

# Routage optique dans les réseaux WDM multifibres avec conversion partielle

David Coudert et Hervé Rivano\*

Projet MASCOTTE, CNRS, I3S & INRIA Sophia Antipolis. {David.Coudert, Herve.Rivano}@sophia.inria.fr

\*France Télécom Recherche & Développement Sophia Antipolis.

Ce travail a été partiellement financé par les projets européens RTN ARACNE et FET CRESCCO.

---

Nous considérons le problème du routage optique d'un ensemble donné de requêtes de communications dans un réseau WDM multifibres avec conversion partielle. Étant donné un tel réseau disposant de  $w$  longueurs d'onde par fibre,  $k$  fibres par lien et  $c$  conversions possibles par nœud du réseau, le problème revient à décider s'il est possible de trouver un chemin  $w$ -coloré pour chaque requête, de sorte qu'au plus  $k$  chemins utilisent une même longueur d'onde sur un même lien du réseau et qu'aucun nœud n'opère plus de  $c$  conversions. Notre résultat principal réside dans l'écriture de ce problème sous la forme d'une instance particulière de multiflot entier, intégrant dans un même modèle le routage et l'affectation de longueurs d'onde. Nous fournissons ensuite trois heuristiques basées sur l'arrondi aléatoire de multiflots fractionnaires, qui sont trois réponses différentes au compromis efficacité/précision des approximations. Nous les validons en comparant leur performances sur des instances théoriques ou issue du monde réel.

---

**Keywords:** Réseaux optiques, WDM, dimensionnement, multiflot, multifibre, conversion, arrondi aléatoire, heuristique.

---

## 1 Introduction

Le multiplexage en longueur d'onde (WDM) est aujourd'hui la technologie la plus adaptée aux réseaux de communication optique, car elle permet une utilisation efficace de la bande passante offerte. Dans un réseau WDM, des faisceaux lasers de longueurs d'onde différentes sont utilisés pour établir des canaux de communications fixes et à hauts débits entre des paires de nœuds du réseau. La contrainte principale imposée par la technologie WDM est que deux canaux optiques de même longueur d'onde ne peuvent pas emprunter une même fibre.

Cette contrainte corréle le routage et l'affectation de longueurs d'onde. De plus, l'utilisation de chaque fibre en terme de longueurs d'onde peut se trouver fortement réduite. Deux techniques offrant plus de flexibilité dans l'utilisation des longueurs d'onde sont déployées pour une meilleure efficacité du réseau.

La première consiste à interconnecter physiquement les nœuds du réseau par plusieurs fibres. Cette stratégie est motivée par le coût fixe des travaux (tranchées, ...) qu'il faut réaliser pour installer un faisceau de fibres optiques, très largement supérieur au coût réel de la fibre optique. Cet argument économique amène les opérateurs à préférer installer ces réseaux dits *multifibres*.

La seconde technique augmente la complexité des brasseurs placés aux nœuds du réseau en leur ajoutant des *convertisseurs en longueurs d'onde*. Ces équipements permettent de changer la longueur d'onde d'un faisceau optique par des techniques optiques ou opto-électroniques. La conversion en longueurs d'onde dans les réseaux WDM a été largement étudiée et sous différents modèles. Il a été montré qu'elle améliore sensiblement l'utilisation de la bande passante en permettant une meilleure affectation des longueurs d'onde [9, 12, 1, 11]. Toutefois, les technologies mises en oeuvre sont très coûteuses et il n'est pas réaliste de supposer que tous les nœuds du réseau permettent une conversion totale (conversion possible de tous les faisceaux incidents au nœud).

Dès lors deux approches se distinguent dans la littérature : la conversion éparse et la conversion partielle. Dans un réseau avec conversion éparse une partie des nœuds est équipée pour opérer une conversion to-

table [12] ; à l'inverse dans un réseau avec conversion partielle, tous les nœuds du réseaux sont équipés de convertisseurs permettant un petit nombre de conversions [1, 11].

Ce travail s'intéresse à l'optimisation du dimensionnement de réseaux WDM multifibres avec conversion partielle (MONT). Ce problème d'optimisation étant multi-critères, nous le traitons par l'intermédiaire du problème de décision associé, le problème du routage optique (LAP), défini en section 2. La section 3 exprime le LAP sous la forme d'un multiftb entier. Nous montrons que le programme linéaire en nombres entiers (ILP) obtenu est plus efficace d'au moins un ordre de grandeur que celui proposé dans des travaux récents pour un problème moins général [4] Puis nous proposons en section 4 trois algorithmes heuristiques basés sur l'arrondi aléatoire de solutions à la relaxation linéaire du multiftb. Ces heuristiques sont trois réponses différentes au compromis efficacité/précision des approximations. Enfin nous validons ces heuristiques dans la section 5 en les comparant aux résultats exacts de l'ILP sur deux instances théoriques et une issue du monde réel.

## 2 Routage optique multifibre avec conversion

Dans les réseaux WDM, les connexions se font par des faisceaux lasers utilisant une longueur d'onde disponible. Lorsqu'un faisceau laser est incident à un nœud du réseau, le brasseur placé en ce nœud peut le faire se propager sur une autre fibre prédéterminée sans changer sa longueur d'onde grâce à une technologie optique passive. Le brasseur peut également « convertir » le faisceau laser par un moyen optique ou opto-électronique [13] avant de le rediriger sur la fibre appropriée.

L'ensemble des faisceaux composant une connexion est appelé *chemin optique* et *chemin optique w-coloré* si il utilise au plus  $w$  longueurs d'onde.

### Définition 1 (Chemin optique w-coloré)

Soient un réseau  $G = (V, E)$ , le nombre  $w$  de longueurs d'onde par fibre et deux nœuds  $u$  et  $v$  de  $G$ .

Un chemin optique  $w$ -coloré de  $u$  à  $v$  dans  $G$  est une séquence  $P$  de  $c_P + 1$  couples  $(p_i, w_i)_{i \leq c_P}$  tels que :  $p_0$  est un chemin sur  $G$ ,  $p_0$  commence en  $u$ ,  $p_{c_P}$  termine en  $v$ , et  $\forall i \in [1 \dots c_P]$ ,  $p_i$  commence là où  $p_{i-1}$  s'arrête ;  $w_i$  est la longueur d'onde du faisceau laser correspondant à  $p_i$ .

On dit que  $P$  est « converti en longueur d'onde » (ou converti) à chaque nœud où termine un  $p_i$ ,  $i < c_P$ . Aussi,  $c_P$  est le nombre de conversions effectuées sur  $P$ .

Le problème du routage optique (LAP) peut se définir comme suit : étant donné un réseau, une instance de requêtes de communications, et un ensemble de ressources (fibres, longueurs d'onde, convertisseurs), trouver un chemin optique  $w$ -coloré pour chaque requête sous la contrainte que deux chemins ne peuvent pas utiliser la même longueur d'onde sur la même fibre.

L'écriture du problème de décision associé dépend de la façon dont les ressources sont comptées.

### Définition 2 (Problème du routage optique)

**Entrées :** Un réseau  $G = (V, E)$ , une instance  $I$  de requêtes sur  $G$ , le nombre  $w$  de longueurs d'onde, une fonction  $k : E \rightarrow \mathbb{N}^*$  donnant le nombre de fibres, et soit (a) une fonction  $c : V \rightarrow \mathbb{N}$  donnant le nombre de conversions disponibles à chaque nœud de  $G$ , soit (b)  $c_{max}$ , le nombre maximal de conversions autorisées dans  $G$ .

**Question :** Existe-t-il pour chaque requête  $(x, y) \in I$  un chemin optique  $w$ -coloré de  $x$  à  $y$  tel que :

1. au plus  $k(e)$  chemins optiques utilisent la même longueur d'onde sur un lien  $e \in E$  :
$$\forall i, \forall e, |\{P \ni (e, i)\}| \leq k(e);$$
2. (a) pour tout nœud  $u \in V$ , le nombre de conversions effectuées en  $u$  est au plus  $c(u)$  ;  
ou (b) le nombre total de conversions ( $\sum_P c_P$ ) est au plus  $c_{max}$  ?

Le LAP a été longuement étudié pour les réseaux monofibres ( $\forall e, k(e) = 1$ ) avec ou sans conversion [9, 12, 11, 4], mais pas dans le cas des réseaux multifibres où seul le problème de l'affectation de longueurs d'onde a été abordé [7, 6, 3, 10].

**Remarque 2.1** Dans le cas (a) de la définition 2, un chemin  $w$ -coloré peut suivre un chemin non-simple dans le réseau, même dans le cas où tous les  $p_i$  sont simples, et faire partie d'une solution optimale du LAP. Dans l'exemple ci-contre (Fig. 1) que nous avons résolu avec l'ILP décrit plus loin, lorsqu'une conversion par sommet est autorisée une des trois connexions de F à C emprunte un chemin non-simple. La boucle entre D et G permet d'«aller chercher» la conversion disponible en G.

Ceci est évidemment absurde dans un réseau sans conversion ou lorsque l'on cherche à minimiser le nombre total de conversions dans le réseau (cas (b) de la définition 2).

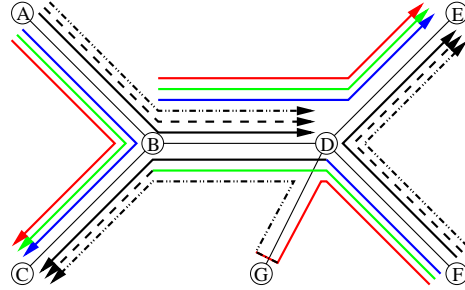


FIG. 1: Chemin non-simple de F à C dans un réseau à 1 fibre, 6 couleurs et au plus 1 conversion par sommet.

### 3 Routage optique et flot

Comme la plupart des problèmes de communications, le LAP peut s'écrire de multiples façons comme un programme linéaire en nombres entiers. Toutefois, la plupart de ces écritures ne permettent pas de bonnes relaxations et ne sont utiles que grâce à l'existence de solveurs efficaces. Le LAP aurait pu être un cas de plus sans une meilleure compréhension de la nature même du problème.

Dans la suite, nous montrons que le LAP est un problème de multiflot dans un graphe auxiliaire. Nous nous inspirons de l'étude du routage d'instances *multicast*<sup>†</sup> dans les réseaux WDM monofibres sans conversion [2]. Récemment, une approche très similaire a été appliquée à des instances générales [4].

Nous commençons par généraliser le traitement des instances multicast aux MONT où le LAP est un simple flot. Nous étendons ensuite cette idée aux instances générales où le problème s'écrit comme un multiflot. Nous montrons aussi que ce multiflot est au moins linéairement plus efficace que celui proposé dans [4] pour un problème moins général.

#### 3.1 Multicast et requêtes généralisées

L'entité de base d'une instance de communications est la requête entre deux nœuds à laquelle l'on affecte un chemin optique. Il peut donc y avoir un nombre quadratique de requêtes différentes dans un réseau, une par couple de sommets. Il est toutefois possible d'agréger ces requêtes afin de manipuler une instance formée d'entités de plus hauts niveaux.

En effet, une instance  $I$  peut être considérée à une granularité moins fine comme l'ensemble des multicasts  $M_s = \{(s, y) | (s, y) \in I\}$  regroupant toutes les requêtes provenant de la source  $s$ .

Nous montrons dans la suite que le LAP peut se résoudre comme un flot dans un graphe auxiliaire lorsque l'instance est un multicast.

#### 3.2 Multicast et flot

Notre formulation du LAP comme un problème de flot repose sur les trois idées suivantes :

1. La capacité utilisée par  $n$  unités de flots depuis un nœud  $s$  vers un nœud  $t$  dans un réseau de flot, peut être décomposée en  $n$  chemins simples de capacités 1, allant de  $s$  à  $t$ .
2. Dans un réseau WDM, la charge sur un lien  $e$  (i.e. : le nombre de chemins passant par  $e$ ) d'un ensemble de chemins pouvant utiliser la même longueur d'onde est au plus  $k(e)$ , le nombre de fibres sur ce lien.
3. Un ensemble de chemins obtenus en décomposant un flot utilise sur l'arc  $e$  une charge égale à la quantité de flot sur  $e$ .

Étant donné un réseau  $G$ , une instance de multicast  $M$  enracinée en  $s$  et les ressources du réseau ( $w$ ,  $k(e)$  et  $c(e)$ ), nous construisons un réseau de flot tel qu'il y ait un flot de  $|M|$  unités entre la source et le puits si et seulement si il existe un chemin optique entre  $s$  et chacune de ses destinations.

<sup>†</sup> Comme nous cherchons à établir un chemin depuis une source vers chaque destinataire, il serait plus précis de parler de *multi-unicast*.

La figure 2(b) décrit le réseau de flot permettant de résoudre le LAP pour le réseau et l'instance de multicast de la figure 2(a) avec 3 longueurs d'onde. Par souci de lisibilité, un seul « motif de conversion » a été représenté. Il y en a un par nœud.

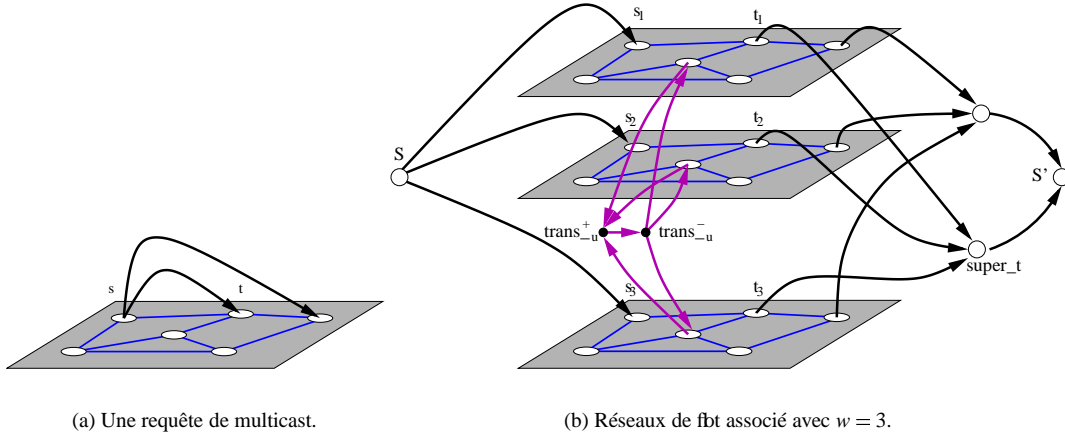


FIG. 2: Requête de multicast et réseau de flot associé pour  $w = 3$ .

Les idées 2) et 3) nous amènent à considérer un réseau de flot  $\mathcal{N}$  avec  $w$  copies de  $G$  et capacité  $k(e)$  sur chaque copie de l'arc  $e$ . Un faisceau de longueur d'onde  $i$  dans  $G$  se modélise par une unité de flot dans la  $i^e$  copie de  $G$  dans  $\mathcal{N}$ . Un ensemble de faisceaux utilisant  $w$  longueurs d'onde et  $k(e)$  fibres sur chaque lien  $e$  peut donc se modéliser par un ensemble d'unités de flots respectant les capacités de  $\mathcal{N}$ .

Afin de gérer les chemins optiques  $w$ -colorés, nous ajoutons un motif de conversion à tout nœud  $u$  de  $G$ . Ce motif est composé de 2 nœuds,  $trans_u^+$  et  $trans_u^-$ , reliés par un arc de capacité  $c(u)$ , et  $2w$  arcs sans capacité, 1 de chaque  $u_i$  vers  $trans_u^+$  et 1 de  $trans_u^-$  vers chaque  $u_i$ .

Lorsqu'un chemin optique est converti de la longueur d'onde  $w_1$  à  $w_2$  au nœud  $u$ , nous ajoutons à sa modélisation une unité de flot de  $u_{w_1}$  vers  $u_{w_2}$  via  $trans_u^+$  et  $trans_u^-$ . Dès lors, si un ensemble de chemins optiques utilise moins de  $c(u)$  conversions par nœud, alors il est modélisé par un ensemble d'unités de flots qui respecte les capacités de  $\mathcal{N}$ .

Afin de trouver les chemins optiques entre les nœuds  $s$  et  $t$  dans  $G$ , nous ajoutons un nœud  $S$ , un arc de  $S$  vers chaque  $s_i$ , un nœud  $super\_t$ , et un arc de chaque  $t_i$  vers  $super\_t$ . À chaque chemin optique de  $s$  vers  $t$  nous pouvons associer une unité de flot de  $S$  vers  $super\_t$ . La réciproque est due à l'idée 1). D'où le lemme suivant :

**Lemme 1** Transmettre  $d$  unités de flots de  $S$  à  $super\_t$  dans  $\mathcal{N}$  est équivalent à trouver  $d$  chemins optiques  $w$ -colorés de  $s$  à  $t$  dans  $G$ .

Étant donné une instance de multicast enracinée en  $s$ ,  $\mathcal{N}$  est le réseau de flot où il y a un nœud  $super\_t$  pour chaque  $t \in M$  comme préalablement décrit, et un nœud  $S'$  relié à chaque nœud  $super\_t$  par un arc de capacité  $d(t)$ , le nombre de chemins optiques à établir de  $s$  à  $t$ .

**Théorème 2** Étant donné un réseau  $G$ , une instance de multicast  $M$  enracinée en  $s$  et les ressources du réseau ( $w$ ,  $k(e)$  et  $c(e)$ ), résoudre le LAP est équivalent à trouver un flot de taille  $\sum_M d(t)$  depuis  $S$  vers  $S'$  dans le réseau auxiliaire  $\mathcal{N}$ .

**Preuve :** Immédiat des chemins optiques vers le flot.

Les chemins optiques sont du au fait que les seuls liens atteignant  $S'$  proviennent de  $super\_t$  avec capacité  $d(t)$ ,  $t \in M$ . En conséquence, s'il y a un flot de valeur  $\sum_M d(t)$  de  $S$  vers  $S'$ , alors exactement  $d(t)$  unités de flots traversent le lien de  $super\_t$  à  $S'$ . Donc, pour chaque  $t \in M$ , il y a  $d(t)$  unités de flots de  $S$  à  $super\_t$ . Le lemme 1 permet de conclure.  $\square$

Après quelques simplifications mineures, nous pouvons écrire le LAP comme l'ILP suivant :

### Programme linéaire 1

#### Lois de Kirchoff :

$$\forall u \in V \setminus V_s, \forall \omega < w, \sum_{\Gamma^+(u)} f_\omega(e) + C_\omega^+(u) - \sum_{\Gamma^-(u)} f_\omega(e) - C_\omega^-(u) = 0$$

$$\forall u \in M_s, \forall \omega < w,$$

$$\sum_{\Gamma^+(u)} f_\omega(e) + Out_\omega(u) - \sum_{\Gamma^-(u)} f_\omega(e) = 0$$

$$\sum_{\Gamma^+(s)} f_\omega(e) - \sum_{\Gamma^-(s)} f_\omega(s) - In_\omega = 0$$

$$\forall u \in V \setminus V_s,$$

$$\sum_{\omega < w} C_\omega^+(u) - \sum_{\omega < w} C_\omega^-(u) = 0$$

$$\forall u \in M_s, \sum_{\omega < w} Out_\omega(u) - d(u) = 0$$

$$\sum_{\omega < w} In_\omega - \sum_{u \in M_s} d(u) = 0$$

#### Contraintes de capacités :

$$\forall e \in E, \forall \omega < w, f_\omega(e) \leq k(e)$$

$$\forall u \in V \setminus V_s, \sum_{\omega < w} C_\omega^+(u) \leq c(u)$$

### 3.3 Cas général et multiflot

Nous nous intéressons maintenant aux instances générales  $I = \bigcup_{s \in E} M_s$ . Pour cela, nous étendons le réseau précédent,  $\mathcal{N}$ , en ajoutant un ensemble de sommets  $S$ ,  $super\_t$ ,  $S'$  pour chaque multicast  $M_s$ . Le LAP est alors équivalent à trouver un flot entier de valeur  $\sum_{t \in M_s} d(s, t)$  entre  $S$  et  $S'$  pour chaque  $s \in E$ . La figure 3 donne l'allure général de  $\mathcal{N}$ .

L'ILP résultant s'écrit en  $O(|V| \cdot (|E| + |V|) \cdot w)$  variables et  $O(|V|^2 \cdot w)$  contraintes. C'est inférieur de  $O(|V|)$  aux  $O(|V|^2 \cdot |E| \cdot w)$  et  $(|V|^3 \cdot w)$  de l'ILP présenté dans [4]. Celui-ci ne prend pourtant en compte ni le multiflot ni la conversion.

Cette réduction notable de la taille du programme a des conséquences fortes sur la calculabilité de l'ILP comme de nos algorithmes d'approximations basés sur l'arrondi aléatoire de la relaxation linéaire de l'ILP. Cela nous permet de manipuler des réseaux et des instances plus importants.

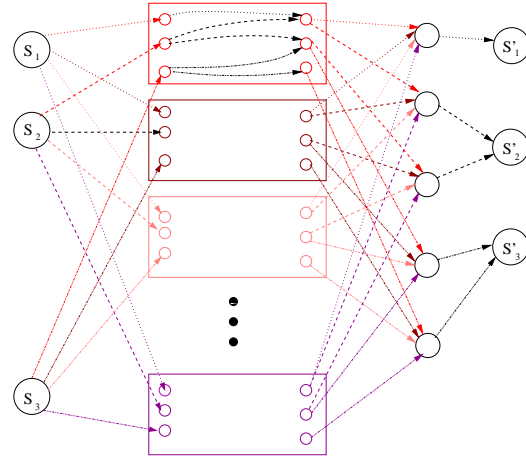


FIG. 3: Graphe auxiliaire d'une instance générale.

## 4 Approximation

Les problèmes de multiflots sont en général  $\mathcal{NP}$ -difficiles. Toutefois des travaux théoriques d'approximations ont donné de bons résultats.

Il a été prouvé que l'arrondi aléatoire d'un multiflot amène à un bon ratio d'approximation théorique, bien que cet algorithme soit simple et clairement non-optimal [8]. Cet algorithme commence par résoudre la relaxation linéaire pour obtenir un *flot fractionnaire*. Une version fractionnaire des idées de la section 3.2 dit qu'un flot fractionnaire de valeur  $n$  de  $s$  à  $t$  peut se décomposer en un ensemble de chemins pondérés par des réels positifs et dont la somme des poids vaut  $n$ . L'arrondi aléatoire consiste alors à choisir aléatoirement l'un de ces chemins avec probabilité son poids divisé par  $n$ . Une analyse simple montre que la capacité entière obtenue après l'arrondi aléatoire de l'ensemble du multiflot, est une *somme de Bernoulli* dont l'espérance est la capacité fractionnaire. Le *théorème de Chernoff* prouve alors que l'écart entre la solution arrondie et la solution fractionnaire est faible avec grande probabilité.

L'inconvénient de cet algorithme est que le nombre de chemins peut être exponentiel. Il peut cependant être prouvé que la connaissance explicite de ces chemins n'est pas nécessaire. Les unités de flot fractionnaire décrivent dans le réseau un *graphe orienté acyclique* (DAG) que l'on peut extraire en temps polynomial. Une marche aléatoire dans ce DAG donne un des chemins qui pourrait être sélectionné par l'arrondi aléatoire.

Si la probabilité de suivre un arc du DAG est proportionnelle à son poids, alors le chemin est choisi avec la même probabilité que lors de l'arrondi aléatoire.

Nous avons implanté cet algorithme d'approximation. Il a la propriété agréable de s'exécuter très rapidement. En effet, il doit résoudre la relaxation linéaire puis faire  $\sum_s \sum_{M_s} d(s, t)$  marches aléatoires de longueur au plus  $O(|V|.w)$ . Notons que le temps de calcul des marches aléatoires est négligeable par rapport au temps de résolution du programme linéaire, et ceci pour tout réseau et toute instance, même en utilisant l'un des meilleurs solveurs, CPLEX.

Bien que cet algorithme d'approximation soit très efficace, il est évident qu'il est sous-optimal. En effet, les choix des chemins se font indépendamment les uns des autres. Ainsi lorsqu'on arrondi un chemin on ne prête pas attention à la capacité restante sur les liens.

Notre idée est donc de prendre en compte les choix précédents dans la sélection d'un nouveau chemin. Ceci permettra de plus d'éviter les dépassement de charge pour des liens déjà fortement chargés. La première technique que nous avons implantée (HEUR1) est à l'opposé de l'arrondi aléatoire dans le compromis entre efficacité et précision. HEUR1 consiste à modifier les fonctions  $c$  et  $k$  de capacité après le choix dans la solution fractionnaire d'un chemin optique de poids non-entier, puis à recalculer la relaxation linéaire du nouveau multift obtenu après avoir retiré la requête servie.

Naturellement, l'écart entre une solution optimale et la solution générée par HEUR1 est plus faible qu'avec l'arrondi aléatoire. Toutefois, cette amélioration a deux inconvénients. Le premier est que nous ne savons pas comment analyser avec précision le facteur d'approximation. Le second concerne le temps de calcul : cette heuristique peut être amenée à résoudre un grand nombre de programmes linéaires.

Nous avons donc également implanté une heuristique intermédiaire, HEUR2, qui arrondi aléatoirement une unité de fbt de chaque multicast avant de résoudre un nouveau programme linéaire. Cette heuristique est plus rapide que HEUR1, mais sûrement moins précise.

Dans la suite, nous validons nos algorithmes sur deux exemples théoriques et un plus important, issus du monde réel.

## 5 Résultats de simulations et discussions

### 5.1 Nos instances

Nos simulations ont été effectuées sur deux réseaux : un anneau à 10 sommets et un réseau pan-américain reliant 65 villes par 75 liens bidirectionnels. Deux instances de communications sur l'anneau ont été générées aléatoirement comme suit : il existe une requête du nœud  $u$  vers le nœud  $v$  avec probabilité  $4/5$  et chaque requête demande de 1 à 10 longueurs d'onde avec probabilité uniforme. La première instance ( $I_1$ ) représente 376 chemins optiques et la seconde ( $I_2$ ) 316. L'instance de communication sur le réseau pan-américain est une instance du monde réel représentant 1305 chemins optiques.

Les calculs ont été effectués sur un PIII 933MHz avec 512Mo de RAM. Les ILP ont été résolus par CPLEX.

### 5.2 Résultats obtenus et discussion

Les résultats de nos simulations sur l'anneau et le réseau pan-américain sont représentés sur les figures 4, 5 et 6.

Remarquons tout d'abord que nous n'avons trouvé aucune situation nécessitant des convertisseurs sur le réseau pan-américain. Ceci est dû à la « simplicité » des instances du monde réel, que nous avons déjà observée dans des travaux précédents [3]. Nous avons seulement eu besoin de convertisseurs avec HEUR1 sur l'anneau avec  $I_2$ , 1 fibre et 56 longueurs d'onde. Dans ce cas, HEUR1 n'a pas su répondre au problème de décision sans ajouter 2 longueurs d'onde ou un convertisseur par nœud.

En conséquence nous reportons sur la figure 4 les résultats de nos simulations avec  $I_1$ , sans conversion. La courbe de droite représente le nombre minimum de fibres nécessaires à la résolution du LAP en fonction du nombre de longueurs d'onde.

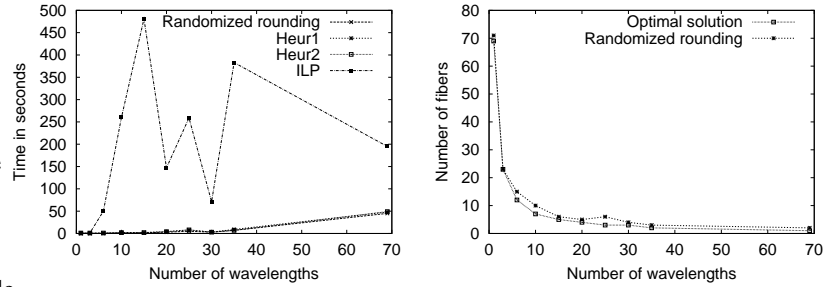


FIG. 4: Anneau à 10 sommets avec  $I_1$

Celle de gauche, les temps mis par CPLEX et nos heuristiques pour résoudre le LAP dans chacun de ces cas. Sans aucune surprise, nos heuristiques ont été bien plus rapides que CPLEX.

Par contre la dépendance quasi-chaotique du temps de résolution de l'ILP au nombre de longueurs d'onde que l'on peut l'observer dans la figure 4 était inattendue. La taille de l'ILP augmente linéairement avec le nombre de longueurs d'onde. Nous nous attendions donc à ce que le temps de résolution de l'ILP croisse également avec le nombre de longueurs d'onde, comme nous l'observons sur la figure 6 pour le réseau pan-américain. Nous observons également ce comportement curieux avec  $I_2$ . Le rapport du temps de résolution de l'ILP pour CPLEX et du LAP pour HEUR2 est reporté sur la figure 5. Le nombre de longueurs d'onde et le nombre de fibres varient dans (4, 14).

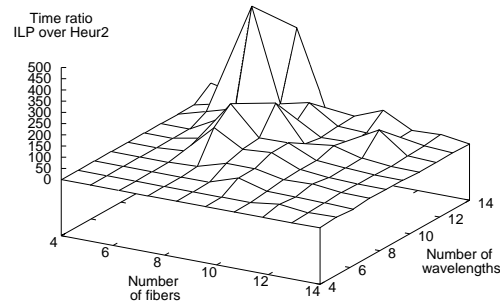


FIG. 5: Anneau à 10 sommets avec  $I_2$

Nous pensons que ce phénomène est dû à la structure particulière de l'anneau, notamment sa symétrie. Notre formulation est aussi peut être trop générale pour ce type de réseau où il n'y a pas vraiment de routage mais un choix binaire du sens de rotation.

Néanmoins, nos heuristiques fournissent généralement une solution optimale et l'arrondi aléatoire admet un écart d'au plus 3 fibres par liens. Dans le cas de l'anneau monofibre sans conversion, nos résultats correspondent bien à l'analyse théorique du problème similaire de la *coloration des graphes arcs-circulaires* faite dans [5].

Les résultats obtenus sur le réseau pan-américain, reportés sur la figure 6, étaient plus attendus. Nos heuristiques sont exponentiellement plus efficaces que CPLEX sur l'ILP et nous autorisent à manipuler des réseaux plus gros avec de plus grandes instances. Par exemple, CPLEX

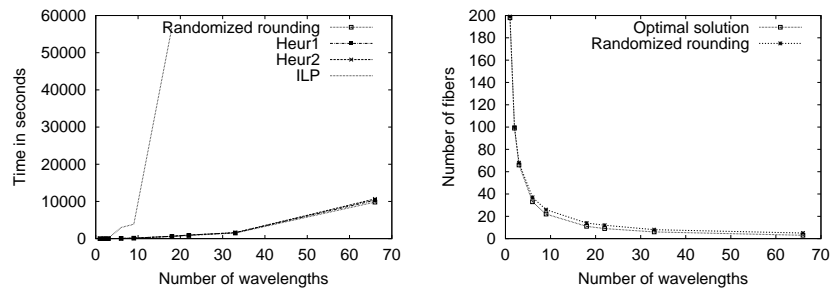


FIG. 6: Résultats pour le réseau pan-américain

n'a pas pu résoudre l'ILP avec plus de 22 longueurs d'onde, alors que nos heuristiques ont pu atteindre 66. Remarquons que ces limites sont autant dues à l'énorme temps de calcul qu'à de trop importants besoins en mémoire de CPLEX, que ce soit pour l'ILP ou pour les relaxations linéaires.

Nous pensons pouvoir aller bien plus loin avec la formulation *arc-chemin* de la relaxation fractionnaire du multifibre, ainsi qu'avec des techniques efficaces de recherche opérationnelle telle que la génération de colonnes.

## Remerciements

Nous tenons à remercier Afonso Ferreira et Stéphane Pérennes pour nos discussions toujours enrichissantes.

## Références

- [1] V. Auletta, I. Caragiannis, L. Gargano, C. Kaklamanis, and P. Persiano. Sparse and limited wavelength conversion in all-optical tree networks. *Theoretical Computer Science*, 266(1-2) :887–934, 2001.
- [2] B. Beauquier, P. Hell, and S. Pérennes. Optimal wavelength-routed multicasting. *DAMATH : Discrete Applied Mathematics and Combinatorial Operations Research and Computer Science*, 84, 1998.
- [3] A. Ferreira, S. Pérennes, A. Richa, H. Rivano, and N. Stier. On the design of multi fiber wdm networks, August 2001. INRIA research report 4244.
- [4] R. Krishnaswamy and K. N. Sivarajan. Algorithms for Routing and Wavelength Assignment Based on Solutions of LP-Relaxations. In *IEEE Communications Letters*, volume 5, pages 435–437. IEEE, October 2001.
- [5] V. Kumar. Approximating arc circular colouring and bandwidth allocation in all-optical ring networks. In *First International Workshop on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization Problems (APPROX'98)*, 1998.
- [6] G. Li and R. Simha. On the Wavelength Assignment Problem in Multi fiber WDM Star and Ring Networks. *IEEE Infocom*, 3 :1771–1780, 2000.
- [7] L. Margara and J. Simon. Wavelength assignment problem on all-optical networks with k fibers per link. In *ICALP'00*, pages 768–779, 2000.
- [8] R. Motwani and P. Raghavan. *Randomized Algorithms*. Press Syndicate of the University of Cambridge, 1995.
- [9] B. Ramamurthy and B. Mukherjee. Wavelength conversion in WDM networking. *IEEE Journal on Selected Areas of Communication*, 16(9) :1061–1073, September 1998.
- [10] H. Rivano. Planification de réseaux optiques wdm k-fibers. In *AlgoTel'01 - 3<sup>mes</sup> Rencontres Françaises sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications*, pages 41–46, Saint Jean de Luz, France, mai 2001. INRIA.
- [11] V. Sharma and E. Varvarigos. An analysis of limited wavelength translation in regular all-optical WDM networks. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology*, 18(12) :1606–1619, December 2000.
- [12] S. Subramaniam, M. Azizoglu, and A. Somani. On optimal converter placement in wavelength-routed networks. *ACM/IEEE Transactions on Networking*, 7(5) :754–766, 1999.
- [13] J. Yu, X. Zheng, C. Peucheret, A. T. Clausen, H. N. Poulsen, and P. Jeppesen. 40-Gbit/s all-optical wavelength conversion based on a nonlinear optical loop mirror. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology*, 18(7) :1001–1006, July 2000.