HAL open science

Un modèle de Programmation Mixte pour la tarification des télécommunications

Mustapha Bouhtou, Jean-Robin Medori, Michel Minoux

To cite this version:

Mustapha Bouhtou, Jean-Robin Medori, Michel Minoux. Un modèle de Programmation Mixte pour la tarification des télécommunications. 13es Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques de Télécommunications (AlgoTel), May 2011, Cap Estérel, France. inria-00588114

HAL Id: inria-00588114

https://inria.hal.science/inria-00588114v1

Submitted on 22 Apr 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un modèle de Programmation Mixte pour la tarification des télécommunications

Mustapha Bouhtou[1], Jean-Robin Medori[1,2] et Michel Minoux[2]

[1]*Orange Labs, 38-40 rue du Général Leclerc, 92794 Issy-Les-Moulineaux Cedex 9, France*
[2]*LIP6-UPMC, 4 place Jussieu 75005 Paris*

Les modèles de Yield management ou revenue management ont connu un grand succès auprès des compagnies aériennes. Peu de travaux de recherche ont porté sur les télécommunications. Cet article traite d'un nouveau problème de maximisation des revenus d'un opérateur de télécommunications en optimisant les prix de ses services. Une stratégie tarifaire dynamique en fonction du taux d'occupation des ressources est adoptée. Un modèle de programmation entière mixte est utilisé pour formaliser le problème. Des résultats numériques préliminaires qui montrent la difficulté du problème sont présentés.

Keywords: Yield Management, Télécommunication, Optimisation combinatoire, Tarification dynamique

1 Introduction

Depuis une trentaine d'années, le yield management (YM) fait l'objet d'un intérêt grandissant, aussi bien d'un point de vue théorique qu'opérationnel. Généralement, YM est défini comme l'utilisation d'un système d'information et d'une politique tarifaire pour allouer la bonne quantité de ressources au bon consommateur au bon prix et au bon moment, dans le but d'optimiser les revenus. Les compagnies aériennes ont été les premières à mettre en place un système de YM [SLD92] et d'autres secteurs ont par la suite adopté une telle stratégie tarifaire. Bitran et al. propose un état de l'art du YM [RR02].
Malgré cet intérêt pour le YM, peu de tentatives pour appliquer le YM aux télécommunications ont vu le jour. Humair [Hum01] propose de définir et modéliser les bases et les outils nécessaires pour appliquer les techniques du YM aux télécommunications. Les articles traitent principalement de la tarification pour le contrôle de congestion d'internet et des réseaux mobiles. Manaffar [MBP08] propose d'intégrer le problème de tarification et du contrôle d'admission des réseaux mobiles. Bouhtou et al. [BEM07] étudient la tarification pour les télécommunications et proposent une formulation d'optimisation bi-niveaux pour modéliser la compétition entre opérateurs. Viterbo et al. [VC01] proposent une tarification en temps réel des réseaux mobiles pour la maximisation des revenus.
Notre travail traite du problème de tarification par un opérateur d'un service téléphonique. Comme les compagnies aériennes, nous proposons d'appliquer les principes du YM pour vendre des communications en se basant sur les ressources disponibles qui sont limitées et périssables. En proposant un prix variant d'une période à l'autre de la journée, notre objectif principal est la maximisation des revenus (et non le contrôle de congestion). En section 3, un programme quadratique mixte en variables entières (MIQP) est proposé pour modéliser ce problème. Des résultats numériques préliminaires sont ensuite présentés en partie 4. Ils portent essentiellement sur la difficulté de calcul pour un nombre de période élevé et sur la relation entre le revenue et le nombre de période considéré.

2 Problème de tarification dans les réseaux

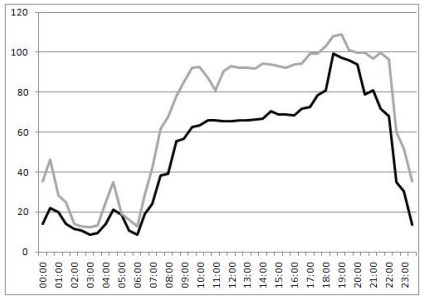

FIGURE 1: Charge vs Temps

Niveaux de charge	Intervals de charge	Prix
0	$[0;Th_0]$	r_0
1	$[Th_0;Th_1]$	r_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
I	$[Th_{I-1};\infty[$	r_I

TABLE 1: Grille tarifaire

Considérons un opérateur fournissant un service de télécommunication tarifé à la seconde. A partir des ressources disponibles, nous appliquons les principes du YM, et proposons des prix dynamiques sur une journée, avec pour objectif de maximiser les revenus quotidiens. Nous découpons une journée en périodes de durées éventuellement différentes.
Une stratégie tarifaire basée sur la charge du réseau est adoptée. En effet, la figure 1 représente un exemple typique de la charge au cours d'une journée à deux prix fixes différents. Ce graphique montre que la charge dépend effectivement du prix, et donc qu'il est important de tenir compte de cette charge pour choisir un prix.
Considérons différents seuils de charge Th_i, dont le dernier correspond à la capacité du réseau. Notons que dans notre modèle, la congestion est acceptée, mais pas pour deux périodes consécutives. Pour fixer un prix par période en fonction de la charge, on affecte un prix à chaque niveau de charge. Ainsi, le problème de tarification journalier est réduit à trouver une grille optimale comme celle du tableau 1. Un prix r_i est appliqué à la période t si la charge de la période précédente $t-1$ était dans le niveau de charge i. Notons que la charge utilisée pour tarifer la période t dépend du prix de la période $t-1$. Cette règle rend notre problème dynamique.

3 Formulation MIQP

Nous modélisons ce nouveau problème grâce à un MIQP. Nous nous intéressons ici, au cas où la demande $D_t(p_t)$ et la charge $\rho_t(p_{t-1})$ sont linéaires et décroissantes en fonction du prix. Nous considérons donc une fonction revenu $R_t(p_t)$ quadratique.

$$\rho_t(p_{t-1}) = d_t - c_t \cdot p_{t-1} \quad (1)$$
$$D_t(p_t) = b_t - a_t \cdot p_t \quad (2)$$
$$R_t(p_t) = D_t(p_t) \cdot p_t = b_t \cdot p_t - a_t \cdot p_t^2 \quad (3)$$

Où a_t, b_t, c_t et d_t sont des entrées positives du modèle, issues de données statistiques.
Les notations suivantes sont utilisées dans la suite :

1. Données d'entrée :
   - T : Nombre de périodes indexé par t
   - I : Nombre de seuils de charge indexé par i
   - Th_i : Seuils de charge
   - p_{-1} : Donnée représentant le dernier prix pratiqué la veille
   - $\rho_t(p_{t-1})$: Charge à la période t
   - $D_t(p_t)$: Demande (nombre de secondes consommées) à t
   - $R_t(p_t)$: Revenu généré à t
2. Variables :
   - $p_t \in [P_{min};P_{max}]$: Variable représentant le prix affecté à la période t
   - $r_i \in [P_{min};P_{max}]$: Variable représentant le prix affecté au niveau de charge i
   - β_i^t : Variable booléenne égale à 1 si la charge à t est au niveau de charge i
   - α_i^t : Variable égale à la charge à la période t, si elle est dans le niveau i, égale à 0 sinon.

$$
P\begin{cases}
\max \sum_{t=0}^{T-1} b_t \cdot p_t - a_t \cdot p_t^2 & & (4)\\
\textbf{soumis à} & & \\
\sum_{i=0}^{I} \alpha_i^t = d_t - c_t \cdot p_{t-1} & \forall t & (5)\\
\beta_i^t Th_{i-1} \leq \alpha_i^t \leq \beta_i^t Th_i & \forall i,t & (6)\\
\sum_{i=0}^{I} \beta_i^t = 1 & \forall t & (7)\\
(\beta_i^t - 1)M \leq p_t - r_i \leq (1-\beta_i^t)M & \forall i,t & (8)\\
\beta_I^{t-1} + \beta_I^t \leq 1 & \forall t \neq 0 & (9)\\
\beta_i^t \in \{0;1\} & \forall i, \forall t & \\
\alpha_i^t \geq 0 & \forall i, \forall t & \\
r_i \in [P_{min}; P_{max}] & \forall i & \\
p_t \in [P_{min}; P_{max}] & \forall t &
\end{cases}
$$

La fonction objective représente simplement la somme des revenus $R_t(p_t)$ générés à chaque période t. Dans les contraintes (5), les variables α_i^t sont utilisées pour modéliser la charge à t dans le niveau i. Les contraintes (6), permettent de fixer la charge ρ_t dans un niveau de charge i. Les contraintes (7) assurent que chaque période est affectée à un et un seul niveau de charge. Les contraintes (8) affectent une période t à un niveau de charge i. Elles permettent au prix r_i d'être égal au prix p_t si et seulement si la charge à t est dans au niveau i (i.e. $\beta_i^t = 1$). M représente une constante Big M. La congestion n'est pas acceptée pour deux périodes consécutives grâce aux contraintes (9).
Le problème P est donc un MIQP avec $T(I+1)$ variables $0-1$, $T(I+1)+T+I+1$ variables réelles, et $4T(I+1)+3T-1$ contraintes linéaires :

4 Expérimentations et résultats numériques

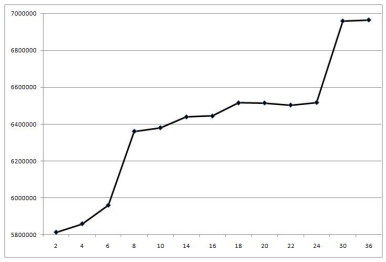

FIGURE 2: Revenu vs Nb de périodes

A partir de données mesurées toutes les 30 minutes sur un réseau réel, plusieurs instances ont été construites avec différents nombre de périodes. Pour résoudre ces instances, des tests ont été réalisés à l'aide du solver de programmation quadratique mixte de Cplex 12.1. Les tests ont été menés avec 4 processeurs Intel(R) Xeon 1.6-GHz et 4096-KB de mémoire. Pour ces tests, nous avons considéré 1à niveaux de charges ($I = 10$).
Dans ce paragraphe, nous discutons l'intérêt de considérer un grand nombre de périodes. Comme présenté sur la figure 2, Le revenu global augmente avec le nombre de période. La solution optimale est améliorée d'environ 17%, ce qui confirme l'importance de considérer un grand nombre de périodes.

Cependant la résolution devient plus difficile. Comme le montre le tableau 2, dès l'instance à $T = 8$ la relaxation continue est mauvaise, avec un écart au minimum de 34% et atteignant environ 400% pour $T = 42$. De plus, nous n'obtenons une solution optimale qu'au bout d'environ 26 heures pour cette instance où $T = 42$, et pour une instance où $T = 48$, nous n'obtenons en 4 heures qu'une approximation à 2.95%.

5 Conclusion et perspectives de recherche

Cet article traite d'un nouveau problème de yield management dans les télécommunications. Une formulation MIP a été proposée pour modéliser ce problème de tarification d'un service de téléphonie basé

nombre de périodes	Relaxation continue	Temps de calcul en secondes	Nombre de noeuds parcourus
8	34.47%	0.24	200
12	339.65%	0.64	509
20	177.15%	11.52	9000
24	175.84%	26.95	19400
30	160.34%	353.91	200100
42	396.5%	91374.62	32572500
48	183.1%	14031.41[2.95%]	8006100[2.95%]

TABLE 2: Résultats numériques

sur la ressource disponible. Le cas particulier où la demande et la charge sont des fonctions linéairement décroissantes du prix a été détaillé à travers un MIQP. Les résultats numériques apportés montrent la difficulté de résolution du problème.
Dans de futures recherches, nous tenterons d'abord de réduire le temps de calcul nécessaire à la résolution du problème, soit en reformulant notre problème, soit jouant sur les différents paramètres. Une extension du modèle pourra également être l'objet d'une étude, par exemple en généralisant les modèles de charge et de demande.

Références

[BEM07] M. Bouhtou, G. Erbs, and M. Minoux. Joint optimization of pricing and resource allocation in competitive telecommunications networks. *Networks*, 50, 2007.

[Hum01] Salal Humair. *Yield Management for Telecommunication Networks : Defining a New Landscape*. PhD thesis, Massachusetts Institue Of Technology, February 2001.

[MBP08] M. Manaffar, H. Bakhshi, and M. Pilevari. A new dynamic pricing scheme with cac to reduce network congestion. *Advanced Information Networking and Applications*, pages 347–352, 2008.

[RR02] Bitran Gabriel R. and Caldentey Rene. An Overview of Pricing Models for Revenue Management. *MIT Sloan Working Paper No. 4433-03*, December 2002.

[SLD92] Barry C. Smith, John F. Leimkuhler, and Ross M. Darrow. Yield management at american airlines. *Interfaces*, January - february 1992.

[VC01] E. Viterbo and C.F. Chiasserini. Dynamic pricing in wireless networks, 2001.