



**HAL**  
open science

## Formulations PLNE pour l'ordonnement des chaînes sur une machine

Philippe Baptiste, Ruslan Sadykov

► **To cite this version:**

Philippe Baptiste, Ruslan Sadykov. Formulations PLNE pour l'ordonnement des chaînes sur une machine. 9ème Congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Feb 2008, Clermont-Ferrand, France. inria-00339775

**HAL Id: inria-00339775**

**<https://inria.hal.science/inria-00339775>**

Submitted on 18 Nov 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Formulations PLNE pour l'ordonnancement des chaînes sur une machine

Philippe Baptiste et Ruslan Sadykov

École Polytechnique, CNRS LIX, F-91128 Palaiseau  
 Philippe.Baptiste@polytechnique.fr, sadykov@lix.polytechnique.fr

**Mots-clés** : ordonnancement juste-à-temps, programmation linéaire en nombres entiers.

## 1 Introduction

Le problème considéré traite de l'ordonnancement de tâches par des radars aéroportés. Le modèle, sur lequel nous travaillons, a été proposé par Winter et Baptiste [3] : un ensemble  $N = \{1, \dots, n\}$  de tâches doit être exécuté sur une machine. Chaque tâche consiste en une chaîne d'opérations identiques,  $(O_{i0}, O_{i1}, \dots, O_{i,n(i)})$ , qui doivent être exécutées dans cet ordre sur un horizon de temps  $[0, h]$ . On définit  $N(i) = \{1, \dots, n(i)\}$ . On suppose que l'exécution d'une opération ne peut être interrompue, et que la machine ne peut exécuter plus d'une opération à la fois. La durée d'exécution de chaque opération d'une tâche  $i$  est égal à  $p_i > 0$ . Soit  $S_{ij}$  la date de début de l'opération  $O_{ij}$ . On suppose que, pour chaque tâche  $i \in N$ ,  $S_{i0}$  est fournie en entrée du problème.

Pour ce problème, deux opérations consécutives d'une même tâche  $O_{i,j-1}$  et  $O_{i,j}$ , doivent être idéalement ordonnancées de telle façon à ce que  $S_{ij} - S_{i,j-1} = l_i$ ,  $l_i$  étant une constante fournie en entrée du problème. Cependant, il peut ne pas y avoir d'ordonnancement idéal à cause des contraintes de non-chevauchement des tâches. Winter et Baptiste [3] ont introduit une fonction de coût pour pénaliser un écart par rapport à la distance optimal  $l_i$  entre deux opérations consécutives d'une même tâche : pour chaque tâche  $i \in N$ , on a  $\delta_i(x) = \max\{\alpha_i(l_i - x), \beta_i(x - l_i)\}$ . Ainsi, le problème consiste à chercher un ordonnancement réalisable  $\{S_{ij}\}_{i \in N, j \in N(i)}$  qui minimise la somme des pénalités,  $F = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N(i)} \delta_i(S_{ij} - S_{i,j-1})$ . On suppose de même que toutes les données sont entières sauf  $\{\alpha_i, \beta_i\}_{i \in N}$ .

Ce problème est une généralisation du problème juste-à-temps sur une machine  $1|| \sum E_j + T_j$ . Ce dernier étant NP-complet au sens fort [1], le problème étudié ici l'est aussi.

## 2 Formulation naïve

Nous proposons tout d'abord une formulation naïve (TI) du problème par un Programme Linéaire en Nombres Entiers (PLNE). Nous reprenons l'idée de formulation indexée par le temps pour les problèmes d'ordonnancement sur une machine [2]. On définit  $H = \{0, 1, \dots, h-1\}$ . La variable binaire  $X_{ijt}$ ,  $i \in N$ ,  $j \in N(i)$ ,  $t \in H$ , prend la valeur 1 si et seulement si l'opération  $O_{ij}$  est commencée à  $t$ . La variable continue  $S_{ij}$ ,  $i \in N$ ,  $j \in N(i)$ , est égale à la date de début de l'opération  $O_{ij}$ . La variable continue  $W_{ij}$ ,  $i \in N$ ,  $j \in N(i)$ , représente la valeur  $\delta_i(S_{ij} - S_{i,j-1})$ .

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N(i)} W_{ij} \quad (1)$$

$$s.t. \sum_{t=0}^{h-p_i} X_{ijt} = 1, \quad i \in N, j \in N(i) \cup \{0\}, \quad (2)$$

$$(TI) \quad \sum_{i \in N} \sum_{j \in N(i) \cup \{0\}} \sum_{t'=\max\{t-p_i+1, 0\}}^t X_{ijt'} \leq 1, \quad t \in H, \quad (3)$$

$$S_{ij} = \sum_{t \in H} t \cdot X_{ijt}, \quad i \in N, j \in N(i) \cup \{0\}, \quad (4)$$

$$S_{i,j-1} + p_i \leq S_{ij}, \quad i \in N, j \in N(i), \quad (5)$$

$$W_{ij} \geq \alpha_i(l_i - S_{ij} + S_{i,j-1}), \quad i \in N, j \in N(i) \quad (6)$$

$$W_{ij} \geq \beta_i(S_{ij} - S_{i,j-1} - l_i), \quad i \in N, j \in N(i), \quad (7)$$

$$X_{ijt'} \in \{0, 1\}, \quad i \in N, j \in N(i) \cup \{0\}, t \in H. \quad (8)$$

