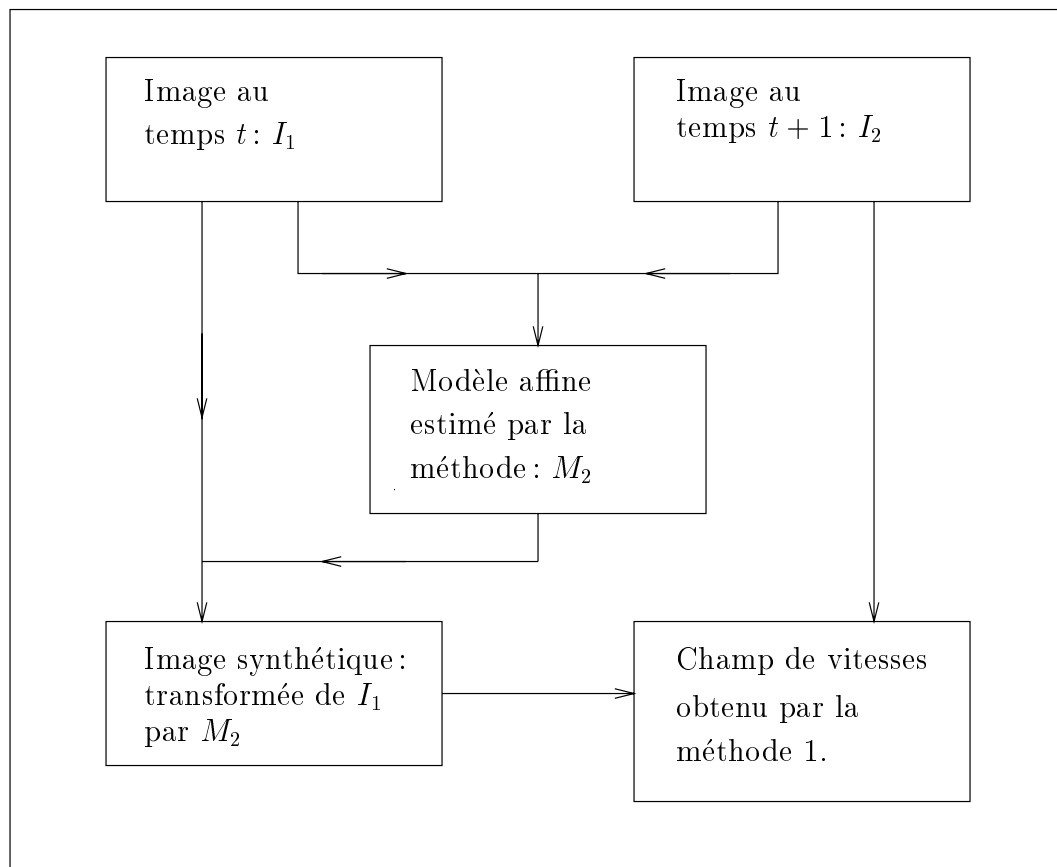


FIG. 5.10 – : *Collaboration des modèles.*

Les figures 5.11 et 5.12 illustrent les résultats de la collaboration des deux modèles. La première image montre le champ affine calculé entre deux images de la séquence. La seconde image montre le champ non-affine (calculé avec la méthode différentielle présentée au chapitre 4) entre la seconde image de la séquence et l'image recalée par le champ affine. La dernière image montre la somme des deux champs. Les différences restent assez faibles et montrent que la correction apportée par le calcul des composantes

non-affine est mineure.

## 5.5 Reconstruction des trajectoires

Comme nous l'avons expliqué précédemment, nous voulons reconstruire les trajectoires de chaque pixel en utilisant directement l'information mouvement, car nous disposons de résultats intéressants et exploitables. Nous avons défini, dans la modélisation du mouvement au chapitre 4, le vecteur vitesse comme étant la dérivée du vecteur trajectoire  $\varphi$  selon la définition suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t}(x, y, t) = w \circ \varphi(x, y, t) \\ \varphi(x, y, 0) = (x, y) \end{cases} \quad (5.18)$$

Les équations différentielles du type de l'équation 5.18 sont facilement résolubles numériquement. D'une manière générale, l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (5.19)$$

possède une solution unique si la fonction  $f$  est lipchitzienne, c'est-à-dire si elle vérifie la condition suivante :

$$\forall t, \forall y, z \in \mathbb{R}, \exists L > 0 \mid |f(t, y) - f(t, z)| \leq L|y - z|$$

Les différentes méthodes numériques reposent sur des schémas explicites qui utilisent une approximation en différences finies du terme  $y'$  ( $y'(t_n) \sim \frac{y(t_{n+1}) - y(t_n)}{h}$ ) :

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + hf(t_n, y_n) \quad (5.20)$$

où  $h$  est le pas de discrétisation. La condition de Lipchitz suffit à assurer la convergence du schéma vers la solution de l'équation différentielle. On peut en outre améliorer la méthode en développant le terme  $f(t_n, y_n)$  par une formule de Taylor à un ordre fixé et montrer que l'erreur est d'autant moindre que l'ordre du développement de Taylor est élevé. Dans notre cas, nous ne connaissons par explicitement la valeur de  $f$  mais seulement les valeurs en certains points (c'est le champ de vitesses  $w$ ). Nous ne pouvons donc pas calculer les dérivées successives de  $f$  (correspondant au développement de

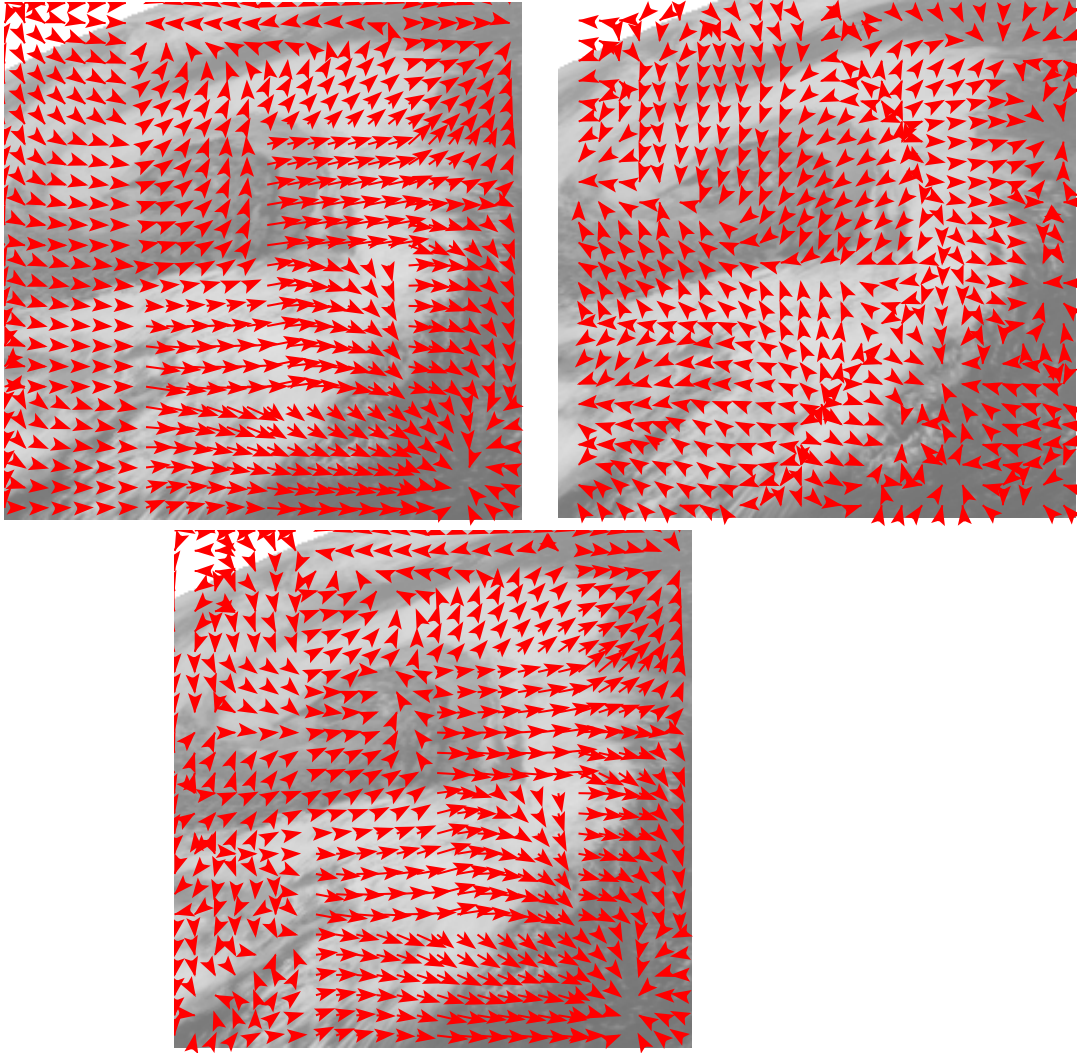


FIG. 5.11 – : De haut en bas, de gauche à droite : le champ affine calculé sur la sixième image, le champ non-affine calculé à partir de l'image recalée, le champs final.



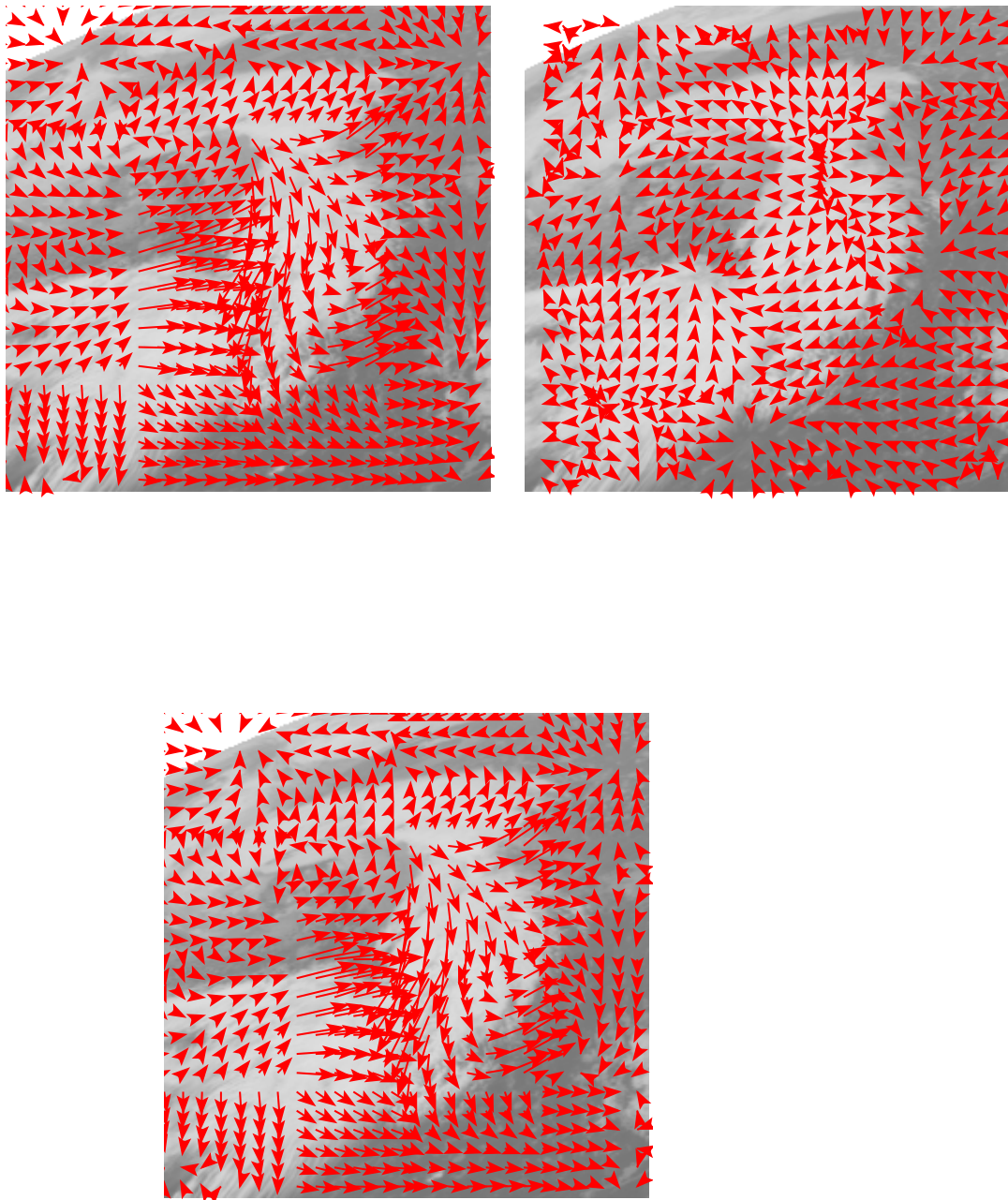


FIG. 5.12 – : *De haut en bas, de gauche à droite : le champ affine calculé sur la première image, le champ non-affine calculé à partir de l'image recalée, le champ final.*

Taylor). Pour résoudre ce problème, nous utilisons des méthodes introduites par Runge-Kutta dans les années trente. On utilise le fait que la solution de l'équation 5.19 est :

$$y(t) - y(t_0) = \int_{t_0}^t f(s, y(s)) ds$$

Au lieu d'approximer  $f$  directement, on cherche à approximer l'intégrale de  $f$ . Si on utilise des méthodes du type Simpson, nous retombons sur le schéma 5.20. Soit le schéma explicite suivant :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(f_n^1 + \frac{f_n^2}{2} + \frac{f_n^3}{2} + f_n^4)$$

avec :

$$\begin{cases} f_n^1 = f(t_n, y_n) \\ f_n^2 = f(t_n, y_n + 2hf_n^1) \\ f_n^3 = f(t_n, y_n + 2hf_n^2) \\ f_n^4 = f(t_n, y_n + hf_n^3) \end{cases} \quad (5.21)$$

Ce schéma s'appelle le schéma de Runge-Kutta à l'ordre 4. Là encore, la condition de Lipchitz assure la convergence du schéma vers la solution unique de l'équation différentielle 5.19.

Nous choisissons donc d'appliquer la méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4 à l'équation 5.18. C'est-à-dire que nous avons un système de deux équations différentielles en  $u$  et  $v$ , à résoudre respectivement en  $\varphi^1(t, x, y)$  et  $\varphi^2(t, x, y)$  et cela à  $(x, y)$  fixé ;  $\varphi^1(t, x, y)$  et  $\varphi^2(t, x, y)$  étant les deux composantes du vecteur trajectoire  $\varphi(t, x, y)$  :

$$\begin{cases} \varphi_{n+1}^1 = \varphi_n^1 + \frac{h}{6}(u_n^1 + \frac{u_n^2}{2} + \frac{u_n^3}{2} + u_n^4) \\ \varphi_{n+1}^2 = \varphi_n^2 + \frac{h}{6}(v_n^1 + \frac{v_n^2}{2} + \frac{v_n^3}{2} + v_n^4) \\ \varphi_0^1(x, y) = x \\ \varphi_0^2(x, y) = y \end{cases}$$

Les termes  $u_j$  et  $v_j$  pour  $j = 1, 2, 3, 4$ , donnés par les formules 5.21, sont calculés par interpolation bilinéaire à partir du champ de vitesses connu, c'est-à-dire en chaque pixel  $(x_i, y_i)$ . Les calculs se font donc à  $(x_i, y_i)$  fixé, de façon à ce que  $\varphi(x_i, y_i, t) = \varphi(t)$ . Le calcul des termes  $u_j$  et  $v_j$ , pour  $j = 1, 2, 3, 4$ , à l'étape  $n$  utilisent conjointement les valeurs  $\varphi_n^1$  et  $\varphi_n^2$ , soit :



$$\begin{cases} u_n^1 = u(t_n, \varphi_n^1, \varphi_n^2) \\ u_n^2 = u(t_n, \varphi_n^1 + 2hu_n^1, \varphi_n^2) \\ u_n^3 = u(t_n, \varphi_n^1 + 2hu_n^2, \varphi_n^2) \\ u_n^4 = u(t_n, \varphi_n^1 + hu_n^3, \varphi_n^2) \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} v_n^1 = v(t_n, \varphi_n^1, \varphi_n^2) \\ v_n^2 = v(t_n, \varphi_n^1, \varphi_n^2 + 2hv_n^1) \\ v_n^3 = v(t_n, \varphi_n^1, \varphi_n^2 + 2hv_n^2) \\ v_n^4 = v(t_n, \varphi_n^1, \varphi_n^2 + hv_n^3) \end{cases}$$

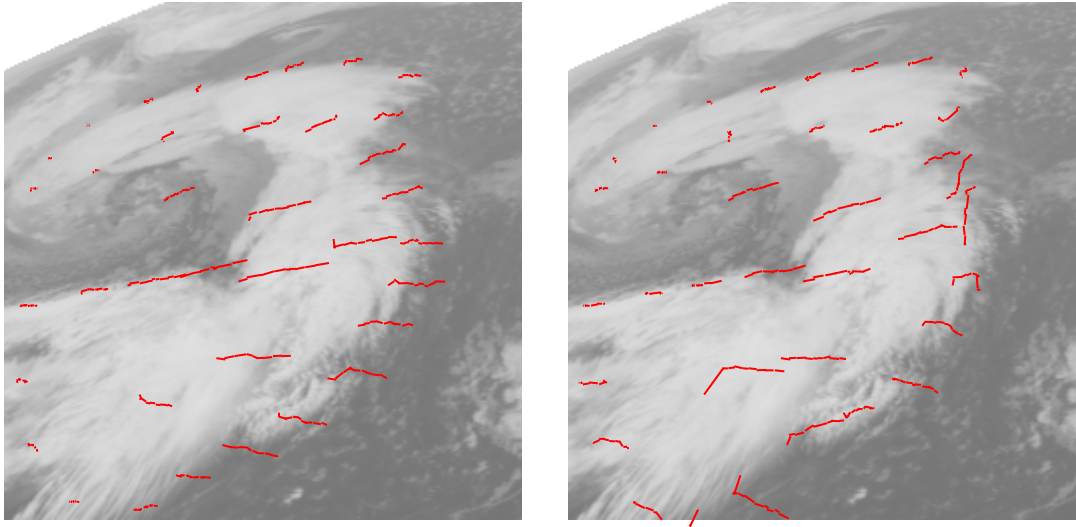


FIG. 5.13 –: *Reconstruction des trajectoires de quelques pixels sur les 10 premières images de la séquence: à gauche le modèle affine de conservation du volume, à droite le modèle affine de conservation des intensités lumineuses.*

La figure 5.13 montre le résultat du schéma de Runge Kutta à l'ordre 4 pour le calcul des trajectoires de quelques pixels sur les dix premières images de la séquence du vortex. Nous avons utilisé, pour le calcul du flot optique, d'une part notre approche

---

de conservation du volume, d'autre part l'approche de conservation de l'intensité lumineuse. Ces deux modèles ont été utilisés en version affine. En comparant les deux techniques, nous constatons qu'elles donnent des résultats similaires. Toutefois le modèle de conservation du volume nous apparaît le meilleur : les trajectoires sont plus homogènes en direction et plus régulières. En tout état de cause, ce résultat valide le modèle de conservation du volume pour le calcul du flot optique des nuages sur les données infrarouges METEOSAT.

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes efforcés d'améliorer le modèle de conservation du volume. D'une part, nous avons utilisé un modèle affine de mouvement parce que cette représentation permet une bonne approximation du champ des vitesses. Grâce à la formulation paramétrique du modèle, l'hypothèse de conservation du volume a pu être étendue à une hypothèse de variation constante du volume. D'autre part, nous avons adapté le schéma numérique de Odobez *et al* à notre modèle de conservation du volume. Ces modèles paramétriques nécessitent que l'image soit correctement partitionnée pour que les résultats soient de bonne qualité. Le modèle mixte de conservation du volume/conservation des valeurs de niveaux de gris présenté au chapitre 4 a pu être implémenté en version affine et incrémentale. Dans l'objectif de pouvoir estimer les composantes non-affines du mouvement qui ne peuvent être estimées par ces méthodes, nous avons proposé une méthode simple de collaboration entre les méthodes du chapitre 4 et les méthodes de ce chapitre. Les résultats obtenus dans ce chapitre par ces méthodes sont alors de bonne qualité et permettent de reconstruire les trajectoires des pixels sur les séquences infrarouges METEOSAT.

---



---

## Chapitre 6

# Perspectives : analyse du mouvement

---

---

### 6.1 Méthodologie

Ce chapitre est prospectif. Il présente une méthodologie que n'a pas encore été expérimentée et donne quelques idées directrices pour l'analyse du mouvement.

Dans ce chapitre nous cherchons à comprendre le mouvement, c'est-à-dire à en extraire les informations caractéristiques. L'objectif est d'une part de caractériser des mouvements simples, tels qu'une déformation affine, une translation, une rotation, et d'autre part d'appliquer cela à des mouvement plus complexes comme celui d'un vortex nuageux. Pour cela, nous cherchons d'abord un espace fonctionnel adéquat pour la représentation des données. Ces données sont les courbes spatio-temporelles des trajectoires des pixels (obtenues au chapitre 5), mais on pourrait également utiliser directement les champs de vitesses. Le choix de l'espace de représentation et d'une base orthonormale sur celui-ci est complexe. Toutefois, notre attention se porte sur les fonctions splines, approche naturelle pour représenter les courbes continues.

La seconde étape est d'analyser les points obtenus par la projection des courbes sur cette base de splines. C'est-à-dire que chaque courbe  $\varphi^k$  soit représentée par  $N$  vecteurs de la base de la manière suivante :

$$\varphi^k(x, y, t) = \sum_{j=1}^N C_j^k \psi_j(x, y, t) \quad (6.1)$$

---

Nous pouvons alors utiliser des méthodes classiques d'analyse de données, telle qu'une analyse en composantes principales, pour dégager les directions caractéristiques du nuage de points  $C_j^k$ . Remarquons qu'au lieu de travailler sur les trajectoires des structures  $(\varphi)$ , on peut aussi travailler directement sur le champs de vitesses  $w$ . Dans la section suivante, nous cherchons une base qui puisse représenter correctement les courbes trajectoires.

## 6.2 Représentation sur une base de splines

### 6.2.1 Splines interpolantes

Les splines, ainsi que d'autres méthodes (courbes de Béziérs, b-splines) permettent une représentation polynômiale et unique des courbes. En effet, ces approches reposent sur le résultat fondamental suivant :

#### **Théorème 6.1 (Approximation polynômiale)**

*Soit un ensemble de  $n + 1$  points distincts  $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ , alors pour n'importe quel ensemble de  $n + 1$  nombres  $\{f_0, f_1, \dots, f_n\}$ , il existe un unique polynôme  $p$  de degré  $n$  tel que  $p(x_i) = f_i$  pour chaque indice  $i, i \in \{0, 1, \dots, n\}$ .*

Les polynômes permettent donc une représentation simple et pertinente des courbes. Par ailleurs, on peut montrer que la famille infinie  $(x_i)_{i \geq 0}$  forme une base orthogonale des fonctions continues réelles, c'est-à-dire qu'une fonction continue réelle peut être représentée comme une combinaison linéaire des éléments de cette base. On a :

$$f = \sum_{i \geq 0} \langle f, x_i \rangle x_i$$

où  $\langle, \rangle$  désigne le produit scalaire sur l'espace des splines. Le calcul du polynôme, c'est-à-dire des  $n + 1$  coefficients se fait directement par la forme suivante :

$$A = FV^{-1}$$

avec  $A = (a_0, \dots, a_n)^*$  les coefficients du polynôme,  $F = (f_0, \dots, f_n)^*$ , et  $V$  la matrice dont le coefficient de la ligne  $i$  et de la colonne  $j$  est  $v_{ij} = x_i^j$ .

## 6.2.2 Splines par morceaux

Comme les courbes peuvent contenir beaucoup de points, l'interpolation par spline n'est pas raisonnable au vu des coûts de calcul. Pour résoudre ce problème, on a recours plutôt à une interpolation par morceaux. On découpe la courbe en morceaux et sur chaque morceau, on réalise une interpolation polynômiale. Les morceaux peuvent avoir une longueur quelconque ou fixe et les polynômes un degré fixe ou quelconque. En général, on utilise des polynômes de degré 3 afin d'avoir une précision raisonnable sur la courbe, sans calculs lourds. Ces splines sont appelées splines cubiques. On peut aussi décider d'augmenter la précision sur les portions de courbe les moins régulières. Nous avons ainsi à établir un compromis entre le nombre de polynômes et le degré des polynômes. Les splines par morceaux se définissent comme suit :

### Définition 6.1 (Splines par morceaux)

*Soit un ensemble  $K$  de  $p$  noeuds  $\{k_0, \dots, k_p\}$  classés par ordre croissant. Ils représentent le découpage de la courbe. Une spline par morceaux est la fonction :*

$$p(x) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n_j} a_i(x - k_j)^i, & \text{si } x \in [k_i, k_{i+1}[ \\ 0 & \end{cases}$$

Un avantage des splines par morceaux est de régler le problème des discontinuités, ce que ne peut faire un polynôme simple. Nous avons par ailleurs le résultat suivant :

### Théorème 6.2

*L'espace des fonctions de la définition 6.1 est un sous-espace de dimension  $2k + 2$  des fonctions continues de  $[0, 1]$ .*

Clairement, l'espace des splines cubiques par morceaux est de trop grande dimension et on ne peut plus a priori interpoler de manière unique une fonction, en particulier si les points à interpoler coïncident avec les points du découpage de la courbe. C'est-à-dire que les splines par morceaux ne forment pas une base des fonctions continues réelles. Toutefois, on peut réduire la dimension de l'espace des splines cubiques par morceaux en ajoutant des contraintes de régularité, en particulier en fixant les pentes  $m_i$  des points interpolés  $x_i$ , et montrer qu'il existe une unique fonction interpolante. On peut faire mieux et également montrer le résultat suivant :

### Théorème 6.3

*Soient  $N$  nœuds :  $a = k_0 < k_1 < \dots < k_N = b$ . Il existe une unique*

spline cubique  $S$  «naturelle», c'est-à-dire telle que  $S''(k_0) = S''(k_N) = 0$ , interpolant ces points et minimisant la fonctionnelle :

$$J(S) = \int_a^b (S''(x))^2 dx$$

### 6.2.3 Splines approximantes

Notons qu'il existe d'autres méthodes qui approximent les courbes sans les interpoler, comme par exemple les splines approximantes ou encore les fonctions implicites. Les premières sont donc des splines, c'est-à-dire des polynômes. Chaque point  $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  sert de point de contrôle et on calcule les coefficients des polynômes des splines en cherchant la distance minimale entre la courbe et les points de contrôles au sens des moindres carrés, c'est-à-dire que l'on cherche le polynôme  $p$  de degré  $n$  tel que :

$$\sum_{i=0}^n (p(x_i) - f_i)^2$$

soit minimum.

### 6.2.4 Fonctions implicites

Les fonctions implicites procèdent de manière similaire aux splines approximantes, mais l'approximation se fait non pas avec des polynômes mais avec une famille de fonctions définies implicitement et dont on sait qu'elles sont pertinentes dans le type d'objets à représenter.

On a vu que la base des splines cubiques est un bon candidat pour représenter nos courbes trajectoires. La première étape du travail consiste alors à projeter les courbes issues du chapitre 5 sur cette base de splines. Puis on travaillera directement sur les coefficients ainsi obtenus.

## 6.3 Analyse en composantes principales

Les coefficients issus de l'analyse en splines des courbes (soit les trajectoires de chaque pixel, soit le champ de vitesses) forment un très gros nuage de points. L'analyse en composantes principales du nuage nous permet d'extraire les composantes les plus représentatives du nuage et de quantifier l'erreur de représentation.

### 6.3.1 En dimension finie

Dans un espace vectoriel de dimension finie, l'analyse en composantes principales correspond à la décomposition de Karhunen-Loeve. Soient  $X_1, \dots, X_n$ ,  $n$  variables aléatoires d'un espace vectoriel de dimension finie, a priori  $\mathbb{R}^p$ . L'analyse en composantes principales des  $n$  points est la représentation de chacun de ces vecteurs dans une base orthonormale  $\{e_i\}$  de  $\mathbb{R}^p$ .

$$X_k = \bar{X} + \sum_{i=1}^p \alpha_{ki} e_i \quad (6.2)$$

Les coefficients  $\alpha_{ki}$  sont obtenus par  $\alpha_{ki} = \langle X_k, e_i \rangle$  où  $\langle, \rangle$  est un produit scalaire de  $\mathbb{R}^p$ , puisque  $\mathbb{R}^p$  est un espace de Hilbert. Évidemment, une telle décomposition n'offre pas véritablement d'intérêt car nous ne réduisons pas la taille de l'espace de représentation des  $X_k$ . On cherche plutôt à projeter les  $X_k$  sur un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^p$ , de préférence le plus petit possible. On écrit alors :

$$X_k = \bar{X} + \sum_{i=1}^l \alpha_{ki} e_i + R_k \quad (6.3)$$

où  $R_k$  est l'erreur de la projection des  $X_k$  sur le sous-espace vectoriel engendré par les  $l$  vecteurs  $e_i$ . Il faut donc trouver une base pour laquelle  $R_k$  soit le plus petit possible. En fait, on minimise la quantité  $\sum_{k=1}^n \|R_k\|^2$ . Par le théorème des moindres carrés, la solution est donnée par la projection de  $X_k - \bar{X}$  sur l'espace vectoriel engendré par les vecteurs  $e_i$ .

Le contrôle de l'erreur se fait par la relation suivante :

$$E(\|X - \Pi_V X\|^2) < \epsilon'^2 = \sum_i \lambda_i$$

### 6.3.2 En dimension infinie

Les variables  $\{X_{ij}\}$  sont des fonctions. Le calcul de la projection de  $X$  sur  $V$  est alors différent. En effet, l'espace des fonctions  $C^2[0, 1]$  est un espace fonctionnel possédant une base de splines. Le produit scalaire naturel est alors :

$$\langle X, Y \rangle = \sum k_i k_j \langle \varphi_i, \varphi_j \rangle$$



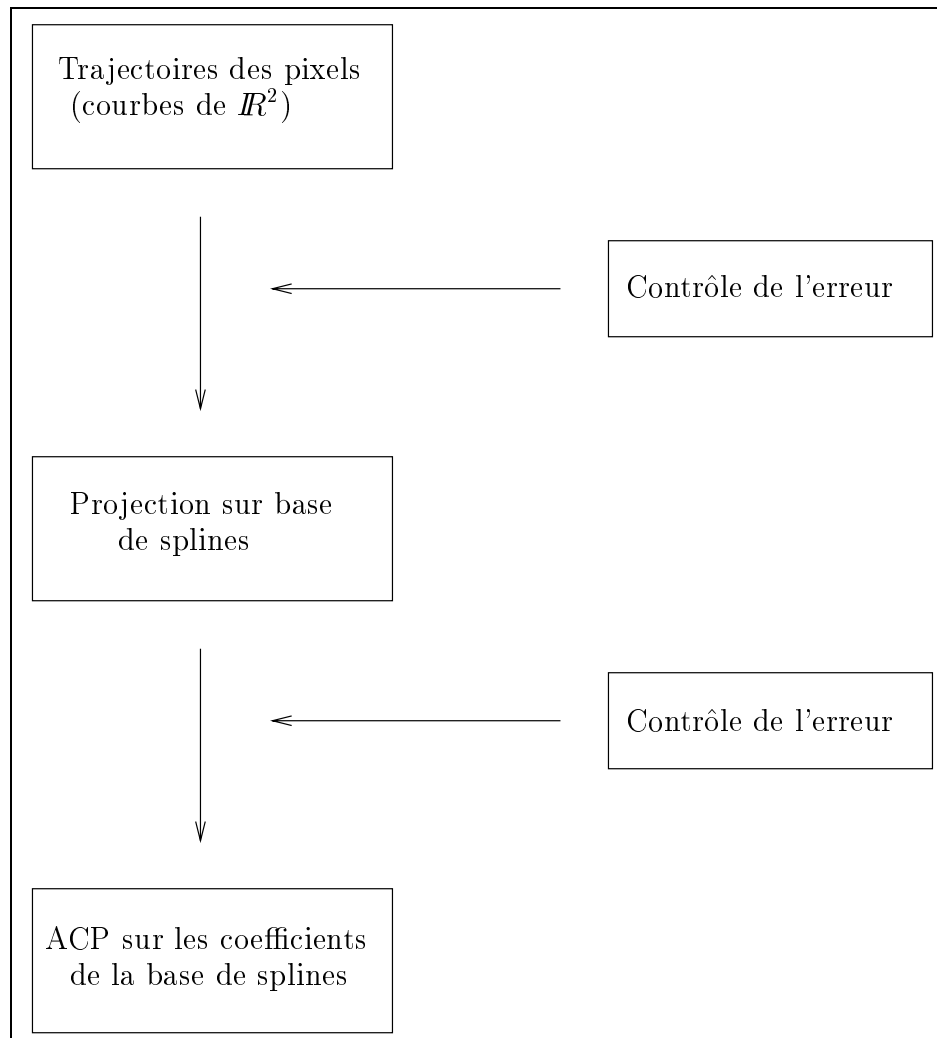
---

Remarquons que le calcul n'est pas facile puisque la base de splines  $\varphi_i$  n'est pas orthonormale. Toutefois, on peut toujours se ramener à une base orthonormale par la transformation suivante :  $E(XAX^t)$ ,  $Y = A^{-1/2}X$ ,  $E(YY^t)$

### 6.3.3 Mise en œuvre

Pour qu'une analyse par composante principale soit intéressante, il faut posséder un grand jeu de données. Hors, nous ne possédons qu'une seule séquence de données météorologiques. Pour expérimenter notre méthode, il nous faudrait construire nos propres jeux de données. On peut par exemple créer des séquences d'objets en mouvement avec des mouvements simples. A partir de ces séquences, ou à partir de notre unique séquence météorologique, on peut générer un jeu de données en bruitant ces courbes. Amit *et al* [AGP91] suggèrent une manière de bruite des courbes à partir d'une base de Fourier et de bruit gaussien. La figure 6.1 résume la méthode que nous proposons pour analyser le mouvement (ou les trajectoires). Bien sûr, cette approche n'a pas été implémentée mais cela reste une perspective de recherche intéressante pour la suite du travail commencé dans cette thèse.

---

FIG. 6.1 – : *Analyse du mouvement.*



---

## Chapitre 7

# Conclusion

---

---

Cette thèse concerne l'estimation et l'analyse du mouvement ainsi que la définition de méthodologies adaptées aux images météorologiques. Ainsi, la première étape de ce travail a été de faire une étude des données météorologiques (satellite, capteurs, acquisition) pour en déterminer les propriétés importantes, et une étude des phénomènes météorologiques observés sur ces données. Nous avons recensé quelques problématiques météorologiques qui pourraient trouver une solution par l'analyse mathématique de l'image, en particulier, nous nous sommes intéressés au problème des vortex.

Au chapitre 3 nous avons proposé un modèle markovien qui permet de segmenter, à partir de critères d'homogénéité, les nuages sur les données infrarouges. Cette information est importante pour la suite de ce travail. Le modèle markovien utilisé s'apparente à un procédé de croissance de région, et nous avons montré qu'il était équivalent à un contour actif.

Au chapitre 4, nous avons fait un tour d'horizon des méthodes de calcul du mouvement. Nous avons alors présenté une méthode originale de calcul du mouvement apparent qui tire parti des propriétés particulières des images infrarouges et des structures nuageuses qui y sont représentées. Cette approche utilise un principe de conservation totale de l'intensité lumineuse des objets en mouvement dans le cas général ou un principe de conservation du volume (d'altitude moyenne) dans le cas des nuages sur données infrarouges. Ce modèle s'apparente à un modèle de conservation de la masse en mécanique des fluides. Cette approche ne décrit pas parfaitement ce qui se passe sur les images infrarouges en particulier parce qu'il ne s'exerce que sur les zones de nuages. Nous avons alors proposé un modèle plus général qui combine le principe de conservation du

---

volume avec celui de conservation des intensités lumineuses et en utilisant l'information de segmentation obtenue au chapitre 3. Ce modèle est pertinent car le principe de conservation du volume est une extension du principe de conservation de l'intensité lumineuse.

Au chapitre 5, nous avons étudié les modèles paramétriques de mouvement : on utilise des informations a priori sur le mouvement, en particulier le mouvement est supposé affine. Nous avons exploré cette voie parce que les résultats obtenus au chapitre 4, par la résolution d'Euler/Lagrange des équations de contrainte du flot optique, ne nous donnaient pas entière satisfaction. En particulier, la norme des vecteurs du champ de vitesses était mal estimée. Avec des modèles affine de mouvement, ces problèmes disparaissent (à condition de bien subdiviser l'image en petites zones indépendantes). La méthode numérique utilisée pour résoudre les versions paramétriques du modèle de conservation du volume a été adaptée de la méthode incrémentale de Odobez *et al.* Afin d'obtenir une estimation du champ de vitesses la plus fidèle possible, nous avons fait collaborer les méthodes des chapitres 4 et 5, ce qui nous permet de récupérer les composantes non-affines du mouvement, qui n'ont pu être estimées par l'approche affine. Finalement, le calcul du flot optique étant réaliste, nous avons pu reconstruire les trajectoires des pixels sur les images infrarouges et constater qu'elles étaient conformes à la réalité.

Le chapitre 6 entend simplement proposer une méthode simple pour analyser le mouvement. Il donne des perspectives de travaux : à partir d'une représentation robuste des courbes trajectoires de nuages ou des champs de vitesses (par l'utilisation de base de splines cubiques), l'analyse par composantes principales doit permettre d'en dégager des directions privilégiées.

---

---



---

## Annexe A

---



---

### A.1 Calcul de la différentielle de Gateau du terme de norme $L_2$

Une fonction  $E$  est dite Gateau-différentiable en  $u$  dans la direction du vecteur  $f$  si l'expression suivante admet une limite finie :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{E(u + hf, v) - E(u, v)}{h}$$

Nous avons la relation suivante :

$$\nabla E(u, v).f = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{E(u + \alpha f, v) - E(u, v)}{\alpha} \quad (\text{A.1})$$

Dans notre cas, la fonctionnelle  $E$  représente notre terme de régularisation et elle vaut :

$$E(u, v) = \iint_{\Omega} (\nabla u)^2 + (\nabla v)^2 \, dx dy \quad (\text{A.2})$$

Calculons la quantité  $D_f = E(u + hf, v) - E(u, v)$  :

$$D_f = \iint_{\Omega} (\nabla u + hf)^2 - (\nabla u)^2 \, dx dy$$

$$D_f = \iint_{\Omega} 2h \nabla u \nabla f + h^2 (\nabla u)^2 \, dx dy$$

En passant à la limite, le terme en  $h^2$  disparaît :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{D_h}{h} = 2 \iint_{\Omega} \nabla u \nabla f \, dx dy$$

En utilisant la formule de Green on intègre par parties pour obtenir :

$$\nabla E(u, v).f = - \iint_{\Omega} \Delta u \, f \, dx dy$$


---

## A.2 Calcul de la différentielle de Gateau du terme de norme $L_1$

Le calcul n'est montré que par rapport à  $u$ . Nous différencions le terme de régularisation (basé sur une norme  $L_1$ ) :

$$E(u, v) = \iint_{\Omega} (|\nabla u| + |\nabla v|) dx dy \quad (\text{A.3})$$

Nous calculons la quantité  $D_f$  :

$$D_f = E(u + hf, v) - E(u, v) = \iint_{\Omega} (|\nabla(u + hf)| - |\nabla u|) dx dy$$

avec :

$$|\nabla u| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

$$D_f = \iint_{\Omega} (\sqrt{(u + hf)_x^2 + (u + hf)_y^2} - \sqrt{u_x^2 + u_y^2}) dx dy$$

$$D_f = \iint_{\Omega} \frac{(u + hf)_x^2 + (u + hf)_y^2 - u_x^2 - u_y^2}{\sqrt{(u + hf)_x^2 + (u + hf)_y^2} + \sqrt{u_x^2 + u_y^2}} dx dy$$

$$D_f = h^2 \iint_{\Omega} \frac{f_x^2 + f_y^2}{\sqrt{(u + hf)_x^2 + (u + hf)_y^2} + \sqrt{u_x^2 + u_y^2}} dx dy + 2h \iint_{\Omega} \frac{u_x f_x + u_y f_y}{\sqrt{(u + hf)_x^2 + (u + hf)_y^2} + \sqrt{u_x^2 + u_y^2}} dx dy$$

Le terme en  $h^2$  tend vers 0 lorsqu'on passe à la limite :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{D_f}{h} = 2 \iint_{\Omega} \frac{u_x f_x + u_y f_y}{2\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} dx dy$$

Donc :

$$\nabla E(u, v) \cdot f = \left( \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, f_x \right)_{L_1} + \left( \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, f_y \right)_{L_1}$$

où  $((, ))_{L_1}$  est le produit scalaire associé à la norme  $L_1$ . On applique la formule de Green pour intégrer par parties (les conditions aux bords sont considérées nulles) :

$$\nabla E(u, v).f = -\left(\left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, f\right)\right)_{L_1} - \left(\left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, f\right)\right)_{L_1}$$

Nous obtenons finalement :

$$\nabla E(u, v).f = ((\mathcal{D}u, f))_{L_1}$$

avec  $\mathcal{D}u$  l'opérateur :

$$\mathcal{D}u = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right)$$

## A.3 Résolution incrémentale du modèle affine de Horn

### A.3.1 Initialisation

Nous reprenons l'expression du résidu  $r_i$ , défini à la sous-section 5.1.2 :

$$r_i = B(X_i)A\nabla I(X_i, t) + \frac{\partial I}{\partial t}(X_i, t) + \xi$$

En posant :

$$Y_i = (\nabla I^t(X_i, t)B(X_i), 1)$$

$$\text{et } Z_i = -\frac{\partial I}{\partial t}(X_i, t)$$

on obtient un système linéaire en  $\Theta$  :

$$r_i = Y_i\Theta - Z_i \tag{A.4}$$

L'énergie  $\mathcal{E}_1$  s'écrit alors :

$$\mathcal{E}_1(\Theta) = \sum (Y_i\Theta - Z_i)^2$$

Une résolution classique aux moindres carrés fournit la solution  $\hat{\Theta}_0$  qui minimise l'énergie  $\mathcal{E}_1$  :

$$\hat{\Theta}_0 = \left( \sum_i Y_i^t Y_i \right)^{-1} \sum_i Y_i^t Z_i$$



### A.3.2 Résolution itérative

Dans cette étape, le résidu  $r_i = \frac{dI}{dt}(X_i, t) + \xi$  est discrétisé temporellement entre deux images successives et noté  $\tilde{r}_i$ . Pour un intervalle de temps  $\delta t = 1$  :

$$\tilde{r}_i = I(X_i + \delta X_i, t + 1) - I(X_i, t) + \xi. \quad (\text{A.5})$$

D'autre part  $\delta X_i$  s'écrit :  $\delta X_i = w(X_i)\delta t = B(X_i - X_0)A$ .

L'algorithme incrémental consiste à réestimer  $\Theta$  à partir de la précédente valeur  $\hat{\Theta}_k$ . Étant donnée l'estimation  $\hat{\Theta}_k$  à l'étape  $k$ , on déduit une nouvelle estimation  $\hat{\Theta}_{k+1}$  à l'étape suivante par :

$$\hat{\Theta}_{k+1} = \hat{\Theta}_k + \delta\Theta_k, \text{ et } \begin{cases} \hat{A}_{k+1} = \hat{A}_k + \delta A_k \\ \hat{\xi}_{k+1} = \hat{\xi}_k + \delta \xi_k \end{cases}$$

Le terme  $I(X_i + B(X_i)(\hat{A}_k + \delta A_k), t + 1)$  qui intervient dans le résidu discret de l'équation A.5 est approximé par un développement limité d'ordre 1, et l'équation (A.5) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \tilde{r}_i &= I(X_i + B(X_i)\hat{A}_k, t + 1) - I(X_i, t) + \hat{\xi}_k \\ &\quad + \nabla I^t(X_i + B(X_i)\hat{A}_k, t + 1)B(X_i)\delta A_k \\ &\quad + \delta \xi_k \\ &= \tilde{Y}_i \delta\Theta_k - \tilde{Z}_i \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

avec :

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i &= (\nabla I^t(X_i + B(X_i - X_0)\hat{A}_k, t + 1)B(X_i), 1) \\ \text{et } \tilde{Z}_i &= I(X_i, t) - I(X_i + B(X_i)\hat{A}_k, t + 1) - \hat{\xi}_k \end{aligned}$$

On cherche maintenant à minimiser en  $\delta\Theta_k$  la fonctionnelle d'énergie suivante :

$$\mathcal{E}_2(\delta\Theta) = \sum_{x_i \in F} (\tilde{r}_i)^2 \quad (\text{A.7})$$

La solution  $\widehat{\delta\Theta}_k$  est donnée par la méthode des moindres carrés :

$$\widehat{\delta\Theta}_k = \left[ \sum_{X_i \in F} \tilde{Y}_i^t \tilde{Y}_i \right]^{-1} \sum_{X_i \in F} \tilde{Y}_i^t \tilde{Z}_i \quad (\text{A.8})$$

---

# Bibliographie

---

---

- [AGP91] Y. Amit, U. Grenander, and M. Piccioni. Structural image restoration through deformable templates. *J. American Statistical Assoc.*, 86(414):376–387, 1991.
- [AR89] Aris and Rutherford. *Vectors, tensors and the basic equations of fluid mechanics*. Dover, 1989. Reedition of Prentice-Hall publication in 1962.
- [Aze87] R. Azencott. Markov fields and image analysis. In *AFCET*, Antibes, 1987.
- [BAHH92] J. Bergen, P. Anandan, J. Hanna, and R. Hingorani. Hierarchical model-based motion estimation. *ECCV*, pages 237,248, May 1992.
- [BB84] P. Bouthemy and A. Benveniste. Modeling of atmospheric disturbances in meteorological pictures. *IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(5), september 1984.
- [BBHC94] J.P. Berroir, S. Bouzidi, I.L. Herlin, and I. Cohen. Vortex segmentation on satellite oceanographic images. *SPIE*, september 1994.
- [Bes86] J. Besag. On the statistical analysis of dirty pictures. *Journal of Royal Statistic Society*, Vol 48(3):259–302, 1986.
- [BFB94] J. Barron, D. Fleet, and S. Beauchemin. Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12(1):43–77, 1994.
- [BHC95] J.P. Berroir, I.L. Herlin, and I. Cohen. Non-rigid motion without relying on local features: a surface model applied to vortex tracking. Technical Report No 2684, INRIA, Octobre 1995.
-

- 
- [BHY97a] D. Béréziate, I. Herlin, and L. Younes. Méthodes de détection de mouvement appliquées aux images météorologiques. In *Gretsi'97*, Grenoble, septembre 1997.
- [BHY97b] D. Béréziate, I. Herlin, and L. Younes. Motion detection in meteorological images sequences: Two methods and their comparison. In *Spie'97*, London, september 1997.
- [BJ96] M. Black and A. Jepson. Eigentracking: Robust matching and tracking of articulated objects using a view-based representation. In *European Conference on Computer Vision*, volume 2, pages 329–342, 1996.
- [BL93] P. Bouthemy and P. Lalande. Recovery of moving object masks in an image sequence using local spatio-temporal contextual information. *Optical Engineering*, pages 1205–1212, 1993.
- [Bla92] M. Black. Combining intensity and motion for incremental segmentation and tracking over long image sequences. In *European Conference on Computer Vision*, pages 485–493, 1992.
- [Bla94] M. Black. Recursive non-linear estimation of discontinuous flow fields. In *European Conference on Computer Vision*, volume 2, pages 238–245, 1994.
- [Bén97] M. Bénard. *Comparaison élastique de courbes à l'aide de distances bâties sur des modèles stochastiques et déterministes*. PhD thesis, École Normale Supérieure de Cachan, janvier 1997.
- [Can86] J. Canny. A computational approach to edge detection. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol 8(No 6), november 1986.
- [CAS92] I. Cohen, N. Ayache, and P. Sulger. Tracking point on deformable objects using curvature information. Technical Report No 1595, INRIA, February 1992.
- [CH96] I. Cohen and I. Herlin. Non uniform multiresolution method for optical flow computation. *ICAOS*, page 315, June 1996.
- [CH98] I. Cohen and I. Herlin. Tracking meteorological structures through curves matching using geodesic paths. In *Sixth International Conference on Computer Vision*, Bombay, India, 1998. Narosa Publishing House.
-

- 
- [CK96] L. Cohen and Kimmel. Regularization properties for minimal geodesics of a potential energy. In *ICAOS: Images, Wavelets and PDEs*, pages 50–57, Paris, France, june 1996.
- [CKS95] V. Casselles, R. Kimmel, and G. Sapiro. Geodesic active contours. In *fifth IEEE ICCV*, pages 694–699, Cambridge, USA, June 1995.
- [CKSS96] V. Casselles, R. Kimmel, G. Sapiro, and C. Sbert. 3D active contours. In *ICAOS: Images, Wavelets and PDEs*, pages 43–49, Paris, France, june 1996.
- [Coh91] L. Cohen. On active contour models and balloons. *Computer Vision, Graphics, Image Processing - Image Understanding*, 53(2):211–218, 1991.
- [Coh93] I. Cohen. Nonlinear variational method for optical flow computation. *Proceedings of the 8th SCIA*, page 523, June 1993.
- [CSR83] A. Cowart, W. Snyder, and W. Ruedger. The detection of unresolved targets using the Hough transform. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, pages 222–238, 1983.
- [Dan80] P.E. Danielsson. Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, Vol 14:227–248, 1980.
- [Der87] R. Deriche. Optimal edge detection using recursive filtering. *International Journal of Computer Vision*, pages 167–187, 1987.
- [DPR82] J. Dauxois, A. Pousse, and Y. Romain. Asymptotic theory for the principal component analysis of a vector random function: Some applications to statistical inference. *Journal of Multivariate Analysis*, 12:136–154, 1982.
- [EUM98] EUMETSAT. *User Handbook*, meteorological archive and retrieval facilities edition, July 1998. Issue 2.
- [GA83] Cross G.R. and Jain A.K. Markov random field texture models. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol 5(No 1):39–55, January 1983.
- [GG84] D. Geman and S. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distribution, and the bayesian restoration of images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol 6:721–741, 1984.
-

- 
- [GG86] S. Geman and C. Graffigne. Markov random field image models and their application to computer vision. Technical report, Brown University, 1986.
- [GGGP90] D. Geman, S. Geman, C. Graffigne, and D. Pong. Boundary detection by constrained optimization. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 12(7):309–328, July 1990.
- [GN87] M. Gennert and S. Negahdaripour. Relaxing the brightness constancy assumption in optical flow. Technical Report 975, MIT AI, Lab, 1987.
- [HCB95] I.L. Herlin, I. Cohen, and S. Bouzidi. Detection and tracking of vortices on oceanographic images. *SCIA*, 1995.
- [HCB98] I. Herlin, I. Cohen, and D. Béréziat. Wind estimation by image processing for air pollution modeling. *SIAMS*, 32:75–66, 1998.
- [H.H89] Nagel. H.H. On a constraint equation for the estimation of displacement rates in image sequences. *IEEE Transactions of PAMI*, 11:13–30, 1989.
- [HS81] B.K.P. Horn and B.G. Schunk. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, Vol 17:185–203, 1981.
- [KBZ94] Z. Kato, M. Berthod, and J. Zerubia. A hierarchical markov random field model and multi-temperature annealing for parallel image classification. Technical Report 1938, INRIA, Octobre 1994.
- [KDG97] P. Kornprobst, R. Deriche, and A. Gilles. Non linear operators in image restoration. In *CVPR97*, pages 325–330, 1997.
- [KH94] C. Kervrann and F. Heitz. A hierarchical framework for the segmentation of deformable objects in images sequences. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 724–728, 1994.
- [KWT88] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1:312–313, 1988.
- [LBR95] J.M. Létang, P. Bouthemy, and V. Rebuffel. Robust motion detection with temporal decomposition and statistical regularisation. Technical Report No 950, IRISA, 1995.
-

- 
- [LC97] M. Lefébure and L.D. Cohen. Un algorithme multirésolution de recalage de signaux et d'images. In *Seizième Colloque Gretsi*, page 647, Grenoble, septembre 1997.
- [LCB71] J.A. Leese, Novak C.S., and Clark B.B. An automated technique for obtaining cloud motion from geosynchronous satellite data using cross correlation. *J. Appl. Meteor*, 1971.
- [Les94] M. Lesieur. *La turbulence*. Presses Universitaires de Grenoble, 1994.
- [LS86] P. Lancaster and K. Salkauskas. *Curve and Surface Fitting, an introduction*. Number ISBN 0-12-436060-2. Academic Press, 1986.
- [LV95] S.H. Lai and B.C. Vemuri. Robust and efficient algorithms for optical flow computation. *ISCV*, page 455, November 1995.
- [M.94] Tistarelli. M. Multiple constraints for optical flow. In *Third Europeans Conference on Computer Vision*, Stockholm, May 1994.
- [Mal92] G. Malandain. *Filtrage, Topologie et mise en correspondance d'images médicales multidimensionnelles*. PhD thesis, École Centrale Paris, septembre 1992.
- [MB96] A. Mitiche and P. Bouthemy. Computation and analysis of image motion : A synopsis of current problems and methods. *International Journal of Computer Vision*, Vol 19(1):29–55, 1996.
- [MBD<sup>+</sup>95] M. Maurizot, P. Bouthemy, B. Delyon, A. Iouditsky, and J.M. Odobez. Locating singular points and characterizing deformable flow fields in an image sequence. Technical Report No 891, IRISA, 1995.
- [Mie97] P. Mieth. Data acquisition for atmospheric modelling and air pollution analysis - new perspectives by remote sensing. In *Umweltinformatik'97*. Metropolis, Sept 1997. 2nd Ercim Workshop on environmental modelling.
- [MP98] E. Memin and P. Pérez. A multigrid approach for hierarchical motion estimation. In *ICCV*, pages 933–938, Bombay, India, January 1998.
- [MWA87] A. Mitiche, Y. Wang, and J. Aggarval. Experiments in computing optical flow with the gradient-based multiconstraint method. *Pattern Recognition*, 20:173–179, 1987.
-

- 
- [Nag83] H.H. Nagel. Displacement vectors derived from second-order intensity variations in image sequences. *Computer Graphics Image Processing*, 21:85–117, 1983.
- [Nag87] H.H. Nagel. On the estimation of optical flow: Relation between different approaches and some new results. *Artificial Intelligence*, 33:299–324, 1987.
- [Nas94] C. Nastar. *Modèles physiques déformables et modes vibratoires pour l'analyse du mouvement non-rigide dans les images multidimensionnelles*. PhD thesis, Ecole nationale des ponts et chaussées, juillet 1994.
- [NE86] H.H. Nagel and W. Enkelmann. An investigation of smoothness constraints for the estimation of displacement vector fields from image sequences. *IEEE Transactions of PAMI*, 8:565–593, 1986.
- [Neg95] S. Negahdaripour. Revised interpretation of optical flow for dynamic scene analysis. *ISCV*, page 473, November 1995.
- [OB94] J.M. Odobez and P. Bouthemy. Robust multiresolution estimation of parametric motion models applied to complex scenes. Technical Report No 788, IRISA, janvier 1994.
- [OB95] J.M. Odobez and P. Bouthemy. Robust multiresolution of parametric motion models. In *JVCIR*, volume 6, pages 222–238, 1995.
- [Odo94] J.M. Odobez. *Estimation, détection et segmentation du mouvement: une approche robuste et markovienne*. PhD thesis, Université de Rennes I, décembre 1994.
- [PH92] P. Pérez and F. Heitz. Global bayesian estimation, constrained multiscale markov random fields and the analysis of visual motion. In *Int. Maxent Workshop*, 12th, Paris, July 1992.
- [Pic84] R.A. Pickle. *Mesoscale Meteorological Modelling*. Academic Press, Orlando, 1984.
- [PLPA94] M. Proesmans, Van Gool L., E. Pauwels, and Oosterlinck A. Determination of optical flow and its discontinuities using non-linear diffusion. In *Third Europeans Conference on Computer Vision*, Stockholm, May 1994.
-

- 
- [RS91] J.A. Rice and B.W. Silverman. Estimating the mean and covariance structure non parametrically when the data are curves. *Journal of the Royal Statistic Society*, 53(B):233–243, 1991.
- [Sch84] B. Schunck. The motion constraint equation for equation for optical flow. In *Proceeding of 7<sup>th</sup> ICPR*, pages 20–22, Montreal, 1984.
- [Sch86] B. Schunck. Image flow continuity equations for motion and density. In *Proceeding IEEE Workshop on Visual Motion*, pages 89–94, Charleston, 1986.
- [Sil] B.W. Silverman. Incorporating parametric effects into functional principal components analysis. Preprint.
- [Sza96] A. Szantai. *Construction de trajectoires à partir d'images de satellites: Etude de systèmes nuageux*. PhD thesis, Université Paris 6, janvier 1996.
- [Tis96] M. Tistarelli. Multiple constraints to compute optical flow. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(12):1243–1250, December 1996.
- [VGT90] A. Verri, F. Girosi, and V. Torre. Differential techniques for optical flow. *J. Opt. Soc. Am.*, 7(5):912–922, May 1990.
- [WA97] R. Wildes and M. Amabile. Physically based fluid flow recovery from image sequences. In *Computer Vision Pattern Recognition*, pages 969, 975, Puerto Rico, June 1997.
- [Win95] G. Winkler. *Image Analysis, Random Fields and Dynamic Monte Carlo Methods*. Number 27 in Applications of Mathematics. Springer, 1995.
- [WS93] M. Worring and A. Smeulders. Digital curvature estimation. *CVGIP: Image Understanding*, 58(3):366–382, 1993.
- [Xio95] W. Xiong. *Segmentation du mouvement d'une séquence d'images et contours déformables*. PhD thesis, Université Paris-Sud, juin 1995.
- [You95a] L. Younes. Computable elastic distances between shapes. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 1995.
- [You95b] L. Younes. Optimal matching between shapes via elastic deformation. 1995.
-



- [ZHA94] J. Zhong, T.S. Huang, and R.J. Adrian. Salient structure analysis of fluid flow. *CVPR*, 1994.
-