Transformation non linéaire des distances Une solution au problème des violations d'inégalités triangulaires dans les systèmes de coordonnées ?

François Cantin, Guy Leduc, Bamba Gueye

▶ **To cite this version:**

François Cantin, Guy Leduc, Bamba Gueye. Transformation non linéaire des distances Une solution au problème des violations d'inégalités triangulaires dans les systèmes de coordonnées ?. CFIP'2009, Oct 2009, Strasbourg, France. 12p. inria-00417795

HAL Id: inria-00417795
https://inria.hal.science/inria-00417795

Submitted on 16 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Transformation non linéaire des distances

Une solution au problème des violations d'inégalités triangulaires dans les systèmes de coordonnées ?

François Cantin - Guy Leduc - Bamba Gueye

Université de Liège
Research Unit in Networking
Institut Montefiore (B 28), B-4000, Liège, Belgique
{francois.cantin, guy.leduc, cabgueye}@ulg.ac.be

RÉSUMÉ. *Les systèmes de coordonnées sont des systèmes distribués ayant pour but d'associer des coordonnées à chaque nœud dans un espace métrique à partir de mesures de distance (par exemple RTT) entre certaines paires de nœuds. Il est bien connu que de tels systèmes ne fonctionnent pas correctement lorsque les distances mesurées ne respectent pas les inégalités triangulaires. Pour contourner ce problème, il a été proposé [WAN 08] d'appliquer une transformation non linéaire aux distances mesurées de façon à éliminer les violations de l'inégalité triangulaire. Une telle approche permet potentiellement d'obtenir une matrice de distances estimées restituant les inégalités triangulaires par transformée inverse. Les perspectives sont intéressantes, mais cet article montre que les résultats obtenus ne sont pas aussi bons qu'espérés. A l'aide de simulations, nous avons observé que l'utilisation de transformations non linéaires simples permettait d'améliorer de façon significative la précision des estimations obtenues à l'aide d'un système de coordonnées comme Vivaldi. Toutefois, contrairement à ce que [WAN 08] laisse supposer, une telle approche permettra difficilement d'obtenir une matrice de distances estimées restituant exactement les violations de l'inégalité triangulaire présentes dans la matrice de distances mesurées entre les noeuds.*

ABSTRACT. *Network coordinate systems embed delay measurements (e.g. RTT) between Internet nodes into some metric space. It is well known that triangle inequality violations by the measured delays are a source of inaccuracy for coordinate systems. A solution to this problem has been proposed in [WAN 08]. The idea is to apply a non linear transformation to the measured delays in order to obtain delays which respect the triangle inequality. With this approach we can expect to obtain an estimated delay matrix that contains the triangule inequalities of the measured matrix. Such result is really interesting but we will show in this paper that the results are not as good as hoped. By using simulations, we have observed that the estimated delay matrices obtained by using non linear transformations of the delays are more accurate than what is usually obtained with a coordinate system. However, despite what [WAN 08] lets hope, it seems really difficult to obtain an estimated delay matrix that contains the same triangle inequality violations than the measured delay matrix.*

MOTS-CLÉS : *Système de coordonnées, Vivaldi, Violation de l'inégalité triangulaire, Transformation non linéaire.*

KEY WORDS: *Internet coordinate system, Vivaldi, Triangle inequality violation, Non linear transformation.*

1. Introduction

Ces dernières années, de plus en plus d'applications Internet utilisant les réseaux de recouvrement (ou overlay) ont été développées [Sky, KUB 00, ROW 01]. La plupart de ces applications se basent sur la notion de proximité dans le réseau, typiquement définie en termes de délais aller-retour (RTT) pour la construction de leur réseau de recouvrement. Cependant, obtenir des mesures de proximité peut s'avérer extrèmement coûteux en consommation de bande passante car il faut régulièrement réaliser des mesures entre chaque paire de nœuds du réseau. C'est pour pallier ce problème que les systèmes de coordonnées Internet [NG 02, SHA 03, COS 04, DAB 04] ont été introduits. Le principe de base de tels systèmes est d'associer des coordonnées dans un espace métrique à chaque nœud du réseau de telle sorte que la distance entre les coordonnées de deux nœuds corresponde au délai existant entre ceux-ci. Le positionnement de chaque nœud dans l'espace métrique est obtenu en réalisant des mesures avec un petit nombre d'autres nœuds. Si une position suffisamment précise peut être établie pour chaque nœud, le surcoût des mesures produit par le positionnement est amorti sur plusieurs prédictions de distances.

Cependant, les politiques de routage, principalement, peuvent entraîner des *violations du principe de l'inégalité triangulaire* (Triangle Inequality Violation - TIV) par les délais [ZHE 05]. Ces violations sont la cause de distorsions et d'erreurs de prédiction pour les systèmes de coordonnées [KAA 08]. Prenons l'exemple de trois nœuds A, B et C tels que $d(A, B)$ est de 36 ms, $d(B, C)$ est de 16 ms et $d(A, C)$ est de 9 ms où $d(X, Y)$ dénote le délai existant entre le nœud X et le nœud Y. Dans ce cas, le principe d'inégalité triangulaire est violé car $d(A, B) > d(A, C) + d(C, B)$. Nous dirons que le triangle ABC est une TIV (Triangle Inequality Violation) et que AB (le plus grand côté) est une base de TIV. Comme le principe de l'inégalité triangulaire doit être respecté dans tout espace métrique, trouver des coordonnées permettant d'obtenir une estimation exacte du délai entre chaque paire de nœuds est impossible. Face à des situations de TIV, les nœuds d'un système de coordonnées auront tendance à alterner entre des sous-estimations et des sur-estimations de la distance réelle, sans jamais parvenir à se positionner dans l'espace métrique de façon parfaite. Exploiter les systèmes de coordonnées pour diverses opérations de prédiction de distances au niveau applicatif nécessite, en revanche, que les coordonnées soient précises et stables.

De nombreuses approches ont déjà été proposées afin de limiter l'impact des TIV et d'améliorer la précision des systèmes de coordonnées. Certains travaux ont envisagé l'exclusion des noeuds qui forment des TIV entre eux [LED 07]. D'autres proposent une gestion particulière de l'ensemble des voisins avec lesquels chaque nœud effectue des mesures pour se positionner dans l'espace [WAN 07]. D'autres préconisent l'utilisation d'une approche hiérarchique du problème [KAA 08, CAN 08b]. Chacune de ces approches a ses avantages et ses inconvénients, mais aucune ne pourrait prétendre à l'obtention d'une estimation parfaite du délai entre chaque paire de nœuds du réseau : même si l'impact des TIV existantes entre les délais est réduit, ces violations sont toujours présentes et une représentation exacte de la situation dans un espace métrique est donc impossible. Pour pouvoir obtenir une estimation exacte du délai entre chaque paire de nœuds d'un réseau, il n'y a que deux solutions : soit travailler dans un espace où l'inégalité triangulaire ne doit pas nécessairement être respectée, soit faire en sorte que les délais entre les nœuds respectent le principe de l'inégalité triangulaire.

Une approche possible pour que les délais mesurés entre les nœuds respectent le principe de l'inégalité triangulaire consiste à appliquer une transformation non linéaire à ces délais [WAN 08] comme, par exemple, une racine carrée. Soient les nœuds A, B et C de l'exemple ci-dessus. En prenant la racine carrée des délais mesurés entre ces nœuds, nous obtenons $d(A,B) = 6$ ms, $d(B,C) = 4$ ms et $d(A,C) = 3$ ms. Contrairement aux délais initiaux, les délais transformés respectent le principe de l'inégalité triangulaire et il est maintenant envisageable qu'un système de coordonnées puisse calculer une position pour chacun de ces nœuds dans un espace métrique de telle sorte que tous les délais (transformés) soient correctement estimés. En appliquant la transformation non linéaire inverse aux délais transformés estimés, il est possible d'obtenir une estimation exacte pour l'ensemble des délais du réseau et d'avoir une matrice de délais estimés restituant les TIV présentes dans la matrice de délais mesurés. Si cette approche fonctionne aussi bien que ce que [WAN 08] laisse entendre, de nombreux travaux tombent en désuétude. Par exemple, l'objectif des travaux présentés dans [CAN 08a] est d'utiliser des heuristiques pour détecter les TIV dans un réseau à partir d'une matrice de délais estimés obtenue à l'aide d'un système de coordonnées. Si le système de coordonnées est en mesure de fournir une matrice de délais estimés restituant exactement les TIV existantes dans la matrice de délais mesurés, ces heuristiques deviennent inutiles : il suffit d'effectuer une recherche dans la matrice estimée pour trouver les TIV.

Dans cet article, nous allons déterminer si la transformation non linéaire des distances est aussi prometteuse que [WAN 08] le laisse supposer. Nous allons tout d'abord observer l'effet de différentes transformations non linéaires de type "racine" sur trois matrices de délais distinctes. Cette étude préliminaire nous montrera que la racine carrée proposée par [WAN 08] n'est généralement pas suffisante pour éliminer toutes les TIV d'une matrice de délais. Dans un deuxième temps, nous analyserons la qualité des estimations qu'il est possible d'obtenir à partir des différentes matrices transformées en simulant l'exécution d'un système de coordonnées sur celles-ci. Grâce à cette analyse, nous constaterons que les transformations non linéaires des distances permettent d'obtenir une amélioration appréciable de la qualité des estimations. La troisième et dernière partie de l'article sera consacrée à l'utilisation des matrices estimées obtenues pour la recherche des TIV dans le réseau. Nous verrons que les résultats d'une simple recherche dans la matrice estimée (retransformée) donne des résultats nettement moins bons que ceux obtenus avec les heuristiques de [CAN 08a].

2. Elimination des TIV à l'aide de transformations non linéaires

2.1. *Utilisation des transformations non linéaires pour éliminer les TIV*

L'idée d'utiliser des transformations non linéaires pour éliminer les TIV formées par les distances entre les nœuds d'un réseau a été présentée dans [WAN 08]. Cette idée repose sur l'observation du fait qu'une transformation non linéaire qui applique une diminution plus forte aux plus grandes valeurs qu'aux plus petites permet d'obtenir une matrice transformée contenant moins de TIV que la matrice initiale. En effet, pour un triplet de nœuds, nous avons une TIV lorsque le plus long délai est supérieur à la somme des deux autres. Si la transformation est suffisamment *forte*, c'est à dire, si la diminution de la valeur du grand côté est suffisamment importante par rapport à la diminution de la valeur des petits côtés, la TIV peut disparaître. Pour une matrice de délais mesurés quelconque, cette approche permet donc d'obtenir une matrice ne contenant plus de TIV (ou, en tout cas, moins de TIV que la matrice mesurée) et depuis laquelle il est possible de retrouver la matrice mesurée.

A partir de cette observation, la solution pour améliorer les résultats obtenus avec les systèmes de coordonnées est simple : au lieu de travailler avec la matrice mesurée, il suffit de demander aux systèmes de coordonnées d'estimer les délais de la matrice transformée. Comme cette dernière ne contient pas ou peu de TIV, la matrice estimée obtenue devrait fournir de très bonnes estimations et une bonne estimation de la matrice mesurée (incluant les TIV) pourrait donc être obtenue en lui appliquant la transformation inverse.

Comme indiqué sur la figure 1, là où nous manipulions deux matrices de délais avec un système de coordonnées traditionnel (la matrice mesurée et la matrice estimée) nous allons travailler avec quatre matrices : la *matrice mesurée*, la *matrice mesurée transformée*, la *matrice estimée transformée* et la *matrice estimée*.

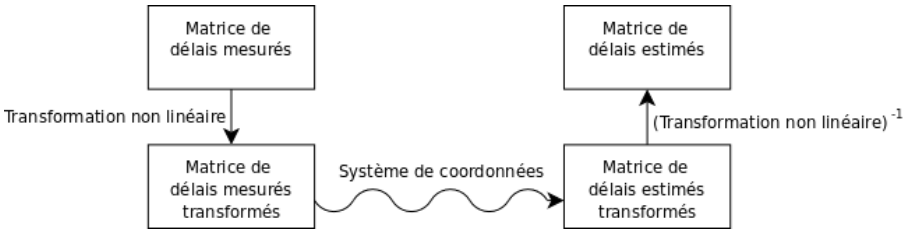


Figure 1. *Utilisation d'une transformation non linéaire avec un système de coordonnées.*

2.2. *Matrices de délais utilisées*

Pour les travaux présentés dans cet article, nous avons utilisé trois matrices de délais. Les deux premières sont les matrices *P2PSim* (1740 nœuds) [P2P] et *Meridian*[1] (2500 nœuds) [WON 05]. Ces deux matrices ont été construites en utilisant la technique de mesure King [GUM 02]. La troisième matrice, que nous appellerons *Planetlab*, est une matrice que nous avons construite en réalisant des *pings* entre 180 nœuds dans le réseau Planetlab [Pla]. Comme dans [WAN 08], nous définissons la proportion de TIV (ou "*TIV ratio*") dans un réseau comme étant le pourcentage de triplets de nœuds du réseau qui violent le principe de l'inégalité triangulaire. La proportion de TIV est de 12,3% pour P2PSim, 23,5% pour Meridian et 8,9% pour Planetlab.

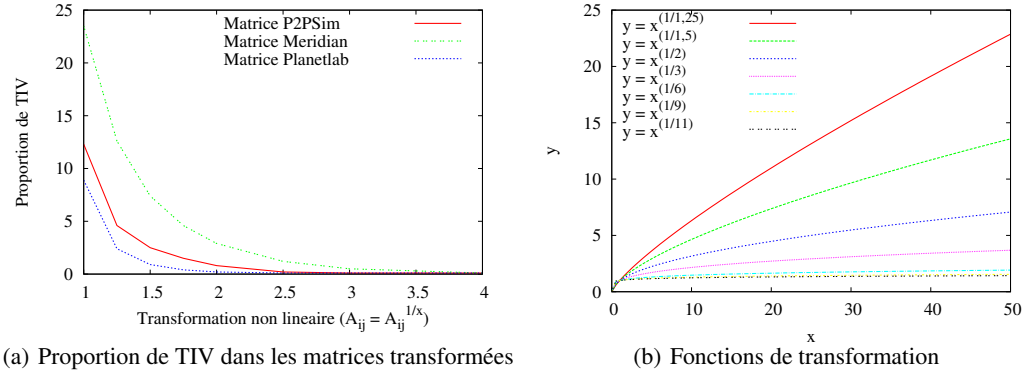
2.3. *Transformations non linéaires appliquées*

L'objectif de cette section est d'observer l'effet de différentes transformations non linéaires sur les trois matrices présentées dans la section précédente. Le choix de la fonction de transformation est important car il faut que celle-ci produise une matrice transformée contenant moins de TIV que la matrice initiale. Dans le cadre de cet article, nous nous limitons à des transformations non linéaires simples de type "racine". Une transformation non linéaire de ce type a plusieurs avantages. Premièrement, elle permet d'éliminer des TIV car la diminution pour les grandes valeurs est beaucoup plus

1. Cette matrice est la matrice Meridian utilisée dans l'article [WAN 08].

forte que celle des petites valeurs. Deuxièmement, elle peut facilement être inversée pour pouvoir retransformer la matrice estimée par la suite. Et troisièmement, il est certain que la transformation n'introduira pas de nouvelle TIV. En effet, comme la fonction de transformation est monotone croissante, le grand côté d'un "triangle" (ensemble de trois nœuds du réseau) restera le grand côté du triangle et comme la diminution appliquée aux grandes valeurs est plus forte que la diminution appliquée aux petites valeurs, la transformation ne peut pas créer de TIV.

L'article [WAN 08] donne des résultats obtenus en utilisant la racine carrée comme transformation non linéaire. Nous pouvons constater sur la figure 2(a) que cette transformation permet de supprimer la majorité des TIV présentes dans les matrices, mais pas la totalité. La proportion de TIV dans la matrice transformée à l'aide d'une racine carrée est de 0,8% pour la matrice P2PSim, 2,9% pour la matrice Meridian et 0,2% pour la matrice Planetlab. Il est possible d'éliminer plus de TIV en appliquant une transformation non linéaire plus forte que la racine carrée. La racine à appliquer pour obtenir une matrice transformée ne contenant aucune TIV diffère d'une matrice à l'autre. La racine la plus faible permettant d'éliminer l'ensemble des TIV est la racine 9ième pour la matrice P2PSim, la racine 11ième pour la matrice Meridian et la racine 6ième pour la matrice Planetlab. Notons que la racine cubique permet d'éliminer la quasi-totalité des TIV dans chaque matrice : la proportion de TIV dans la matrice transformée à l'aide d'une racine cubique est de 0,1% pour la matrice P2PSim, 0,5% pour la matrice Meridian et elle est inférieure à 0,1% pour la matrice Planetlab.



(a) Proportion de TIV dans les matrices transformées (b) Fonctions de transformation

Figure 2. *Les impacts des transformations non linéaires*

En plus de la proportion de TIV, une seconde caractéristique importante pour les matrices transformées pourrait être l'écart entre les valeurs. En effet, en observant la figure 2(b), nous voyons que les courbes correspondant aux transformations les plus fortes ont une pente très faible. Par conséquent, même si ces transformations permettent d'éliminer la totalité des TIV, les distances de la matrice transformée seront très proches les unes des autres. Cela a deux conséquences. Premièrement, même si la matrice transformée ne contient pas ou peu de TIV, le système de coordonnées aura plus de difficultés à représenter la situation dans certains espaces métriques. Par exemple, dans le cas d'un espace euclidien, pour pouvoir représenter la situation d'un réseau constitué de N nœuds équidistants, il faut au minimum un espace euclidien à $N - 1$ dimensions, ce qui est difficilement concevable pour un réseau de plusieurs centaines de nœuds. Le deuxième inconvénient est que la moindre erreur d'estimation de celles-ci peut avoir de lourdes conséquences lors de l'étape de trans-

formation inverse. Or, comme les TIV ne sont pas la seule source d'imprécision pour les systèmes de coordonnées, même une matrice ne contenant aucune TIV ne sera généralement pas parfaitement représentable dans n'importe quel espace.

Dans la suite de cet article, pour nos trois matrices de délais, nous allons observer la qualité des estimations qu'il est possible d'obtenir avec un système de coordonnées appelé Vivaldi [DAB 04] en utilisant la racine carrée, la racine cubique et la racine permettant d'éliminer l'ensemble des TIV de la matrice (la racine 9ième pour P2PSim, la racine 11ième pour Meridian et la racine 6ième pour Planetlab). Nous observerons également les résultats obtenus avec deux transformations moins fortes que la racine carrée : la racine 1,5ième et la racine 1,25ième.

3. Utilisation de Vivaldi sur les matrices transformées

3.1. *Vivaldi et le simulateur P2PSim*

Vivaldi [DAB 04] est un système de coordonnées décentralisé dans lequel chaque nœud calcule ses propres coordonnées en réalisant des mesures avec un petit nombre d'autres nœuds appelés ses voisins. Lors de chaque mesure avec un de ses voisins, le nœud compare le délai mesuré au délai estimé à l'aide de leurs coordonnées et il modifie sa position dans l'espace de manière à se rapprocher ou s'éloigner de son voisin. Concrètement, une mesure du nœud i avec son voisin j lui apporte trois informations : RTT_{ij}, le RTT mesuré entre lui et son voisin, les coordonnées x_j de son voisin et l'erreur de positionnement e_j que son voisin estime avoir. Soit $EST_{ij} = ||x_j - x_i||$ le RTT estimé entre ces noeuds à partir de leurs coordonnées. Le nœud i commence par calculer le poids w de cet échantillon qui dépend de l'erreur de positionnement qu'il estime avoir et de celle de son voisin. Nous avons $w = e_i/(e_i + e_j)$. Il utilise ensuite ce poids pour mettre à jour son erreur locale $e_i = e_j \times w + e_i \times (1 - w)$ et pour calculer une valeur $\delta = c_c \times w$ (avec $0 < c_c < 1$) qui va pondérer l'amplitude du déplacement du nœud. Finalement, le nœud i met à jour ses coordonnées de la manière suivante :

$$x_i = x_i + \delta \times (RTT_{ij} - EST_{ij}) \times u(x_i - x_j)$$

où $u(x_i - x_j)$ est un vecteur unitaire indiquant la direction dans laquelle le nœud i doit se déplacer.

Pour les simulations dont les résultats sont présentés dans la suite de cet article, nous avons utilisé le simulateur P2PSim [P2P] qui fournit une implémentation de Vivaldi. Lors de ces simulations, chaque nœud utilise 32 voisins et les différentes simulations pour une même matrice mesurée ont été réalisées avec le même choix de voisins. La constante c_c est fixée à 0,25 (valeur recommandée dans [DAB 04]). Durant toutes les simulations, nous nous sommes assurés que chaque nœud réalise au minimum 1500 mesures avec ses voisins pour essayer de se positionner dans l'espace, ce qui est généralement suffisant pour considérer que le système est stabilisé.

3.2. *Résultats obtenus à l'aide des transformations non linéaires*

Comme indiqué dans la section 2.3, nous avons construit cinq matrices transformées pour chaque matrice mesurée. Il s'agit des matrices obtenues à partir de la racine 1,25ième, de la racine 1,5ième,

de la racine carrée, de la racine cubique et de la racine la plus faible permettant d'obtenir une matrice transformée ne comportant aucun TIV (la racine 9ième pour P2PSim, la racine 11ième pour Meridian et la racine 6ième pour Planetlab). Nous allons essayer d'estimer chacune de ces matrices à l'aide de Vivaldi. Pour chaque matrice, nous observerons les erreurs d'estimation entre la matrice mesurée transformée et la matrice estimée transformée, ainsi que les erreurs d'estimation entre la matrice mesurée et la matrice estimée. Ces erreurs d'estimation sont caractérisées par la valeur absolue de l'*erreur d'estimation relative* des liens. Pour une comparaison entre une matrice de délais mesurés et une matrice de délais estimés, l'erreur d'estimation relative EER_{ij} du lien entre les nœuds i et j est définie de la manière suivante :

$$EER_{ij} = \frac{EST_{ij} - RTT_{ij}}{RTT_{ij}}$$

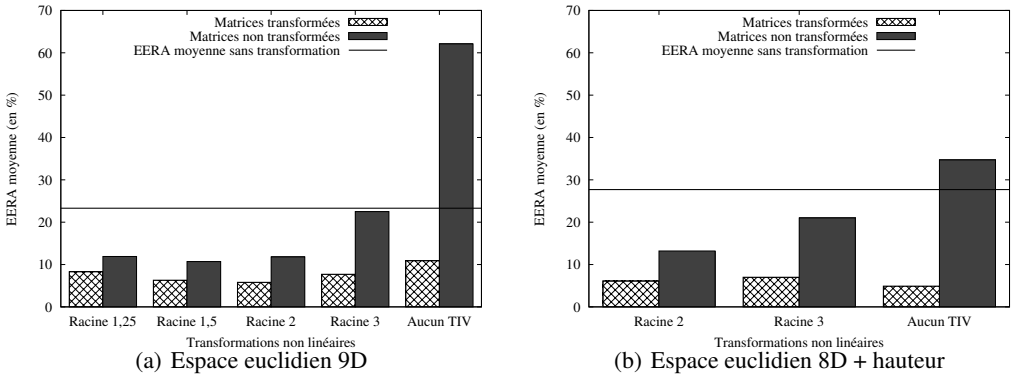
où RTT_{ij} est le RTT mesuré (resp. mesuré transformé) entre les nœuds et EST_{ij} est le RTT estimé (resp. estimé transformé) entre les nœuds. On définit $EERA_{ij} = |EER_{ij}|$. Pour chaque comparaison réalisée, nous avons observé la moyenne de l'$EERA$ des liens et la CDF ("Cumulative Distribution Function") des $EERA$ des liens.

3.2.1. *Résultats dans un espace euclidien*

Dans un premier temps, nous avons estimé chaque matrice à l'aide de Vivaldi en utilisant un espace euclidien à 9 dimensions. La figure 4(b) donne les CDF des $EERA$ des liens pour la matrice Meridian obtenues en comparant la matrice mesurée et la matrice estimée (les CDF correspondantes pour les autres matrices ne sont pas données par manque de place). Les figures 3(a) et 4(a) donnent respectivement les $EERA$ moyennes des liens pour les matrices Planetlab et Meridian obtenues à l'aide des différentes transformations non linéaires (la figure correspondante pour la matrice P2PSim n'est pas donnée par manque de place). Pour chaque transformation non linéaire, le bâtonnet hachuré donne l'$EERA$ moyenne des liens obtenue en comparant la matrice mesurée transformée et la matrice estimée transformée tandis que le bâtonnet plein donne l'$EERA$ moyenne des liens obtenue en comparant la matrice mesurée et la matrice estimée. La ligne horizontale correspond à l'$EERA$ moyenne des liens obtenue sans appliquer de transformation non linéaire à la matrice.

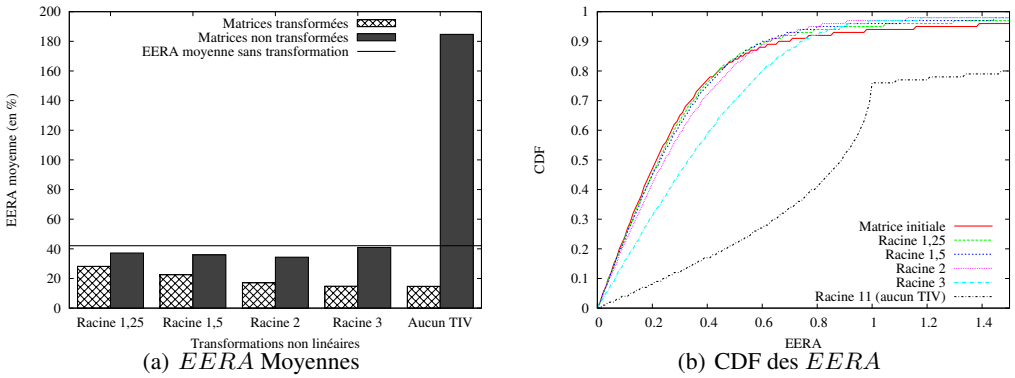
Commençons par observer les erreurs d'estimation entre les matrices transformées mesurées et estimées. D'une manière générale, nous constatons que Vivaldi fournit de meilleures estimations pour les matrices transformées que pour les matrices initiales. Pour les matrices P2PSim et Planetlab, les estimations de la matrice transformée sont meilleures pour les transformations non linéaires les plus faibles. Cela confirme l'intuition évoquée dans la section 2.3 : les transformations les plus fortes produisent des matrices dont les valeurs sont regroupées dans un intervalle plus petit, ce qui rend la situation plus difficilement représentable dans un espace euclidien.

Comme les erreurs d'estimation des matrices estimées transformées sont assez faibles, nous pouvons espérer que les matrices estimées retransformées donnent de meilleures estimations qu'en appliquant Vivaldi directement sur la matrice mesurée. C'est le cas, mais ce ne sont pas les transformations qui éliminent le plus de TIV qui donnent les meilleurs résultats. Pour la matrice P2PSim, c'est la racine 1,25ième qui donne les meilleurs résultats : on a une amélioration de l'$EERA$ moyenne de 1,2% par rapport à une utilisation directe de Vivaldi sur la matrice. Pour la matrice Meridian, c'est la racine carrée qui semble donner le meilleur résultat mais, si on observe attentivement la figure



(a) Espace euclidien 9D (b) Espace euclidien 8D + hauteur

Figure 3. *EERA moyennes des liens pour la matrice Planetlab.*



(a) $EERA$ Moyennes (b) CDF des $EERA$

Figure 4. *EERA des liens pour la matrice Meridian dans un espace euclidien 9D.*

4(b), on voit que la CDF de la racine carrée est moins bonne que celle de la matrice mesurée pour 85% des liens. Cette constatation nous pousse plutôt à conclure que le meilleur choix pour la matrice Meridian est d'utiliser la racine 1,5ième. Pour la matrice Planetlab, le meilleur résultat est également obtenu en utilisant la racine 1,5ième (amélioration de l'$EERA$ moyenne de 12,6%).

Dans un espace euclidien, ce sont donc les transformations non linéaires les plus faibles qui donnent les meilleures estimations. Cependant, nous savons que les matrices transformées obtenues à l'aide des transformations les plus fortes sont plus difficiles à représenter dans un espace euclidien. Nous allons donc essayer d'utiliser un autre type d'espace.

3.2.2. *Résultats dans un espace euclidien équipé d'une hauteur*

Dans l'article [DAB 04], un modèle d'espace proposé pour Vivaldi est celui d'un espace euclidien équipé d'une hauteur : chaque nœud possède une coordonnée euclidienne et une hauteur. L'objectif est d'utiliser la hauteur des nœuds pour modéliser le temps d'accès au réseau et d'utiliser

l'espace euclidien pour modéliser le cœur de l'Internet (où les délais sont généralement proportionnels aux distances géographiques). Dans un tel espace, un paquet envoyé du nœud i vers le nœud j doit d'abord parcourir la hauteur du nœud i pour rejoindre l'espace euclidien, puis il parcourt la distance séparant les coordonnées euclidiennes des nœuds et il doit encore parcourir la hauteur du nœud j pour le rejoindre.

Ce type d'espace pourrait être plus adéquat qu'un espace euclidien pour les matrices obtenues à l'aide de transformations non linéaires fortes, car il est possible d'y représenter facilement un réseau dans lequel tous les nœuds sont à la même distance d les uns des autres : il suffit de leur attribuer les mêmes coordonnées euclidiennes et une hauteur dont la valeur est $d/2$. Pour les trois transformations les plus fortes de chaque matrice, nous allons utiliser Vivaldi dans un espace euclidien à 8 dimensions équipé d'une hauteur. La figure 3(b) donne les $EERA$ moyennes des liens pour la matrice Planetlab. La figure correspondante pour les autres matrices n'est pas donnée par manque de place dans l'article mais les résultats obtenus pour ces matrices sont similaires à ceux obtenus pour la matrice Planetlab.

Nous avons constaté que les estimations obtenues pour les matrices transformées sont meilleures dans un espace euclidien 8D équipé d'une hauteur que dans un espace euclidien 9D. Toutefois, cette amélioration de la précision n'est pas suffisante pour compenser l'effet de la retransformation des valeurs estimées : les résultats restent moins bons que ceux obtenus en utilisant des racines faibles dans un espace euclidien 9D. Ceci est lié au second problème évoqué dans la section 2.3 : les distances entre les nœuds des matrices transformées étant très proches les unes des autres, les erreurs d'estimations, aussi petites soient-elles, ont un impact important lors de la retransformation. Supposons que nous utilisions la transformation non linéaire $y = x^{1/n}$ et dénotons par ϵ l'erreur d'estimation relative sur y. Après la retransformation, la valeur estimée de x sera

$$(y\,(1+\epsilon))^n = y^n\,(1+\epsilon)^n \approx y^n\,(1+n\,\epsilon) \qquad \text{pour } \epsilon \ll 1$$

En première approximation, l'erreur relative pour un délai dans la matrice estimée transformée sera donc multipliée par n dans la matrice estimée où n est l'exposant à appliquer aux valeurs lors de la phase de retransformation. Pour la suite de cet article, comme l'ajout d'une hauteur ne permet pas d'obtenir de meilleurs résultats, nous travaillerons dans un espace euclidien à 9 dimensions.

4. Les TIV de la matrice estimée

Dans cette section, nous allons envisager l'utilisation des matrices estimées obtenues à l'aide de transformations non linéaires pour trouver les TIV qui existent dans un réseau. Pour pouvoir retrouver l'ensemble des TIV de la matrice mesurée dans la matrice estimée, il faut obtenir une matrice mesurée transformée ne contenant aucune TIV et il faut que les erreurs d'estimation de la matrice estimée transformée soient nulles. D'après les résultats de la section précédente, nous sommes loin de pouvoir obtenir de tels résultats avec des transformations de type racine.

Toutefois, l'article [WAN 08] indique que, en utilisant une racine carrée, il est possible d'obtenir une proportion de TIV dans la matrice estimée semblable à celle de la matrice mesurée. Pour la matrice Meridian, la proportion de TIV dans la matrice estimée obtenue avec une racine carrée est de 28,3%, ce qui est assez proche des 23,5% de la matrice mesurée. Par contre, pour les matrices P2PSim et Planetlab, les proportions de TIV dans les matrices estimées obtenues avec une racine

carrée ne correspondent pas à celles des matrices mesurées : ces proportions de TIV sont respectivement égales à 29,6% (au lieu de 12,3%) et 25,2% (au lieu de 8,9%). Etant donné que les TIV qui ne sont pas éliminées ne devraient normalement pas pouvoir être restituées et que les TIV éliminées par la transformation ne peuvent être restituées qu'à la condition que les estimations obtenues soient exactes, ce résultat de [WAN 08] est probablement dû au hazard. De plus, la proportion de TIV n'est pas un critère significatif pour s'assurer que la matrice estimée restitue bien les TIV de la matrice mesurée et ce pour deux raisons. Premièrement, on peut avoir la même proportion de TIV dans deux matrices sans que ce soit forcément les mêmes triplets de nœuds qui violent le principe de l'inégalité triangulaire. Deuxièmement, même si ce sont les mêmes triplets de nœuds qui violent le principe de l'inégalité triangulaire, les violations ne sont pas forcément les mêmes : si un triplet ABC forme une TIV de base AB dans une matrice et une TIV de base AC ou BC dans l'autre, ce sont des TIV différentes. Afin d'évaluer la capacité de la matrice estimée à reproduire les TIV de la matrice mesurée, nous allons envisager l'utilisation d'une technique de détection des TIV de la matrice mesurée qui effectue une simple recherche de TIV dans la matrice estimée. Si cette dernière restitue correctement les TIV de la matrice mesurée, une telle technique de détection devrait donner de bons résultats. Notons que ce type de critère se positionne en concurrent direct des heuristiques proposées dans [CAN 08a].

Pour chaque paire de matrices mesurée et estimée, les colonnes étiquetées "TPR" du tableau 1 donnent le pourcentage de triplets de nœuds ABC qui sont des TIV de base AB dans la matrice mesurée et des TIV de base AB dans la matrice estimée. En d'autres termes, il s'agit du pourcentage de TIV de la matrice mesurée qui peuvent être retrouvées en analysant la matrice estimée, c'est à dire le *taux de vrai positifs* ou TPR (True Positive Rate). A l'inverse, les colonnes étiquetées "FPR" donnent le pourcentage de triplets de nœuds ABC qui ne sont pas des TIV de base AB dans la matrice mesurée alors qu'ils sont des TIV de base AB dans la matrice estimée. Autrement dit, il s'agit du pourcentage de triplets de nœuds qui ne sont pas des TIV dans la matrice mesurée mais qui sont détectés comme tels en utilisant la matrice estimée. C'est ce qu'on appelle le *taux de faux positifs* ou FPR (False Positive Rate).

	P2PSim		Meridian		Planetlab	
	TPR	FPR	TPR	FPR	TPR	FPR
Racine 1,25	10,3%	1,4%	8,7%	1,3%	19,9%	0,8%
Racine 1,5	21,9%	4,1%	18,6%	3,4%	38,7%	2,7%
Racine carrée	34,1%	8,8%	31,7%	7,5%	49,9%	7,1%
Racine cubique	41,6%	15,8%	40,9%	14,1%	50,5%	15,3%
Aucun TIV	42,9%	28,6%	40,1%	29,5%	48,6%	25,2%

Tableau 1. *Utilisation de la matrice estimée pour retrouver les TIV de la matrice mesurée.*

Dans le tableau 1, on constate qu'une simple recherche de TIV dans la matrice estimée permet rarement de détecter plus de 50% des TIV de la matrice mesurée et il est difficile d'obtenir un TPR acceptable sans avoir un FPR non négligeable. Les résultats d'une telle détection sont clairement moins bons que ceux obtenus avec les heuristiques proposées dans [CAN 08a] et ces derniers peuvent être améliorés en appliquant les heuristiques à des matrices estimées obtenues à l'aide de transformations non linéaires faibles (par exemple, une racine 1,25ième). Ces mauvais résultats de

détection montrent que les matrices estimées ne contiennent pas l'ensemble des TIV de la matrice mesurée correspondante et certaines TIV de la matrice estimée n'existent pas dans la matrice mesurée.

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons observé les avantages et les inconvénients de l'approche proposée dans [WAN 08] en utilisant des transformations non linéaires simples. D'un côté, il est indéniable qu'appliquer une transformation non linéaire aux délais d'un réseau afin d'éliminer une partie des TIV permet d'améliorer la précision des estimations de ces délais obtenues à l'aide d'un système de coordonnées. Dans certains cas, nous avons pu observer une diminution de l'erreur relative moyenne des liens du réseau de plus de 10%. Nous avons également constaté qu'éliminer toutes les TIV n'était pas forcément la meilleure solution. Les transformations non linéaires qui produisaient les meilleurs résultats sont des transformations assez faibles comme, par exemple, la racine 1,5ième ou la racine 1,25ième. Appliquer une transformation plus forte permet d'obtenir une matrice transformée contenant moins de TIV et donc, généralement, une matrice estimée transformée dans laquelle les erreurs d'estimation sont plus faibles. Toutefois, comme les TIV ne sont pas la seule source d'imprécision pour les systèmes de coordonnées, les erreurs d'estimation ne sont jamais nulles et il faut être conscient que si la transformation appliquée est une racine $n$ième, les erreurs d'estimation relatives des liens seront multipliées par n lors de la phase de transformation inverse.

D'un autre côté, contrairement à ce que [WAN 08] laisse entendre, cette approche ne permet pas d'obtenir une matrice de délais estimés restituant les violations du principe de l'inégalité triangulaire de la matrice mesurée correspondante (tout du moins, pas en utilisant une transformation non linéaire de type racine). Pour obtenir une matrice estimée dans laquelle on retrouve exactement les mêmes TIV que dans la matrice mesurée, il faudrait une transformation non linéaire qui permet d'obtenir une matrice transformée ne contenant aucune TIV et que les estimations de cette matrice obtenues à l'aide du système de coordonnées soient exactes. Comme les TIV ne sont pas la seule source d'imprécision pour les systèmes de coordonnées, il est peu probable d'atteindre un tel résultat. Toutefois, avec d'autres transformations non linéaires qu'une racine, il est peut-être possible d'avoir une matrice transformée ne contenant pas ou très peu de TIV et qui pourrait être mieux estimée.

Pour terminer, notons que les problèmes observés viennent de la phase de transformation inverse de la matrice estimée et que la matrice estimée transformée a une précision nettement supérieure à ce qu'il est habituel d'obtenir à l'aide d'un système de coordonnées. Pour certaines applications, comme la sélection du pair le plus proche dans un réseau, il n'est pas nécessaire d'avoir une estimation exacte des délais (seule la relation d'ordre est importante). Pour de telles applications, il est envisageable de faire l'impasse sur la phase de transformation inverse et d'utiliser directement la matrice estimée transformée, ce qui pourrait donner de bons résultats.

Remerciements

François Cantin est financé par le Fonds pour la Recherche dans l'Industrie et l'Agriculture (FRIA) et Bamba Gueye est financé par le projet européen ANA.

6. Bibliographie

[CAN 08a] CANTIN F., GUEYE B., KAAFAR M., LEDUC G., « Overlay Routing Using Coordinate Systems », *Proc. of ACM CoNext Student Workshop*, Madrid, Spain, December 2008.

[CAN 08b] CANTIN F., GUEYE B., KAAFAR M., LEDUC G., « A Self-Organized clustering scheme for overlay networks », *Proc. of IWSOS*, LNCS 5343, Vienna, Austria, December 2008.

[COS 04] COSTA M., CASTRO M., ROWSTRON R., KEY P., « PIC : Practical Internet Coordinates for distance estimation », *Proc. of the International Conference on Distributed Computing Systems*, 2004, p. 178–187.

[DAB 04] DABEK F., COX R., KAASHOEK F., MORRIS R., « Vivaldi : A decentralized network coordinate system », *sigcomm04*, Portland, OR, USA, August 2004.

[GUM 02] GUMMADI K. P., SAROIU S., GRIBBLE S. D., « King : Estimating latency between arbitrary Internet end hosts », *ACM Internet Measurement Workshop 2002*, Marseille, France, November 2002.

[KAA 08] KAAFAR M., GUEYE B., CANTIN F., LEDUC G., MATHY L., « Towards a Two-Tier Internet coordinate system to mitigate the impact of Triangle Inequality Violations », *Proc. of IFIP Networking 2008*, LNCS 4982, Singapore, May 2008.

[KUB 00] KUBIATOWICZ J., ET AL., « OceanStore : An Architecture for Global-Scale Persistent Storage », *Proc. of ASPLOS*, Cambridge, November 2000.

[LED 07] LEDLIE J., GARDNER P., SELTZER M. I., « Network Coordinates in the Wild », *Proc of NSDI*, Cambridge, UK, April 2007.

[NG 02] NG T. S. E., ZHANG H., « Predicting Internet Network Distance with Coordinates-Based Approaches », *infocom02*, New York, NY, USA, June 2002.

[P2P] « A simulator for peer-to-peer protocols », `http://www.pdos.lcs.mit.edu/p2psim/index.html`.

[Pla] « PlanetLab : An open platform for developing, deploying, and accessing planetary-scale services », `http://www.planet-lab.org`.

[ROW 01] ROWSTRON A., DRUSCHE P., « Pastry : Scalable, distributed object location and routing for large-scale peer-to-peer systems », *Proc. of the IFIP/ACM International Conference on Distributed Systems Platforms*, Heidelberg, Germany, November 2001.

[SHA 03] SHAVITT Y., TANKEL T., « Big-Bang Simulation for Embedding Network Distances in Euclidean Space », *infocom03*, San Francisco, CA, USA, March 2003.

[Sky] Skype, `www.skype.com/`.

[WAN 07] WANG G., ZHANG B., NG T. S. E., « Towards network triangle inequality violation aware distributed systems », *Proc. of the 7th ACM SIGCOMM IMC*, New York, NY, USA, 2007.

[WAN 08] WANG X., CHEN Y., DENG B., LI X., « Nonlinear Modeling of the Internet Delay Structure », *Proc. of ACM CoNext Student Workshop*, Madrid, Spain, December 2008.

[WON 05] WONG B., SLIVKINS A., SIRER E., « Meridian : A Lightweight Network Location Service without Virtual Coordinates », *Proc. of the ACM SIGCOMM*, August 2005.

[ZHE 05] ZHENG H., LUA E. K., PIAS M., GRIFFIN T. G., « Internet Routing Policies and Round-Trip-Times », *Proc. of the PAM Workshop*, LNCS 3431, Boston, MA, USA, March 2005.