HAL open science

Considérations statistiques relatives à la distribution de la vitesse du vent

Lambert Pierrat, Edwige Idee

To cite this version:

Lambert Pierrat, Edwige Idee. Considérations statistiques relatives à la distribution de la vitesse du vent. 42èmes Journées de Statistique, May 2010, Marseille, France. inria-00494766

HAL Id: inria-00494766

https://inria.hal.science/inria-00494766v1

Submitted on 24 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONSIDERATIONS STATISTIQUES RELATIVES A LA DISTRIBUTION DE LA VITESSE DU VENT

Lambert Pierrat (1, 3) & Edwige Idée (2)

(1) LJK-LAB, Stat-M3S, Université de Grenoble <e_zainescu@yahoo.com>
(2) LAMA, Université de Savoie, Chambéry <edwige idee@orange.fr>
(3) LJ-Consulting, Saint Martin d'Hères

Résumé: Dans le contexte industriel des énergies renouvelables, la vitesse du vent est considérée sous deux aspects différents et complémentaires. Un premier aspect concerne l'énergie aérodynamique qui peut être extraite de la veine fluide. Un second aspect concerne la fiabilité mécanique de la turbine, fonction de la pression aérodynamique. Dans les deux cas, la vitesse peut être représentée par une distribution parente de Weibull, au sens d'une valeur moyenne relative à un intervalle de temps particulier. Compte tenu de la relation cubique qui relie la puissance mécanique et la vitesse, la capacité énergétique annuelle d'un site éolien est caractérisée par un facteur de forme (EPF). Celui-ci est formulé analytiquement dans le cas d'une distribution de Weibull. L'approche de fiabilité requiert la connaissance de la distribution des valeurs extrêmes de la vitesse, correspondant à une période de retour spécifiée. La distribution parente de Weibull est attirée par la distribution asymptotique de Gumbel et celle-ci est reproduite pour la pression dynamique par suite de la relation quadratique pression-vitesse. Les paramètres de ces distributions sont déterminés analytiquement, ainsi que la valeur maximale de la pression correspondant à une période de retour prescrite. L'approche proposée, basée uniquement sur une distribution parente de Weibull est utilisable comme première étape pour l'étude du potentiel énergétique d'un site éolien et du risque de défaillance engendré par les vitesses de vent extrêmes.
Mots-clé: extrêmes, ingénierie, vitesse, pression, loi de Weibull, loi de Gumbel, période retour;
Abstract: *Statistical considerations relative to the wind speed distribution.* In the industrial context of renewable energy, the wind speed is considered from two different and complementary points of view. A first one concerns the aerodynamic energy which can be extracted from the wind flux. A second one concerns the mechanical reliability of the wind turbine which is function of the aerodynamic pressure. In any case, the wind speed can be represented by a parent Weibull distribution, in a mean sense related to a particular time interval. Taking into account the cubic relationship between the mechanical power and the wind speed, the yearly energetic capacity of a wind site is characterised by a specific "Energy Pattern Factor" (EPF). This one is analytically formulated in the case of a Weibull distribution. The reliability approach requires to know the distribution of the maximal speed value corresponding to a specified return period. The parent Weibull speed distribution is attracted by the asymptotic Gumbel distribution and the last one is reproduced for the dynamic pressure as a consequence of the quadratic speed-pressure relationship. The parameters of these distributions are analytically determined as well as the maximal pressure value corresponding to a prescribed return period. The proposed approach, based only on a parent Weibull distribution is usable as a first step for studying the potential capacity of wind sites and also for the failure risk engendered by the extreme wind speed.

Key-words: extremes, engineering, speed, pressure, Weibull, Gumbel distributions, return period;

1. DISTRIBUTION DE LA VITESSE

Le vent est un phénomène aérodynamique par nature très complexe. Par suite de la variabilité des très nombreux paramètres qui le gouvernent, sa vitesse horizontale instantanée présente un caractère spatio-temporel fluctuant qui justifie des considérations spectrales (Van der Hoven, 1957). Une approche simple, valable pour les zones climatiques tempérées, considère un processus

gaussien engendré par deux composantes gaussiennes orthogonales de moyennes nulles. Dans ces conditions, en régime stationnaire, la composante non directionnelle de la vitesse obéit à une distribution de Rayleigh (Essenwanger, 1959 - Davenport, 1961).
Il convient toutefois de noter que cette distribution statistique émane d'un processus aléatoire non stationnaire, ce qui implique de définir la notion de "vitesse instantanée" correspondante. Pratiquement, on considère qu'il s'agit de la valeur moyenne observée sur un intervalle de temps élémentaire minimal de 10 minutes (IEC, 1998), valeur compatible avec la dynamique des moyens de mesure et avec la constante de temps mécanique de la turbine qui réalise la conversion entre les énergies aérodynamique et mécanique (ce qui correspond à un processus de filtrage du premier ordre).
En réalité, les observations s'écartent plus ou moins de la distribution de Rayleigh, ce qui a justifié son extension vers la distribution de Weibull dont le facteur de forme est ajusté en fonction de la dispersion statistique des observations (Stewart & Essenwanger, 1978- Tuller & Brett, 1984).
Pour la suite de l'exposé, concernant les aspects énergétiques et de fiabilité, on retiendra que la distribution statistique commune des vitesses moyennes relatives à des durées d'observation variables (10 min., horaire, journalière, mensuelle, annuelle) est de type Weibull.

2. FACTEUR DE FORME ENERGETIQUE

Contrairement à une idée fréquemment reçue, la connaissance de la seule vitesse moyenne de la veine fluide au point d'implantation de la turbine ne suffit pas pour caractériser le potentiel énergétique d'un site. En effet, la puissance mécanique délivrée par une turbine à axe horizontal est proportionnelle au cube de la vitesse (Spera, 1994) et cette transformation affecte aussi les fluctuations statistiques qui véhiculent une énergie utilisable.
On peut caractériser le potentiel énergétique annuel d'un site éolien par le rapport entre l'énergie aéraulique disponible (tenant compte des fluctuations statistiques) et l'énergie calculée à partir de la vitesse moyenne annuelle (Thomas, 1945).
Ce facteur de forme (Energy Pattern Factor) s'écrit:

(1) $$EPF = E\left(V^3\right) / E^3\left(V\right)$$

Ce paramètre sans dimension est toujours supérieur à l'unité par suite de la contribution positive de l'énergie turbulente (Mangelkamp, 1988), qu'on peut faire apparaître approximativement sous la forme suivante, dans laquelle intervient le coefficient de variation (CV) de la distribution:

(2) $$EPF \approx 1 + 3 \cdot CV^2$$

(on pourrait y ajouter un terme du second ordre tenant compte du coefficient d'asymétrie).
Le facteur de forme énergétique peut être défini explicitement à partir de la fonction de répartition de la loi de Weibull:

(3) $$F\left(V\right) = 1 - \exp\left(V/V_0\right)^{\beta}$$

A partir des relations (1) et (3), incluant les transformations cubiques de la variable et de sa moyenne, on obtient (Pierrat, 2008):

(4) $$EPF_w = \left\{\Gamma\left[1 + \left(3/\beta\right)\right] / \Gamma^3\left[1 + \left(1/\beta\right)\right]\right\}$$

Ce paramètre ne dépend que du facteur de forme de la loi de Weibull, donc de son coefficient de variation (pour la loi de Rayleigh, CV = 53 %).

La loi de Weibull étant une généralisation de plusieurs lois: exponentielle ($\beta = 1$), Rayleigh ($\beta = 2$) et normale ($\beta \approx 3.65$), cette expression permet de borner le facteur de forme autour d'une valeur caractéristique relative à la distribution de Rayleigh:

(5) $$EPF_e = 6 < EPF_r = 6/\pi < EPF_n \approx 1.28$$

Pratiquement, la borne correspondant à une distribution exponentielle n'est jamais atteinte et une borne supérieure serait définie de manière plus réaliste par une distribution demi - normale de la vitesse, pour laquelle: $EPF_{(1/2)n} = \pi$.

Cette formulation est utile dans le cadre d'une approche préliminaire, car elle permet de hiérarchiser l'intérêt de différents sites éoliens en fonction de leur potentiel énergétique.

3. DISTRIBUTIONS EXTREMALES

La turbine est supportée par une structure de grande hauteur (de l'ordre de 100 m pour une turbine de 3 MW) qui doit résister à la pression dynamique du vent lors des tempêtes. Pour des raisons économiques, la tenue de cette structure est déterminée à partir d'une analyse de risque qui fait intervenir la relation entre la valeur maximale de la vitesse et sa probabilité d'occurrence. Pratiquement, ceci conduit à déterminer la relation entre une valeur extrême et sa période de retour (cette formulation est équivalente à celle faisant intervenir des quantiles).

Lorsque la distribution parente de la vitesse est de type Weibull, la distribution correspondante de ses valeurs maximales est attirée (Von Mises, 1936) par une distribution de Gumbel (Gumbel, 1958). Sous l'hypothèse d'un grand nombre d'observations ($n >> 1$),mutuellement indépendantes,

La fonction de répartition de cette distribution asymptotique doublement exponentielle s'écrit:

(6) $$F_e(V_e, \mu_e, \sigma_e) = \exp\{-\exp[-(V_e - \mu_e/\sigma_e)]\}$$

Les paramètres de localisation et d'échelle peuvent être déterminés en fonction de l'effectif (n) et des paramètres (V_0, β) de la loi de Weibull parente:

(7) $$\mu_e = (V_0)\cdot[Log(n)]^{1/\beta} \quad \& \quad \sigma_e = (V_0/\beta)\cdot[Log(n)]^{(1/\beta)-1}$$

La pression dynamique qui détermine les contraintes mécaniques appliquées à la structure est proportionnelle au carré de la vitesse:

(8) $$P(V) = K \cdot V^2$$

Sa distribution extrémale est donc obtenue par une transformation quadratique de la distribution extrémale de la vitesse (Pierrat, 1998).

En appliquant les critères d'attraction ci-dessus, on peut montrer que la distribution maximale de Gumbel (6) se reproduit dans le cas d'une transformation puissance.

Les paramètres correspondants de la pression sont alors:

(9) $$\mu_e^* = K \cdot (\mu_e)^2 \quad \& \quad \sigma_e^* = K \cdot n \cdot \sigma_e \cdot \mu_e$$

On peut montrer que le coefficient de variation de la pression tend asymptotiquement vers le double de celui de la vitesse, ce qui signifie que la transformation quadratique augmente l'incertitude affectant la pression. En contrepartie de cet effet défavorable, la transformation quadratique améliore la vitesse de convergence vers la distribution asymptotique de Gumbel (Cook & Mayne,

1980).
Sur la base de temps considérée (en général 1 an), la période de retour d'un événement extrême (Gumbel, 1958) est définie à partir de la fonction de répartition de Gumbel comme :

(10) $$T_e(V_T) = [1/(1 - F_e(V_T))]$$

ce qui permet d'obtenir, compte tenu de (6), une relation entre la période de retour et la vitesse:

(11) $$V_T \approx V_0 + \sigma_e \cdot Log(T_e)$$

Il s'agit d'une approximation acceptable, sachant que dans le domaine climatique, on considère des périodes de retour nettement supérieures à la durée de vie prévisionnelle des ouvrages. A ces durées sont associées des probabilités d'occurrence annuelles égales à leurs inverses: période décennale (10 ans & 10%), centennale (100 ans & 1%), etc…
Ainsi, on passe aisément de la vitesse à la pression, ce qui permet de définir, pour une période de retour donnée, la tenue minimale de la structure compatible avec une probabilité de défaillance spécifiée (Pierrat, 1997).

4. CONCLUSIONS

Cette contribution avait pour but de mettre en évidence l'intérêt (et la nécessité) d'utiliser une approche statistique permettant de caractériser les aspects techniques et économiques relatifs à l'exploitation de l'énergie éolienne.
Au stade d'un avant projet, la considération d'une distribution parente annuelle de la vitesse du vent permet d'évaluer simplement, à la fois le potentiel énergétique d'un site et la fiabilité de la structure mécanique de l'installation. Il est évident que la réalité est moins simple, pour diverses raisons, physiques et statistiques.
Au plan physique, les distributions de vitesse dépendent de nombreux facteurs spécifiques tels que: hauteur de la turbine, relief et rugosité du terrain, régimes de vents saisonniers, effets directionnels, facteur de rafale, etc…
Au plan statistique, l'étude des valeurs extrêmes reste problématique en ce qui concerne, d'une part les choix possibles parmi les trois familles de distributions asymptotiques, d'autre part le choix des méthodes d'estimation des quantiles lorsque le rapport entre les durées d'observation et de prévision est trop faible, ce qui est généralement le cas (Klajnmic, 2004).
Ces considérations statistiques n'ont pas été abordées, car elles dépassent le cadre de cet exposé.

Bibliographie

[1] Van der Hoven, I. (1957) Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour, *Int. Jour. Meteor.*, 14, 160-164.
[2] Essenwanger, O.M. (1959) Probleme der Windstatistik, *Meteor. Rundsch.*, 12, 47-47.
[3] Davenport, A.G. (1961) The appllication of statistical concepts to the wind loading of structures, *Proc. Instn. Civ. Engrs.*, 19, 449-472.
[4] IEC 61400-1 (1998) Wind turbine generator systems-Part 1, safety requirements, *(Draft IEC)*.
[5] Stewart, D.A. & Essenwanger, O.M. (1978) Frequency distribution of wind speed near the surface, *Journal of Applied Meteorology*, 17, 1633-1642.
[6] Tuller, S.E., Brett, A. (1984) The characteristics of wind velocity that favour the fitting of a Weibull distribution in wind speed velocity, *Journ. of Clim. & Appl. Meteor.*, 23, 124-134
[7] Spera, D.A. (1994) *Wind turbine technology*, ASME Press, New York, 1994.
[8] Thomas, P.H. (1945) Electric power from the wind, *Federal. Power Comm.*, 9-10, & Table VI.

[9] Mangelkamp, H. (1988) On the energy output estimation of wind turbines, *International Journal of Energy Research,* 12, 113-123.
[10] Pierrat, L., (2008) Limites du facteur de forme caractérisant le potentiel énergétique d'un site éolien, *MOCM, Romanian Technical Sciences Academy*, Vol. 1, 209-214.
[11] Von Mises, R. (1936) La distribution de la plus grande de *n* valeurs, *American Mathematical Society (Selected Papers II),* 271-294
[12] Gumbel, E.J. (1958) *Statistics of extremes*, Columbia University Press.
[13] Cook, N.J. & Mayne, J.R. (1980) Design methods for wind loading on class A structures, *Wind Engineering in the Eighties, Construc. Ind. Res. Inf. Assoc.*, London.
[14] Pierrat, L. (1998) Reliability of a mechanical structure subjected to extreme wind load: a simple analytical approach, *Inv. P., Conferinta Ingineria Vântului,* 311-318, Bucharest, Romania.
[15] Pierrat L. (1997) Fiabilité d'un élément soumis à des contraintes extrêmes, *JDS'97*,655-656.
[16] Kajnmic, H., (2004) Estimation et comparaison des niveaux de retour des vitesses extrêmes des vents, *Journées De Statistique*, Montpellier.