

# Méthode de “Fast Marching” générique pour le “Shape From Shading”

## “Generic” Fast Marching Method for the Shape From Shading problem.

E. Prados

S. Soatto

UCLA Vision Lab.  
420 Westwood Plaza, UCLA computer science Dept.,  
Los Angeles, CA 90095-1594, USA.

eprados@cs.ucla.edu

### Résumé

Nous développons une méthode numérique permettant de résoudre en un “seul passage” les équations aux dérivées partielles associées au problème du Shape From Shading “générique” [4, 5]. Notre méthode, basée sur la théorie du contrôle et sur la propagation d’interfaces, est une extension des méthodes de “Fast Marching” [6]. En particulier, nous étendons les méthodes de “Fast Marching” [9, 6, 7, 1] à une classe d’équations pour lesquelles la solution n’est pas nécessairement décroissante le long des trajectoires optimales. Notre méthode permet aussi de résoudre des équations dépendantes en  $u$ , alors que les méthodes précédentes [9, 6, 7, 1] ne traitent d’équations ne dépendant que du gradient (équations de la forme  $H(x, \nabla u(x)) = 0$ ). Par ailleurs, contrairement aux précédents algorithmes de “Shape From Shading” basés sur le “Fast Marching” [2, 10, 8], notre méthode est complètement générique. En particulier un seul algorithme permet de résoudre indifféremment les diverses équations rassemblées dans [3]. Nous appliquons avec succès notre méthode de Shape From Shading à passage unique sur des images réelles et sur des images synthétiques.

### Mots Clef

“Shape From Shading”, reconstruction 3D, Méthode de “Fast Marching”, EDP, solutions de viscosité, théorie du contrôle.

### Abstract

We develop an one-pass method to approximate the solutions to the “generic” Shape From Shading equations recently introduced by Prados and Faugeras [4, 5]. Our method, which is based on the control theory and the interfaces propagation, is an extension of the “Fast Marching Method” (FMM) [6]. In particular our method extends the FMM to some equations for which the solution is not systematically decreasing along the optimal trajectories. Our method also extends the FMM to some equations depend-

ing on  $u$  when [9, 6, 7, 1] only deal with equations of the form  $H(x, \nabla u(x)) = 0$ . We apply with success our one-pass generic SFS method with real and synthetic images.

### Keywords

Shape From Shading, 3D reconstruction, Fast Marching Methods, PDEs, viscosity solutions, control theory.

### Références

- [1] E. Cristiani and M. Falcone. Fast Marching Semi-Lagrangian methods for the Eikonal equation. In *SIMAI 2004*, pages 20–24, Venezia, Italy, September 2004.
- [2] R. Kimmel and J.A. Sethian. Optimal algorithm for shape from shading and path planning. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 14(2) :237–244, May 2001.
- [3] E. Prados. *Application of the theory of the viscosity solutions to the Shape From Shading problem*. PhD thesis, Univ. of Nice-Sophia Antipolis, 2004.
- [4] E. Prados and O. Faugeras. A generic and provably convergent shape-from-shading method for orthographic and pinhole cameras. à paraître dans *IJCV*, 2005.
- [5] E. Prados and O. Faugeras. Shape from shading : A well posed problem ? In *Proceedings of CVPR’05*, 2005.
- [6] J.A. Sethian. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. In *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 93, pages 1591–1694, 1996.
- [7] J.A. Sethian and A. Vladimirovsky. Ordered upwind methods for static hamilton–jacobi equations : Theory and algorithms. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 41(1) :325–363, 2003.
- [8] A. Tankus, N. Sochen, and Y. Yeshurun. Perspective Shape-from-Shading by Fast Marching. In *Proceedings of CVPR’04*, 2004.
- [9] J.N. Tsitsiklis. Efficient algorithms for globally optimal trajectories. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40 :1528–1538, 1995.
- [10] S.Y. Yuen, Y.Y. Tsui, Y.W. Leung, and R.M.M. Chen. Fast marching method for shape from shading under perspective projection. In *Proceedings of VIIP’02*, pages 584–589, 2002.