

Analyse de sensibilité d'un robinet à soupape à l'aide de développements sur chaos polynomial

Marc Berveiller, Géraud Blatman, Jean-Marc Martinez

▶ **To cite this version:**

Marc Berveiller, Géraud Blatman, Jean-Marc Martinez. Analyse de sensibilité d'un robinet à soupape à l'aide de développements sur chaos polynomial. 42èmes Journées de Statistique, 2010, Marseille, France, France. inria-00494805

HAL Id: inria-00494805

https://inria.hal.science/inria-00494805

Submitted on 24 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse de sensibilité d'un robinet à soupape à l'aide de développements sur chaos polynomial

Marc Berveiller[(1)], Géraud Blatman[(1)] & Jean-Marc Martinez[(2)]

[(1)] *EDF R&D - Département MMC*
Site des Renardières
77818 Moret sur Loing Cedex
email : marc.berveiller@edf.fr
[(2)] *CEA DEN/DANS/DM2S*
91191 Gif/Yvette

RESUME
L'objectif de cette communication est de présenter une méthode d'analyse de sensibilité basée sur un métamodèle de type chaos polynomial creux et adaptatif. Cette méthode consiste à ajouter progressivement les termes significatifs du chaos, jusqu'à ce que la précision du métamodèle dépasse une valeur cible. Au final, seul un faible nombre de termes sont retenus (représentation *creuse*) par rapport à un chaos polynomial classique de type plein. La méthode est utilisée pour analyser la sensibilité du comportement d'un robinet industriel (via trois quantités d'intérêt) à différents paramètres incertains (matériaux, chargement et géométrie).
ABSTRACT
A globe valve is a type of valve used for isolating a piping part inside a circuitry. It generally consists of a movable element and a stationary seat which are relatively moved in order to create flow shutoff. The choice of material is crucial due to the presence of many constraints (pressure, temperature, corrosion, etc.). Among others, the rod has to resist to a possible high water pressure inside the circuit, the valve tightness has to be ensured. In practice, several material properties are not exactly known, and it is of major interest to account for this uncertainty in the system modelling. The current study is aimed at performing a sensitivity analysis of the rod maximum displacement as well as a reliability analysis with regard to the globe valve tightness.
MOTS-CLES : chaos polynomial, analyse de sensibilité, robinet, *Least Angle Regression*

1 Introduction

Un organe de robinetterie est un mécanisme complexe, intégrant plusieurs matériaux, et dont le fonctionnement dépend d'un certain nombre de phénomènes tels que les contacts, les frottements, les jeux mécaniques, etc. Une analyse de sensibilité de grandeurs mécaniques pouvant affecter le bon fonctionnement du mécanisme (effort de manœuvre, pression de contact) à ces paramètres est présentée dans cette communication. Cette étude est basée sur un développement des réponses du modèle aux éléments finis sur un chaos polynomial creux et adaptatif.

2 Développements sur la base du chaos polynomial

La théorie du chaos polynomial remonte à l'article [Wiener, 1938]. Cependant, pour une utilisation en propagation d'incertitudes, il a fallu attendre le début des années 1990, avec les travaux de Roger Ghanem [Ghanem and Spanos, 1991]. Le principe général est de considèrer un système physique décrit par le modèle numérique $\mathcal{M}$, qui peut être analytique ou plus généralement algorithmique (*e.g.* modèle aux éléments finis), et de le développer sur une base appelée *chaos polynomial*. On suppose que ce modèle dépend de M paramètres incertains que l'on représente par des variables aléatoires *indépendantes* $\{X_1, \cdots, X_M\}^T$, regroupées dans un vecteur aléatoire X. On suppose connue la densité jointe $f_X(x) = \prod_{i=1}^{M} f_{X_i}(x_i)$ de X. La réponse du modèle notée $Y = \mathcal{M}(X)$ est alors elle aussi aléatoire. On considère dans ce travail une réponse scalaire Y de variance finie (on obtient des résultats équivalents dans le cas d'un modèle à plusieurs sorties). On montre que Y peut s'approximer comme suit [Soize and Ghanem, 2004] :

$$Y = \mathcal{M}(X) = \sum_{\alpha \in \mathrm{N}^M} a_\alpha \Psi_\alpha(X) \tag{1}$$

Ce développement est appelé *représentation par chaos polynomial* (CP) de Y. Les a_α sont des coefficients déterministes inconnus et les Ψ_α sont des polynômes multivariés qui sont orthonormaux par rapport à la densité $f_X(x)$, *i.e.* $\mathrm{E}\left[\Psi_\alpha(X)\Psi_\beta(X)\right] = 1$ si $\alpha = \beta$ et 0 sinon.

2.1 Base du chaos polynomial

Le chaos polynomial de dimension M et d'ordre p [Ghanem and Spanos, 1991, Berveiller, 2005, Soize and Ghanem, 2004] est défini comme l'ensemble des polynômes multidimensionnels en M variables aléatoires, dont le degré ne dépasse pas p. La construction de cette base est la suivante. Pour toute variable aléatoire X_i, on associe la famille de polynômes orthonormés $\{\pi_j^{(i)}, j \in \mathbb{N}\}$ vis-à-vis de $f_{X_i}(x_i)$. Supposons que le degré de $\pi_j^{(i)}$ est j pour $j > 0$ et $\pi_0^{(i)} \equiv 1 (1 \leq i \leq M)$. En tensorisant les M familles de polynômes unidimensionnels, on obtient un ensemble de polynômes multivariés $\{\psi_{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{N}^M\}$ défini par $\psi_{\boldsymbol{\alpha}} \equiv \pi_{\alpha_1}^{(1)}(x_1) \times \cdots \times \pi_{\alpha_M}^{(M)}(x_M)$, où $\boldsymbol{\alpha} \equiv \{\alpha_1, \cdots, \alpha_M\}$. L'ensemble de troncature $\mathcal{A}^{M,p}$ pour la base de polynômes a donc été défini à partir de la norme $\|\boldsymbol{\alpha}\|_1$, qui correspond à la somme des degrés des polynômes unidimensionnels α_i :

$$\mathcal{A}^{M,p} = \{\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{N}^M \, : \, \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \equiv \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \leq p\} \tag{2}$$

Le nombre de polynômes de M variables de degré inférieur ou égal à p est $P = \frac{(M+p)!}{M!\,p!}$.

Les méthodes classiques de développement de réponses sur un chaos polynomial ne permettent pas de réaliser des études ayant un grand nombre de paramètres aléatoires

d'entrée (supérieur à la dizaine), c'est ce qu'on appelle le fléau de la dimension. Or, dans la majorité des cas, les modèles dépendent principalement des effets principaux et des interactions simples : c'est le principe de *hiérarchie des effets* [Montgomery, 2004]. Un nouveau schéma de troncature est introduit en accord avec ce principe pour réduire la taille de la base du chaos. Blatman [2009] définit une troncature hyperbolique à partir de *quasi-normes* q, $0 < q \leq 1$:

$$\mathcal{A}_q^{M,p} = \left\{ \boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{N}^M \ : \ \|\boldsymbol{\alpha}\|_q \equiv \left(\sum_{i=1}^{M} \alpha_i^q \right)^{1/q} \leq p \right\} \tag{3}$$

Les quasi-normes q pénalisent d'autant plus les interactions d'ordre élevé que q est faible. On note que le choix $q = 1$ correspond au schéma de troncature usuel présenté dans l'équation (2). La stratégie proposée conduit ainsi à un développement par CP qui contient un faible nombre de coefficients inconnus, qui peuvent donc être calculés à partir d'un nombre N réduit d'évaluations du modèle.

2.2 Chaos polynomial creux et adaptatif basé sur la méthode LAR [Blatman, 2009]

Une fois la base du chaos polynomial générée, il reste à calculer les différents coefficients multiplicateurs. Des techniques récentes de sélection de variables en statistiques peuvent être envisagées pour produire des approximations de type creux (sans notre contexte, le terme "variables" correspondrait ainsi aux polynômes $\psi_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{X})$ de la base du CP). En particulier, l'algorithme *Least Angle Regression* (LAR) [Efron et al., 2004] est réputé pour son efficacité. De plus, il est adapté aux cas où le nombre P de termes dans le métamodèle est du même ordre que le nombre N d'évaluations du modèle, et éventuellement $P > N$. Cette propriété s'avère conforme à notre objectif de minimisation du nombre d'appels au modèle. À un coût informatique similaire à celui d'une régression des moindres carrés, LAR construit une suite de métamodèles de moins en moins creux, tous solutions du problème d'ajustement de la surface de réponse au modèle.

Il est alors nécessaire d'établir un critère pour sélectionner la meilleure solution. On utilise souvent une méthode de validation croisée, qui consiste à répéter la procédure LAR pour des sous-ensembles du plan d'expériences, puis à retenir le degré de parsimonie qui conduit en moyenne à la plus faible erreur empirique d'approximation. Cette stratégie peut se révéler couteuse en pratique. On propose donc une alternative, dite méthode de *validation croisée modifiée*. Son principe est le suivant :

- on effectue un calcul LAR ;
- pour chaque solution obtenue, on évalue l'estimateur d'erreur ε^*_{LOO} de type *leave-one-out* corrigé ;
- on conserve le métamodèle associé à la plus faible estimation d'erreur.

Cette approche s'avère relativement efficace, puisqu'elle ne requiert qu'un unique appel à la procédure LAR et plusieurs évaluations d'une formule analytique pour déterminer des estimateurs d'erreur.

À partir des schémas de troncature basés sur les q-quasi-normes et l'estimateur d'erreur ε^*_{LOO}, on élabore une procédure basée sur LAR visant à construire progressivement une approximation creuse par CP de la réponse du modèle. Il convient alors de fixer un critère pour ajouter des points dans le plan d'expériences, de sorte à éviter les phénomènes de surapprentissage. De manière heuristique, on choisit d'enrichir le plan lorsque l'estimateur d'erreur croît deux fois de suite au cours des itérations. Au final, la procédure une approximation creuse par chaos polynomial du type :

$$\widehat{\mathcal{M}}(\boldsymbol{X}) \;=\; \sum_{\boldsymbol{\alpha}\in\mathcal{A}} \widehat{a}_{\boldsymbol{\alpha}}\, \psi_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{X}) \tag{4}$$

où $\mathcal{A}$ est un sous-ensemble non vide, fini et creux de l'ensemble $\mathbb{N}^M$ des M-uplets d'entiers naturels.

2.3 Post-traitement pour une analyse de sensibilité

Les indices de Sobol' [Sobol', 1993, Sudret, 2008] quantifient la part de la variance $\mathrm{Var}[Y]$ de la réponse du modèle qui est expliquée par la variance de chaque X_i. En particulier, les indices de Sobol' dits *totaux* notés S_{T_i} permettent d'évaluer la contribution de chaque variable aléatoire X_i, prise individuellement ou en interaction avec une autre variable. Il est possible d'estimer les S_{T_i} par de simples sommations sur les coefficients du chaos (4) comme suit :

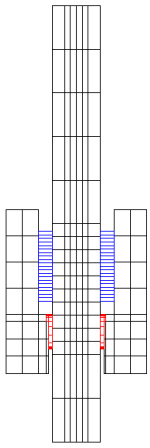
$$\widehat{S}_{T_i} \;=\; \frac{\sum_{\boldsymbol{\alpha}\in\mathcal{A}_i} a^2_{\boldsymbol{\alpha}}}{\sum_{\boldsymbol{\alpha}\in\mathcal{A}\setminus\{\mathbf{0}\}} a^2_{\boldsymbol{\alpha}}} \tag{5}$$

où $\mathcal{A}_i$ est l'ensemble des indices associés aux polynômes faisant intervenir la variable X_i.

3 Application

Un organe de robinetterie est un mécanisme complexe, intégrant plusieurs matériaux, et dont le fonctionnement dépend d'un certain nombre de phénomènes tels que les contacts, les frottements, les jeux mécaniques. On souhaite réaliser une analyse de l'influence de ces paramètres sur des grandeurs mécaniques (effort de manoeuvre, pression de contact) pouvant affecter le bon fonctionnement du mécanisme. L'une des principale difficulté liée à la simulation de systèmes mécaniques complexes tels qu'un robinet, est la modélisation des conditions de contacts et de jeu mécanique entre les différents composants. Une première étude a donc été effectuée sur une modélisation très simplifiée de la partie supérieure du robinet (figure 1 gauche). Les quantités d'intérêt sont le déplacement du point où est appliqué le chargement, la pression de contact au niveau de la bague et la pression de

contact au niveau de la garniture. Les variables aléatoires d'entrée sont rassemblées dans le tableau 1 droite.



Paramètre	Loi	Moyenne	Coeff. de Var.
Module d'Young garniture	Lognormale	100 000 MPa	20%
Module d'Young bague	Lognormale	207 000 MPa	10%
Module d'Young poutre	Lognormale	6 000 MPa	10%
Module d'Young acier	Lognormale	200 000 MPa	10%
Chargement	Normale	10 000 N	10%
Jeu	Bêta [0 ;0,1mm]	0,05 mm	50%

FIG. 1 – Gauche : Maillage du robinet- Droite : Variables aléatoires d'entrée

Les résultats issus de la méthode présentée dans cette communication seront comparés à ceux issus de calculs utilisant la méthode présentée dans [Crestaux et al., 2009] et dans une autre communication proposée aux JDS [Baudin and Martinez, 2010].

4 Conclusions

La méthode d'analyse de sensibilité présentée dans cette communication est basée sur la construction d'un chaos polynomial creux et adaptatif [Blatman, 2009]. Elle permet de réduire automatiquement la taille de la base finale en ne sélectionnant que les termes qui influent le plus sur la réponse. Cette méthode est appliquée à l'analyse de sensibilité d'un modèle de robinet présentant des non linéarités de contact.

Remerciements

Ce travail a été financé par l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du projet ANR OPUS (Open source Platform for Uncertainty treatment in Simulation), réf. ANR-07-CIS7-010 et ANR-07-TLOG-015).

This work was supported by the French National Research Agency (ANR) in the context of the OPUS (Open source Platform for Uncertainty treatment in Simulation) project, ref. ANR-07-CIS7-010 and ANR-07-TLOG-015.

Références

M. Baudin and J.-M. Martinez. Polynômes de chaos sous scilab via la librairie nisp. In *Soumission aux Journées de statistiques, Marseille*, 2010.

M. Berveiller. *Eléments finis stochastiques : approches intrusive et non intrusive pour des analyses de fiabilité*. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2005.

G. Blatman. *Adaptive sparse polynomial chaos expansions for uncertainty propagation and sensitivity analysis*. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2009.

T. Crestaux, O. Le Maître, and J. Martinez. *Polynomial chaos expansion for sensitivity analysis. Reliability Engineering and System Safety*, 94 :1161–1172, 2009.

B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, and R. Tibshirani. Least angle regression. *Annals of Statistics*, 32 :407–499, 2004.

R. Ghanem and P. Spanos. *Stochastic finite elements – A spectral approach*. Springer Verlag, 1991. (Reedited by Dover Publications, 2003).

D. Montgomery. *Design and analysis of experiments*. John Wiley and Sons, New York, 2004.

I. Sobol'. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. *Math. Modeling & Comp. Exp.*, 1 :407–414, 1993.

C. Soize and R. Ghanem. Physical systems with random uncertainties : chaos representations with arbitrary probability measure. *SIAM J. Sci. Comput.*, 26(2) :395–410, 2004.

B. Sudret. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliab. Eng. Sys. Safety*, 2008. In press.

N. Wiener. The homogeneous chaos. *Amer. J. Math.*, 60 :897–936, 1938.