HAL
open science

Gestion a moyen terme:constitution du modele et amorce de solution

K. Meier, Jean-Marie Proth

To cite this version:

K. Meier, Jean-Marie Proth. Gestion a moyen terme:constitution du modele et amorce de solution. RR-0554, INRIA. 1986. inria-00076000

HAL Id: inria-00076000

https://inria.hal.science/inria-00076000

Submitted on 24 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INRIA
CENTRE DE ROCQUENCOURT

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
B.P.105
78153 Le Chesnay Cedex
France
Tél. (1) 39 63 55 11

Rapports de Recherche

N° 554

GESTION À MOYEN TERME : CONSTITUTION DU MODÈLE ET AMORCE DE SOLUTION

Klaus MEIER
Jean-Marie PROTH

Août 1986

GESTION A MOYEN TERME :
CONSTITUTION DU MODELE ET AMORCE DE SOLUTION

MEIER Klaus *

PROTH Jean-Marie *

ABSTRACT :

This paper proposes a method which leads to a medium term production management model. It also contains a linear programming approach to obtain an optimal control.

RESUME :

Dans ce papier, on trouvera une méthode qui conduit à un modèle de Gestion de Production à moyen terme. On y trouvera également une recherche du contrôle optimal par le biais de la programmation linéaire.

* INRIA-LORRAINE, Château du Montet, Rue du Doyen Roubault, 54500 Vandoeuvre.

PAPIER RECUPERE ET RECYCLE

1. INTRODUCTION

En gestion de production, l'approche hiérarchisée est une réponse à la complexité des sytèmes considérés et permet de réagir progressivement aux aléas de la production. Le principe est simple : au niveau le plus élevé, on considère un modèle global sur un horizon important et l'on cherche à optimiser le comportement de ce modèle. On passe ensuite à un horizon plus restreint, sur lequel on établit un modèle plus détaillé dont on cherche à optimiser le comportement en tenant compte des contraintes induites par la solution précédente, et ainsi de suite. On atteint ainsi le niveau le plus détaillé qui est celui de l'ordonnancement et qui correspond à un horizon de l'ordre de la journée.

On manipule donc un modèle particulier du système de production et on utilise des critères différents à chacun des niveaux que nous venons d'évoquer. On comprend que, plus le niveau auquel on se place est élevé, plus l'effort à fournir pour concevoir le modèle est important. Au niveau le plus élevé, par exemple, on travaille avec des entités qui sont des sous-systèmes de fabrication (ensemble de machines, ateliers, ou parfois usines) et des familles de produits qui regroupent des produits ayant des comportements analogues lors de leur passage sur le sytème de fabrication. On compense ainsi l'augmentation de complexité due à la taille de l'horizon. En outre, la taille de l'horizon permet souvent de raisonner en flux, et non en unités.

Remarquons encore que les familles de produits et les sous-systèmes de fabrication s'affinent au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'ordonnancement : à ce niveau, les entités manipulées sont les pièces et les machines.

Nous ne parlons pas ici du problème de choix de l'horizon à chacun des niveaux. A notre connaissance, ce problème n'a pas encore retenu l'attention des chercheurs. Peut-être est-ce parce qu'il est généralement imposé par les structures de l'entreprise. Le problème de la constitution des familles et des sous-systèmes de fabrication n'a pas non plus reçu de réponse satisfaisante. On comprend cependant que l'importance des regroupements dépend de la taille de l'horizon retenu : plus celui-ci est important, plus le nombre d'entités à manipuler est faible. C'est, partiellement au moins, une conséquence de la loi des grands nombres : un horizon important permet, par exemple, de regrouper dans une même famille des produits dont les comportements en fabrication sont relativement éloignés : on peut en effet espérer que tous les produits seront convenablement représentés sur tout l'horizon, ce qui garantira le comportement moyen attendu.

Terminons en rappelant les trois niveaux classiques en gestion de production si l'on écarte la stratégie pour n'envisager que l'aspect tactique. Il sont donnés dans la figure 1.

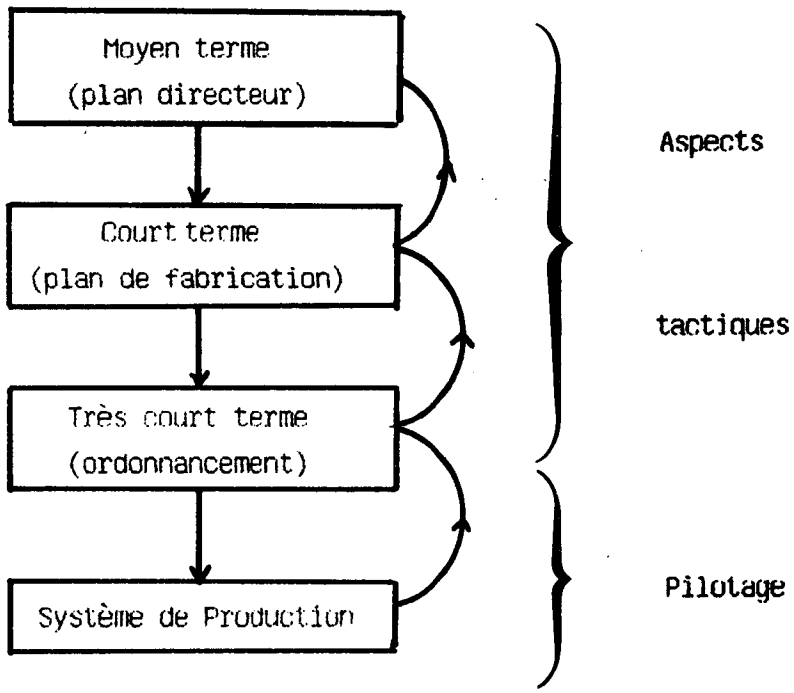

Fig. 1

La gestion à moyen terme a pour objectif l'ajustement des moyens disponibles aux besoins réels évalués. Besoins et évaluation sont globaux : on travaille par familles de produits et centres de charges. On aboutit ainsi au plan directeur. Le moyen terme est le lien entre la stratégie et la tactique de l'entreprise. C'est à l'intérieur de ce moyen terme que nous nous situons. A titre indicatif, l'horizon considéré va de 1 à 3 ans.

La gestion à court terme aboutit au plan de fabrication qui donne le placement des tâches dans le temps en tenant compte des capacités du système de fabrication. Ces capacités sont prises en compte en terme de capacité à effectuer tel ou tel type d'opérations. Cette démarche est connue sous le nom de planification.

Toujours à titre indicatif, le court terme implique, suivant les fabrications, un horizon qui va de la semaine à plusieurs mois.

Enfin, la gestion à très court terme a pour objectif d'affecter dans le détail les moyens aux tâches à partir du plan obtenu sur le court terme : c'est l'ordonnancement. Le court terme s'applique à une période qui va de la journée au mois.

Outre l'introduction, le présent papier comporte quatre paragraphes.

Le paragraphe 2 montre comment obtenir un modèle continu à moyen terme.

Le paragraphe 3 propose un exemple qui illustre la démarche qui conduit au modèle à moyen terme.

Dans le paragraphe 4, nous présentons une formulation mathématique correspondant à ce modèle : c'est la programmation linéaire.

Les conlusions composent le paragraphe 5.

2. DU SYSTEME DE PRODUCTION AU MODELE

On cherche à agréger les machines en m sous-systèmes notés $S_1, \ldots, S_m$ et les produits en n familles $f_1, f_2, \ldots, f_n$ de sorte que :

a. Si un produit P est représenté dans $\mathbb{R}^m$ par $P = \{t_{p,1}, t_{p,2}, \ldots, t_{p,m}\}$, où $t_{p,j}$ est le temps de passage du produit P sur le sous-système S_j, alors tous les produits d'une même famille sont proches au sens de la distance euclidienne. Cette proximité garantit un comportement analogue des produits d'une même famille sur le système de fabrication. On ne les distinguera donc pas au niveau de leur gestion.

b. Si W_i et W_j sont les séquences des sous-systèmes visités par les familles f_i et f_j respectivement, et si S_k et S_l appartiennent à W_i et W_j, alors l'ordre relatif de S_k et S_l est le même dans W_i et W_j. Nous dirons que les flux sont unidirectionnels.

Bien entendu, la condition a. exige que puisse être calculé le temps de passage d'un produit sur un sous-système de fabrication. Nous verrons comment faire ces calculs lorsqu'on connaît les temps de passage des produits sur les machines élémentaires. Les produits d'une même famille étant proches au sens indiqué plus haut, le retard pris par le flux correspondant à une famille donnée dans la traversée d'un sous-système de fabrication pourra être supposé ne dépendre que de la famille et du sous-système, et non des produits en cours de transformation.

Une conséquence de la contrainte b. est que deux machines visitées dans des ordres différents suivant le produit concerné seront regroupées dans le même sous-système de fabrication. Pour filtrer les phénomènes secondaires, tel que le recyclage de produits après un contrôle de qualité négatif par exemple, nous admettons en pratique que la contrainte b. doit être satisfaite à un seuil ξ donné par l'utilisateur : la contrainte est réputée satisfaite si elle n'est violée que par moins de ξ % des produits.

2.1. Constitution des sous-systèmes de fabrication

Si plusieurs machines effectuent les mêmes opérations, éventuellement avec des performances différentes, elles sont regroupées dans le même sous-système. Nous pouvons remplacer un tel ensemble de machines par une machine équivalente, et le temps de passage d'un produit P sur cette machine équivalente sera calculé comme nous l'indiquons maintenant.

Soient $M_1, M_2, \ldots, M_K$ des machines capables d'effectuer les mêmes opérations et P un produit qui a à subir l'une de ces opérations. Soient $t_{P,1}, t_{P,2}, \ldots, t_{P,K}$ les temps de passage de P sur $M_1, M_2, \ldots, M_K$ respectivement. Si nous désignons par M la machine équivalente à l'ensemble $\{M_1, \ldots, M_K\}$, nous admettons que :

$$t_{P,M} = \sum_{j=1}^{K} [(t_{P,j})^{-1}]^{-1} \qquad (1)$$

où $t_{P,M}$ est le temps de passage de P sur M.

Par exemple, si K = 3 :

$$t_{P,M} = \frac{1}{1/t_{P,1} + 1/t_{P,2} + 1/t_{P,3}}$$

Dans la suite, nous supposons que tous les sous-ensembles de machines semblables ont été remplacés par une machine équivalente comme nous venons de l'indiquer.

Nous considérons maintenant le graphe G dont les sommets sont des machines. Un arc relie deux sommets M_a et M_b dans le sens M_a ----> M_b si et seulement si il existe au moins un produit qui visite successivement M_a puis M_b. Nous supposons que G est simplement connexe, c'est-à-dire que, quel que soit le couple (M_a, M_b) de sommets de G, il existe un chemin (composé d'arêtes non orientées) qui relie M_a à M_b. Si G n'est pas simplement connexe, ses composantes connexes constitueront des îlots de fabrication indépendants et nous appliquerons ce qui va suivre à chacun d'entre eux.

Supposons que la fabrication d'un produit P nécessite l'utilisation d'une même machine M à deux stades différents de sa transformation. G_p, gamme de P, sera donc de la forme :

$$G_p = \{M_{i_1}, M, M_{i_2}, \ldots, M_{i_r}, M, \ldots\}$$

La séquence $M, M_{i_2}, \ldots, M_{i_r}, M$ formera ce que nous appelons une **boucle**. Cette boucle sera remplacée par une machine équivalente M*, et le temps de passage de P sur M*, noté $t_{P,M*}$, sera :

$$t_{P,M*} = \text{Max}\,\{t^{(1)}+t^{(2)},\ t_{P,i_2}, \ldots t_{P,i_r}\} \qquad (2)$$

où : $t^{(1)}$ est la durée du premier passage de P sur M

$t^{(2)}$ est la durée du second passage de P sur M

t_{P,i_s} ; $s = 2, \ldots, r$, est la durée du passage de P sur M_{i_s}.

Les sous-systèmes de fabrication sont donc obtenus en :

1. séparant les composantes connexes,
2. remplaçant, à l'intérieur de chaque composante connexe :
   - 2.1. tout ensemble de machines capables d'effectuer les mêmes opérations (dites machines semblables) par une machine équivalente,
   - 2.2. tout ensemble de machines situées sur une boucle par une machine équiva- lente .

Les relations (1) et (2) donnent les temps de passage des produits sur les machines équivalentes dans chacun de ces cas

Nous montrons maintenant comment obtenir une famille de produits.

2.2. Constitution des familles de produits

A ce stade, le système de fabrication apparaît comme un ensemble de sous-systèmes de fabrication, et nous connaissons le temps de passage de chaque type de produit sur chacun de ces sous-systèmes. Nous sommes également en mesure d'associer à chaque type de produit un **poids** qui représente la proportion de produits de ce type qui seront pris en charge durant une période donnée. Cette information peut être le résultat de statistiques, ou encore de prévisions.

Nous disposons donc d'un tableau du type de celui de la figure 1.

	S_1	S_2	...	S_j		S_m	Poids
P_1	t_{11}	t_{12}	...	t_{1j}	...	t_{1m}	μ_1
P_2	t_{21}	t_{22}	...	t_{2j}	...	t_{2m}	μ_2
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
P_i	t_{i1}	t_{i2}	...	t_{ij}	...	t_{im}	μ_i
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
P_n	t_{n1}	t_{n2}	...	t_{nj}	...	t_{nm}	μ_n

Fig. 1

Chaque produit P_i ; $i = 1, \ldots, n$, est un point de $\mathbb{R}^m$:

$P_i = \{t_{i,1}, \ldots, t_{i,m}\}$ avec un poids μ_i,

où $t_{i,j}$ est le temps de passage de P_i sur S_j.

Les familles de produits sont obtenues par application d'une méthode de type "nuées dynamiques" qui aboutit à des classes de produits caractérisées par leur centre d'inertie (voir [1]).

Remarquons que nous ne tenons pas compte de l'ordre dans lequel les pièces visitent les sous-systèmes pour constituer les familles de produits. En outre, il n'est pas certain que la méthode employée soit la meilleure possible pour obtenir des classes qui réunissent des produits passant des temps voisins sur chacun des sous-systèmes de fabrication visités. Nous la retenons pour l'instant.

3. UN EXEMPLE D'APPLICATION

Nous présentons un exemple de taille réduite pour des raisons de place. Il est donc assez peu significatif, mais suffisant pour illustrer la méthode.

Cet exemple comporte 13 machines et 10 types de pièces différents. Nous supposons en outre que tous les types de pièces sont à fabriquer en mêmes proportions : nous choisissons donc un poids égal à 1 pour chaque type de produit.

Les gammes sont données ci-dessous :

Type 1 :

$$\begin{pmatrix} M3(3) \\ M13(4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M2(5) \\ M9(6) \end{pmatrix} \quad (M5(5))\ (M11(3))\ (M4(1)\ (M10(5))$$

Type 2 :

$$(M7(5)) \begin{pmatrix} M3(3) \\ M13(1) \end{pmatrix} \quad (M8(4))\ (M5(3))\ \ (M11(7)\ (M5(3))\ (M10(7))$$

Type 3 :

$$(M7(3))\ \ (M8(5)) \begin{pmatrix} M1(1) \\ M6(2) \\ M12(2) \end{pmatrix} \quad (M4(3))\ (M10(1)$$

Type 4 :

$$\begin{pmatrix} M2(6) \\ M3(6) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M3(2) \\ M13(5) \end{pmatrix} \quad (M11(5))\ (M5(5)) \begin{pmatrix} M1(3) \\ M6(4) \\ M12(4) \end{pmatrix} (M10(4))$$

Type 5 :

$$\begin{pmatrix} M3(2) \\ M13(5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M2(4) \\ M9(5) \end{pmatrix} \quad (M5(6))\ \ (M11(2))\ (M4(2)\ \ (M10(3)$$

Type 6 :

$$(M7(4)) \begin{pmatrix} M3(1) \\ M13(3) \end{pmatrix} \quad (M11(6))\ (M5(5))\ \ (M8(3))\ (M10(6))$$

Type 7 :

$$(M7(1) \begin{pmatrix} M2(1) \\ M9(2) \end{pmatrix} \quad (M8(6)) \begin{pmatrix} M1(2) \\ M6(3) \\ M12(3) \end{pmatrix} (M4(4))\ (M10(1))$$

Type 8 :

$$(M7(6))\begin{pmatrix}M2(2)\\M9(2)\end{pmatrix}\quad(M8(3))\ (M5(5))\quad(M8(3))\ (M11(5))\ (M10(7))$$

Type 9 :

$$(M7(2))\quad(M8(3))\quad(M5(8))\ (M4(3))\begin{pmatrix}M1(1)\\M12(2)\end{pmatrix}$$

Type 10 :

$$(M7(5))\quad(M3(1))\quad(M2(2))\ (M8(4))\quad(M5(3)\quad(M11(7))\begin{pmatrix}M6(1)\\M12(1)\end{pmatrix}(M10(7))$$

Dans cette formulation, M1, M2, ..., M13 désignent les machines. Le chiffre entre parenthèses derrière chaque indicateur de machine est le temps passé par le produit sur la machine. Enfin, lorsque plusieurs indicateurs de machines sont placés l'un sous l'autre, cela signifie que le produit considéré peut passer sur l'une ou l'autre des machines en question (il s'agit donc de machines semblables).

3.1. Constitution des sous-systèmes de fabrication

La première phase des calculs permet d'identifier les machines semblables et de :

a. numéroter les machines équivalentes,

b. trier les produits concernés par chacune de ces machines équivalentes.

Ces résultats sont regroupés dans le tableau 1. Dans notre exemple, il nous restera 9 machines équivalentes après regroupement des machines semblables. Ce fait est rappelé par la première colonne et la première ligne du tableau. La deuxième ligne donne les numéros des machines. Nous apprenons par exemple que les machines 1, 6 et 12 sont regroupées dans la machine équivalente 1. La seconde colonne rappelle les numéros des pièces et la troisième colonne l'opération concernée dans la gamme de la pièce. Le corps du tableau rappelle les temps de passage des pièces sur les machines. La présentation choisie met en évidence les temps à retenir pour les calculs des temps de passage sur les machines équivalentes.

			1	1	1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	9
			1	6	12	2	9	3	13	4	5	7	8	10	11
1	3	3	1.	2.	2.	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
1	4	5	3.	4.	4.	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
1	7	4	2.	3.	3.	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
1	9	5	1.	**	2.	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
1	10	7	**	1.	1.	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
2	1	2	**	**	**	5.	6.	**	**	**	**	**	**	**	**
2	4	1	**	**	**	6.	6.	**	**	**	**	**	**	**	**
2	5	2	**	**	**	4.	5.	**	**	**	**	**	**	**	**
2	7	2	**	**	**	1.	2.	**	**	**	**	**	**	**	**
2	8	2	**	**	**	2.	2.	**	**	**	**	**	**	**	**
2	10	3	**	**	**	2.	**	**	**	**	**	**	**	**	**
3	1	1	**	**	**	**	**	3.	4.	**	**	**	**	**	**
3	2	2	**	**	**	**	**	3.	1.	**	**	**	**	**	**
3	4	2	**	**	**	**	**	2.	5.	**	**	**	**	**	**
3	5	1	**	**	**	**	**	2.	5.	**	**	**	**	**	**
3	6	2	**	**	**	**	**	1.	3.	**	**	**	**	**	**
3	10	2	**	**	**	**	**	1.	**	**	**	**	**	**	**
4	1	5	**	**	**	**	**	**	**	1.	**	**	**	**	**
4	3	4	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**	**	**	**
4	5	5	**	**	**	**	**	**	**	2.	**	**	**	**	**
4	7	5	**	**	**	**	**	**	**	4.	**	**	**	**	**
4	9	4	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**	**	**	**
5	1	3	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**	**	**
5	2	4	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**	**	**
5	2	6	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**	**	**
5	4	4	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**	**	**
5	5	3	**	**	**	**	**	**	**	**	6.	**	**	**	**
5	6	4	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**	**	**
5	8	4	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**	**	**
5	9	3	**	**	**	**	**	**	**	**	8.	**	**	**	**
5	10	5	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**	**	**
6	2	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**	**
6	3	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**	**
6	6	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	4.	**	**	**
6	7	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	1.	**	**	**
6	8	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	6.	**	**	**
6	9	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	2.	**	**	**
6	10	1	**	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**	**
7	2	3	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	4.	**	**
7	3	2	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**	**
7	6	5	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**
7	7	3	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	6.	**	**
7	8	3	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**
7	8	5	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**
7	9	2	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**	**
7	10	4	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	4.	**	**
8	1	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	5.	**
8	2	7	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	7.	**
8	3	5	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	1.	**
8	4	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	4.	**
8	5	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.	**
8	6	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	6.	**
8	7	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	1.	**
8	8	7	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	7.	**
8	10	8	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	7.	**
9	1	4	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	3.
9	2	5	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	7.
9	4	3	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	5.
9	5	4	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	2.
9	6	3	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	6.
9	8	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	5.
9	10	6	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	7.

Tableau 1

Dans le tableau 2 nous trouvons, pour chaque type de pièces :

a. la suite des opérations à effectuer,

b. la machine (ou machine équivalente) sur laquelle chacune des opérations va être effectuée. La correspondance entre les numéros utilisés pour les machines équivalentes et les machines réelles a été donnée dans le tableau 1.

c. le temps passé par le produit sur chaque machine (ou machine équivalente). Dans le cas d'une machine équivalente, le temps a été calculé en appliquant la formule (1).

La seconde phase des calculs se déroule en deux étapes :

a. recherche des composantes simplement connexes. Notre exemple n'en comporte qu'une ;

b. recherche des composantes fortement connexes. Il s'agit de regrouper les boucles en machines équivalentes.

Le résultat de ces regroupements est donné dans la figure 2. Les temps équivalents, calculés à l'aide de la relation (2), sont portés dans le tableau 3. On y voit que nous aboutissons à cinq sous-systèmes de fabrication.

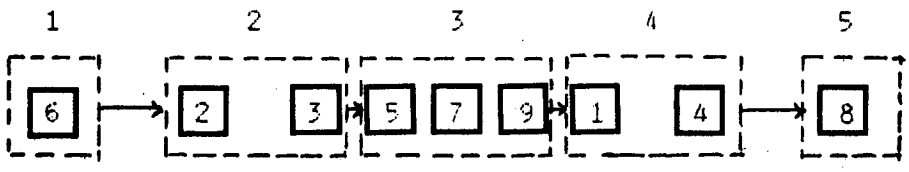

Fig. 2

Type 1

operation	machine	temps
1	3	1.71
2	2	2.73
3	5	5.00
4	9	3.00
5	4	1.00
6	8	5.00

Type 2

operation	machine	temps
1	6	5.00
2	3	0.75
3	7	4.00
4	5	3.00
5	9	7.00
6	5	3.00
7	8	7.00

Type 3

operation	machine	temps
1	6	3.00
2	7	5.00
3	1	0.50
4	4	3.00
5	8	1.00

Type 4

operation	machine	temps
1	2	3.00
2	3	1.43
3	9	5.00
4	5	5.00
5	1	1.20
6	8	4.00

Type 5

operation	machine	temps
1	3	1.43
2	2	2.22
3	5	6.00
4	9	2.00
5	4	2.00
6	8	3.00

Type 6

operation	machine	temps
1	6	4.00
2	3	0.75
3	9	6.00
4	5	5.00
5	7	3.00
6	8	6.00

Type 7

operation	machine	temps
1	6	1.00
2	2	0.67
3	7	6.00
4	1	0.86
5	4	4.00
6	8	1.00

Type 8

operation	machine	temps
1	6	6.00
2	2	1.00
3	7	3.00
4	5	5.00
5	7	3.00
6	9	5.00
7	8	7.00

Type 9

operation	machine	temps
1	6	2.00
2	7	3.00
3	5	8.00
4	4	3.00
5	1	0.67

Type 10

operation	machine	temps
1	6	5.00
2	3	1.00
3	2	2.00
4	7	4.00
5	5	3.00
6	9	7.00
7	1	0.50
8	8	7.00

Tableau 2

Type de pièces	Sous-systèmes de fabrication 1	2	3	4	5
1	0.00	2.73	5.00	1.00	5.00
2	5.00	0.75	7.00	0.00	7.00
3	3.00	0.00	5.00	3.00	1.00
4	0.00	3.00	5.00	1.20	4.00
5	0.00	2.22	6.00	2.00	3.00
6	4.00	0.75	6.00	0.00	6.00
7	1.00	0.67	6.00	4.00	1.00
8	6.00	1.00	6.00	0.00	7.00
9	2.00	0.00	8.00	3.00	0.00
10	5.00	2.00	7.00	0.50	7.00

Type de pièces

Tableau 3

3.2. Constitution de familles de produits

Nous appliquons d'abord une méthode de type "nuées dynamiques" pour obtenir les classes ou familles de produits.

Nous obtenons trois familles :

Famille 1 :

Types de produits : 1, 4, 5
Inertie intra-classe : 3.5

Famille 2 :

Type de produits : 2, 6, 8, 10
Inertie intra-classe : 5.0

Famille 3 :

Type de produits : 3, 7, 9

Inertie intra-classe : 8.3

Inertie totale : 154.02

Inertie inter-classes : 137.2

Partant de ces familles et des sous-systèmes de fabrication obtenus ci-dessus, nous obtenons les temps de passage suivants :

		Sous systèmes				
		1	2	3	4	5
Familles	1	0.00	2.65	5.33	1.40	4.00
	2	5.00	1.13	6.50	0.13	6.75
	3	2.00	0.22	6.33	3.33	0.67

Les flux (i.e. nombre d'unités produites par unité de temps) sont les quantités précédentes. Le flux est supposé infini lorsqu'un produit ne passe pas sur un sous-système de fabrication.

Nous montrons maintenant comment optimiser les flux issus de l'étude précédente.

4. APPLICATION DE LA PROGRAMMATION LINEAIRE

Nous supposons connus :

$S_1, \ldots, S_m$: les sous-systèmes de fabrication obtenus à l'aide de la procédure précédente.

$f_1, \ldots, f_n$: les familles de produits.

Nous nous intéressons au comportement du système entre les instants 0 et T. T sera appelé "horizon de l'étude". La période $[0, T]$ est divisée en q intervalles de temps élémentaires de mesure Δt :

$$\Delta t = T/q$$

Pour $k = 1, \ldots, q$; $i = 1, \ldots, n$; nous connaissons d_i^k, flux de la demande de la famille de produits f_i sur l'intervalle $I^k = [(k-1)\Delta t, k\Delta t)$. Ce flux est supposé constant sur l'intervalle élémentaire de mesure Δt.

Bien entendu, $d_i^k \geq 0$.

Pour $k = 1, \ldots, q$; $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, m$;

$\mu_{i,j}^k$ est le flux de produits de la famille f_i à l'entrée du sous-système S_j durant la période I^k. Ce flux est supposé constant durant la période élémentaire I^k. ces quantités sont les inconnues de notre problème.

Le flux qui passe à travers un sous-système de fabrication est limité par la capacité de ce sous-système.

Cette contrainte s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{n} g_{i,j}\, \mu_{i,j}^k \leq 1 \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q \qquad (3)$$

où $g_{i,j}$ est un facteur de normalisation.

Les contraintes (3) expriment que la capacité d'un sous-système de fabrication peut se partager indifféremment entre toutes les familles qui le traversent.

Les contraintes suivantes, plus générales, admettent qu'une partie du sous système de fabrication peut être affectée spécifiquement à certaines familles de produits. Elles se composent des contraintes (3), qui bornent la somme des flux, et des contraintes :

$$g_{ij}\, \mu_{i,j}^k \leq \beta_{ij} \leq 1 \; ; \qquad (4)$$

$$i = 1, \ldots, n \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q$$

Ces contraintes indiquent, en supplément, que l'ensemble de la capacité d'un sous-système ne peut pas être affectée à une seule famille.

La figure 3 représente les contraintes (3) et (4) pour deux familles, dans le sous-système de fabrication S_j.

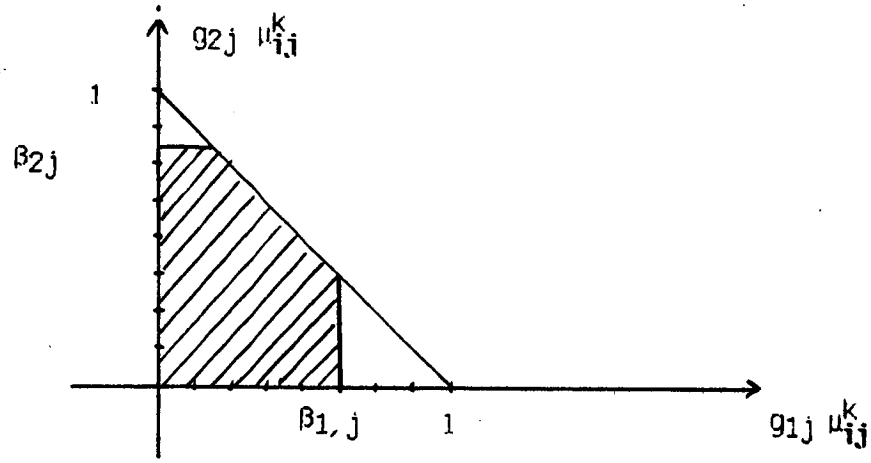

Fig. 3

Bien entendu, les flux sont non nuls, et nous aurons à tenir compte des contraintes :

$$\mu^k_{ij} \geq 0 \ ; \ i = 1, \ldots, n \ ; \ j = 1, \ldots, m \ ; \ k = 1, \ldots, q \qquad (5)$$

Les produits peuvent être stockés entre deux sous-systèmes successifs. Nous écrivons que ces stocks sont positifs ou nuls. Dans la suite, x^k_{ij} ; $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, m$; $k = 1, \ldots, q$, désigne le niveau du stock de produits de la famille f_i à la sortie du sous-système S_j à la fin de la période élémentaire I^k.

x^0_{ij} ; $i = 1, \ldots, N$; $j = 1, \ldots, m$; $k = 1, \ldots, q$, stocks à l'instant zéro, sont connus. En outre, si f_i ne passe pas sur S_j, $x^k_{ij} = 0$ quel que soit k.

Nous désignons par $s_i(j)$ l'indice du sous-système de production qui suit S_j dans la gamme de f_i.

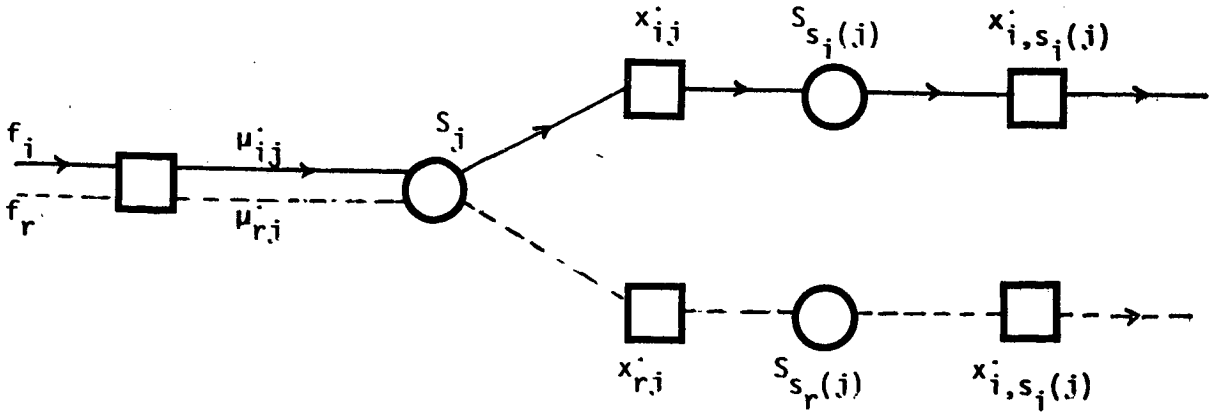

Fig. 4

Les relations indiquant que les stocks sont positifs ou nuls s'écrivent :

$$x_{ij}^{k} \geq 0 \tag{6}$$

et :

$$x_{ij}^{k} = x_{ij}^{k-1} + (\mu_{ij}^{k} - \mu_{i,s_i(j)}^{k})\Delta t \tag{7}$$

$$i = 1, \ldots, n \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q .$$

Si $s_i(j)$ n'existe pas, c'est-à-dire si S_j est le dernier sous-système de fabrication visité par f_i, alors :

$$\mu_{i,s_i(j)}^{k} = d_i^{k}$$

D'autre part, la relation (7) peut se réécrire :

$$x_{ij}^{k} = x_{ij}^{0} + \sum_{r=1}^{k} (\mu_{ij}^{r} - \mu_{i,s_i(j)}^{r})\Delta t \tag{8}$$

Cette dernière formulation sera retenue.

Enfin, nous cherchons à minimiser le coût total. Ce coût total se compose d'un coût se stockage et d'un coût de production.

Le coût de stockage est une constante par unité de flux pour chaque famille de produits et pour une durée Δt. Le coût de stockage d'une unité de produit f_i à la sortie de S_j durant une prériode Δt est $a_{ij} \geq 0$.

On suppose de même que le coût de production d'une unité de flux de f_i sur S_j durant une période élémentaire Δt est $b_{ij} \geq 0$.

Il est facile à voir que le coût de production peut être écarté dans le calcul de l'optimum : minimiser le coût de stockage revient à minimiser la production totale ce qui entraine, dans notre cas, une minimisation du coût de production. Cela ne serait pas exact dans le cas d'un coût de production qui ne serait pas une fonction linéaire du flux.

Finalement, notre problème s'écrit :

Minimiser :

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{q} a_{ij}\, x_{ij}^{k}$$

sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^{n} g_{ij}\, \mu_{ij}^{k} \leq 1 \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q$$

$$g_{ij}\, \mu_{ij}^{k} \leq \beta_{ij} \; ; \; i = 1, \ldots, n \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q$$

$$\mu_{ij}^{k} \geq 0 ; \; i = 1, \ldots, n \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q$$

$$x_{ij}^{k} \geq 0 ; \; i = 1, \ldots, n \; ; \; j = 1, \ldots, m \; ; \; k = 1, \ldots, q$$

avec

$$x_{ij}^{k} = x_{ij}^{0} + \sum^{k} (\mu_{ij}^{r} - \mu_{i,s_i(j)}^{r})\Delta t \; ; \; i = 1, \ldots, n ; j = 1, \ldots, m ; k = 1, \ldots, q$$

5. CONCLUSION

Nous venons de montrer la démarche à suivre pour créer un modèle continu à moyen terme. Nous avons également indiqué comment trouver la solution optimale attachée à ce modèle en utilisant la programmation linéaire. Bien entendu, cette approche devient rapidement très lourde : le nombre de variables est égal à n.m.q, où n est le nombre de familles, m le nombre de sous-systèmes de fabrication et q le nombre d'intervalles élémentaires. D'autres approches seront donc utilisées pour résoudre ce problème. Il restera ensuite à répondre aux questions suivantes :

1. quel horizon choisir pour ce moyen terme ? C'est de cet horizon que dépendra les flux de sortie à considérer.

2. comment déduire les contraintes du court terme de la solution optimale à moyen terme ? La réponse à cette question dépend également du choix du court terme.

BIBLIOGRAPHIE

[1] : S.B. GERSHWIN, R. AKELLA, Y.F. CHOONG :

"Short term production scheduling on an automated manufacturing facility", IBM J. Res. Develop., vol 29, n° 4, 1985.

[2] : J. KIMENIA, S.B. GERSHWIN, D. BERTSEKAS :

"Computation of production control policies by a dynamic programming technique", Lecture Notes in Control and Information Sciences, 5th Conférence on Analysis and Optimization of Systems, Springer, vol. 44, pp. 243-259, Versailles 1982.

[3] : C. LIBOSVAR, J.M. PROTH, P. VARIN :

"Convergent systems : minizing the in-process inventory in stochastic environment", to be published.

[4] : J.M. PROTH :

"Regroupement en familles de produits en fonction des outils disponibles", Rapport de Recherche INRIA, n° 370, Paris, 1985.

Imprimé en France
par
l'Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique