



**HAL**  
open science

## Synthèse algébrique d'estimateurs de vitesses longitudinale et latérale d'une automobile

Jorge Villagra, Brigitte d'Andréa-Novel, Michel Fliess, Hugues Mounier

► **To cite this version:**

Jorge Villagra, Brigitte d'Andréa-Novel, Michel Fliess, Hugues Mounier. Synthèse algébrique d'estimateurs de vitesses longitudinale et latérale d'une automobile. e-STA Sciences et Technologies de l'Automatique, 2008, 5 (3), pp.12-27. inria-00289015v1

**HAL Id: inria-00289015**

**<https://inria.hal.science/inria-00289015v1>**

Submitted on 19 Jun 2008 (v1), last revised 11 Jan 2009 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Synthèse algébrique d'estimateurs de vitesses longitudinale et latérale d'une automobile

Jorge VILLAGRA<sup>1</sup>, Brigitte D'ANDRÉA-NOVEL<sup>2</sup>, Michel FLIESS<sup>3,4</sup>, Hugues MOUNIER<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática  
Univ. Carlos III, Leganés (Madrid), Espagne  
jvillagr@ing.uc3m.es

<sup>2</sup> Centre de Robotique, École des Mines de Paris  
60 boulevard Saint-Michel, 75272 Paris cedex 06, France  
brigitte.dandrea-novel@ensmp.fr

<sup>3</sup> INRIA-ALIEN

<sup>4</sup> LIX (CNRS, UMR 7161)  
École polytechnique, 91128 Palaiseau, France  
michel.fliess@polytechnique.edu

<sup>5</sup> Institut d'Électronique Fondamentale (CNRS, UMR 8622)  
Université Paris-Sud, 91405 Orsay, France  
hugues.mounier@u-psud.fr

*Résumé*— Cet article présente une nouvelle approche pour l'estimation des vitesses au centre de gravité d'un véhicule. Dans le but d'obtenir une estimation la plus robuste possible vis à vis de variations paramétriques et notamment de l'adhérence, nous utilisons les mesures disponibles dans un véhicule de série, sans chercher à modéliser les efforts pneumatiques. La stratégie proposée repose sur des techniques algébriques récentes d'estimation de la dérivée d'un signal et sur une approche de type diagnostic.

## I. INTRODUCTION

### A. Généralités

Les systèmes actifs de type ESP ou *Lane keeping*, de même que les ABS ou les stratégies *Stop and Go* dépendent fortement des efforts d'interaction pneus/chaussée et notamment de l'adhérence. Une bonne connaissance de la vitesse véhicule au centre de gravité constitue également une information importante. C'est pourquoi de nombreuses méthodes d'estimation à base de modèles des efforts pneumatiques<sup>1</sup> se sont développées ces dernières années.

Un grand nombre de publications utilisent le modèle bicyclette (cf. [25]) (linéaire ou non linéaire suivant les modélisations des pneumatiques). Dans [2] et [20], les auteurs proposent différentes versions du filtre de Kalman étendu. [22] utilise une stratégie à base de modes glissants, [1] implémente des observateurs à grands gains et [13], [24], [5], [12], [3] utilisent une fonction de Lyapunov pour synthétiser des observateurs non-linéaires asymptotiques des efforts ou des vitesses. Ces approches, valables uniquement sur des conditions très favorables de roulage (faibles virages et vitesse lentement variable) s'avèrent extrêmement sensibles à l'adhérence. D'autres auteurs (voir [17], [19]) ont essayé de rendre la rigidité de dérive variable en utilisant des modèles de relaxation, dont les paramètres sont, à leur tour,

identifiés. Dans toutes ces méthodes, les modèles des efforts pneumatiques comme ceux de Pacejka [16] ou de Lugre [4] sont malheureusement difficilement exploitables, les paramètres étant trop nombreux ou mal identifiables.

C'est pourquoi nous avons préféré utiliser des modèles dynamiques relativement simples, avec un nombre minimal de paramètres et un maximum d'informations issues des capteurs embarqués dans le véhicule.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique de rotation aux roues, on peut écrire :

$$I_r \dot{\omega} = -r F_x + C \quad (1)$$

où  $I_r$  et  $r$  sont respectivement le moment d'inertie et le rayon de la roue,  $\omega$  est sa vitesse de rotation,  $F_x$  l'effort longitudinal au point de contact pneumatique/sol, et  $C$  le couple moteur/frein. Sachant que l'on peut mesurer  $\omega$  et sous certaines hypothèses estimer  $C$ , et que l'on connaît les valeurs de  $I_r$  et de  $r$  (supposés constants), l'équation (1) peut donner une première estimation de  $F_x$ . Notons d'autre part qu'une bonne estimation des efforts verticaux  $F_z$  peut également être obtenue simplement (e.g. [21]), ce qui permet de synthétiser un estimateur du coefficient d'adhérence  $\mu = F_x/f_z$ . Cependant, il faudrait évaluer la robustesse d'un tel estimateur par rapport à des erreurs sur le couple ou le rayon de la roue. Une éventuelle amélioration passe alors par la connaissance de la vitesse longitudinale.

L'obtention des vitesses au centre de gravité est une première étape vers la synthèse de lois de commande et la réalisation d'un diagnostic embarqué du comportement véhicule.

De plus, la connaissance du taux de glissement<sup>2</sup> passe par l'estimation précise de la vitesse longitudinale pour laquelle

<sup>1</sup>On pourra consulter [10], [11], [15] ou [18] pour une introduction sur le sujet.

<sup>2</sup>Le taux de glissement  $\tau = \frac{V_x - r\omega}{V_x}$  est la variable la plus importante caractérisant l'adhérence, i.e.  $\mu = f(\tau)$

on utilise la loi de composition des mouvements :

$$\begin{cases} \gamma_x(t) = \dot{V}_x(t) - \dot{\psi}(t)V_y(t) \\ \gamma_y(t) = \dot{V}_y(t) + \dot{\psi}(t)V_x(t) \end{cases} \quad (2)$$

avec  $V_y$  vitesse transversale,  $\dot{\psi}$  vitesse de lacet,  $\gamma_x$  accélération longitudinale et  $\gamma_y$  accélération transversale. Même si les dynamiques verticale, de roulis et de tangage sont négligées dans ce modèle, il reste très proche de la réalité, et surtout, il est complètement indépendant du véhicule utilisé. En effet, il n'utilise aucun paramètre, et ne dépend que des trois entrées dont on dispose (on verra par la suite que l'on se sert également des informations odométriques). Remarquons enfin que, contrairement à la plupart des approches précédemment citées, il n'utilise pas la mesure de l'angle de braquage disponible sur le bus de communication du véhicule.

### B. Plan de l'article

Dans le second paragraphe, on présentera l'approche générale pour l'estimation des vitesses longitudinale et transversale au centre de gravité du véhicule. Des outils similaires aux techniques de diagnostic seront introduits pour faire face aux problèmes d'observabilité associés à l'équation (2). Dans un contexte automobile réel, les capteurs sont généralement de bas coût et délivrent donc des mesures souvent fort bruitées qu'il sera nécessaire de filtrer. Le filtrage des signaux et de ses dérivées fera l'objet du § III, où un aperçu des techniques algébriques utilisées sera rappelé (voir [8] pour plus de détails). Le § IV sera consacré à une description détaillée des algorithmes d'estimation implémentés. Les résultats sur des simulations réalistes seront présentés dans le § V. Enfin, dans le § VI nous concluerons et donnerons quelques perspectives.

Pour une version anglaise, on pourra consulter [26].

## II. LE DIAGNOSTIC POUR L'ESTIMATION DES VITESSES

Comme cela a déjà été évoqué en introduction, nous allons chercher à utiliser les mesures de  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  et  $\dot{\psi}$  disponibles sur toute voiture équipée de l'ESP ainsi que le changement de repère (2) pour estimer précisément  $V_x$  et  $V_y$ .

Tout d'abord, la proposition suivante montre l'impossibilité mathématique d'estimer simultanément  $V_x$  et  $V_y$  à partir des seules mesures disponibles dans le cas général.

*Proposition 1:* Les vitesses longitudinale  $V_x$  et latérale  $V_y$  ne peuvent être simultanément estimées à partir des équations :

$$\gamma_x(t) = \dot{V}_x(t) - \dot{\psi}(t)V_y(t) \quad (3)$$

$$\gamma_y(t) = \dot{V}_y(t) + \dot{\psi}(t)V_x(t) \quad (4)$$

que si l'on connaît leurs valeurs  $V_{x_{t_0}}$  et  $V_{y_{t_0}}$  à l'instant initial  $t_0$ .

*Preuve:* Le système d'équations (2) peut se réécrire comme une équation en variable complexe si on considère la combinaison linéaire (3)+i(4) :

$$\dot{V}_x(t) + i\dot{V}_y(t) = \gamma_x(t) + i\gamma_y(t) + \dot{\psi}(-iV_x(t) + V_y(t))$$

ce qui est équivalent à l'équation différentielle complexe

$$\dot{V} = -i\dot{\psi}(t)V(t) + \gamma(t), \quad V(t_0) = V_0 \quad (5)$$

avec les variables complexes  $V(t) = V_x(t) + iV_y(t)$  et  $\gamma(t) = \gamma_x(t) + i\gamma_y(t)$ . Il est clair, par le théorème de Cauchy, que l'équation (5) possède une solution unique si la condition initiale  $V_0 = V_x(t_0) + iV_y(t_0)$  est connue. ■

On voit ainsi que, de façon pratique, on ne peut espérer connaître simultanément les vitesses longitudinale et transversale uniquement à l'aide de (2). En effet, pour ce faire, on serait obligé de connaître les vitesses réelles initiales, et ce, de façon systématique pour de petits intervalles de temps (afin d'éviter les dérives associées aux imprécisions d'intégration).

Nous avons opté pour une stratégie permettant d'exploiter les équations (2). On s'est ainsi inspiré des outils de base du diagnostic (voir par exemple [8] et sa bibliographie) pour décomposer le problème comme suit. Considérons les expressions des vitesses  $(V_x, V_y)$  comme la somme d'un terme "idéal"  $(R_x, R_y)$  et d'un autre terme "perturbateur"  $(G_x, G_y)$

$$\begin{cases} V_x(t) = R_x(t) + G_x(t) \\ V_y(t) = R_y(t) + G_y(t) \end{cases} \quad (6)$$

où :

- $R_x = r\omega_t$ , avec  $r$  le rayon de la roue en statique et  $\omega_t = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \omega_i$ , la moyenne des vitesses de rotation des quatre roues ;
- $R_y = -L_1\dot{\psi}$ , avec  $L_1$  l'empattement avant du véhicule.

*Remarque 1:* Les termes "perturbateurs"  $(G_x, G_y)$  peuvent être vus comme les résidus classiquement utilisés en diagnostic. Lorsque ces résidus dépassent un certain seuil, on passe du mode d'estimation nominal au mode dégradé (tous les détails seront présentés dans le § IV).

*Remarque 2:* La séparation entre comportement nominal et perturbé apparaît de façon assez naturelle dans la dynamique longitudinale. Dans le cas de la dynamique transversale, on peut utiliser l'expression des dérives (en l'occurrence du centre de l'essieu avant  $\beta_1$ ) pour obtenir une expression recherchée de la forme (6) :

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{V_y + L_1\dot{\psi}}{V_x}\right) \Rightarrow V_y = -L_1\dot{\psi} + V_x \tan(\beta_1).$$

Dérivant l'équation (6) et remplaçant  $\dot{V}_x$  et  $\dot{V}_y$  par leurs expressions dans (2), nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\dot{R}_x = \dot{\psi}R_y - \dot{G}_x + \dot{\psi}G_y + \gamma_x$$

$$\dot{R}_y = -\dot{\psi}R_x - \dot{G}_y - \dot{\psi}G_x + \gamma_y$$

D'où l'on tire le système d'équations différentielles ordinaires en  $G_x$  et  $G_y$  :

$$\dot{G}_x(t) = \dot{\psi}(t)G_y(t) + L_1\dot{\psi}^2(t) - r\dot{\omega}_t(t) + \gamma_x(t) \quad (7)$$

$$\dot{G}_y(t) = -\dot{\psi}(t)G_x(t) - \dot{\psi}(t)r\omega_t(t) - L_1\ddot{\psi}(t) + \gamma_y(t) \quad (8)$$

$$G_x(t_0) = 0, \quad G_y(t_0) = 0 \quad (9)$$

L'intégration du système précédent nous donnera donc des informations sur les instants où l'approximation  $V_x =$

$r\omega_t$  cesse d'être acceptable. Si les valeurs obtenues de  $G_x$  étaient précises, ces informations pourraient être largement suffisantes pour avoir une bonne estimation de la vitesse longitudinale (tous les détails seront présentés dans le paragraphe IV). Cependant, les forts bruits de mesure (notamment sur les accéléromètres, voir figure 1), ainsi qu'un pas d'intégration fixe (limité à la période d'échantillonnage des mesures) obligent à un pré-traitement des signaux. De plus, nous avons besoin de dérivateurs numériques robustes aux bruits<sup>3</sup> et utilisables en temps réel.

Le paragraphe suivant résume les techniques algébriques d'estimation des dérivées (voir [8] pour des compléments et pour des applications variées au non-linéaire). Elles sont utilisées, d'une part, pour le filtrage de  $\gamma_x, \gamma_y, \psi$ , et d'autre part, pour l'estimation des dérivées  $\dot{\omega}$  et  $\dot{\psi}$ .

### III. MÉTHODES ALGÈBRIQUES D'ESTIMATION DES DÉRIVÉES

Substituons à la série convergente  $x(t) = \sum_{n \geq 0} a_n \frac{t^n}{n!}$ ,  $a_n \in \mathbb{C}$ , le développement de Taylor tronqué  $x_N(t) = \sum_{n=0}^N a_n \frac{t^n}{n!}$ . Il lui correspond dans le domaine opérationnel (cf. [28])

$$s^{N+1}x_N - s^N x_N(0) - s^{N-1}\dot{x}_N(0) \dots - x_N^{(N)}(0) = 0$$

Les dérivées à l'origine  $t = 0$  sont ainsi obtenues à partir du système d'équations linéaires

$$s^{-\nu} \frac{d^m}{ds^m} \left\{ x_N^{(N)}(0) + x_N^{(N-1)}(0)s + \dots + x_N(0)s^N \right\} = s^{-\nu} \frac{d^m}{ds^m} \left\{ s^{N+1}x_N \right\} \quad (10)$$

$m = 0, \dots, N$ ,  $\nu \geq N + 1$ . Ce système étant triangulaire avec des éléments diagonaux non nuls, les paramètres  $x_N^{(i)}(0)$ , et par conséquent les coefficients  $a_0, \dots, a_N$  sont *linéairement identifiables*. Remplaçons  $x_N$  par  $x$  dans (10); on obtient ainsi l'*estimée opérationnelle*  $[x^{(i)}(0)]_{e_N}$  de  $x^{(i)}(0)$ .

Pour le passage au numérique, il suffit, selon les règles usuelles du calcul opérationnel (cf. [28]), de remplacer dans (10) :

- $\frac{c}{s^\alpha}$ ,  $\alpha \geq 1$ ,  $c \in \mathbb{C}$ , par  $c \frac{t^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}$ ,  $t \geq 0$ ;
- $\frac{1}{s^\alpha} \frac{d^n x}{ds^n}$  par l'intégrale itérée d'ordre  $\alpha$

$$\int_0^t \int_0^{t_{\alpha-1}} \dots \int_0^{t_1} (-1)^n \tau^n x(\tau) dt_{\alpha-1} \dots dt_1 d\tau = \frac{(-1)^n}{(\alpha-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} \tau^n x(\tau) d\tau \quad (11)$$

#### Remarques

- Les itérations des intégrales produisent une moyennisation, donc un filtrage passe-bas, qui permet d'atténuer l'effet des bruits (cf. [7]).
- La fenêtre temporelle d'estimation peut être choisie très petite, ce qui permet une implantation en temps réel.

<sup>3</sup>Une étude sur la robustesse des dérivateurs numériques présentés ici sous l'angle du rapport signal/bruit peut être trouvée dans [14].

L'expression générale des estimateurs des dérivées  $n$ -ièmes peut être exprimée, dans une fenêtre de taille<sup>4</sup>  $T$ , comme suit [14] :

$$\mathcal{P}_\nu(T) \begin{bmatrix} x_N(0) \\ \dot{x}_N(0) \\ \vdots \\ x_N^{(N)} \end{bmatrix} = \int_0^T \mathcal{Q}_\nu(\tau) y(\tau) d\tau \quad (12)$$

où les éléments de la matrice triangulaire  $\mathcal{P}_\nu(T)$  sont, pour  $i = 0, \dots, N$ ,  $j = 0, \dots, N - i$  :

$$\{\mathcal{P}_\nu(T)\}_{ij} = \frac{(N-j)!}{(N-1-j)!} \frac{T^{\nu-N+i+j-1}}{(\nu-N+i+j-1)}$$

Les éléments du terme intégral sont

$$\{\mathcal{Q}_\nu(\tau)\}_i = \sum_{l=0}^i q_{i,l} (T-\tau)^{\nu-N-1-l} \tau^{i-l}$$

avec

$$q_{i,l} = \binom{i}{l} \frac{(N+1)!}{(N+1-l)!} \frac{(-1)^{i-l}}{(\nu-N-1-l)!}$$

A titre d'exemple, on présente ci-dessous la particularisation de l'expression (12) pour le filtrage de l'accélération longitudinale et pour la dérivée de la vitesse de lacet. Dans les deux cas, nous avons supposé que le signal pou-

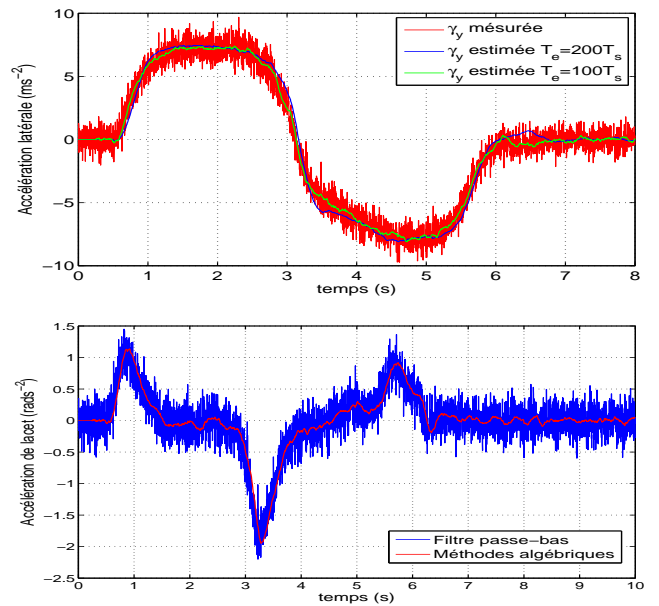


Fig. 1. Filtrage de l'accélération latérale avec deux tailles de fenêtres différentes (en haut); comparaison entre la dérivée numérique de  $\dot{\psi}$  avec les méthodes algébriques et celle obtenue avec un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est 5 Hz.

vait s'approximer localement par des polynômes linéaires ( $N = 1$ ). Ainsi,  $\gamma_y(t) = a_0 + a_1 t$ ,  $t \geq 0$ ,  $a_0, a_1 \in \mathbb{R}$  et  $\dot{\psi}(t) = b_0 + b_1 t$ ,  $t \geq 0$ ,  $b_0, b_1 \in \mathbb{R}$ . L'objectif dans le

<sup>4</sup>Afin d'une part, de respecter l'hypothèse d'analyticité, et d'autre part, d'éviter des problèmes liés à la réinitialisation des fenêtres, nous avons utilisé des fenêtres glissantes de taille constante.

premier cas est d'obtenir un estimateur de  $a_0$  et, dans le deuxième, de  $b_1$ . Si on prend  $\nu = 3$  et  $\nu = 2$  respectivement, les estimateurs prennent la forme suivante<sup>5</sup>

$$\hat{\gamma}_y = \hat{a}_0 = \frac{2}{T^2} \int_0^T (2T - 3\tau) \gamma_y(\tau) d\tau$$

$$\hat{\psi} = \hat{b}_1 = \frac{-3!}{T^3} \int_0^T (T - 2\tau) \dot{\psi}(\tau) d\tau$$

On observe sur les figures 1 leur puissance de débruitage suivant la fenêtre d'estimation utilisée.

#### IV. ALGORITHME FINAL D'ESTIMATION

En utilisant d'une part, la loi de composition des mouvements (2), et d'autre part, l'information issue du système (7), l'estimation de  $V_x$  et  $V_y$  se réalise avec les algorithmes 1 et 2 :

---

##### Algorithme 1 Estimation de $V_x$

---

**ENTRÉES:** Vitesse de lacet  $\dot{\psi}(t)$ , accélérations longitudinale  $\gamma_x(t)$  et transversale  $\gamma_y(t)$ , vitesses de rotation des 4 roues  $\omega_i(t)$ , estimateur de vitesse transversale  $\hat{V}_y(t)$

**SORTIES:** Estimateur de vitesse longitudinale  $\hat{V}_x(t_i)$ ,  $\forall t_i \in [0, T]$

- 1: Utiliser les techniques de filtrage et dérivation du paragraphe III pour obtenir  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\gamma}_x$ ,  $\hat{\gamma}_y$ ,  $\hat{\omega}_t$  et  $\hat{\omega}_t$
  - 2: Intégrer numériquement le système (7) avec les signaux estimés précédemment
  - 3: **si**  $|\hat{G}_x(t)| < \epsilon_1$ ,  $\forall t \in [t_i - \alpha T_s, t_i]$  **alors**
  - 4:  $\hat{V}_x(t_i) = r\omega_t(t_i)$
  - 5: **sinon**
  - 6:  $\hat{V}_x(t_i) = r\omega_t(t_{i-1}) + \left( \int_{t_i}^t \gamma_x + \dot{\psi} \hat{V}_y \right) dt$
  - 7: **fini**
- 

---

##### Algorithme 2 Estimation de $V_y$

---

**ENTRÉES:** Vitesse de lacet  $\dot{\psi}(t)$ , accélérations longitudinale  $\gamma_x(t)$  et transversale  $\gamma_y(t)$ , vitesses de rotation des 4 roues  $\omega_i(t)$ , estimateur de vitesse longitudinale  $\hat{V}_x(t)$ , vitesse transversale connue  $\hat{V}_y(t_0) = V_{y0}$

**SORTIES:** Estimateur de vitesse transversale  $\hat{V}_y(t_i)$ ,  $\forall t_i \in [0, T]$

- 1: Utiliser les techniques de filtrage et dérivation du paragraphe III pour obtenir  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\gamma}_x$ ,  $\hat{\gamma}_y$ ,  $\hat{\omega}_t$  et  $\hat{\omega}_t$
  - 2: Intégrer numériquement le système (7) avec les signaux estimés précédemment
  - 3: **si**  $|\hat{G}_y(t)| < \epsilon_2$ ,  $\forall t \in [t_i - \beta T_s, t_i]$  **alors**
  - 4:  $\hat{V}_y(t_i) = 0$
  - 5: **sinon**
  - 6:  $\hat{V}_y(t_i) = \hat{V}_y(t_{i-1}) - \int_{t_i}^t (\gamma_y - \dot{\psi} \hat{V}_x) dt$
  - 7: **fini**
- 

On peut constater que les conditions pour le changement de mode d'intégration (aussi bien en longitudinal qu'en

<sup>5</sup>Les termes intégraux des estimateurs sont implantés numériquement avec la méthode des trapèzes.

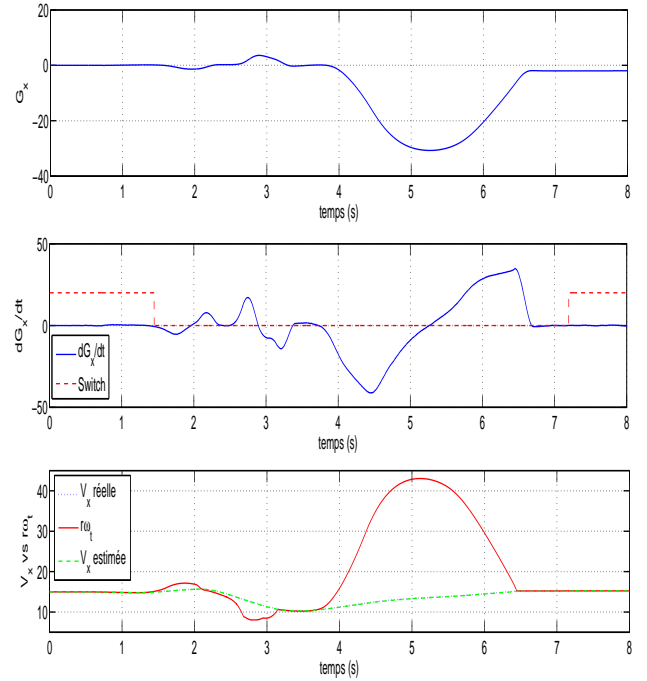


Fig. 2. Évolution de  $G_x(t)$  (haut), de  $\dot{G}_x(t)$  et des changements de mode d'estimation de la vitesse longitudinale (milieu) et des vitesses réelle, estimée et de  $r\omega_t$  (bas)

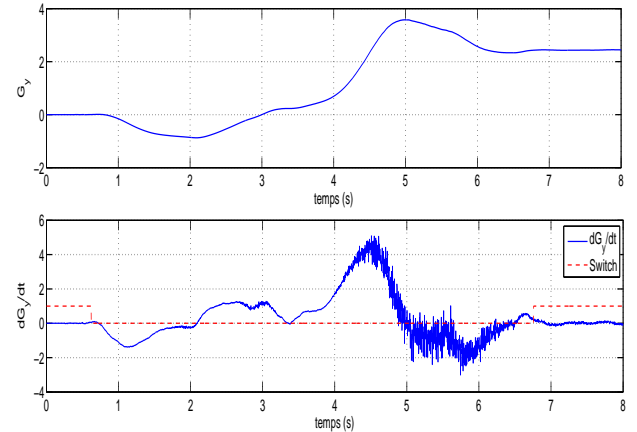


Fig. 3. Évolution de  $\dot{G}_y(t)$  (en haut) et de  $\dot{G}_x(t)$  avec les changements de mode d'estimation de la vitesse transversale (en bas)

transversal) ne sont pas obtenues à partir des valeurs de  $G_x$  et  $G_y$ .

On peut remarquer dans la figure 2 que lors du scénario présenté dans le paragraphe suivant, l'évolution de  $G_x$  est liée à la validité de l'hypothèse  $V_x = r\omega_t$ . Cependant, on peut noter que pour  $t \geq 7s$ ,  $G_x$  ne se stabilise pas autour de l'origine. L'explication d'un tel phénomène est associée à la fois aux importants bruits de mesure et au pas d'intégration (limité par la période d'échantillonnage des signaux,  $T_s = 0.0025$  s).

Nous avons ainsi préféré utiliser  $\dot{G}_x$  car, même si ce signal est bruité, il reste toujours proche de zéro dans les cas où  $V_x = r\omega_t$ . Remarquons aussi que l'on a imposé une certaine fenêtre (de taille  $\alpha T_s$  réglée par l'utilisateur) sur laquelle la condition de seuil doit être respectée. La raison

d'une telle condition est d'éviter des changements brusques de mode d'estimation à chaque passage de  $\dot{G}_x$  par zéro. On observe cependant en figure 2 (graphe du milieu, vers la zone finale) que le temps de réponse aux stabilisations autour de  $\dot{G}_x = 0$  est important<sup>6</sup>.

L'analyse précédente peut être réalisée également avec  $G_y$ .

*Remarque 3:* Notons que si l'horizon de travail est relativement long, il est souhaitable de réinitialiser le système d'équations (7) dès que les dérivées des résidus sont proches de zéro.

## V. RÉSULTATS DE SIMULATIONS

Le scénario que nous avons considéré (voir figure 4) a conduit à des accélérations maximales autour de  $0.8g$  aussi bien pour  $\gamma_x$  que pour  $\gamma_y$ .

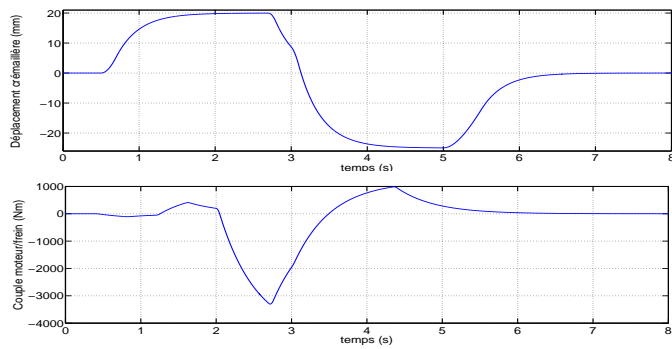


Fig. 4. Évolution de la direction (crémaillère) et du couple moteur/frein

Même si nous ne sommes pas arrivés à la phase de validation expérimentale, les résultats numériques obtenus en simulation sont réalistes. En effet, nous avons utilisé un simulateur complet à 14 degrés de liberté avec une modélisation fine des suspensions, des essieux et des pneumatiques [16]. Par ailleurs, nous avons ajouté un bruit blanc gaussien sur toutes les mesures avec des variances similaires (voire plus fortes) que celles que l'on retrouve sur de vrais capteurs embarqués<sup>7</sup>. Enfin, remarquons que les paramètres introduits dans le paragraphe précédent prennent les valeurs de la table I.

Paramètre	Valeur
$T_s$	0.0025 s
$\epsilon_1$	0.25
$\epsilon_2$	0.25
$\alpha$	50
$\beta$	50
$T_e$	$150 T_s$

TABLE I  
VALEURS DES PARAMÈTRES UTILISÉS

La figure 5 montre les résultats sur une route avec adhérence relativement normale ( $\mu = 0.7$ ). On observe de manière générale des estimations très performantes. Les fi-

<sup>6</sup>Il appartient à l'ingénieur de trouver le bon compromis entre une estimation peu bruitée et une plus grande réactivité.

<sup>7</sup>Les variances des bruits ajoutés aux accélérations, à la vitesse de lacet et aux vitesses de rotation des roues sont, respectivement,  $\sigma_\gamma = 0.5$ ,  $\sigma_{\dot{\psi}} = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\omega_i} = 0.1$ .

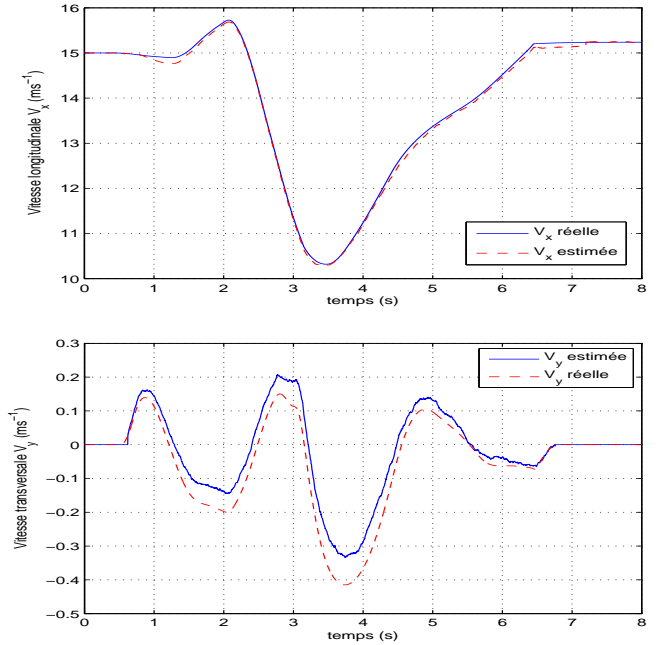


Fig. 5. Vitesses longitudinales (en haut) et transversales (en bas) réelle et estimée avec une adhérence constante de  $\mu = 0.7$

gures 6 et 7 montrent le comportement des estimateurs sur le même scénario lorsque l'adhérence est plus forte ( $\mu = 0.9$ ) et plus faible ( $\mu = 0.5$ ), respectivement.

On observe un comportement globalement très similaire au cas initial, où les vitesses longitudinales continuent à être finement estimées, et les vitesses transversales respectent très correctement le gabarit réel de comportement. Il faut néanmoins remarquer que les erreurs d'estimation de  $V_x$  ont une incidence plus forte sur les erreurs d'estimation de  $V_y$  qu'inversement.

## VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Une nouvelle approche pour l'estimation des vitesses au centre de gravité du véhicule est proposée, reposant sur des techniques algébriques d'estimation et de diagnostic. Nous présentons ainsi une stratégie utilisant uniquement la loi de composition des mouvements (aucune modélisation des pneumatiques n'est nécessaire), ce qui confère aux estimateurs une robustesse remarquable.

Les premiers résultats mettent en évidence non seulement de bonnes performances, mais aussi une grande robustesse aux importants bruits de mesure et aux conditions d'adhérence de la route. Cependant, même si les simulations ont essayé de reprendre des conditions d'utilisation les plus réalistes possibles, une validation expérimentale sur un large éventail de scénarios s'avère fondamentale. Une étude approfondie sur la robustesse par rapport aux bruits de mesure et sur le choix systématique des seuils sera également menée dans cette étape.

Par ailleurs, nous chercherons à utiliser des techniques similaires à celles présentées dans cet article pour l'estimation des forces pneumatiques et de l'adhérence, exploitables dans des systèmes de contrôle de type stop-and-go (e.g. [27]).

*Remerciements :* Travail effectué avec le soutien finan-

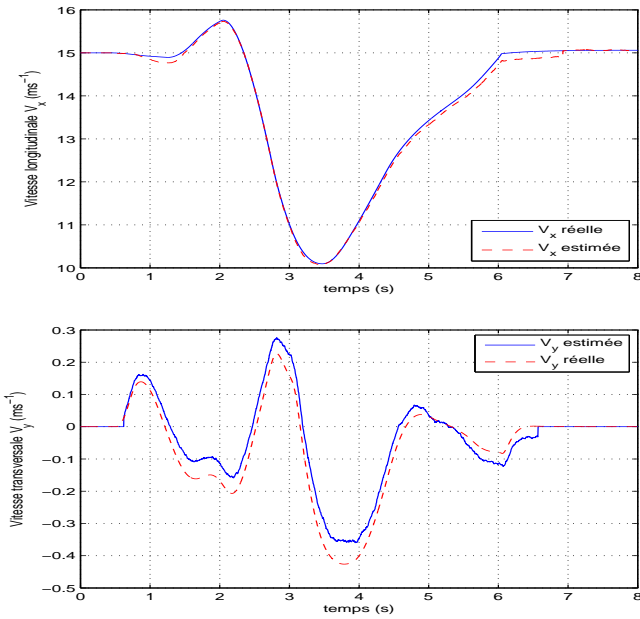


Fig. 6. Vitesses longitudinales (en haut) et transversales (en bas) réelle et estimée avec une adhérence constante de  $\mu = 0.9$

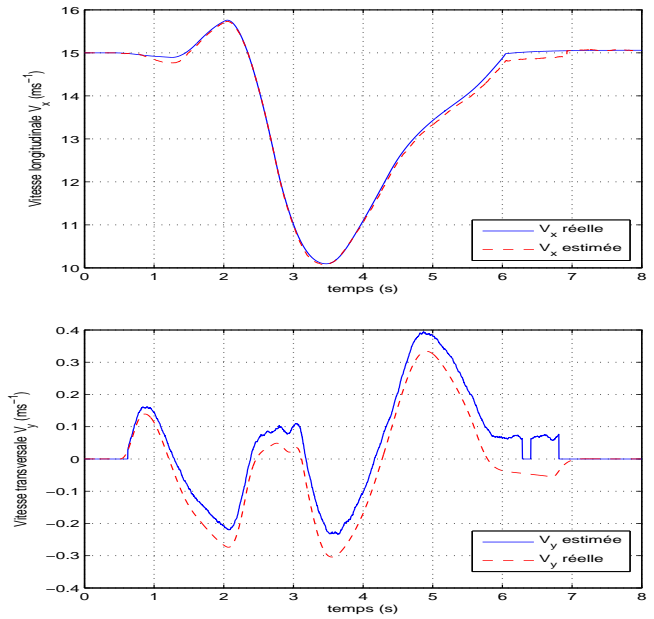


Fig. 7. Vitesses longitudinales (en haut) et transversales (en bas) réelle et estimée avec une adhérence constante de  $\mu = 0.5$

cier du projet du GdR MACS *Méthodes algébriques pour l'estimation temps réel : le cas des coefficients d'adhérence des efforts pneumatiques*. Les auteurs tiennent à exprimer leur reconnaissance à Cédric Join (INRIA-ALIEN et CRAN Nancy) et Mamadou Mboup (INRIA-ALIEN et Université Paris Descartes) pour leur concours à la mise en œuvre informatique des dérivateurs numériques.

#### RÉFÉRENCES

- [1] B. d'Andréa-Novel, H. Chou, J.-M. Coron, M. Ellouze, E. Fenaux, M. Pengov et F. Zarka, "An optimal control methodology for braking in corner with stability", *Europ. Control Conf.*, Porto, 2001.
- [2] G. Baffet, A. Charara et J. Stéphant, "Sideslip angle, lateral tire force and road friction estimation in simulations and experiments", *Proc. IEEE Internat. Conf. Control Appl.*, Munich, pp. 903-908, 2006.
- [3] M. Börner et R. Isermann, "Adaptive one-track model for critical lateral driving situations", *Proc. Internat. Symp. Advanced Vehicle Control*, Hiroshima, 2002.
- [4] C. Canudas-de-Witt, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset et G. Gissinger, "Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 39, pp. 189-226, 2003.
- [5] H. Cherouat, M. Braci et S. Diop, "Vehicle velocity, side slip angles and yaw rate estimation", *Proc. IEEE Internat. Symp. Industrial Electronics*, Dubrovnik, pp. 349-354, 2005.
- [6] Comité Français pour les Techniques routières (CFTR), "Mesure de l'adhérence des chaussées routières", note n° 11, 2005.
- [7] M. Fliess, "Analyse non standard du bruit", *C.R Acad. Sc. Paris, ser. I*, vol. 342, pp. 797-802, 2006.
- [8] M. Fliess, C. Join et H. Sira-Ramírez, "Non-linear estimation is easy", *Internat J. Modelling Identification Control*, Vol. 3, 2008 (en ligne sur <http://hal.inria.fr/inria-00158855>).
- [9] Y. Fukada, "Slip-Angle Estimation for Vehicle Stability Control", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 32, p. 375-388, 1999.
- [10] G. Genta, "Motor vehicle dynamics : modeling and simulation", World Scientific, 1997.
- [11] T. D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", SAE International, 1992.
- [12] L. Imsland, T.A. Johansen, T. I. Fossen, J. C. Kalkkuhl et A. Suissa, "Vehicle velocity estimation using modular nonlinear observers", *Proc. 44<sup>th</sup> IEEE Conf. Decision Control & Europ. Control Conf.*, Seville, pp. 6728-6733, 2005.
- [13] U. Kiencke et L. Nielsen, "Automotive Control Systems for Engine, Driveline and Vehicle", Springer, Heidelberg, 2005.
- [14] M. Mboup, C. Join et M. Fliess, "A revised look at numerical differentiation with an application to nonlinear feedback control", *Proc. 15<sup>th</sup> Mediterrean Conf. Control Automation*, Athènes, 2007 (en ligne sur <http://hal.inria.fr/inria-00142588>).
- [15] W. F. Milliken, D. L. Milliken "Race Car Vehicle Dynamics", SAE International, 1995.
- [16] H. Pacejka, E. Baker, "The magic formula tyre mode 1", *1<sup>st</sup> Internat. Coll. Tyre Models Vehicle System Analysis*, pp. 1-18, 1991.
- [17] A. Rahbi, N.K. M'Sirdi, N. Zbiri et Y. Delanne, "Vehicle-road interaction modelling for estimation of contact forces", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 43, pp. 403-411, 2005.
- [18] R. Rajamani, "Vehicle Dynamics And Control", Springer, Mechanical Engineering Series, 2005.
- [19] L. Ray, "Nonlinear tire force estimation and road friction identification : simulation and experiments", *Automatica*, Vol. 33, pp. 1819-1833, 1997.
- [20] B. Samadi, R. Kazemi K. Y. Nikravesh et M. Kabganian "Real-Time estimation of vehicle state and tire-road friction forces", *American Control Conf.*, Arlington, VA, pp. 3318-3323, 2001.
- [21] T. Shim et D. Margolis, "Model-Based Road Friction Estimation", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 41, pp. 249-276, 2004.
- [22] J. Stéphant, A. Charara et D. Meizel, "Evaluation of sliding mode observer for vehicle sideslip angle", *Proc. 16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague, 2005.
- [23] A.Y. Ungoren, H. Peng et H.E. Tseng "A study on lateral speed estimation methods", *Int. J. Vehicle Autonomous Systems*, Vol. 2, 2004.
- [24] A. von Vietinghoff, M. Hiemer et U. Kiencke, "Nonlinear observer design for lateral vehicle dynamics", *Proc. 16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague, 2005.
- [25] J. Villagra, "Conception optimisée de lois de commande et de paramètres pour les organes de liaison au sol", Thèse de doctorat, École des Mines de Paris, 2006.
- [26] J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, H. Mounier, "Estimation of longitudinal and lateral vehicle velocities : an algebraic approach", *Proc. American Control Conference*, Seattle, June 2008 (en ligne sur <http://hal.inria.fr/inria-00263844/fr/>).
- [27] J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, H. Mounier "Robust grey-box closed-loop stop-and-go control", submitted to *Control and Decision Conference 2008*.
- [28] K. Yosida, "Operational Calculus: A Theory of Hyperfunctions", Springer, New York, 1984 (traduit du japonais).