



**HAL**  
open science

## Les prix é terme de l'électricité sur le marché britannique, une approche par la cointégration

Jérémy Froger, Muriel Renault

► **To cite this version:**

Jérémy Froger, Muriel Renault. Les prix é terme de l'électricité sur le marché britannique, une approche par la cointégration. 42èmes Journées de Statistique, 2010, Marseille, France, France. inria-00494701

**HAL Id: inria-00494701**

**<https://inria.hal.science/inria-00494701>**

Submitted on 24 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# LES PRIX À TERME DE L'ELECTRICITÉ SUR LE MARCHÉ BRITANNIQUE, UNE APPROCHE PAR LA COINTÉGRATION

Jérémy Froger & Muriel Renault

EDF R&D  
1 avenue du Général de Gaulle  
92141 Clamart Cedex

Il existe un lien économique entre le prix de l'électricité et le prix des produits communément appelés commodités dans la mesure où ces dernières sont utilisées pour produire de l'électricité. Leurs prix ont un impact sur les coûts de production et donc sur les prix de marché de l'électricité. Les produits à terme sont par ailleurs couramment utilisés pour la gestion du risque financier et le calcul d'indicateurs de risque. Il est donc important de bien comprendre et modéliser la relation qui unit les prix à terme de l'électricité et les prix à terme des commodités utilisées pour la produire. Le mode de production d'électricité en Grande Bretagne est principalement de type gaz ou charbon et nous nous proposons, dans ce document, de traduire cette relation économique en un modèle statistique.

En présence de séries non stationnaires, ce qui est souvent le cas pour les séries de prix étudiées en économétrie, l'utilisation de la régression classique des moindres carrés ordinaires peut faire croire, à tort, à l'existence d'une forte relation entre variables, appelée régression fallacieuse, comme l'ont montré Granger et Newbold (1974). Une des solutions possibles à ce problème est l'utilisation de la cointégration. Des variables non stationnaires sont dites cointégrées s'il existe une combinaison linéaire de celles-ci qui soit stationnaire. Il devient alors possible, dans le cadre d'un modèle à correction d'erreur, d'estimer les paramètres d'une relation de long terme entre ces variables. L'existence d'une telle relation entre les prix de l'électricité et les prix des commodités peut être appréhendée comme une force de rappel qui empêche les séries de diverger durablement.

Les modèles à correction d'erreur ont été introduits par Granger (1986), Engel et Granger (1987) puis développés dans leur forme vectorielle par Johansen (1988). Dans ces modèles utilisant la théorie de la cointégration, la relation entre les séries se décompose en une relation de long terme traduisant le lien économique entre les variables en niveaux et en une relation de court terme exprimant les oscillations autour de cette relation de long terme.

Nous avons appliqué cette méthodologie à l'étude des relations entre les prix à terme de l'électricité sur le marché britannique (produit calendar 2008) et les prix à terme de certaines commodités, i.e. le gaz, le charbon et le CO<sub>2</sub> pour aboutir à un modèle à correction d'erreur. Les données utilisées dans cette étude sont des données journalières, la période de cotation allant de janvier 2006 à mars 2008.

Après avoir vérifié, par un test de racine unitaire, que toutes les séries utilisées étaient non stationnaires, ce qui justifie l'utilisation de la cointégration en lieu et place de la régression ordinaire, nous avons suivi la méthodologie en deux étapes développée par Engle and Granger (1987). La première étape est celle de l'estimation par MCO des paramètres d'un modèle de régression linéaire entre les prix en niveau. Si les résidus issus de cette régression sont stationnaires, ils peuvent être utilisés pour établir la relation de long terme. Dans la seconde étape

on vérifie que les variables considérées sont I(1) et qu'elles peuvent donc être utilisées pour établir la relation de court terme. On aboutit ainsi à un modèle à correction d'erreur, dont la forme générale, en considérant deux variables scalaires  $y_t$  et  $x_t$  est :

$$\Delta y_t = \mu \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^s \varphi_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j \Delta x_{t-j} + v_t \quad (1)$$

avec :

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}.$$

$\hat{\varepsilon}_{t-1} = y_{t-1} - \hat{a} - \hat{b}x_{t-1}$  : la relation long terme. Dans cette régression,  $y_t$  et  $x_t$  sont I(1) et le résidu  $\varepsilon_t$ , est I(0).

$\mu$  : la force de rappel, qui doit forcément être négative pour que le modèle ait un sens.

$v_t$  : un bruit blanc gaussien.

$\varphi_i$  et  $\omega_j$  : les paramètres de la relation court terme, inconnus et à estimer.

Nous avons établi notre modèle avec  $p=0$  et  $q=0$ :

$$\Delta Elec_{year\ n}(t) = \sum_i \omega_i \Delta Commodity_i(t) + \mu \left[ Elec_{year\ n}(t-1) - \sum_i \beta_i Commodity_i(t-1) \right] + v_t \quad (2)$$

avec :

*Elec* : le prix à terme de l'électricité considéré, i.e. le produit calendar pour l'année n en base.

*Commodity* : les prix à terme des différentes commodités sur la même échéance en base.

$v_t$  : un bruit blanc gaussien.

Notre étude, basée sur l'historique choisi, a montré que la relation entre les prix à terme de l'électricité et les prix à terme du gaz, du charbon et du CO2 était la suivante :

$$\Delta Elec_t = 1.46 \Delta Gas_t + 0.11 \Delta Coal_t + 0.39 \Delta CO2_t - 0.06 [Elec_{t-1} - 1.99 Gas_{t-1} - 0.15 Coal_{t-1} - 0.51 CO2_{t-1}] \quad (3)$$

Comme attendu, la force de rappel est négative (-0,06) et les tests que nous avons effectués sur le signal résiduel  $v_t$  montrent qu'il est proche d'un bruit blanc (p-value de 0.1). Le  $R^2$  de ce modèle est de 70%.

La principale limitation de notre travail tient au fait que dans la méthode de cointégration classique que nous avons utilisée, la relation de long terme unissant les variables étudiées est établie une fois pour toutes et ne varie pas au cours du temps. Les raffinements et amélioration de notre modèle résident donc dans la relaxation de cette contrainte de stabilité des paramètres ce qui correspond, en termes économiques, aux cas d'inversion du merit-order par exemple. Plusieurs possibilités sont envisagées : le filtrage de Kalman, les modèles hétéroscédastiques et enfin la régression par les moindres carrés partiels.

A plus long terme, nous envisageons également la possible application de ce travail aux marchés de l'électricité français et allemand.

Futures markets serve several functions in electricity markets, as for instance financial risk management, and long-term contracts are an important tool for reducing risk exposure. It is important for electricity market participants to understand the evolution of long-term electricity prices and the relationship between the long-term prices of electricity and commodities used in electricity production.

The UK electricity production system is mainly based on gas and coal. The purpose of this paper is to translate this economical relationship in terms of an appropriate statistical model.

In the presence of non-stationary time series, like electricity and commodity prices, classical OLS regression modelling may lead to spurious regressions and falsely imply the existence of economic relationships between series. Cointegration method is a possible solution to this problem as it makes possible the use of non-stationary time series to estimate model parameters as long as the variables are cointegrated, i.e. they have a long-run equilibrium relationship. The existence of such long-term relationship is consistent with economical theory and may be thought as a recall force that forbids electricity price to diverge durably from commodity prices of the same market.

Cointegration methods imply that the link between prices be decomposed in two parts: a long-term run around which prices oscillate and a short term one. We formalized this relationship into an error correction model. This paper contributes to the existing literature on cointegration techniques applied to energy prices.

The data we used are UK electricity forward prices (calendar 2008), commodity future prices (gas, coal and CO<sub>2</sub>). The daily futures prices cover the period spanning January 2006–March 2008.

Once the series are proven to be non stationary by the way of a unit root test, there are two steps in the classical Engle and Granger cointegration procedure: first step is estimation of regression by applying Ordinary Least Squares (OLS) on the levels of the variables and testing for stationarity of the regression residuals. If those residuals are stationary they can be used to establish the long-term relationship. In a second step, assumed that the different series are I(1), they can be used to establish the short-term relationship. This methodology leads to an error correction model as below where we consider 2 scalar variables  $y_t$  and  $x_t$ :

$$\Delta y_t = \mu \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^s \varphi_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j \Delta x_{t-j} + v_t \quad (1)$$

where

$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$  and similarly for the x's.

$\hat{\varepsilon}_{t-1} = y_{t-1} - \hat{a} - \hat{b}x_{t-1}$  : the long-run relationship

in this regression,  $y_t$  and  $x_t$  are I(1), and  $\varepsilon_t$ , the residuals, is I(0).

$\mu$  is the recall force and must be negative to validate the model.

$v_t$  is a white noise.

$\varphi_i$  and  $\omega_j$  are the short-term relationship coefficients that are unknown and have to be estimated.

The basic UK electricity market model is estimated with  $s = 0$  and  $q = 0$ .

If we want to write the error correction model equation that links electricity price to commodity prices, we use the following model derived from equation (1):

$$\Delta Elec_{year\ n}(t) = \sum_i \omega_i \Delta Commodity_i(t) + \mu \left[ Elec_{year\ n}(t-1) - \sum_i \beta_i Commodity_i(t-1) \right] + v_t \quad (2)$$

where:

“*Elec*” is the electricity forward price in base for *year n*, “*Commodity*” the different commodities forward prices and  $v_t$  is a Gaussian white noise.

The relationship between electricity forward prices and gas, coal and CO2 future prices we established is:

$$\Delta Elec_t = 1.46\Delta Gas_t + 0.11\Delta Coal_t + 0.39\Delta CO2_t - 0.06[Elec_{t-1} - 1.99Gas_{t-1} - 0.15Coal_{t-1} - 0.51CO2_{t-1}] \quad (3)$$

The recall force (-0.06) is negative and white noise tests processed on the residual signal allow us to say with a good confidence level that the residual signal model is close to a white noise (p-value=0.1) . Total R-square of the model is 70% .

Because we applied conventional cointegration analysis, the main limitation of our study is to consider that cointegration vectors are time invariant which means that the long-term relationship is assumed to be unchanged. So, the main possible way of improvement of this model would be to relax the constant parameters hypothesis by considering the consequences of the variation of the relation between electricity prices and fuel prices over time (which can be caused by merit-order switching for example). A Kalman filter or heteroskedastic models should be applied to modelize this regression parameters dynamics. We also plan to use Partial Least Squares (PLS) regression in order to better choose the different regressors at different times of the analysed period.

Eventually, one possible application of our work should be the adaptation of the model to the French and German electricity markets.

Mots clés : Econométrie, Statistique mathématique

## Bibliographie

- [1] Engle, R.F., Granger, C.W.J., (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing, *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- [2] Granger, C.W.J., (1986). Developments in the study of cointegrated economic, variables. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 213-228.
- [3] Granger, C.W.J., Newbold, P., (1974). Spurious regressions in econometrics, *Journal of Econometrics*, 2 (2), 111-120.
- [4] Gregory, A.W., Hansen, B.E., (1996). Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts, *Journal of Econometrics*, 70, 99-126.
- [5] Johansen, S., (1988). Statistical analysis of cointegrating vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- [6] Mohammadi, H., (2009). Electricity prices and fuel costs: Long-run relations and short-run dynamics, *Energy Economics*, 31, 503-509.
- [7] Phillips, P.C.B., (1986). Understanding spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics*, 33, 311-340.