HAL open science

Calibration de projecteur par plan non-marqué

Jamil Drareni, Sébastien Roy, Peter Sturm

To cite this version:

Jamil Drareni, Sébastien Roy, Peter Sturm. Calibration de projecteur par plan non-marqué. ORASIS 2009 - Congrès des jeunes chercheurs en vision par ordinateur, Jun 2009, Trégastel, France. pp.1-6. inria-00404608

HAL Id: inria-00404608

https://inria.hal.science/inria-00404608

Submitted on 16 Jul 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Calibration de projecteur par plan non-marqué

Projector Calibration Using a Markerless plane

Jamil Draréni[1,2] Sébastien Roy[2] Peter Sturm[1]

[1] INRIA Rhône-Alpes
[2] DIRO, Université de Montréal, Canada

655 Avenue de l'Europe, 38330 Montbonnot St Martin, France
drareni@inrialpes.fr

Résumé

Dans cet article, nous considérons le problème de la calibration géométrique dt'un projecteur vidéo à l'aide dt'un plan (mur) non marqué et dt'une caméra partiellement calibrés. Au lieu dt'utiliser des points de contrôle pour estimer lt'orientation mur-caméra, nous retrouvons cette relation en échantillonnant lt'hémisphère des orientations possibles. Ce processus est tellement rapide qut'il est même possible dt'intégrer lt'estimation de la focale de la caméra dans le processus dt'échantillonnage. Notre méthode est simple et donne de bons résultats tel que démontré par nos expérimentations.

Mots Clef

Calibration de projecteurs, calibration par plans, estimation de focal, vision active.

Abstract

In this paper we address the problem of geometric video projector calibration using a markerless planar surface (wall) and a partially calibrated camera. Instead of using control points to infer the camera-wall orientation, we find such relation by efficiently sampling the hemisphere of possible orientations. This process is so fast that even the focal of the camera can be estimated during the sampling process. Hence, physical grids and full knowledge of camera parameters are no longer necessary to calibrate a video projector.

Keywords

video projector calibration, planar calibration, focal estimation, structured light, photometric stereo

1 Introduction

Le développement et la popularité des technologies dt'affichage ont fait des projecteurs vidéo un dispositif de choix pour les systèmes de reconstruction 3D dits *actifs*. Ces systèmes tels que ceux basés sur la lumière structurée [10] ou la stéréo photométrique [14, 1] utilisent des projecteurs vidéo afin de contourner le problème de la mise en correspondance des pixels. Ceci dit, lt'usage dt'un projecteur dans ce contexte ne nous exempte pas de sa calibration géométrique pour lt'obtention dt'une reconstruction euclidienne.

Il est dt'un commun usage de considérer un projecteur comme une caméra inversée, ceci suggère lt'usage dt'un modèle sténopé (*pinhole*). La calibration se fait très souvent à lt'aide dt'une caméra qui observe des mires (ou points dt'intérêts) projetées sur une surface plane. Comme toute méthode de calibration par plans, le défi est dt'exprimer les paramètres internes du dispositif à calibrer en fonction des contraintes géométriques imposées par la structure et le mouvement du plan de calibration. De plus, la calibration dt'un projecteur entraine un deuxième défi : exprimer les points projetés dans le référentiel du mur.

Même si plusieurs chercheurs st'y sont attelé, nous verrons à travers une revue de littérature qut'il nt'existe pas vraiment de méthodes simples et facilement applicables.

Dans [11], des mires sont projetées sur un plan contrôlé électriquement. Une fois les orientations et les positions de la surface de projection, connues (car contrôlées mécaniquement) le schéma de calibration est identique à la calibration de caméra par plans [13, 16].

Afin dt'estimer lt'orientation du plan de projection (le mur) sans avoir à utiliser un dispositif mécanique, des auteurs [8, 9] ont proposé dt'attacher une mire physique sur le mur de projection.

Dans [9], la mire permet dt'estimer lt'homographie mur-caméra qui sera exploitée en combinaison avec les paramètres internes de la caméra pour inférer lt'orientation du mur-caméra. Une fois cette relation estimée, elle servira à exprimer les points projetés sur la surface plane dans le référentiel mur. Ainsi, une correspondance entre les points 3D du mur et leur projection dans lt'image du projecteur est établie et la calibration du projecteur se fait à lt'aide de méthode classiques [13, 16]. On nommera cette méth-

ode *Calibration Linéaire Directe* (CLD) et fera lt'objet de comparaison avec la méthode présentée.
Afin dt'améliorer la précision de la CLD, une variante a été proposée dans [8] où des marqueurs circulaires sont employés à la place de marqueurs rectangulaires (échiquier).
La caméra n'est pas l'unique moyen d'acquisition pour la calibration dt'un projecteur vidéo. Dans [5], les auteurs présentent un système de lumière structurée calibrés à l'aide de capteurs optiques montés sur un plan. Une succession de mires est ensuite projetées selon un encodage de Gray afin d'établir une correspondance entre les points 3D (position des capteurs connue) et leur image dans la caméra. Même si à la base sa vocation est de corriger les effets d'alignements, ce système peut facilement s'étendre à la calibration géométrique de projecteurs vidéo.
Dans cet article nous présentons une nouvelle méthode de calibration de projecteurs vidéo. La méthode présentée ne requiert pas de mire physique ni de caméra entièrement calibrée. Effectivement, nous proposons d'estimer la relation mur-caméra, encodée par l'homographie $\mathsf{H}_{m\to c}$, en explorant l'espace des homographies acceptables et de considérer celle qui minimise l'erreur de reprojection totale (voir Figure 1).

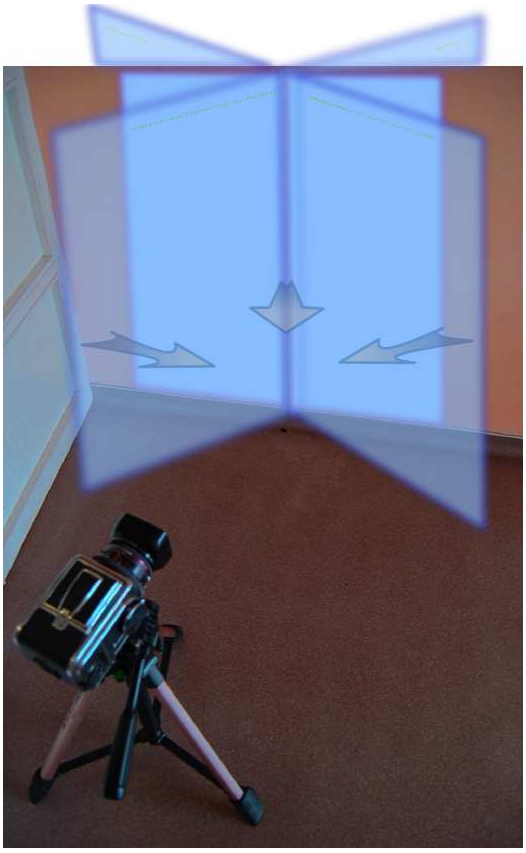

FIG. 1 – L'homographie mur-caméra est définie par l'orientation du mur.

Vu que l'homographie $\mathsf{H}_{m\to c}$ ne dépend que de l'orientation du mur par rapport à la caméra, l'espace des homographies acceptables est paramétré par 2 angles : la latitude et la longitude qui définissent la normale du mur. Trouver cette normale consiste alors, à échantillonner l'espace des orientations sur une sphère unitaire. Pour chaque orientation, une homographie est formée et le système est calibré par l'algorithme CLD tout en retenant l'homographie qui donne lieu à une erreur de reprojection minimale.
Notre méthode est rapide et entièrement automatique. De plus la précision de notre calibration est très satisfaisante tel que révélé par nos expérimentations. Notre analyse a aussi montré que la connaissance de tous les paramètres de la caméra n'était pas nécessaire. Effectivement, on émettant des hypothèses raisonnables sur la caméra à savoir, des pixels carrés et un point principal confondu avec le centre de l'image [12], il est possible d'estimer la focale de la caméra par échantillonnage.
La suite de cet article est organisée comme suit. La section 3 présentera notre variante de l'algorithme de calibration linéaire directe (CLD). Nous donnerons les détails de notre méthode de calibration à l'aide d'un plan dépourvu de marqueurs et d'une caméra partiellement calibrée à la section 4. Les résultats de nos tests ainsi que la conclusion de ce travail feront respectivement l'objet des sections 5 et6.

2 Modèle de projection

Nous modélisons le projecteur vidéo comme une caméra projective inverse. De ce fait, les paramètres internes recherchés sont au nombre de quatre : la focale (f), le rapport (ρ) et les coordonnées du point principal (u_0, v_0). On notera K_p la matrice de paramètres internes du projecteur et sera définie comme :

$$\mathsf{K}_p = \begin{pmatrix} \rho f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La rotation et la translation correspondant à la i^{me} pose du projecteur seront notés respectivement R^i et $\mathbf{t}^i$.

3 Calibration linéaire directe

Dans cette section, nous allons passer en revue la méthode de calibration linéaire directe appliquée au projecteur vidéo. Cette méthode sera utilisée comme référence lors de nos tests comparatifs. Il est intéressant de noter qu'ici nous présenterons une variante de la méthode introduite dans [9] dans la mesure où la caméra nt'a pas besoin dt'être calibrée.
Si une caméra statique observe une surface plane (mur), une relation linéaire est induite entre le plan image de la caméra et le mur. Cette relation est représentée par une homographie qui sera notée $\mathsf{H}_{m\to c}$. Cette dernière relie un point du mur P_m à son image P_c dans l'image de la caméra par :

$$\mathbf{P}_c \sim \mathsf{H}_{m\to c} \cdot \mathbf{P}_m \tag{1}$$

Nous rappelons que l'opérateur $\sim$ désigne l'égalité à un facteur d'échelle près. De plus amples détails sur les pro-

priétés et lt'estimation des homographies peuvent être trouvés dans l'ouvrage de Zisserman et Hartley [2].
Une fois la relation mur-caméra établie, le projecteur vidéo envoie une mire sur le mur et entreprend une série de mouvements sous différentes orientations et positions. Pour chacune des poses i, l'homographie $\mathsf{H}^i_{c\to p}$ entre le projecteur et la caméra est calculée à l'aide de la mire en provenance du projecteur. Ainsi,P^i_p un point du projecteur i est relié à son image $\mathbf{P}^i_c$ dans la caméra par :

$$\mathbf{P}^i_p \sim \mathsf{H}_{c\to p} \cdot \mathbf{P}^i_c \tag{2}$$

En combinant (1) et (2), la projection d'un point du mur, $\mathbf{P}_m$, dans le i^{me} projecteur est définie par :

$$\mathbf{P}^i_p \sim \underbrace{\mathsf{H}^i_{c\to p} \cdot \mathsf{H}_{m\to c}}_{\mathsf{H}^i_{m\to p}} \cdot \mathbf{P}_m \tag{3}$$

Parallèlement, $\mathbf{P}^i_p$ est la projection perspective de $\mathbf{P}_m$:

$$\mathbf{P}^i_p \sim \mathsf{K}_p \cdot \left[\mathbf{R}^i_1 \mathbf{R}^i_2 \mathbf{t}^i\right] \cdot \mathbf{P}_m \tag{4}$$

Où, K_p, $\mathbf{R}^i_{1,2}$ et $\mathbf{t}^i$ désignent respectivement la matrice interne du projecteur, les deux premières colonnes de la matrice de rotation R^i et le vecteur translation.
On remarque que $\mathsf{H}^i_{m\to p}$ peut s'exprimer en fonction des paramètres externes du projecteur en combinant (3) et (4) :

$$K_p^{-1} \cdot \mathsf{H}^i_{m\to p} \sim \left[\mathbf{R}^i_1 \mathbf{R}^i_2 \mathbf{t}^i\right] \tag{5}$$

Avec au moins deux orientations différentes, il est possible dt'estimer la matrice K_p^{-1} en exploitant l'orthonormalité de la rotation tel qu'expliqué dans [13].

4 Calibrage par échantillonnage

Dans cette section, nous expliquons les détails de la méthode proposée. Tel que mentionné auparavant, l'utilisation d'une mire physique rigidement attachée au mur permet d'inférer l'homographie mur-camera qui par la suite permettra d'attribuer des coordonnées 3D (donc dans le repère du mur) aux points projetés. Nous proposons d'estimer cette homographie en explorant l'espace des orientations possible du mur car seule seule son orientation (et non pas la position) est pertinente à la définition de l'homographie $\mathsf{H}_{m\to c}$.
Une façon de voir cet espace d'orientation serait de considérer les vecteurs de direction définis sur une hémisphère unitaire.
Dès lors, on peut déjà énoncer les grandes étapes de notre algorithme de calibrage qui se résume comme suit :
- Choisir une direction sur l'hémisphère unitaire.
- Estimer l'homographie correspondante.
- À l'aide de l'homographie estimée, appeler l'algorithme de la CLD (voir section 3).

Ces étapes sont réitérées pour toutes les orientations possibles. La direction produisant le moins d'erreurs de reprojection sera alors sélectionnée. Les deux premières étapes de notre calibrage feront l'objet des prochaines sous-sections. La troisième est une conséquence directe des principes présentés à la section 3.

4.1 Échantillonner une hémisphère

Le problème de parcourir l'ensemble des orientations possibles est équivalent au problème de génération uniforme d'échantillons sur une sphère unitaire (hémisphère dans notre cas).
Les stratégies d'échantillonnage uniforme des points d'une sphère peuvent être classées en méthodes aléatoires et déterministes [15]. La première famille consiste en un schéma simple de génération aléatoire de paramètres suivi d'une étape d'acceptation/rejet si l'échantillon tombe ou non sur la sphère. Les méthodes déterministes au contraire, génèrent dès le départ des échantillons valides donc garantis d'être sur la sphère. Parmi ces méthodes nous citerons l'approche basée sur l'échantillonnage de quaternion [3], la méthode de déviation de normale [4] et celles basées sur le théorème d'Archimède [7]. Nous avons retenu la dernière méthode par soucis de simplicité et surtout de rapidité d'exécution car lt'espace d'échantillonnage est à deux dimensions.
Tel que suggéré par le nom, cette méthode est basée sur un des théorèmes d'Archimède sur la conservation des aires entre les sphères et les cylindres. Le théorème st'énonce comme suit :

Théorème. *La projection d'une sphère sur un cylindre circulaire droit tangent à la sphère le long d'un grand cercle, orthogonalement au diamètre perpendiculaire au plan de ce cercle conserve les aires.*

Cet énoncé suggère une méthode d'échantillonnage de sphère simple et régulière en passant par un échantillonnage régulier d'un cylindre [7]. Ce dernier se fait en choisissant uniformément une orientation $\theta_i \in [0,\pi]$ (notée azimut). Après quoi, une hauteur h_i sera sélectionnée uniformément dans l'intervalle $[-1,1]$. Le vecteur résultant de ces deux sélections, noté $d_i(\theta_i,h_i)$, subira par la suite une projection axiale sur la sphère unitaire (voir Figure.2). Conformément au théorème mentionné précédemment, si un point est choisi de façon uniforme sur la surface d'un cylindre alors sa projection axiale inverse sera aussi distribuée uniformément sur la surface de la sphère. De plus amples détails sont donnés dans [7].
Dans notre cas, seule l'hémisphère faisant face à la caméra est pertinente. Les échantillons qui s'y appliquent sont donc dans l'intervalle $[-1,+1]\times[0,\pi]$.

4.2 De l'orientation à l'homographie

L'homographie mur-caméra $\mathsf{H}^i_{m\to c}$ induite par un mur dont la normale pointe en direction $\mathbf{d}_i$ (tel que vu à la section précédente), est définie par :

$$\mathsf{H}^i_{m\to c} \sim \mathsf{K}_{cam}.\left[\mathbf{R}^i_1 \mathbf{R}^i_2 \mathbf{t}\right] \tag{6}$$

Où, K_{cam}, $\mathbf{R}^i_1$, $\mathbf{R}^i_2$ et $\mathbf{t}$ représentent les paramètres internes de la caméra, les deux premières colonnes de la matrice

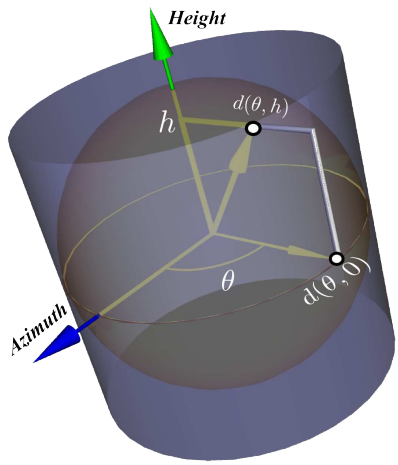

FIG. 2 – L'échantillonnage de l'espace des orientations.

de rotation conforme à la direction $\mathbf{d}_i$ et le vecteur translation. Sans perte de généralité et par souci de simplicité, la projection de l'origine du système de coordonnées du mur, $P_m^0 = (0,0)^\mathsf{T}$, dans la caméra est fixée au centre de l'image. Cette convention permet de simplifier la forme du vecteur translation à $(0,0,1)^\mathsf{T}$.

La matrice rotation R^i est calculée à l'aide de la formule de Rodrigues qui nécessite un axe et un angle de rotation. L'axe de rotation se déduit par un produit vectoriel entre la direction considérée $\mathbf{d}_i$ et le vecteur $(0,0,1)^\mathsf{T}$. L'angle de rotation α_i est obtenu à l'aide du produit scalaire des mêmes vecteurs :

$$\alpha_i = \mathbf{cos^{-1}}\left(\mathbf{d}_i^\mathsf{T} \cdot (0,0,1)^\mathsf{T}\right) \tag{7}$$

4.3 L'algorithme au complet

Nous avons à présent tous les ingrédients essentiels pour formuler notre algorithme de calibration de projecteur vidéo. Pour cela, nous supposons l'existence de deux routines, *ReprojError* qui retourne l'erreur de reprojection pour des paramètres de projecteur donnés (internes et externes) et *CLD* qui estime les paramètres du projecteur par la méthode directe tel que vu en section 3.

Voici le pseudo-code de la méthode présentée :

Algorithme 1 : Calibrage par échantillonnage.

Data : $\mathsf{H}^k_{c\to p}$, les k homographies camera-projecteur et K_{cam} la matrice intrinsèque de la caméra (optionnel).
foreach $(h_i,\theta_i)\in[-1,1]\times[-\pi/2,\pi/2]$ **do**
  Estimer la direction $\mathbf{d}_i(\theta_i,h_i)$ (section 4.1)
  if K_{cam} *non définie* **then**
    Initialiser K_{cam} au centre de l'image et f_i
  end
  Estimer $\mathsf{H}^i_{m\to c}$ à partir de $\mathbf{d}_i$ et de f_i (section 4.2)
  foreach $\mathsf{H}^k_{c\to p}$ **do**
    $\mathsf{H}^k_{m\to p} = \mathsf{H}^k_{c\to p} \cdot \mathsf{H}^i_{m\to c}$
  end
  $\mathsf{K}^i_{proj} \leftarrow \texttt{CLD}(\mathsf{H}^k_{c\to p})$ (section 3)
  $\mathsf{Erreur} \leftarrow \texttt{ReprojError}(\mathsf{K}^i_{proj})$
  if $\mathsf{Erreur} < \mathsf{BestErreur}$ **then**
    $\mathsf{K}_{proj} \leftarrow \mathsf{K}^i_{proj}$
    $\mathsf{BestErreur} \leftarrow \mathsf{Erreur}$
  end
end
return *Matrice interne du projecteur* K_{proj}

5 Résultats expérimentaux

Nous avons implémenté et testé la méthode proposée à l'aide d'une caméra calibrée et non calibrée. Nous avons aussi comparé les résultats de notre méthode à ceux produit par la méthode de calibrage linéaire directe (CLD).
Notre plateforme était composée d'un projecteur MITSUBISHI POCKET PROJECTOR (PK-10) d'une résolution spatiale de 800×600 pixels et d'une caméra numérique NIKON D50. Cette dernière était équipée d'un objectif standard de 50*mm* et la résolution du capteur a été fixée à 1500×1000 pixels. La calibration de la caméra à l'aide de routines standard sous Matlab a produit la matrice interne suivante :

$$\mathsf{K}_{cam} = \begin{pmatrix} 3176.3115 & 0 & 790.6186 \\ 0 & 3172.4809 & 495.3829 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Afin d'inclure la méthode CLD dans notre comparatif, nous avons monté la caméra sur un trépied et nous avons estimé l'homographie mur-caméra à l'aide d'un échiquier accroché au mur. Après quoi, nous avons projeté l'image d'une mire à travers le projecteur tout en le déplaçant dans différentes positions. Une photo a été acquise pour chaque pose du projecteur pour lt'estimation des homographies camera-projecteur.
La Figure 3 illustre quelques images acquises ainsi que les points d'intérêts détectés.
Nous avons calibrés le projecteur à tour de rôle, en tenant compte des paramètres internes de la caméra et en les ignorants. Dans le deuxième cas de figure nous avons procédé comme suit :

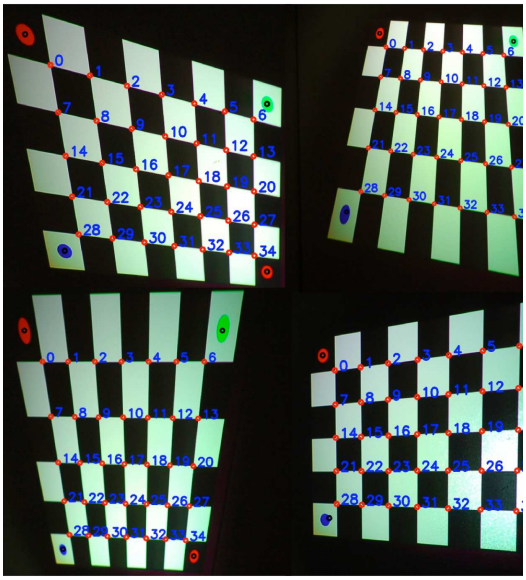

FIG. 3 – Images de mires projetées avec les points saillants détectés. Notez que les nombres ont un but illustratif uniquement.

TAB. 1 – Comparatif de calibrage de projecteur vidéo : Méthode directe, Méthode par échantillonnage avec caméra calibrée (ECH-C) et avec caméra non calibrée (ECH-NC).

Méthode	f_{proj}	ρ	u_0	v_0	$estf_{cam}$	Err	Err A.F
Directe	1320.13	1.02	382.1	368	-	4.35	0.47
ECH-C	1327.30	1.01	377.4	366	-	0.43	0.22
ECH-NC	1322.15	1.00	376	360	3108	0.16	0.09

- La focale a été estimé durant le calibrage par échantillonnage. Les valeurs étaient comprises dans l'intervalle $[0, 10000]$.
- Les pixels sont supposés carrés.
- Le point principal est considéré au centre de l'image.

Les résultats de ce comparatif sont reportés sur le tableau 1. On y trouve les valeurs des paramètres estimés, l'erreur de reprojection en pixels avant et après la procédure d'ajustement de faisceau (Bundle Adjustment). Les détails théoriques et techniques sur l'ajustement de faisceau sont présentés dans [6].

Les tests ont été effectué sur une machine fonctionnant à 1.5 ghz, le tableau 2 indique les temps d'exécution des méthodes testées sur un ensemble de 20 images.

On peut voir à la lumière de ces tests que notre méthode produit de meilleurs résultats que la méthode linéaire et ce, même en ignorant le calibrage de la caméra. Ce gain est obtenu au prix d'un temps d'exécution plus long. Cependant, nous sommes convaincus que les performances

TAB. 2 – Temps d'exécution de la méthode directe, d'échantillonnage avec et sans calibrage de caméra

Methode	Temps (secondes)
Directe	0.18
ECH-C	1.23
ECH-NC	6.2

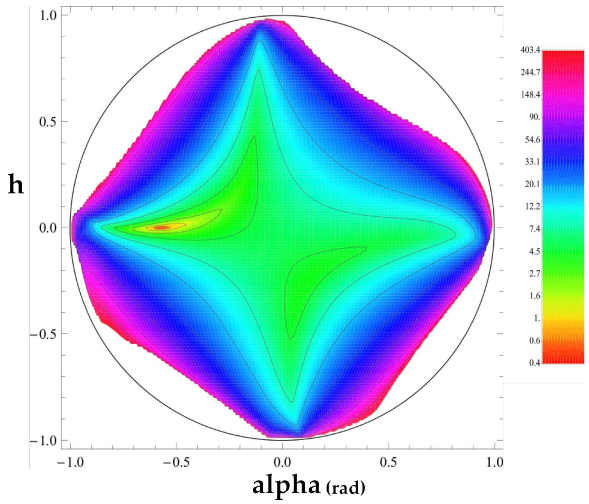

FIG. 4 – Erreur de reprojection par rapport aux paramètres d'échantillonnage h et α. L'erreur ne tient pas compte de l'ajustement de faisceaux.

de notre algorithme peuvent être grandement améliorés à l'aide d'une stratégie d'échantillonnage multi-échelle.

Nous avons aussi mesuré la stabilité de notre algorithme par rapport au minima locaux. Le graphique sur la figure 4 illustre l'erreur de reprojection par rapport aux paramètre d'échantillonnage h et α.

On voit clairement que la fonction d'erreur a un aspect lisse avec un minimum local bien démarqué.

Comme dernière mesure de stabilité, nous avons fixé les paramètres de l'orientation du mur aux valeurs obtenues par notre méthode et nous avons calculé les erreurs de reprojections pour différentes valeurs de focale de caméra. Tel qu'illustré à la figure 5, la fonction d'erreur est lisse et convexe. Ces résultats présagent l'utilisation dt'un schéma de minimisation numérique tel qut'une descente de gradient.

6 Conclusion

Dans cet article nous avons présenté une nouvelle méthode de calibrage pour projecteur vidéo. Contrairement à la plupart des méthodes existantes, nous avons démontré que l'usage d'une mire physique n'était pas nécessaire à l'obtention d'un calibrage précis. Car l'estimation de l'orientation du mur à l'aide d'une mire introduit un biais et des erreurs supplémentaires. De plus, lt'usage dt'une mire nt'est pas toujours possible si la surface de projection est grande ou voire même inaccessible.

Nous avons aussi montré qu'en émettant des hypothèses

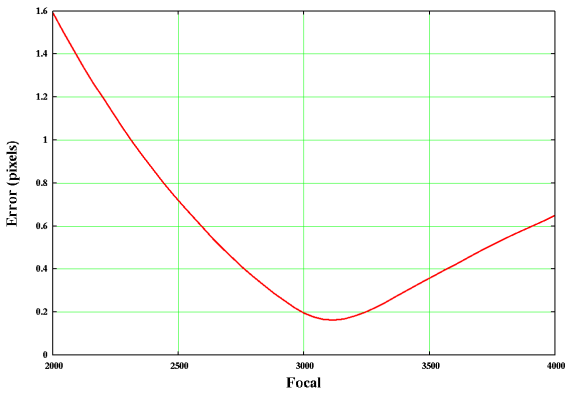

FIG. 5 – Erreur de reprojection en fonction de la focale de la caméra. Le minimum est atteint pour une focale de 3034.4, la focale de la caméra estimé par les routines Matlab est de 3176.

courantes sur la nature de la caméra, son calibrage complet n'était plus nécessaire au calibrage dt'un projecteur. Ce dernier détail nt'est pas des moindres car il empêche la propagation des erreurs de calibrage de caméra lors du calibrage du projecteur.
À la fois simple et pratique, la méthode proposée s'adapte à différentes situations et calibre de projecteurs là où les méthodes conventionnelles étaient limitées à cause des dimensions des mires de calibrage.

Références

[1] Svetlana Barsky and Maria Petrou. The 4-source photometric stereo technique for three-dimensional surfaces in the presence of highlights and shadows. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(10) :1239–1252, 2003.

[2] R. I. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN : 0521540518, second edition, 2004.

[3] Berthold K. P. Horn. *Robot Vision (MIT Electrical Engineering and Computer Science)*. The MIT Press, mit press ed edition, March 1986.

[4] Donald E. Knuth. *Art of Computer Programming, Volume 2 : Seminumerical Algorithms (3rd Edition)*. Addison-Wesley Professional, November 1997.

[5] Johnny C. Lee, Paul H. Dietz, Dan Maynes-Aminzade, Ramesh Raskar, and Scott E. Hudson. Automatic projector calibration with embedded light sensors. In *Proceedings of the 17th annual ACM symposium on User interface software and technology*, pages 123–126. ACM, 2004.

[6] M.I.A. Lourakis and A.A. Argyros. The design and implementation of a generic sparse bundle adjustment software package based on the levenberg-marquardt algorithm. Technical Report 340, Institute of Computer Science - FORTH, Heraklion, Crete, Greece, Aug. 2004. Available from `http://www.ics.forth.gr/~lourakis/sba`.

[7] Norman Badler Min-Zhi Shao. Spherical sampling by archimedes' theorem. Technical Report 184, University of Pennsylvania, jan 1996.

[8] Jean-Nicolas Ouellet, Félix Rochette, and Patrick Hébert. Geometric calibration of a structured light system using circular control points. In *3D Data Processing, Visualization and Transmission*, pages 183–190, 2008.

[9] Filip Sadlo, Tim Weyrich, Ronald Peikert, and Markus Gross. A practical structured light acquisition system for point-based geometry and texture. In *Proceedings of the Eurographics Symposium on Point-Based Graphics*, pages 89–98, 2005.

[10] J. Salvi, J. Pagés, and J. Batlle. Pattern codification strategies in structured light systems. *Pattern Recognition*, 37(4) :827–849, April 2004.

[11] T.S Shen and C.H Meng. Digital projector calibration for 3-d active vision systems. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 124(1) :126–134, February 2002.

[12] Noah Snavely, Steven M. Seitz, and Richard Szeliski. Photo tourism : Exploring photo collections in 3d. In *SIGGRAPH Conference Proceedings*, pages 835–846, New York, NY, USA, 2006. ACM Press.

[13] Peter Sturm and Steve Maybank. On plane-based camera calibration : A general algorithm, singularities, applications. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Fort Collins, USA*, pages 432–437, Juin 1999.

[14] R. J. Woodham. Photometric Stereo : A Reflectance Map Technique for Determining Surface Orientation from a Single View. In *Proceedings of the 22nd SPIE Annual Technical Symposium*, volume 155, pages 136–143, San Diego, California, USA, August 1978.

[15] Anna Yershova and Steven M. LaValle. Deterministic sampling methods for spheres and so(3). In *ICRA*, pages 3974–3980, 2004.

[16] Zhengyou Zhang. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. *Computer Vision, 1999. The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on*, 1 :666–673 vol.1, 1999.