HAL
open science

Segmentation et représentation d'images de traits

Jean-Christophe Pettier, Jean Camillerapp

To cite this version:

Jean-Christophe Pettier, Jean Camillerapp. Segmentation et représentation d'images de traits. [Rapport de recherche] RR-2066, INRIA. 1993. inria-00074606

HAL Id: inria-00074606

https://inria.hal.science/inria-00074606

Submitted on 24 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Segmentation et représentation d'images de traits

Jean-Christophe Pettier
Jean Camillerapp

N° 2066

Octobre 1993

PROGRAMME 4

Robotique, Image et Vision

Rapport de recherche

1993

ISSN 0249-6399

Segmentation et représentation d'images de traits

Jean-Christophe Pettier*
Jean Camillerapp**

Programme 4

Projet Temis

Rapport de recherche n°2066 - Octobre 1993

72 pages

Résumé : La squelettisation est une voie classique permettant de réduire la difficulté du problème de reconnaissance statique de l'écriture. Elle s'opère généralement à partir d'images binaires, cette approche dissocie segmentation et modélisation. Or, malgré les nombreux travaux menés depuis plusieurs décennies, il n'existe toujours pas de solution totalement satisfaisante à chacune de ces deux étapes. Aussi, proposons nous de traiter des images en niveaux de gris afin de permettre une coopération entre segmentation et modélisation. Par ailleurs, nous suggérons une représentation mixte permettant de décrire à la fois les segments de trait reconnus et les zones complexes dont l'interprétation doit être reportée. L'obtention de cette représentation s'effectue à partir de différents types d'information extraits de la matrice image. Cette approche permet d'assurer la robustesse en s'appuyant sur la cohérence de l'information. Le résultat contient des points représentatifs ainsi que des attributs numériques et symboliques.

Mots-clé : squelettisation, suivi de contour, reconnaissance de formes, reconnaissance de l'écriture, coopération contour-région

* pettier@irisa.fr
** camillerapp@irisa.fr

Unité de recherche INRIA Rennes
IRISA, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex (France)
Téléphone : (33) 99 84 71 00 - Télécopie : (33) 99 38 38 32

Segmentation and representation of stroke images

Abstract: Skeletonization is a classical method of reducing the difficulty of the off-line script recognition problem. It generally operates on binary images, this approach separates segmentation from modelization. But, despite numerous studies conducted for the last decades, there is still no totally reliable solution for each of these two steps. Therefore, we propose to process multi-grey level images in order to allow a cooperation between segmentation and modelization. We also suggest a mixed representation which describes recognized stroke segments as well as complex areas whose interpretation must be postponed. This representation is obtained through different types of information extracted from the image matrix. This approach enables to base reliability on information coherence. The results contains representative points as well as numeric and symbolic attributes.

Key-words: skeletonization, stroke following, pattern recognition, script recognition, region and edge-based segmentation

1. Introduction 1

2. Cadre de l'extraction 4

2.1. Nature du tracé 4

2.2. Variabilité de l'écriture 5

2.3. Critères d'évaluation de la squelettisation 6

2.3.1. Conservation de la géométrie du tracé 6

2.3.2. Conservation de la topologie du tracé 7

2.3.3. Critères annexes 7

3. Principes généraux 9

3.1. Choix de l'acquisition 9

3.1.1. Quantité d'information 9

3.1.2. Nature de l'information 12

3.2. Représentation du tracé 13

3.3. Observation du tracé 14

3.4. Nature des traitements 15

4. Modélisation 17

5. Description du système 21

5.1. Extraction des segments de trait 22

5.2. Extraction des perturbations 25

5.3. Analyse du contour 25

5.4. Obtention des composantes filiformes et non filiformes 26

6. Décomposition du tracé 27

6.1. Fondement d'une représentation ambivalente 27

6.2. Zones régulières 28

6.3. Zones singulières 30

6.4. Intérêt de la représentation ambivalente 31

6.5. Optimisation de la décomposition 31

7. Génération des attributs 34
7.1. Conservation de la largeur 35
7.2. Distribution des luminosités 36
7.3. Homogénéité de progression 39

8. Segmentation adaptative du tracé 40
8.1. Suivi de contour libre dans les segments de trait 41
8.1.1. Choix d'un suivi de contour 42
8.1.2. Initialisation 44
8.2. Suivi de contour contraint dans les perturbations 45
8.2.1. Coopération entre gradient et Laplacien 46
8.2.2. Initialisation 47
8.2.3. Raccordement 48
8.3. Analyse de la cohérence des contours 49
8.3.1. Mise en évidence de contours instables 50
8.3.2. Proposition d'un autre contour 51
8.3.3. Appréciation 54

9. Discussion 55
9.1. Paramètres 55
9.2. Résultats 57
9.3. Evaluation numérique 60
9.3.1. Charge de calcul 60
9.3.2. Zones sensibles 62
9.4. Régions improprement décrites 64
9.4.1. Segmentation erronée 65
9.4.2. Représentation indécise 65
9.5. Caractérisation 66

10. Conclusion 67

Glossaire 68

Bibliographie 69

Remerciements 72

1. Introduction

La reconnaissance statique de l'écriture manuscrite est un problème qui intéresse la communauté scientifique par ses multiples facettes. En effet, indépendamment du type de numérisation et de la méthode de reconnaissance, il convient de déterminer quelles informations extraire de l'image. Ce choix a une influence prépondérante sur la qualité du résultat final et sur la méthodologie de reconnaissance. S'il s'agit de reconnaître des caractères isolés, le nombre de caractéristiques extractibles est quasiment illimité car l'information est localisée. On peut traiter directement la matrice image, ses transformées ou toute représentation symbolique intermédiaire. Si par contre, l'écriture est libre[1], chaque composante du texte peut indifféremment être un signe, une lettre, un n-gramme[2], ou bien l'ensemble d'un mot cursif. De part cette variabilité, l'exploitation directe de l'image n'est plus envisageable. Une représentation intermédiaire permet alors de s'affranchir du codage en pixels afin de mieux assurer l'identification des formes constitutives par réduction du volume de données.

Au premier abord, les possibilités de représentation sont simples. On peut décrire le tracé en ses *enveloppes supérieures et inférieures* [Par89][Boz89] ou en préférer une description plus abstraite : *le squelette* [Ler91][Sim92]. Cette alternative n'est pas sans incidence sur le problème à résoudre. En effet, une approche basée sur l'enveloppe du tracé perçoit surtout la morphologie générale, elle procède de méthodes globales qui restreignent inévitablement le nombre de scripteurs et la taille du lexique à reconnaître. Le squelette permet quant à lui une approche plus analytique, donc plus générique. En dégageant une entité de reconnaissance qui soit proche de la lettre, il autorise l'emploi de vocabulaires importants et permet de traiter une plus grande variabilité d'écritures. Au prix d'une complexité accrue, la reconnaissance peut alors plus facilement prétendre à l'universalité : omni-scripteurs, sans contrainte et lexique quasi-illimité. L'emploi du squelette se justifie également par l'homogénéité entre le geste graphique initial et le codage de ses coordonnées successives [Cox82]. Il est ainsi possible d'envisager le processus de reconnaissance comme l'interprétation des règles de génération du tracé. Tout le problème réside alors dans la formalisation de telles règles.

L'apparente simplicité de la notion de squelette est trompeuse car si le mot se comprend fort bien intuitivement, il ne conduit pas à une définition mathématique unique dans $\aleph^2$, ce qui provoque un foisonnement de méthodes ; plus de 300 d'après [Lee91]. Cependant ces algorithmes manient en général les mêmes données : ils produisent des points discrets à partir d'images binaires. Les articles de synthèse [Dav81][Smi87][Lam92] les classent en deux grandes catégories : *érosions successives* et *calcul d'axe médian*.

1. il est usuel d'ordonner la difficulté du problème selon le type d'écriture : fortement contrainte, contrainte, libre
2. nous renvoyons le lecteur au glossaire en fin de document pour la définition du vocabulaire spécifique

Les méthodes d'érosion consistent à supprimer progressivement des points contours tout en préservant la connexité du tracé, elles s'appuient sur une définition du voisinage [Rut66][Hil69]. C'est essentiellement l'ordre des opérations qui conditionne le résultat. Les amincissements s'opèrent par itérations successives. Si la suppression d'un point dépend des opérations effectuées lors d'une même itération, la méthode est dite séquentielle, sinon elle est parallèle. L'ordre d'examen des pixels peut dépendre du balayage de l'image ou être celui d'un suivi de contour.

Les méthodes de calcul d'axe médian calculent la distance d'un point à son voisin le plus proche appartenant au contour, elles dépendent naturellement de la métrique employée mais aussi de l'orientation des balayages successifs.

Les approches n'appartenant pas à la précédente dichotomie produisent plutôt une vectorisation du tracé. La forme initiale se trouve alors approchée selon une granularité qui éloigne ce type de représentation de la notion de squelette [Paq92].

Malgré des tentatives d'évaluation quantitatives [Lee91], la comparaison des différents algorithmes reste qualitative et aucun n'émerge. Le choix d'une méthode dépend essentiellement des propriétés que le squelette doit préserver pour l'application envisagée [Lam92]. Cette multitude de définitions du squelette provient à notre sens de la dérive entre une notion intuitivement significative pour des formes géométriques possédant un axe de symétrie et son emploi sur des objets pas toujours filiformes ni réguliers. Qui plus est, si la formulation mathématique du squelette est parfaitement définie dans $\Re^2$, elle ne peut se transposer de façon unique dans $\aleph^2$ [Pav82].

Il est souvent tentant de comparer le squelette d'une image d'écriture avec la sortie des systèmes d'acquisition dynamique. En effet, la structure de données est sensiblement identique mis à part la présence de l'information temporelle dans l'acquisition en-ligne. Cependant d'autres facteurs contribuent à différencier ces deux représentations.

Tout d'abord, l'écriture numérisée en ligne ne peut être qualifiée de totalement libre car le scripteur a généralement conscience de participer à un système de reconnaissance. Par ailleurs, le maniement d'un stylo numériseur est souvent moins naturel que celui d'un crayon ordinaire, certaines tablettes ne fournissent d'ailleurs pas de trace visuelle. Ces deux éléments auront donc tendance à attirer l'attention du sujet sur la qualité de son écriture.

Plus fondamentalement, la connaissance de la séquentialité du tracé avantage nettement les systèmes en-ligne puisque ceux-ci sont en mesure de distinguer des aller-retours du stylo qui provoqueraient une trace empâtée sur le papier. L'acquisition statique ne peut donc obtenir une topologie complètement compatible avec la trajectoire du stylo. De plus, la présence d'indications de levés de plume, de ralentissement de vitesse, sont autant de critères permettant l'émission d'hypothèses de segmentation.

Néanmoins, il existe une propriété favorable à l'acquisition hors-ligne. Si l'on émet l'hypothèse que le scripteur évalue la taille minimale d'une forme en fonction de la largeur de l'empreinte laissée sur le papier, *la largeur définit alors une granularité de perception*. Cette information n'est pas présente dans la trajectoire issue d'une tablette graphique, l'intervalle temporel ou spatial séparant deux échantillons y est arbitraire.

Après avoir introduit la problématique de la squelettisation de l'écriture, nous présenterons notre définition d'une squelettisation généralisée basée sur les concepts de représentation mixte, de génération d'attributs et de segmentation adaptative du tracé.

2. Cadre de l'extraction

Nous nous intéressons ici à la problématique de la représentation d'une matrice de pixels par un squelette de points. Après une présentation des principaux types de tracé, nous énumérerons les difficultés relatives à l'extraction de l'écriture puis nous terminerons par une appréciation des critères d'évaluation du squelette en fonction des difficultés mentionnées.

2.1. Nature du tracé

La conception d'un squelettiseur doit s'inscrire dans le cadre général d'une acquisition sans contrainte et donc traiter des familles d'écritures diverses, on peut classer ces familles selon une hiérarchie de complexité croissante pour la reconnaissance [Tap84].

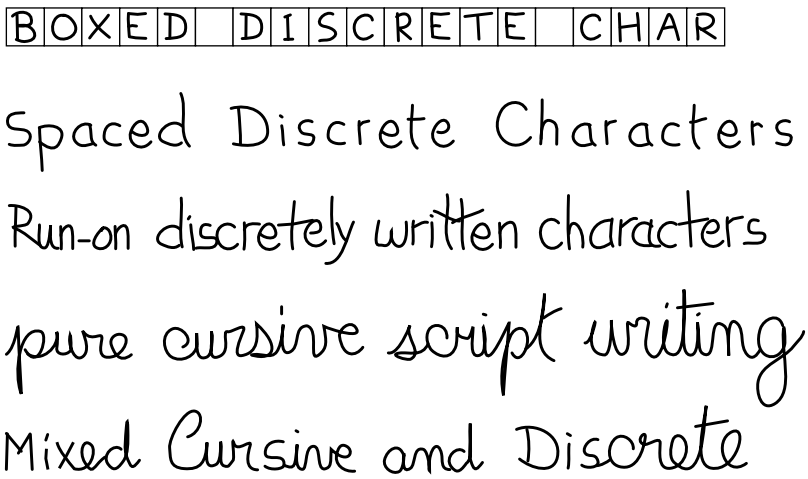


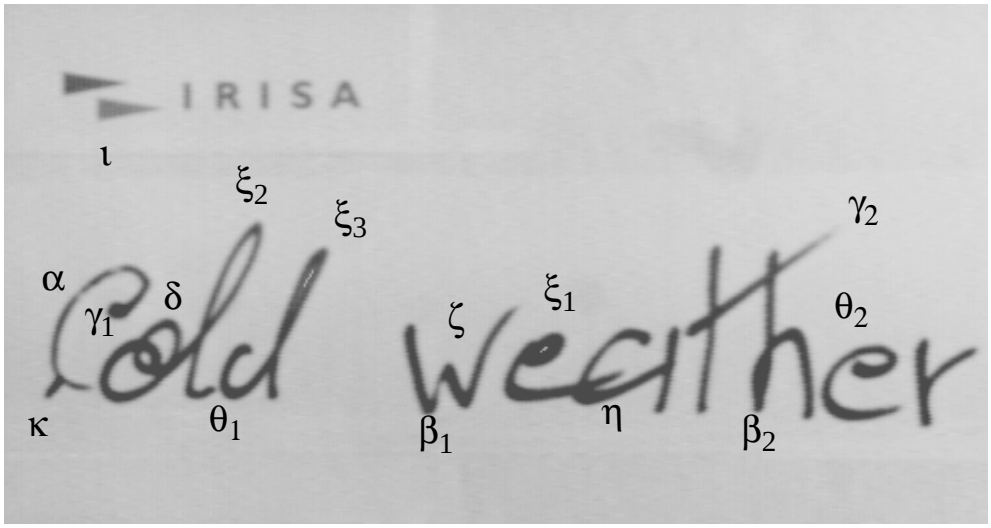
Fig 1 : Hiérarchie de difficultés selon Tappert

Cette taxonomie est également valable pour la squelettisation puisque les interférences possibles entre traits augmentent avec la variabilité de la calligraphie. Le squelette d'une écriture dite "bâton" n'est en effet guère sujet à distorsions tandis que dans une écriture cursive, le tracé peut s'intersecter et se recouvrir, ce qui perturbe l'obtention d'un point médian caractéristique.

De plus, l'écriture varie selon l'état de fatigue, l'empressement et les personnalisations opérées par le scripteur. Le trait comme l'aspect morphologique général est sujet à variations. Celles-ci dépendent de la pression exercée, ce qui induit des variations de largeur et de contraste peu perceptibles pour notre vision globale mais néanmoins présentes à l'échelle du pixel.

2.2. Variabilité de l'écriture

Nous présentons ci-dessous une image comprenant un ensemble sans doute non exhaustif, de difficultés à résoudre par l'opérateur de squelettisation. Chaque difficulté n'a volontairement été référencée qu'une seule fois selon chacun de ses aspects afin de ne pas encombrer inutilement la figure. La sortie papier simulant les niveaux de gris, l'image initiale est notablement dégradée, certains problèmes mentionnés sont donc difficilement perceptibles.



α	variation de contraste (déliés)	ζ	rebroussement
β	variation de largeur	η	protubérance
γ	extrémité de trait (empâtée/acérée)	θ	raccord intra/inter lettre
δ	croisement complexe	κ	petite branche, amorce
ξ	boucle (allongée/compacte perceptible/imperceptible)	ι	fond pré-imprimé

Fig 2 : Diversité des difficultés

Les variations de contraste gênantes sont celles provenant d'un relâchement de la pression, elles peuvent provoquer une rupture de connexité au sein même d'une lettre (α). Les variations de largeur perçues sont naturelles (β_1) ou proviennent d'un recouvrement de traits (β_2). Les extrémités de traits sont empâtées (γ_1) lorsque le crayon a hésité, ou acérées (γ_2) sans terminaison nette lorsque la dynamique est importante. Certains croisements ne s'interprètent qu'avec un contexte suffisant (δ) et les boucles varient d'un repliement à peine perceptible (ξ_1) à une extension pointue (ξ_2), qui peut se recouvrir au point de ne pas laisser percevoir de points

plus clairs au centre (ξ_3). Les rebroussements sont plus ou moins marqués (ζ). Certains traits recouverts ne laissent percevoir que des protubérances (η). D'autre traits sont courts (κ) et les liaisons inter/intra lettres ($\theta_{1/2}$) ne sont pas forcément nettes. Enfin le document peut contenir des objets ne provenant pas d'un tracé manuscrit (ι).

2.3. Critères d'évaluation de la squelettisation

Le manque de formalisation de la squelettisation de l'écriture est lié à la variabilité de celle-ci. Cet état de fait conduit naturellement à un ensemble de critères plus ou moins homogènes et compatibles entre eux, ce qui inhibe tout classement quantitatif. Nous distinguons la conservation de la géométrie et la conservation de la topologie du tracé et dans une moindre mesure, le temps de calcul et l'obtention d'un squelette unitaire.

2.3.1. Conservation de la géométrie du tracé

La préservation de la forme initiale s'estime au regard de critères géométriques. Les principaux points examinés sont les suivants : absence de distorsions et de raccourcissements excessifs, absence de barbules, indépendance vis-à-vis de l'orientation, capacité à régénérer l'image initiale.

Les distorsions se produisent essentiellement là où la largeur du trait apparent fluctue (β_1, δ, ζ, η), on peut y inclure la préservation des angles apparaissant dans les caractères imprimés (ι) et les raccourcissements excessifs (κ).

On qualifie de barbules des branches secondaires n'existant pas dans la trajectoire du stylo. Elles émanent d'un changement local de concavité des contours assimilable à du bruit (β_2) ou d'un comportement anisotrope. Ces artefacts apparaissent dans les méthodes de calcul des distances et de repérage des empans, ils sont très perturbants pour la reconnaissance qui requiert alors un ébarbulage toujours risqué.

Un autre type d'artefact est le crénelage des traits obliques provoqué par un comportement anisotrope. En effet le balayage de l'image induit souvent des directions privilégiées, ce qui peut même aller jusqu'à provoquer la disparition d'objets alignés dans le sens du balayage si celui-ci est mono-dimensionnel.

La reconstructibilité est également citée comme critère. Ce critère est certes pertinent pour des applications de compression de données [Lam92] mais il ne tient pas compte des distorsions et barbules fort gênantes pour la reconnaissance. On ne peut donc pas dire que la morphologie initiale soit conservée en la présence de tels artefacts, nous écarterons cette reconstructibilité trompeuse.

2.3.2. Conservation de la topologie du tracé

Il s'agit ici de traiter opportunément des caractéristiques topologiques telles que la perception du centre de boucles serrées (ξ_1), le raccordement de traits (θ) mais aussi la capacité à absorber un délié afin de garantir la connexité du tracé (α). Ces appréciations définissent la topologie de la forme, leur importance est tout aussi fondamentale que la conservation de la géométrie.

Dans le cadre binaire, la conservation topologique est souvent occultée par la conservation de la connexité définie par le binariseur. Il ne suffit alors que de conserver une propriété et d'éviter la disparition d'objets, ce qui est généralement obtenu. Les ruptures de tracé et la disparition de boucles sont considérés comme des problèmes inhérents à la binarisation. Même si le seuil de binarisation est local, l'absence de contexte morphologique rend de telles erreurs quasi-inévitables. La reconnaissance ultérieure ignore généralement ces problèmes auxquels il est difficile de pallier, ce qui engendre une dégradation des performances.

Dans des images multi-niveaux, la conservation de la topologie du tracé est liée au traitement des légères variations de luminosité. La notion de connexité devient floue, le squelettiseur doit intégrer la segmentation entre tracé et fond. Il prend alors en compte la globalité des problèmes au prix d'une complexité accrue.

2.3.3. Critères annexes

Le temps de calcul est un critère secondaire vis à vis des critères de conservation de la forme. Afin de rester dans des limites raisonnables, il est souhaitable qu'il soit borné ou qu'il dépende linéairement du nombre d'objets à traiter.

De la même façon, l'obtention d'un squelette d'épaisseur unitaire facilite le parcours ultérieur. Cependant, ce critère n'est également pas fondamental quant à la conservation de la forme initiale. De plus, son application stricte engendre un conflit avec la conservation de la connexité dans $\aleph^2$ [Pav82].

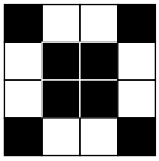


Fig 3 : Incompatibilité entre conservation de la connexité et épaisseur unitaire

3. Principes généraux

Nous présentons dans cette partie les principes directeurs permettant de pallier aux difficultés précédemment mentionnées. Ils intègrent la complexité du problème par analyse contextuelle et coopération entre différentes sources d'information. Ils nous conduiront à bâtir une représentation *mixte*, *attribuée*, basée sur une segmentation *adaptative* du tracé.

S'il est relativement aisé d'obtenir des taux de reconnaissance acceptables [Pet89], l'essentiel de la difficulté réside dans le gain des quelques points supplémentaires. L'importance de la qualité d'extraction devient alors fondamentale, Queguiner a démontré dans sa thèse [Que90] l'influence des traitements qualifiés de "bas niveau". Nous accorderons donc une attention particulière à la qualité du résultat en évitant au maximum les dégradations inhérentes à un changement de représentation.

3.1. Choix de l'acquisition

L'emploi d'images multi-niveaux de gris s'oppose à celui d'images binaires. Ce choix est fondamental car il conditionne les performances ultérieures. Le traitement d'images binaires semble d'une algorithmique plus facile mais nous montrerons la supériorité de l'information contenue dans les images multi-niveaux de gris selon un aspect quantitatif puis qualitatif.

Comparée à la nature des images, l'influence du type d'acquisition (scanner ou caméra) reste minime. Les deux types de numérisation seront donc considérés indifféremment bien que les problèmes de variations d'éclairement et de désynchronisation du tramage semble favoriser le scanner par rapport à la caméra.

3.1.1. Quantité d'information

Il s'agit tout d'abord de déterminer quelle doit être la résolution minimale pour traiter convenablement le tracé. En effet, des contraintes évidentes de capacité de stockage et de temps de calcul limitent la taille des images manipulées. Dans le cadre binaire les résolutions varient de 150 dpi[1] à 800 dpi, la valeur usuelle étant de 300 dpi. Cette résolution fournit un échantillonnage du trait sur moins d'une dizaine de pixels pour des largeurs courantes de l'ordre

1. dpi : dot per inch, nombre de points pour 2,54 cm

du millimètre, ce qui satisfait généralement l'exigence de trois échantillons minimum énoncé par Simon [Sim92]. Les images multi-niveaux de gris permettent de mieux apprécier les variations du tracé, l'augmentation du nombre de niveaux de quantification réduit alors le besoin d'une résolution importante.

Pour la même quantité d'information, i.e. à espace mémoire identique, la résolution à i niveaux de gris R_i est liée à la résolution binaire R_2 par la relation ($R_2 = R_i\sqrt{log_2(i)}$). Cet ajustement des résolutions serait une des conditions préalables à la comparaison de ces deux types de squelettisation sans qu'il soit possible d'en dire plus. Cependant, si l'on considère le type d'images manipulées et en se basant sur un constat empirique, le critère d'espace mémoire laisse place à celui d'information utile.

En effet, un document écrit ou imprimé est constitué d'objets filiformes. Dans ces objets, la seule information utile réside dans les transitions délimitant leur frontière avec le fond de l'image, il n'y a pas de texture. La comparaison entre les acquisitions ne doit donc pas s'effectuer à *taille mémoire égale* mais à *information utile égale*. Nous proposons de comparer une acquisition binaire possédant n transitions blanc-noir régulièrement échantillonnées sur le contour des formes avec une acquisition multi-niveaux.

Classiquement, le contour est modélisé par une fonction en marche d'escalier [Can86] [Der87a]. Cependant, cette fonction n'est qu'une approximation de la réalité, l'observation des images met en évidence l'existence d'une zone transitoire pour laquelle un modèle de contour élargi semble plus adéquat [Der91]. Les caractéristiques de ce transitoire proviennent :

- du dégradé induit par la pointe du stylo dans le plan objet
- de l'élargissement du contour en raison de la diffraction dans le plan image
- de l'intégration du signal autour du point d'échantillonnage

Si on se limite simplement au cas où l'échelle d'intégration coïncide avec l'échantillonnage (ce qui est presque le cas pour les capteurs CCD), il y a déja un pixel transitoire quel que soit le pas d'échantillonnage.

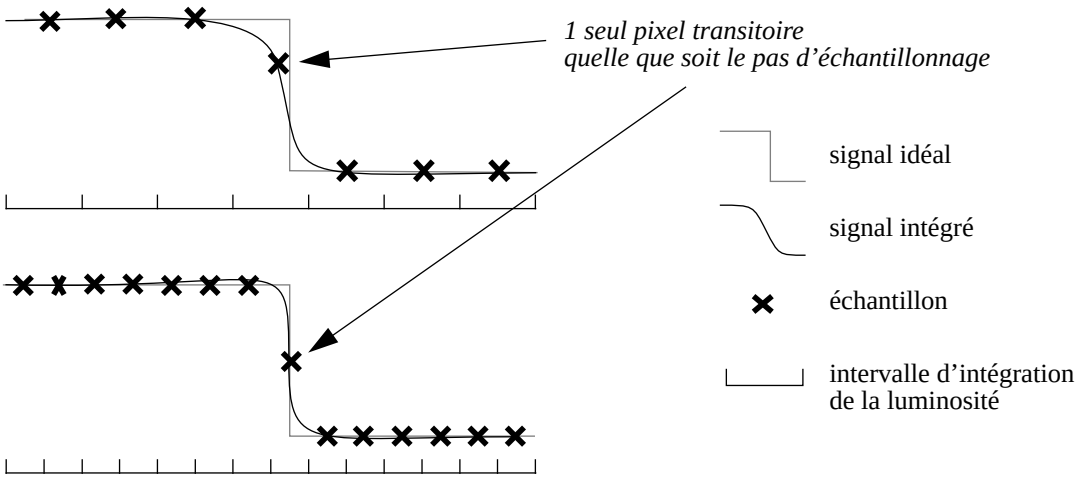


Fig 4 : Echantillonnage mono-dimensionnel d'un signal en marche d'escalier

L'expérience que nous avons des images de traits montre que le contour s'étend sur 3 à 5 pixels. Nous émettrons l'hypothèse que dans les gammes de résolutions courantes, le contour repose sur 4 pixels indépendamment de la résolution.

Si n est le nombre de transitions échantillonnées le long des contours, i le nombre de niveaux, p_i le nombre de pixels significatifs par transition $(p_2 = 2, p_{256} = 4)$ et r le rapport entre les résolutions spatiales des images binaires et multi-niveaux, l'information utile s'écrit alors:

	nombre de pixels	*nombre de bits utiles*
cas binaire : i=2	$p_2 n$	$p_2 n$
cas multi-niveaux : i puissance de 2	$p_i \frac{n}{r}$	$p_i \frac{n}{r} log_2(i)$

Tableau 1 : Information utile selon le nombre de niveaux de quantification

Pour obtenir une égale quantité d'information, l'application numérique donne $r = 16$ avec $i = 256$. Ce rapport important s'explique par le nombre de pixels significatifs sensiblement plus important en multi-niveaux mais surtout par le caractère filiforme des objets dans les images de documents. Ainsi le rapport entre le nombre de transitions impliquées entre images binaires et multi-niveaux de gris est $1/r$ et non pas $1/r^2$.

Nous donnons à la *fig. 5* une comparaison des deux types d'acquisition en fonction de l'espace mémoire requis (*EM*) mais également de la quantité d'information utile (*IU*).

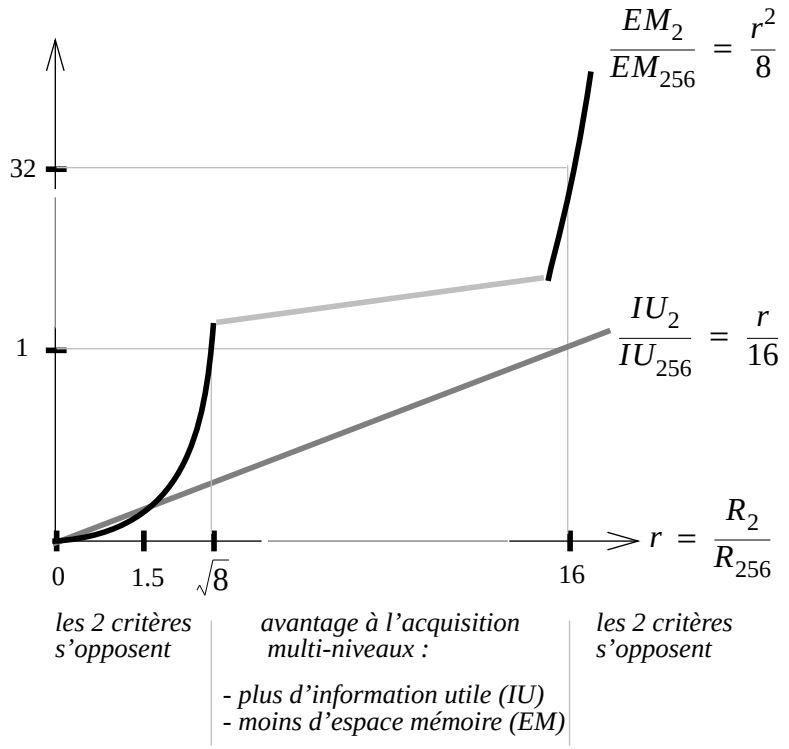


Fig 5 : Evaluation des acquisitions binaires et multi-niveaux de gris en fonction du rapport de résolution

Ainsi, il faut atteindre un rapport de résolution égal à 16 pour obtenir la même quantité d'information utile dans les deux types d'images, l'espace mémoire est alors 32 fois plus élevé dans le cas binaire. Ces valeurs montrent *la nette supériorité des images multi-niveaux en terme d'information utile*. A espace mémoire égal, lorsque le rapport de résolution n'est que de $\sqrt{8}$, il y a alors $4\sqrt{2} \approx 6$ fois plus d'information exploitable dans les images en 256 niveaux de gris. En ce qui concerne les résolutions usuelles de 300 dpi en binaire et de 200 dpi en 256 niveaux l'information utile est plus de 10 fois supérieure dans le cas multi-niveaux de gris, mais l'espace mémoire est alors également supérieur dans un rapport voisin de 3.5

3.1.2. Nature de l'information

Outre la quantité d'information utile, nous remettons en question la squelettisation à partir d'images binaires pour trois raisons fondamentales.

Tout d'abord, une image binaire ne contient pas un contexte suffisant pour la compréhension des zones perturbées, notamment celles liées aux variations de contraste (α, β_1, γ_2, θ). L'information binaire est peu manipulable et de ce fait, n'offre guère qu'un seul niveau de perception de la réalité sous-jacente. En employant des matrices de niveaux de gris, il est possible d'observer cette réalité sous différents aspects par des dérivations successives, le contexte décisionnel est alors nettement élargi [Har83].

D'autre part, le tracé et les allographes inhérents présentent des variations continues de forme (β_1, ζ, ...) et de contraste (α). La perception d'un phénomène dans un univers continu est d'autant moins déformée que le nombre de niveaux de quantification est important. A espace mémoire égal, l'emploi de résolutions binaires élevées peut réduire les déformations dues à la discrétisation spatiale, mais les déformations de luminosité demeureront et les régions à signal constant se trouveront inutilement sur-échantillonnées. Ainsi, la restriction aux images binaires contribue à la dérive mathématique de la notion de squelette définie dans $\Re^2$. Employer un codage multi-niveaux permet une meilleure perception de la réalité continue.

Enfin, l'emploi d'images binaires présuppose une segmentation définitive entre tracé et fond. Même s'il est possible de binariser localement afin de s'adapter aux variations de contraste [Sah88], l'extraction du tracé s'effectue indépendamment de sa modélisation, elle est arbitraire. La déconnexion avec le problème à traiter ne peut conduire qu'à une segmentation dégradée du tracé [Pav93]. Ce dernier critère est d'ailleurs souvent omis car les erreurs de binarisation sont jugées incontournables. Or les aspects segmentation et modélisation sont étroitement liés. Si l'on peut valider une région d'après un modèle d'objet filiforme, il est possible d'extraire des objets peu contrastés à un moindre risque et donc d'obtenir un gain en sensibilité d'extraction.

3.2. Représentation du tracé

Le choix d'une représentation est sans doute le point le plus délicat de tout problème de reconnaissance de forme. En effet, si l'on émet l'hypothèse qu'il existe une information minimale requise pour l'identification, aucune méthode de reconnaissance, aussi complexe soit-elle, ne peut réussir si cette information minimale n'est pas présente. Lorsque la nature intrinsèque de la forme reste dissimulée, il semble raisonnable d'extraire le maximum de données de la matrice image afin de garantir au mieux la présence de l'information essentielle. L'unique point médian contenu dans une squelettisation classique ne peut décrire à lui seul la variabilité des phénomènes de l'écriture.

Dans le même ordre d'idées, il nous semble utopique d'espérer remédier à des défauts de squelettisation par un retour arrière ultérieur dans la matrice image, la combinatoire y est trop importante. Cette stratégie renforce le besoin d'une représentation complète même s'il faut admettre une perte d'information due au processus d'abstraction.

D'autre part, si la détection de tout ce qui est perceptible à l'œil semble a priori un bon critère, l'apparente simplicité de cet objectif est trompeuse car notre cerveau reconnaît la forme en même temps qu'il en apprécie le tracé. Il est ainsi capable de déduire des caractéristiques telles les boucles dégénérées (ξ_1), les points de rebroussement (ζ) sans que leurs configurations de luminosité ne les distinguent nettement. Un squelettiseur doit tendre vers cet objectif, mais sans effectuer une véritable reconnaissance, il ne pourra que rester en deçà des performances humaines. Par ailleurs, le cerveau humain sait sans doute repérer les croisements de trait et relier les branches afférentes (δ) en reconstituant le mouvement du scripteur. Le squelettiseur, lorsqu'il aborde ces zones, est bien incapable d'en discerner la topologie générale et d'y placer des points squelettes représentatifs. Il est donc nécessaire d'introduire une représentation mixte garantissant l'absence de barbules et de distorsions pouvant apparaître dans les zones perturbées.

Nous proposons également de nous affranchir de la discrétisation spatiale. En effet, elle induit une contrainte d'épaisseur unitaire et elle peut provoquer des discontinuités de courbure dans les gammes de résolution courante - la largeur du trait y est de moins d'une dizaine de pixels -. Si l'on situe le point médian dans $\Re^2$, le squelette est donc sans épaisseur. Ce qui le rapproche de sa définition mathématique et évite le problème des points multiples connexes dans $\aleph^2$ (voir *fig. 3*).

3.3. Observation du tracé

La représentation de l'écriture ne peut être pertinente que si l'observation du tracé est adéquate. Cette observation peut être statique et définir le résultat a priori, ou être dynamique et dépendre du parcours dans l'image. Dans les deux cas, le calcul reste déterministe.

Il nous semble vain d'essayer d'établir une définition statique d'un squelette car il existe une certaine dualité entre reconnaissance et squelettisation. Si la perception de la notion de squelette est subjective [Lam92], elle dépend sans doute de la façon dont on suit l'objet et donc de son identification. Ce fait condamne l'unicité de représentation mais une notion de contexte d'observation ou de passé temporel émerge. C'est dynamiquement qu'il faut définir l'observation et le traitement qui lui est réservée. L'emploi d'un contexte d'observation de taille suffisante écarte l'apparition de barbules et le suivi de trait garantit l'isotropie.

L'absence d'unicité de la représentation ne nous paraît pas réellement préjudiciable, il vaut mieux garantir l'unicité du résultat de la reconnaissance. Il ne semble pas aberrant que l'identification soit identique pour deux squelettes dont la géométrie varie en quelques points sans que l'on sache laquelle est plus exacte. De plus, la complexité de certaines zones (δ), le continuum intrinsèque de l'écriture (ζ) condamne l'unicité de représentation géométrique et topologique du squelette. En effet, certaines formes contiennent une indécision locale, choisir la représentation la plus probable semble la meilleure option. L'interprétation doit alors disposer des données nécessaires à un changement de représentation au vu de considérations contextuelles.

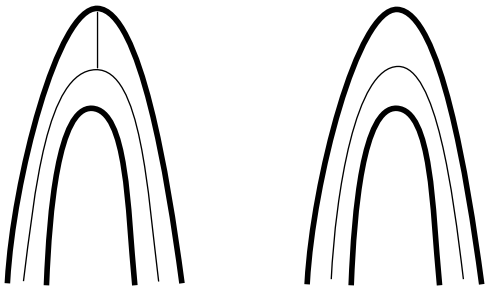


Fig 6 : Exemple d'indécision topologique locale : rebroussement ou forte courbure

La variabilité de l'écriture entrave également la possibilité d'employer un critère d'observation unique capable de gérer tout type de configuration. Pour gagner en robustesse, il faut introduire plusieurs critères complémentaires qui, par leur coopération, permettent d'analyser toutes les facettes du trait.

Enfin, nous considérons qu'un squelettiseur doit restreindre l'aspect morphologique à la définition des lignes présentes dans les objets filiformes qu'il doit modéliser. Il vaut mieux retarder une prise de décision et passer l'information à la reconnaissance plutôt que de s'immiscer dans celle-ci avec une perception forcément très locale, donc sujette à erreurs. De plus, la prise en compte de la morphologie des allographes dans la squelettisation réintroduirait une dépendance avec le vocabulaire à identifier et donc nécessiterait une multitude de squelettiseurs.

3.4. Nature des traitements

L'énumération des difficultés de l'écriture dénote la complexité d'un problème traité souvent trop simplement pour être convenablement résolu. Le nombre de publications sur le sujet montre à lui seul qu'il n'existe pas de solution satisfaisante si l'on traite le problème directement sans intégrer une certaine complexité dans le traitement.

Nous proposons d'employer simultanément plusieurs traitements classiquement séparés : segmentation entre tracé et fond, suivi de contours, squelettisation (sens strict), reconnaissance de formes (identification du trait). Nous y adjoindrons une définition de la connexité permettant d'obtenir un regroupement compatible avec notre perception visuelle. Cette coopération de traitements distincts permet de renforcer la cohérence globale et ainsi de minimiser le nombre de décisions arbitraires.

4. Modélisation

Afin d'assurer la sûreté du résultat, le choix d'une représentation mixte conduit à distinguer des zones squelettisables et d'autres qui ne le sont pas. Les premières sont des régions modélisables par un trait régulier, le placement d'un point squelette représentatif n'y pose pas de problème particulier. Les secondes ne sont pas immédiatement identifiables, elles sont définies par leur contour. Ce sont des taches ou des perturbations du tracé dans lesquelles la squelettisation s'avèrerait hasardeuse. Au prix d'une description moins informante pour la reconnaissance que le squelette [Nis90], le contour garantit alors la sûreté de représentation dans ces zones perturbées.

En conséquence, une double décomposition émerge : séparation entre corps du tracé et *taches*, puis au sein du tracé, séparation entre *segments de trait* et *perturbations*. Cela correspond à scinder les objets à base de segments de trait de ceux n'en contenant pas du tout, puis à isoler les segments de traits des perturbations connexes. La correspondance entre objets filiformes et signes écrits n'est pas bijective. Ainsi dans la *fig. 7*, la ligne d'écriture sera naturellement modélisée par un objet filiforme et le point du 'i' apparaîtra comme une tache. Il est donc important de garder à l'esprit que toute région squelettisable n'est pas forcément du texte et réciproquement.

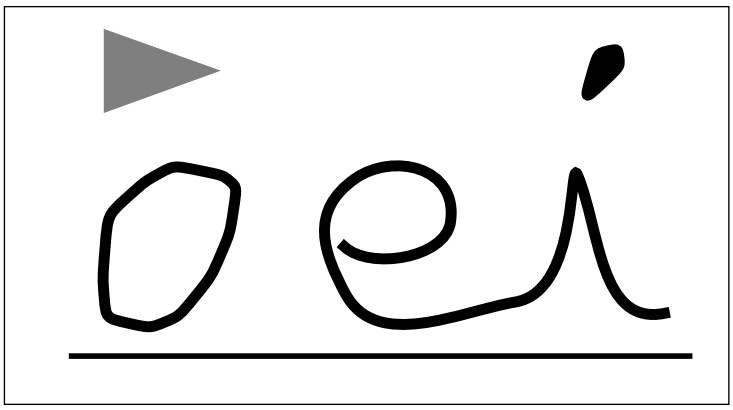


Fig 7 : Image mixte (3 composantes filiformes, 2 non filiformes)

La représentation distingue des objets essentiels d'autres qui le sont moins, elle sépare ensuite les régions à dominante géométrique (*segments de trait*) de celles plus topologique (*perturbations*).

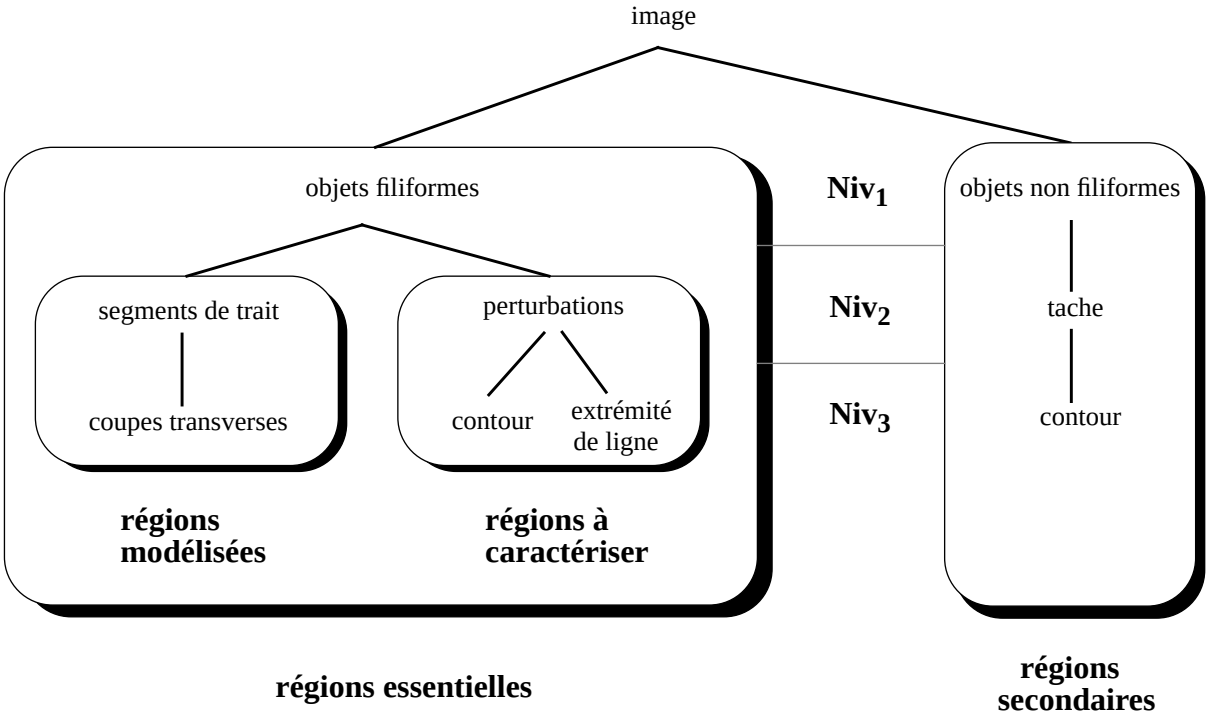


Fig 8 : Décomposition de l'information (arborescence)

Les segments de trait[1] sont directement modélisables, les perturbations nécessitent quant à elle une interprétation contextuelle ultérieure, elles participent du principe d'une prise de risque minimale. Si, pour les segments, la géométrie est l'information essentielle, pour les perturbations, la topologie est pour le moins tout aussi importante que la forme périphérique. Cette représentation mixte possède à la fois des possibilités de reconnaissance statistique (distribution des points squelettes) et structurelle (étiquetage en primitives des perturbations, ...).

L'extraction maximale d'information correspond à l'adjonction d'attributs numériques qualifiant les points représentatifs des segments et d'attributs symboliques justifiant et caractérisant les discontinuités de représentation. Une coupe transversale de trait n'est plus représentée par le seul point squelette mais également par la *largeur* et le *contraste* de luminosité. Ces données peuvent s'avérer fort utiles pour la suite du traitement. Entre autres possibilités, des intersections artificielles ne provenant pas du même tracé (ligne pré-imprimée

1. nous abrégerons parfois ce terme par "segment" en l'absence d'ambiguïté

d'un chèque et montant littéral) sont repérables par des contrastes et largeurs distincts. Le contraste indique également si le trait est plein ou délié[1] et donc son importance relative dans la lettre. La largeur fournit une grandeur élémentaire vis-à-vis de la taille d'une forme et donc un facteur d'échelle, elle permet également de qualifier la stabilité du trait.

Une discontinuité de représentation possède quant à elle un attribut symbolique identifiant la condition qui a interrompu la poursuite du segment. Il peut s'agir d'un trait qui devient trop épais ou trop grêle (*LTG* : largeur trop grande, *LTP* : largeur trop petite), d'un suivi incohérent (*PI* : progression incohérente), ou d'une empreinte qui ne soit plus celle d'un trait (*CI* : concavité invalide, *RL* : remontée de luminosité). La présence de ces attributs symboliques enrichit la description topologique des perturbations et facilite ainsi leur interprétation en diminuant le risque associé à la prise de décision. Le seul attribut applicable à l'ensemble d'une perturbation est l'attribut *RL* mettant en évidence une remontée de luminosité, i.e. un chevauchement de traits.

Parmi les informations associées à la coupe transverse d'un segment figurent les coordonnées des points contours, ce fait dérive de l'impossibilité d'opérer un choix de représentation certain. En effet, puisque la perception morphologique de la forme n'est pas possible à ce niveau, il s'agit de prendre une décision au vu de critères qui restent accessibles dans une matrice de pixels. Il est possible qu'une région apparaissant comme un trait simple soit en fait plus complexe, auquel cas la représentation squelettisée est inadéquate (ξ_1,β_2). Il faut alors être capable de représenter le tracé sous son aspect contour.

La décomposition arborescente de l'information présente quelque analogie avec une structure de graphe étagée sur quatre niveaux. Au premier niveau de l'arborescence, la représentation peut d'abord être perçue comme un ensemble d'objets, les uns filiformes, les autres pas. Au second niveau, les objets filiformes se décomposent en une alternance de segments de trait et de perturbations. Les oves forment alors des segments fermées. Les taches restent représentées à ce niveau par des sommets isolés. Si l'on descend dans la décomposition, chaque perturbation se décompose ensuite en un circuit détaillant l'alternance entre contour et extrémités de segments, les transitions sont orientées pour définir l'intérieur des perturbations. Ces transitions forment des circuits qui peuvent n'être réduits qu'à un seul arc bouclé dans le cas d'une tache. Au dernier niveau, les transitions de type contour ou squelette se décomposent en leurs points constitutifs, les arcs n'indiquant plus que la relation de chaînage.

1. ces termes sont à considérer dans leur sens littéral vis-à-vis de la pression du stylo

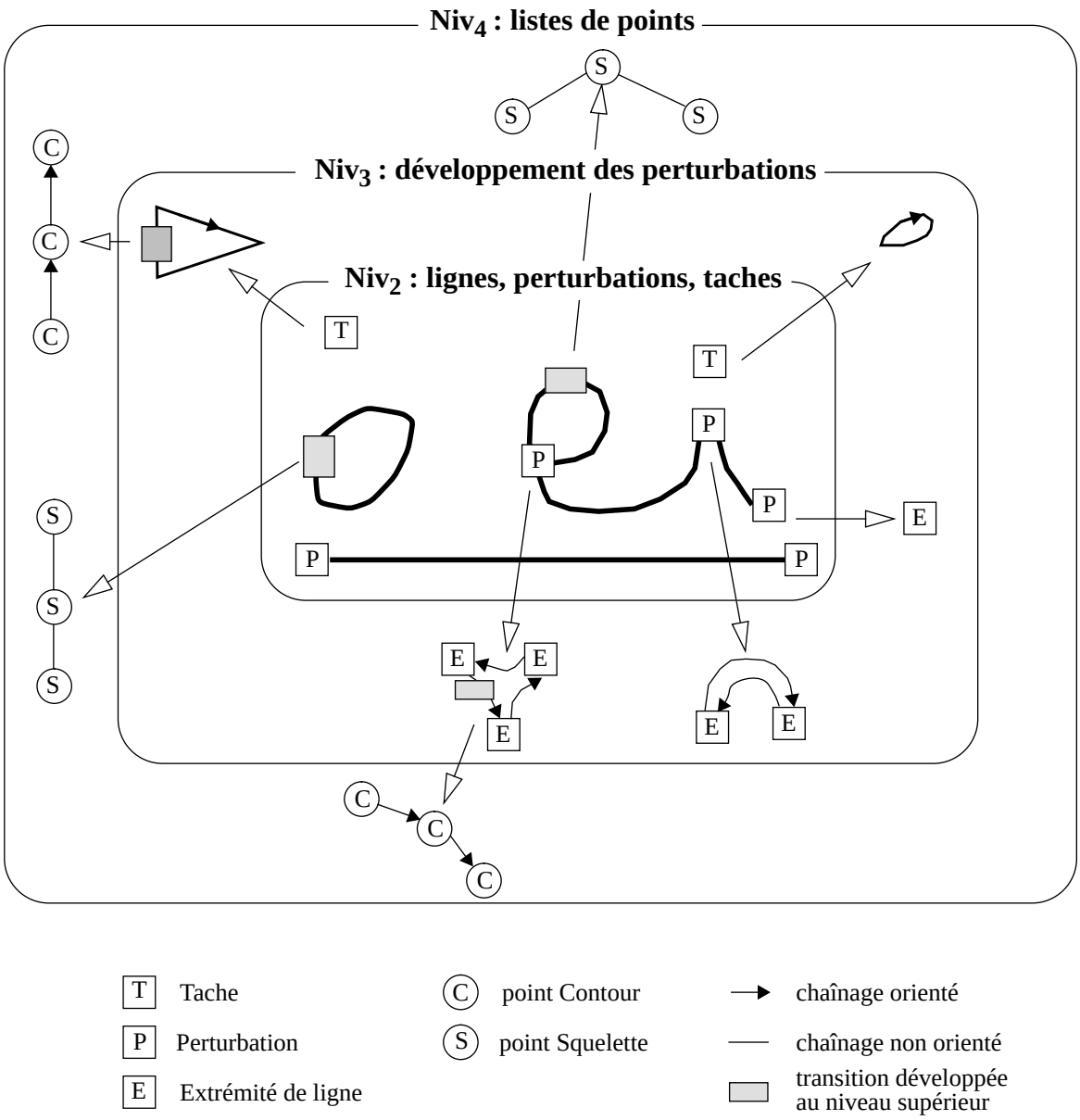


Fig 9 : Décomposition de l'information (graphe à chaque niveau)

A chaque niveau, les sommets sont dotés d'attributs : stabilité de luminosité pour les perturbations (*RL*), cause de discontinuité pour les extrémités de segment (*LTG, LTP, PI, CI, RL*) contraste et largeur des coupes associées aux points squelettes. Le sommet de la hiérarchie dénote la topologie du document tandis que la base représente sa géométrie.

5. Description du système

L'observation dynamique du tracé dépend d'un contexte passé et nécessite par conséquent une extraction séquentielle. De plus, le découpage de l'information en segments de trait, perturbations et taches conduit à rechercher successivement ces régions dans l'image. A cette fin, le schéma : extraction des régularités puis obtention des singularités [Sim91], est appliqué à deux reprises.

Les segments sont extraits par appariement des deux bords du trait. Cette idée, quoique simple, n'est apparue que dans des travaux relativement récents [Bar88][Nis92][Doe93]. Une fois initialisés, les segments se prolongent dans les deux sens jusqu'à terminaison ou invalidation du modèle de trait. Les perturbations s'obtiennent ensuite par complémentarité en prolongeant et raccordant les bords des segments interrompus. Ces régions contigües se regroupent par la suite en composantes filiformes définissant un nouveau type de régularité dans l'ensemble des objets détectables. Les objets restants sont alors singuliers selon le critère de présence de trait, ils se regroupent sous la désignation de tache et ne sont décrits que par leur contour.

L'obtention du bord des objets s'appuie sur une extraction de contour dynamique pouvant être remise en cause une fois l'intégralité du tracé extrait. Le suivi de trait est initialisé par un balayage de l'image qui lui fournit un point germe suffisamment stable à chaque requête. La stabilité se définit en fonction de la cohérence entre les signes des dérivées des luminosités, elle dépend de la nature du suivi de contour et sera explicitée au chapitre 7. Une requête correspond à une tentative de détection de segment ou à l'extraction d'une tache. L'obtention des points germes peut s'opérer en une seule passe sur l'image si l'on mémorise les points qui n'aboutissent pas à l'établissement d'un segment de trait pour les appliquer ensuite à l'extraction de taches.

Le suivi dynamique du contour permet de ne considérer qu'un faible nombre de points[1], il est ainsi possible d'effectuer des traitements relativement élaborés sans pénaliser lourdement le temps d'exécution dont l'ordre de grandeur est comparable à celui d'un filtre récursif bidimensionnel. La complexité de calcul dépend linéairement du nombre et de la taille des objets, elle est quasi-indépendante de la largeur du trait.

1. 7.3% des points sur une base test contenant plus d'un millier de mots répartis sur 74 images numérisées en 256 niveaux de gris à 200 dpi

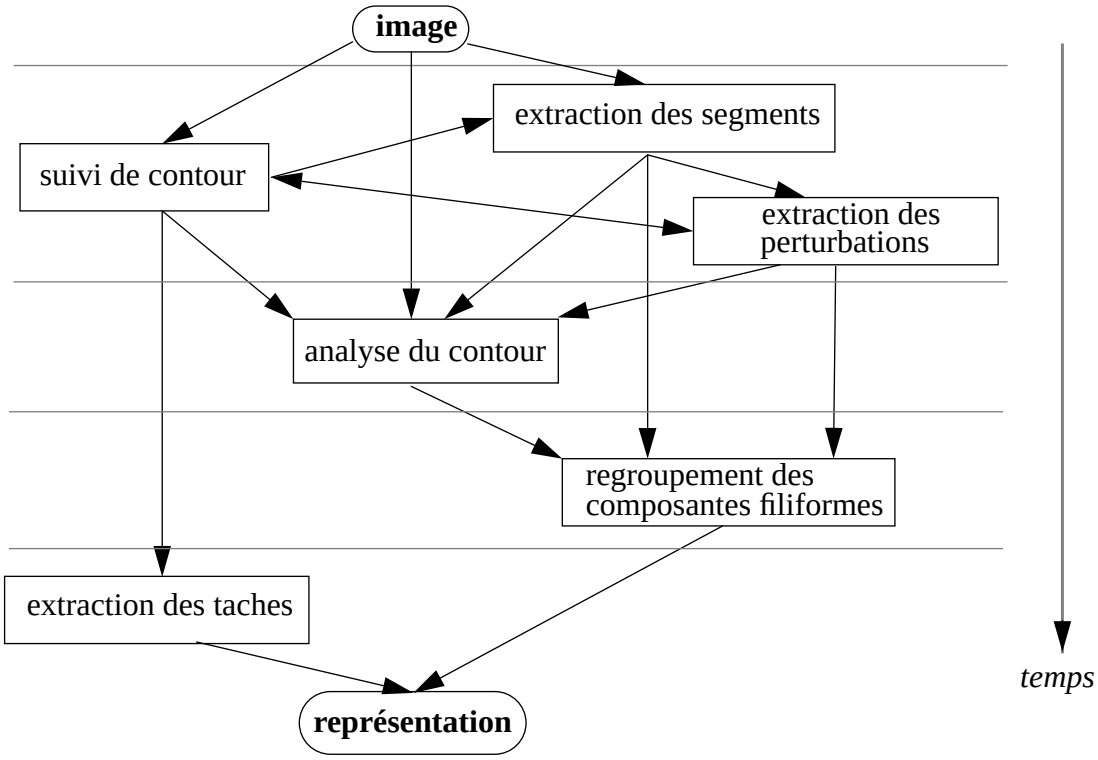


Fig 10 : Synoptique du système

L'ensemble du traitement se caractérise par la coopération de méthodes permettant de fusionner les données. Ainsi, l'absence de critère prépondérant et la prise en compte de contextes de plus en plus importants garantissent la robustesse du traitement.

5.1. Extraction des segments de trait

L'identification d'un objet nécessite un contexte d'observation spécifique, directement lié aux propriétés intrinsèques de la forme. Dans le cas des traits, les objets exhibent une largeur relativement constante et petite devant la longueur. L'observation des traits simples doit donc s'effectuer par une suite de coupes orthogonales pour évaluer leur largeur de façon appropriée ; on assure ainsi un squelette isotrope.

Le balayage de l'image fournit un point germe sur le bord du trait chaque fois qu'il y a possibilité de présence d'un segment non détecté. Ce point germe est quelconque mais suffisamment stable pour considérer le vecteur gradient associé comme perpendiculaire au trait, il définit la direction de recherche de l'autre bord. Le suivi de trait gouverne ensuite la progression le long des deux bords par appariement des points contours et placement d'un point squelette en leur milieu.

Afin d'obtenir un squelette lisse, les points représentatifs doivent être placés précisément. Cette contrainte impose de s'appuyer sur un suivi de contour dans $\Re^2$. Par ailleurs, le contour continu doit être échantillonné à intervalles suffisamment petits vis-à-vis de la discrétisation spatiale [Des80]. En dessous de l'unité, il commence à y avoir suréchantillonnage, au dessus, des erreurs de suivi sont probables. Nous échantillonnons la ligne contour continue à chaque nouvelle coordonnée discrète, ce qui garantit une granularité compatible avec la taille du pixel. Ce choix correspond à la nature du suivi de contour qui sera détaillé dans la partie relative à la segmentation adaptative du tracé.

La largeur minimale de coupe transverse est sans doute le critère optimal à la fois pour l'observation et le suivi de segment. En effet, à partir d'une position courante, la recherche de la coupe orthogonale suivante dans la succession des points contours échantillonnés permet de progresser [Bar88]. Les relations d'ordre total dans l'ensemble des coupes transverses et des points contours dégagent trois coupes candidates : A_0B_1, A_1B_0, A_1B_1 bâties sur deux couples de points contours successifs (A_0,A_1) et (B_0,B_1). La sélection de la coupe transverse de largeur minimale permet alors de tendre vers un examen perpendiculaire du trait.

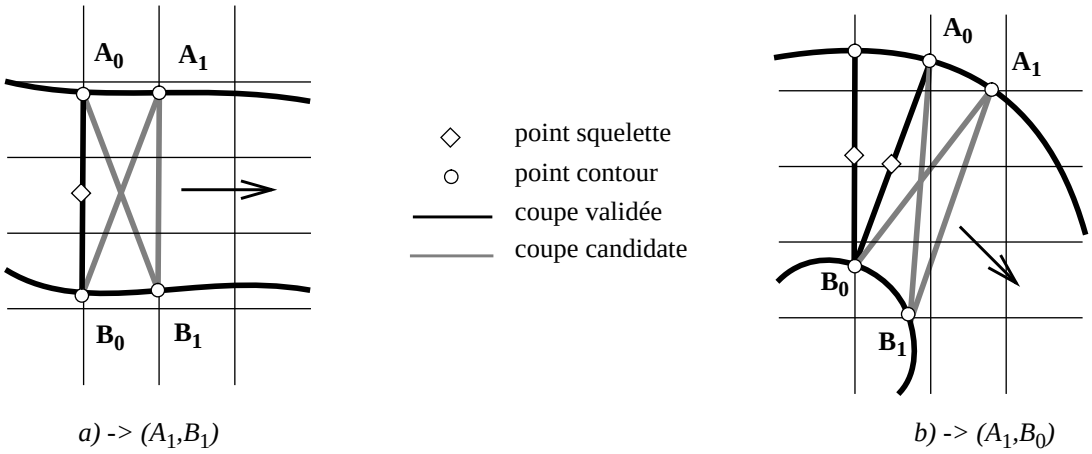


Fig 11 : Choix de la prochaine coupe transverse
a) trait rectiligne, b) trait courbe

La sélection de la coupe la plus étroite ajuste la vitesse de progression entre les deux bords même aux points de courbure prononcée. De plus, des coupes initiales mal orientées sont corrigées en forçant la progression le long du bord resté en arrière. A chaque itération, les points contours sont calculés et marqués.

On conservera dans la suite du document les notations suivantes. Soit la coupe transverse $T = (A, B, S, l, c)$, avec :

A, B : points contour gauche et droit		$A, B \in \Re^2$	
S : point squelette		$S = m\,[A, B]$	m : milieu
l : largeur		$l = d\,(A, B)$	d : distance Euclidienne
c : contraste			

Le suivi d'un trait est soumis à l'accord de critères à chaque itération. Ces critères sont décrits dans la partie relative à la génération d'attributs car ils en sont le fondement. La progression s'interrompt sur un critère invalide ou sur la rencontre d'un contour déjà extrait. Lorsqu'il s'agit d'un critère invalide ou de la rencontre des deux bords du segment, l'interruption est définitive et le critère d'arrêt ou la fin de segment sont enregistrés. Lorsque la collision implique le bord d'un autre segment, la progression reprend alors afin d'assurer une squelettisation maximale mais sans degré de liberté sur le choix des coupes transverses puisque un des deux bords du trait est immobilisé. Ainsi, la collision avec un contour marqué sur le côté A ne laissera que la coupe (A_0,B_1) comme possibilité de progression.

A l'issu du développement dans les deux sens du tracé, le segment de trait modélisé est apprécié en fonction d'une longueur minimale significative. Si la taille requise n'a pas été atteinte, le trait était soit non squelettisable, soit examiné selon une orientation inadéquate. Toutes les modifications sont alors annulées de façon à autoriser la proposition d'un nouveau point germe, ce point pourra donc être situé sur le contour du segment rejeté.

5.2. Extraction des perturbations

Les perturbations sont des portions de tracé non filiformes (voir *fig. 12*), elles raccordent les segments interrompus. La périphérie de ces objets présente donc une alternance de coupes transverses et de chaînes de points contours. Lorsque deux segments entrent en contact directement, la chaîne contour intermédiaire est vide. Ainsi, une jonction nette (*fig. 12.a*) se distinguera entre autres d'une zone difficile (*fig. 12.b*) par le faible nombre de points décrivant son contour.

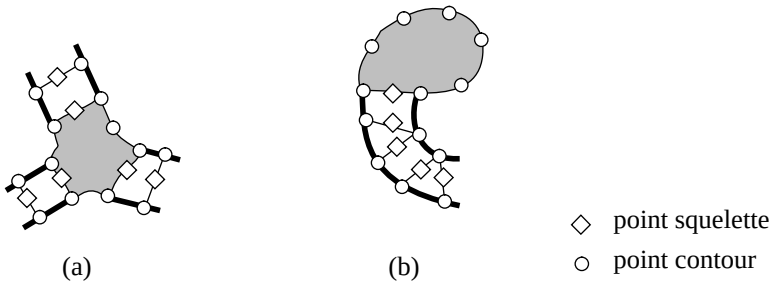


Fig 12 : Exemples de perturbations
(a) jonction, (b) protubérance ou boucle remplie

Ces chaînes de points contours s'obtiennent par prolongement et raccordement des bords restés pendants. Une fois la collision détectée entre deux suivis de contour, les coordonnées des points extrémité de progression opposée servent à mettre en relation les segments jointifs. L'orientation du suivi est alors conservée dans le raccordement des chaînes contours et des extrémités de segments afin de situer l'intérieur des perturbations.

Une fois l'ensemble des segments raccordés, le graphe de description contient une alternance de chaînes contours et squelettes. Le repérage des circuits formés par les chaînes contours identifie les perturbations.

5.3. Analyse du contour

Cette analyse vise à pallier à des défauts de suivi inévitables afin d'obtenir une connexité (topologie) de tracé proche de celle perçue par l'homme. Elle procède d'une remise en cause du suivi de contour initial par analyse des contraintes morphologiques et de la cohérence des luminosités, ces données étant disponibles à ce stade. Des portions de contour sont modifiées localement, les perturbations et segments sont alors structurés selon le nouveau contour. Le fonctionnement détaillée de cette analyse sera expliqué au chapitre traitant de la segmentation adaptative du tracé.

5.4. Obtention des composantes filiformes et non filiformes

A l'issu de l'analyse du contour, la représentation est alors parcourue pour repérer par transitivité les composantes connexes définissant les objets filiformes. L'extraction des composantes qui ne sont absolument pas filiformes s'obtient en suivant les contours issus des points germes restés libres. Chaque nouveau suivi se referme alors inévitablement sur lui même et enregistre le contour des taches.

6. Décomposition du tracé

L'abandon d'une squelettisation totale est une idée relativement récente. Elle provient principalement du constat selon lequel un trait variable, recouvert, ne peut être squelettisé "proprement". Une décomposition binaire [Sim91] ou ternaire [Nis92] est alors proposée, elle se base sur l'extraction de *zones régulières*. Lorsque la définition de ces zones est dynamique, c'est une application directe du principe d'extraction de régularités puis d'obtention de singularités par complémentarité. Lorsque la définition est statique, le principe est sous-jacent car certaines zones restantes sont également qualifiées de singulières.

Si le constat d'une squelettisation totale impossible est identique, le choix d'une décomposition induit des questions fondamentales auxquelles des réponses claires méritent d'être apportées. Quelle est la granularité d'une régularité, comment est-elle évaluée ? Quel est le motif d'un basculement de représentation ? Quelle est la signification d'une zone irrégulière ? Comment est-elle décrite ? Quelle est l'information prépondérante ?

Nous nous proposons de répondre à ces questions dans le cadre de la problématique de la représentation de l'écriture.

6.1. Fondement d'une représentation ambivalente

L'introduction d'une représentation mixte vise à appréhender la complexité de l'écriture. Certaines régions sont immédiatement interprétables, d'autre pas. Puisque la décomposition se base sur l'identification de zones modélisables, elle est fondamentalement d'essence binaire. Toute région non reconnue comme étant un trait simple doit alors être soumise à interprétation ultérieure. On peut certes distinguer immédiatement certaines terminaisons de segments comme étant des singularités d'ordre un et obtenir une décomposition ternaire [Nis92], mais toutes les terminaisons de segments ne sont pas nettes, certaines peuvent être plus ou moins protubérantes. Les terminaisons comme toutes les autres régions variables nécessitent à notre sens un contexte d'interprétation qui dépasse le niveau iconique. Vouloir caractériser immédiatement certaines régions non reconnues réintroduit des choix arbitraires, problème que nous cherchons à éviter.

Par contre, dans le but d'obtenir un ordre de décomposition supérieur à deux, il est possible d'appliquer à plusieurs reprises le mécanisme consistant à définir des zones remarquables pour segmenter progressivement le tracé. En effet, si l'on est capable d'appliquer par exemple un modèle de jonction aux singularités restant après l'emploi d'un modèle de trait, la richesse du résultat s'en trouvera renforcée. Cependant, à notre sens, la variabilité de

l'écriture cursive condamne la définition d'autres modèles génériques. Nous nous contentons de distinguer les singularités connexes aux segments dans une première étape, puis dans une seconde de repérer les singularités détachées du tracé. La représentation obtenue est également ternaire au deuxième niveau de l'arborescence, mais les trois nœuds n'y ont pas le même père. Elle est le résultat d'une décomposition hiérarchisée selon la sémantique de l'information.

6.2. Zones régulières

Parmi les problèmes évoqués lors de la problématique de la squelettisation, figure l'impossibilité de convenir d'un squelette idéal unique. Ainsi, certaines zones sont intrinsèquement porteuses d'indécision (*fig. 6*), elles doivent être reconnues pour être convenablement squelettisées. Or la prise en compte de connaissances morphologiques au cours de la squelettisation nous semble une tâche ardue... Nous préférons abandonner l'unicité du squelette en considérant que l'ensemble des informations extraites doit permettre d'aboutir à une reconnaissance unique. Ce choix permet d'écarter l'idée d'une appréciation globale du tracé nécessaire à la squelettisation. Nous nous intéressons à des zones localement cohérentes et parfaitement interprétables. L'observation du trait peut s'effectuer en des positions quelconques lorsque l'influence du contexte n'a qu'une portée locale.

Parmi l'ensemble des formes squelettisables (vaisseaux capillaires, chromosomes ...), l'écriture possède une particularité. Elle est générée dynamiquement et contient donc une certaine inertie dans la trace laissée. En effet, trajectoire et pression du stylo ne varient pas instantanément. Le contexte local influent est la traduction de la latence inertielle, le contexte d'observation doit donc inclure cette région influente. Si, à partir d'une position d'initialisation quelconque, on effectue un suivi de ligne bidirectionnel, on se rapproche de la perception dynamique du trait.

Définir un contexte d'observation implique l'existence de critères d'appréciation, l'invalidation de l'un de ces critères justifie alors le changement de mode de représentation. L'appréciation dynamique du trait permet l'emploi de critères de suivi mono-dimensionnels par nature. Ce qui garantit l'isotropie et donc l'invariance du traitement sur des documents à l'orientation mal définie.

Si l'on pose l'hypothèse que le scripteur tient compte de la largeur de la trace pour former des graphèmes significatifs, il existe alors une limite inférieure quant à la longueur d'un trait informant. Cette limite peut légitimement être évaluée à la largeur moyenne du trait. Un même ratio (invariant par homothétie) définit à la fois la taille du contexte d'observation et la longueur minimale d'un objet pouvant avoir un squelette significatif. Les notions d'observation et de validation sont donc étroitement liés, le rejet traduisant l'impossibilité d'observer le trait correctement.

On définit alors la suite $\mathcal{S} = (T_i)_{1,n}$ représentant un segment de trait à partir des coupes successives $T_i = (A_i, B_i, S_i, l_i, c_i)$, $\mathcal{S}$ se construit par la validation des critères de cohérence. A l'issu de son développement $\mathcal{S}$ est validée si la relation suivante est satisfaite[1] :

$$d^*(S_1, S_n) \geq \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} l_i \times ratio$$

$$\text{avec :} \quad d^*(S_1, S_n) = \sum_{1}^{n-1} d(S_i, S_{i+1})$$

Outre la fixation de la taille minimale d'un trait modélisable, le ratio garantit la robustesse de la représentation en évitant la présence d'artefacts. Un artefact peut être une barbule perpendiculaire au trait ou un squelette mal orienté. Dans les deux cas la modélisation est cohérente localement mais c'est le contexte d'observation qui est insuffisant. Une barbule se positionne aux zones de courbure prononcée dans lesquelles le trait présente deux bords parallèles, ce type d'erreur peut être très préjudiciable à la reconnaissance car il modifie la topologie de la forme. Une mauvaise orientation est liée à une direction d'initialisation inappropriée, l'impact est moindre car le suivi tend à réajuster les bords. Exceptée la mesure de largeur, la géométrie du trait n'est pas affectée car le point squelette reste sur l'axe médian. Dans les deux cas, le problème est détecté et le segment est invalidé en exigeant une taille minimale suffisante. En effet les critères de suivi de trait arrêteront rapidement la progression avant que la taille minimale ne soit atteinte (*fig. 13*).

1. base test : 91.3% des coupes initiales sont validées avec un ratio de 1

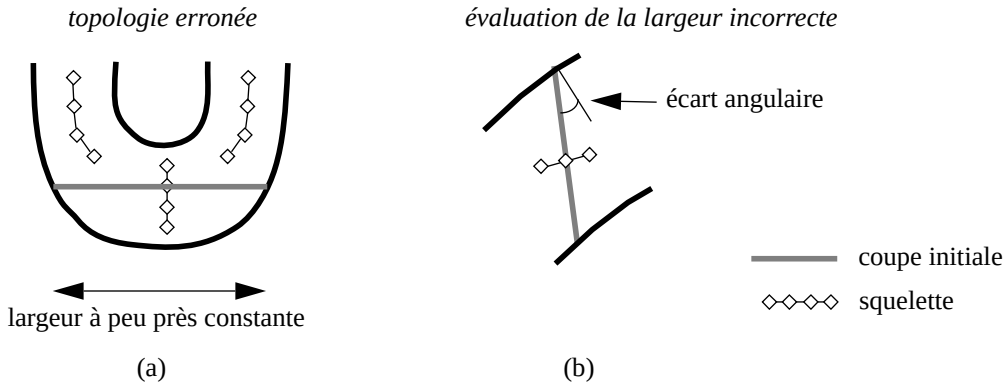


Fig 13 : Erreurs possibles
(a) fondamentale : barbule, (b) secondaire : orientation initiale incorrecte

Par définition la longueur d'une barbule est inférieure à la largeur du trait. Pallier à l'apparition de barbules requiert donc également un ratio au moins supérieur à l'unité. Nous majorons légèrement cette valeur afin de pallier aux défauts d'orientation. En effet bien que le mécanisme de progression réajuste les bords en vis-à-vis, un contour irrégulier peut laisser une mauvaise orientation perdurer. Plus la longueur du trait croît, plus la probabilité d'avoir obtenu l'appariement optimal augmente. Fixer une valeur majorée garantit la validité de la représentation.

6.3. Zones singulières

Les perturbations sont surtout intéressantes par leur topologie et par l'information contenue aux extrémités des segments raccordés. En effet, en terme de point, le squelette est plus pertinent que le contour pour la reconnaissance. Une description contour correspond à une zone transitoire, variable, dans laquelle la forme globale reste dissimulée. Elle n'est donc pas directement exploitable. Par contre, sa présence dénie la possibilité d'un trait simple, ce qui est une information majeure. C'est sous l'angle topologique qu'une singularité doit d'abord être considérée, le nombre et le type de raccordement des traits connexes permet ensuite l'émission d'hypothèses sur la géométrie du tracé.

6.4. Intérêt de la représentation ambivalente

Les singularités localisent les zones d'interférences de traits, elles fournissent donc des caractéristiques locales. Les régularités permettent quant à elles l'extraction de caractéristiques globales (taille, courbure, changement de concavité, orientation, ...) puisqu'elles constituent par définition l'essentiel de la représentation. Ainsi, il n'est guère possible d'établir la prépondérance d'un type de représentation sur l'autre, chacun ayant son intérêt respectif.

Dans une interprétation structurelle, les perturbations fournissent des points d'ancrage dans le tracé [Paq92] tandis que les segments permettent de confirmer ou d'invalider les hypothèses émises à partir des points d'ancrage. Dans une approche statistique, les données devront être judicieusement réparties entre caractéristiques globales et locales provenant respectivement des segments et perturbations.

6.5. Optimisation de la décomposition

L'intérêt majeur des zones singulières étant leur présence et non leur étendue, il convient donc de maximiser la taille et le nombre des branches squelettes au détriment des chaînes contours afin d'obtenir la meilleure perception topologique possible.

Pour atteindre cet objectif, il faut autoriser les branches squelettes de petite taille, celles-ci apparaissent surtout sur les lettres à jambages de la zone médiane d'écriture (par exemple : *m,n,u*). Elles sont fondamentales pour l'identification de ce type de lettres car sinon la description contour deviendrait importante et rendrait l'interprétation complexe. Cependant, lorsqu'on abaisse la taille minimale requise, on se heurte au risque d'artefact décrit précédemment. Dans notre traitement, la possibilité d'artefact est la contrepartie d'une position d'accrochage quelconque. En effet, sur de petits traits, la qualité d'un squelette dépend de la coupe initiale et donc du point germe. Or ceux-ci sont proposés par le balayage de l'image sans être mis en concurrence, la première branche valide est entérinée. Plus le ratio requis diminue, moins les contraintes d'orientation sont fortes et plus le nombre de branches potentielles augmente. L'absence de maîtrise sur l'ordre d'extraction des points germes devient alors gênante car la branche optimale ne se bâtit pas forcément à partir du premier point germe couronné de succès. Pour éviter tout risque de résultat indésirable, nous proposons l'emploi d'un double ratio maximisant la squelettisation tout en évitant l'occurrence d'artefacts.

Un premier passage sur l'image extrait les segments avec un ratio suffisamment fort pour interdire tout artefact. L'essentiel du tracé est alors squelettisé. Dans les zones qui n'ont pas été décrites, tous les points germes ont été proposés. On peut donc émettre l'hypothèse que la bonne orientation a été essayée mais que la zone était trop petite vis-à-vis de la taille exigée. Aucune branche n'a pu s'y développer avec un ratio fort. On considère alors qu'en appliquant un ratio légèrement plus faible, l'information apportée par la présence d'une branche squelette compense largement la légère prise de risque sur l'orientation.

En effet, il est fort possible que dans ces petites régions irrégulières, la direction initiale fournie par le gradient soit inadéquate. De plus, un ratio faible - mais supérieur à l'unité - atténue la forte vérification qu'apporte l'exigence d'une taille minimale. Néanmoins deux facteurs contrebalancent cette instabilité. Tout d'abord, le mécanisme de progression cherche toujours à resituer perpendiculairement la coupe transverse. Ensuite, les branches avoisinantes détectées contraignent une orientation correcte en interdisant l'appariement des points germes incohérents avec des vis-à-vis déjà impliqués. La variabilité de l'orientation des coupes transverses et de la chaîne squelette augmente certainement dans ces petites régions, mais le risque d'erreur est minimal vis-à-vis de l'apport d'information.

L'absence de modèle mathématique réaliste ne permet pas de juger quantitativement de la variabilité d'orientation des points squelettes centraux en fonction de l'angle formé par la coupe initiale. L'appréciation qualitative permet de considérer celle-ci comme négligeable avec des ratios forts et faible fixés respectivement à 1.5 et 1.

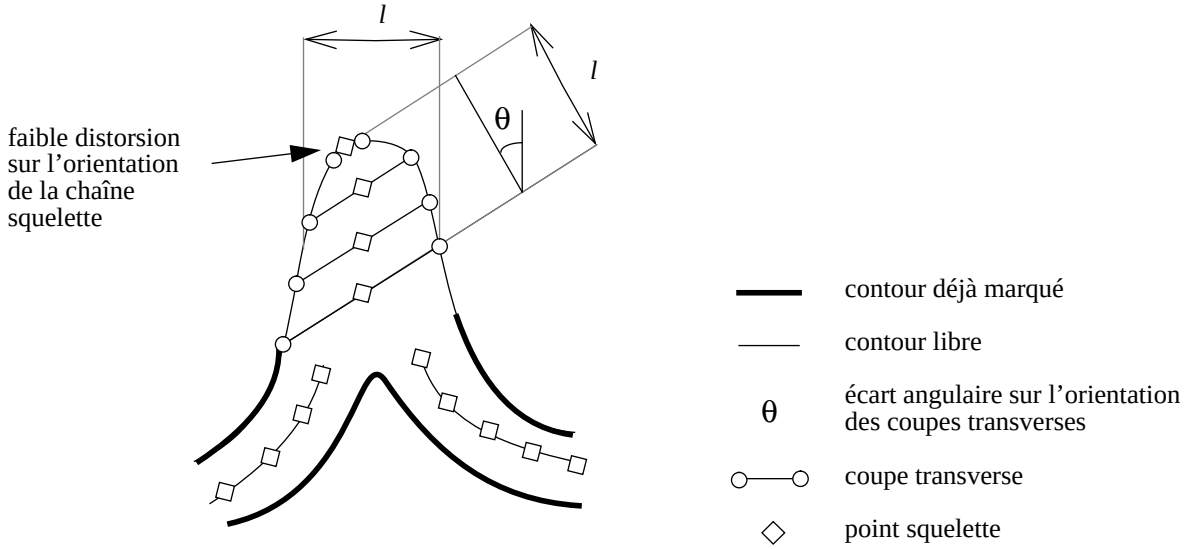


Fig 14 : Simulation d'une déviation maximale sur l'orientation initiale ratio=1, absence d'ajustement sur la progression des bords

L'emploi d'un double ratio permet donc de maintenir la robustesse de représentation tout en assurant une squelettisation maximisée[1]. Ce principe est similaire à la décomposition en régularités et singularités à la différence près que c'est le même type d'objet (segment de trait) qui est extrait par raffinements successifs. Il est envisageable de considérer un nombre de passages[2] supérieur à deux. Dans le cas de traits cursifs, cela apparait superflu.

1. sur notre base, 89.7% des points contours appartiennent à des segments
2. que l'on procède par balayage de la matrice image ou par mémorisation des points germes

7. Génération des attributs

Nous avons précédemment restreint le concept de squelette à des segments de trait identifiables. Nous allons maintenant le généraliser par l'introduction d'attributs symboliques et numériques. Les premiers apparaissent aux raccordements des perturbations, les seconds sont associés aux points squelettes. Le point squelette n'est donc plus l'unique information disponible. En ce sens, nous pouvons qualifier la représentation de *squelette généralisé*, le terme squelette demeure car il en est l'élément fondamental et majoritaire. Les perturbations n'existent que par rapport aux branches squelettes, elles ne possèdent qu'un seul attribut propre, leur caractère bidimensionnel prohibe en effet tout autre calcul.

La génération d'attributs est une conséquence directe de la représentation mixte. En effet, le repérage des régularités provoque l'application de critères de suivi nécessitant une évaluation quantitative. Ces mesures permettent de dégager des attributs numériques qualifiant le trait. En outre, les discontinuités entre segments et perturbations sont justifiées selon le critère de suivi invalidé. Cette justification est de nature symbolique, elle permet ainsi d'intégrer progressivement des opérateurs de reconnaissance pour l'identification des perturbations.

Il n'existe pas à notre avis de critère universel permettant de gouverner un suivi de trait en appréhendant efficacement la variabilité de l'écriture. Par contre, l'information peut être étudiée simultanément selon plusieurs facettes complémentaires. La combinaison de critères rudimentaires doit alors former un ensemble robuste et homogène permettant d'absorber la versatilité du trait. En effet, nous considérons que seul l'emploi de critères simples peut conférer une certaine robustesse au traitement. Il importe alors que leur combinaison permette d'aborder tous les aspects de la réalité et ce sans interférences. Dans le cas de l'écriture, la complétude de l'information se traduit selon trois aspects : conservation de la largeur, distribution des luminosités, homogénéité de progression. Il suffit que l'un de ces aspects ne soit plus cohérent pour que la progression s'arrête. Si ces critères sont complémentaires, ils ne sont pas non plus exclusifs. Il est possible qu'au voisinage d'une protubérance plusieurs critères soient invalides, le développement est alors interrompu au plus tôt.

La combinaison de ces trois critères permet l'étude du tracé sous son aspect région, leur accord évite de mettre en question la validité des contours extraits, la tâche de segmentation est alors facilitée. Sous cet angle, la méthode est une coopération contour-région.

7.1. Conservation de la largeur

Le choix d'une décomposition mixte restreint fondamentalement la squelettisation aux régions modélisables par un trait d'épaisseur constante. Cependant, dans un tracé manuscrit, les variations de pression engendrent des fluctuations de largeur. Il faut donc définir un critère mesurant la stabilité de la largeur tout en absorbant les variations non significatives. Comme l'influence des variations est relative, nous proposons de définir une fonction croissante $\delta(l_i)$ bornant les écarts permis selon la largeur courante l_i.

Une autre contrainte consiste à définir un critère indépendant du sens de progression et appliqué à un contexte d'observation de taille variable. Nous proposons alors d'évaluer la différence des largeurs par rapport à la coupe centrale qui fixe le contexte d'observation et les variations permises. Si le critère de stabilité des largeurs est invalide, un attribut est alors généré et l'interruption est étiquetée différemment selon que la largeur est trop grande (*LTG*) ou trop petite (*LTP*).

Critère 1 : Pour toute coupe T_i du segment $\mathcal{S}$, quels que soient T_j et T_k de $\mathcal{S}$,

tel que $d^*(S_j, S_i) \leq \dfrac{\text{ratio} \cdot l_i}{2}$ et $d^*(S_k, S_i) \leq \dfrac{\text{ratio} \cdot l_i}{2}$

alors $|l_j - l_k| \leq \delta(l_i)$

La fonction δ quantifie l'erreur permise pour approcher le trait par une ligne idéale, elle intègre également les irrégularités du détecteur de contour. Si l'on squelettise des caractères imprimés ou manuscrits "bâton", la notion de ligne est forte et δ peut tendre vers 0. Par contre, dans le cas de l'écriture cursive, les pleins et déliés sont relativement fréquents et il convient d'établir une fonction légèrement croissante avec une valeur initiale non nulle. δ peut par ailleurs être majorée ou minorée selon que la reconnaissance privilégie l'aspect morphologique global (segment de trait) ou accidentel (perturbation).

La gamme des résolutions courantes fournit une largeur inférieure à la dizaine de pixels. Si l'on veut disposer d'une fonction δ mesurant finement les tolérances permises, il est impératif de situer les points contours dans $\Re^2$. Sinon, δ doit être majorée de $2\sqrt{2}$ pour absorber les effets de la discrétisation, ce qui la rend quasi inefficace dans les plages courantes.

Bien que ce critère soit symétrique au sein d'un même segment, il n'assure pas l'unicité du résultat car la frontière entre deux coupes incompatibles dépend du sens de progression. En effet, il peut exister plusieurs contextes d'observation contenant les extrema de largeur, le premier rencontré stoppe la progression (voir *fig. 15*). La seule possibilité pour assurer l'unicité

serait de placer la frontière au milieu des deux coupes incompatibles. Cependant il n'y existerait pas forcément de contexte invalidant et ce placement dénierait l'application des autres critères. Le suivi multi-critères conduit donc à un non déterminisme sur le placement des discontinuités, ce qui reste conforme avec nos hypothèses.

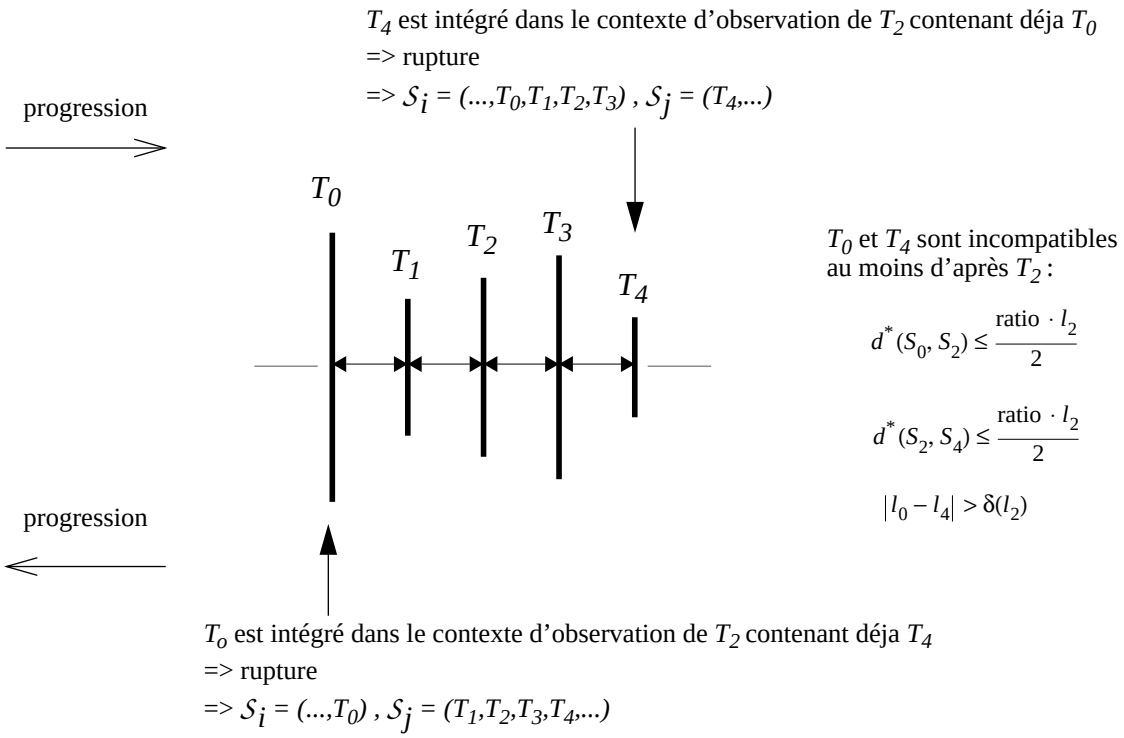


Fig 15 : Choix de la coupe de rupture selon le sens de progression

Comme la définition du **critère 1** est statique, elle peut se réécrire par conservation d'un invariant récurrent. A chaque concaténation d'une coupe à l'extrémité d'un segment, la non conservation de l'invariant stoppe la progression dès qu'une incompatibilité se présente.

7.2. Distribution des luminosités

Outre le positionnement précis des points contours, l'emploi d'images en niveaux de gris accroît la détection des boucles et qualifie la pertinence d'un trait - que ce soit un plein traçant une hampe ou bien un délié reliant deux parties d'une même lettre - selon la pression du stylo. Le contraste est calculé à chaque nouvelle coupe transverse, on vérifie alors que la distribution des luminosités est compatible avec le modèle d'un trait.

Il importe d'avoir une grande sensibilité pour détecter les boucles tout en absorbant le bruit de numérisation. Cependant, il est illusoire d'essayer de rivaliser avec notre acuité visuelle. Ainsi, on a constaté que l'œil humain perçoit une remontée de luminosité de cinq niveaux sur un seul pixel dans une zone où le contraste moyen est d'une soixantaine de niveaux. Si l'œil atteint ce degré de performance, c'est sans doute aussi parce que l'enveloppe de la forme ressemble à une boucle. Un ordinateur ne peut immédiatement parvenir à un tel degré de sensibilité sans détecter de multiples artefacts dus au bruit d'acquisition.

Le modèle retenu de distribution des luminosités correspond à une vallée dans laquelle les flancs ne sont pas forcément symétriques. Les boucles dont la remontée de luminosité reste en deçà de la luminosité du fond de l'image peuvent par conséquent être représentées. On examine alors les différentes montagnes internes possibles en s'assurant que le contraste n'excède pas une valeur fournie en paramètre, tandis que le contraste de la vallée n'est quant à lui soumis à aucun seuil. *Suivre des traits peu contrastés qui auraient été inévitablement interrompus par une binarisation classique est alors possible.* Le seuil appliqué aux remontées de luminosité est une différence, donc indépendant de la luminosité du fond. Pour être robuste, sa valeur doit seulement être supérieure au bruit d'acquisition. De même que l'on admet des variations de largeur, on autorise ici des variations de luminosité.

On définit (Q_n) la suite de points discrets obtenue par l'échantillonnage du segment de droite $[G', D']$ pour lequel G' et D' sont les points extérieurs les plus proches de G et D dans $\aleph^2$. Le choix des points contours discrets à l'extérieur plutôt qu'à l'intérieur est prépondérant pour les transitions de luminosité possédant une pente importante. On repère alors le terme Q_m, point possédant la luminosité minimale dans (Q_n).

Critère 2 : Pour tout terme de la suite (Q_n), on a

$$\text{si } 1 < i < m \text{ alors } lum(Q_i) < lum(G')$$

$$\text{si } m < i < n \text{ alors } lum(Q_i) < lum(D')$$

Ce critère assure la concavité des luminosités, il permet notamment de situer les fins de segment là où l'amplitude du bruit prend le pas sur la concavité du trait (*CI*). On définit alors le contraste d'une coupe T comme étant $c = min(lum(G'), lum(D')) - lum(Q_m)$.

L'absence de remontée de luminosité invalidante (*RL*) consiste à vérifier sur chacun des flancs qu'il n'existe pas un couple de points définissant une montagne interne, il suffit d'étudier les points extrêmes du flanc le moins abrupt. Nous donnons ci-dessous la définition du critère sur le flanc gauche, elle s'obtient par symétrie sur le flanc droit.

Critère 3 : Pour tout Q_i, $1 < i < m$, quel que soit Q_j, $i < j < m$, on a

$$lum(Q_j) - lum(Q_i) < c_{\text{inv_max}}$$

La définition des deux derniers critères permet de restreindre (Q_n) à une suite de points discrets extrema de luminosité.

Dans l'ensemble des attributs symboliques *(LTG, LTP, PI, CI, RL)*, *RL* est le seul applicable aux perturbations, il est alors affecté à l'ensemble de la région et non plus au seul raccordement. La définition du critère se transpose dans le cadre bidimensionnel. Afin de maîtriser le temps de calcul, on teste une seule montagne : celle exhibant vraisemblablement le contraste le plus important, i.e. celle ayant le pic le plus élevé. Une fois le pic repéré, la différence entre sa luminosité et $c_{\text{inv_max}}$ fournit un seuil de binarisation. La perturbation est remplie à partir du pic tant qu'il existe des pixels connexes au dessus du seuil. Si la tache ne peut atteindre le contour de la perturbation, il y a remontée de luminosité invalidante (*RL*).

Le poids d'une remontée de luminosité devrait s'estimer en fonction de la profondeur de la vallée courante. La sensibilité est en effet relative à l'amplitude du signal. Cependant, cette approche est mise en échec par le bruit de numérisation car l'influence de ses variations aléatoires serait exacerbée lorsque la concavité est peu marquée. De plus, un seuil de rapport de contraste ne peut être adapté à la fois aux vallées équilibrées et aux vallées asymétriques (cas des boucles). Il faudrait inévitablement privilégier l'un des deux aspects et le paramètre perdrait son appréciation intuitive. Enfin, il n'est pas évident que notre œil réagisse linéairement dans la gamme d'intensités lumineuses codées dans la matrice image.

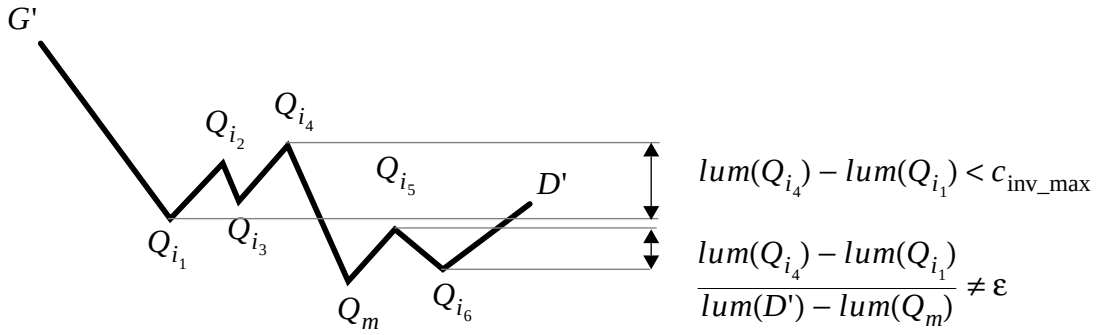


Fig 16 : Types de configurations à gérer

7.3. Homogénéité de progression

Ce dernier critère vise à maintenir une progression cohérente entre les deux suivis de contour et la branche squelette. Il est ainsi fort possible qu'aux points de discontinuité de courbure, un des suivis reste stationnaire tandis que son vis-à-vis rebrousse chemin ou s'écarte latéralement. On vérifie alors :

Critère 4 : Pour toute coupe T_i, T_{i-1}, $1 < i \leq n$ du segment $\mathcal{S}$,

on a $0 < (\overrightarrow{A_iB_i}, \overrightarrow{S_{i-1}S_i}) < \pi$

Ce critère mesure en fait le retour arrière sur le placement des points squelette, il suppose que le vecteur progression et le vecteur déplacement forment un angle moyen de $\frac{\pi}{2}$ en tolérant le maximum de variation, i.e. également $\frac{\pi}{2}$. Au voisinage des intersections, la progression invalide (*PI*) apparait fréquemment, elle stoppe la progression avant que l'élargissement du trait ne soit détectée. Ce phénomène n'était pas attendu a priori.

8. Segmentation adaptative du tracé

L'attention apportée à la modélisation ne peut se justifier que par une segmentation soignée. On emploie ici le terme de segmentation dans son sens "image", i.e. la séparation du tracé et du fond, elle peut s'opérer par une binarisation classique ou par une recherche des frontières des objets dans une image multi-niveaux. A son issue, le tracé ne doit être ni morcellé, ni fusionné et toutes ses composantes doivent être repérées. La qualité de segmentation, aspect souvent négligé, est sans doute tout aussi cruciale dans les images d'écriture que la pertinence de représentation. En effet, la pression du stylo est variable et l'instrument lui même laisse une trace plus ou moins marquée. Nous avons entre autre opté pour l'emploi d'images multi-niveaux afin de pouvoir traiter correctement ces traits au contraste faible et irrégulier.

La difficulté de la tâche nous semble requérir un couplage étroit entre reconnaissance de forme et traitement d'image. Le segment représentatif d'un trait simple peut être d'autant mieux détecté qu'il est simultanément validé. Il est alors possible de minimiser le nombre des incontournables seuillages en ne les employant qu'en cas d'absolue nécessité. L'interaction se justifie également par la présence d'inévitables erreurs lors d'un suivi de contour, les variations de luminosités pouvant présenter des configurations localement contradictoires avec la perception globale. L'intégration de la segmentation dans l'opérateur de reconnaissance permet d'isoler ces erreurs et d'y remédier par le traitement approprié, différentes phases d'extraction se succèdent alors.

Parallèlement, un facteur majeur de robustesse consiste à traiter l'information de luminance sous différents aspects. Ainsi, les dérivées filtrées successives caractérisent l'évolution des luminosités de façon de plus en plus globale. Leur mode de calcul discret atténue ou supprime des variations gênantes - le bruit -, mais il augmente également le désordre en fusionnant des variations proches mais distinctes. Seule la recherche d'une certaine cohérence entre ces différentes représentations d'une même réalité permet d'obtenir une détection robuste.

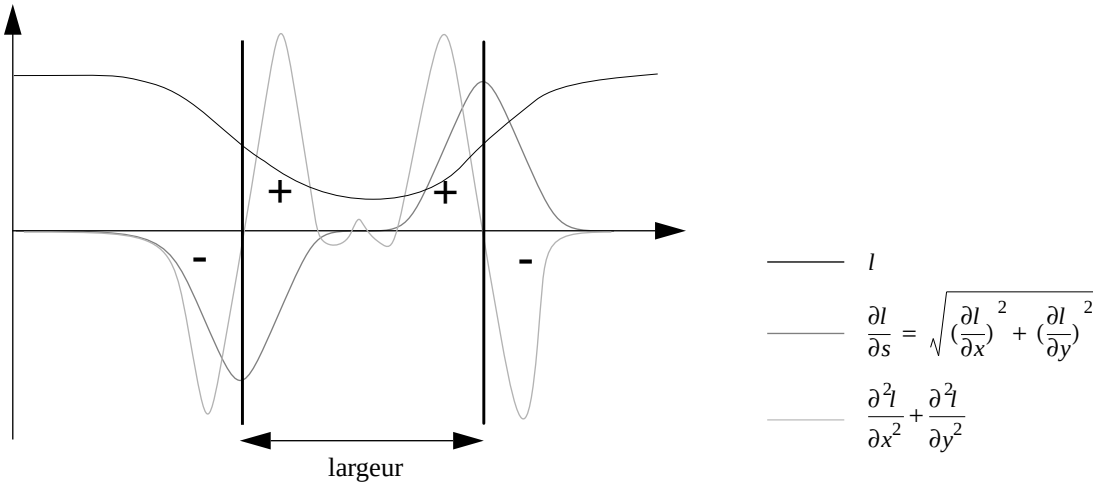


Fig 17 : Evolution selon une coupe perpendiculaire du trait luminosités, gradient, Laplacien

Transversalement au trait, les luminosités forment une vallée éventuellement saturée en son fond, le gradient croît puis décroît selon la direction de la coupe et le Laplacien est négatif à l'extérieur du trait, positif en son intérieur, avec des oscillations possibles sur un fond quasi-constant. Il convient de remarquer que la largeur induite par la coupe à mi-hauteur des vallées correspond à celle perçue par l'œil [Que90].

L'organisation du système scinde le suivi de contour en plusieurs phases : un suivi de contour *libre* lors de l'extraction des segments puis *contraint* lors du prolongement en perturbations, suit ensuite une phase d'*analyse* du contour avec remise en cause ponctuelle.

8.1. Suivi de contour libre dans les segments de trait

La phase de suivi de contour libre correspond à la première extraction d'information, les traits filiformes sont repérés puis poursuivis sur toute leur longueur. Cette phase est donc la clé de voûte de l'ensemble du traitement. Cependant, son exécution n'est pas critique pour deux raisons. Tout d'abord, le développement d'un squelette est constamment soumis à l'application des critères définissant le modèle de segment. On peut donc considérer sans grand risque que si les contraintes de suivi sont respectées, la segmentation s'est opérée convenablement. Ensuite, les régions squelettisées sont par définition des régions régulières au contour stable. On peut ainsi, excepté à l'initialisation suivre le contour sans appliquer de *seuil "image"*, ce qui permet de poursuivre toutes les traces, même dans leurs régions les plus ténues.

8.1.1. Choix d'un suivi de contour

La construction des branches squelettes se base sur le suivi de contour, d'après les hypothèses émises, celui-ci doit être isotrope, abstraire la discrétisation et garantir le chaînage des points successifs. La variabilité de pression du trait nous pousse à rejeter de prime abord les techniques de binarisation, reste l'emploi du gradient ou du Laplacien, les autres dérivées n'étant guère exploitables.

Ces deux opérateurs possèdent leurs particularités. Tout d'abord le gradient est un vecteur alors que le Laplacien n'est qu'un scalaire, le premier semble donc a priori plus informant que le second. En outre, la mise en évidence du contour procède d'un principe différent. Le Laplacien définit explicitement le contour à son passage par zéro tandis que le gradient requiert des techniques de sélection et d'affinage de ses extrema. Dans le premier cas, la connexité est assurée par un suivi de contour binaire alors que dans le second le chaînage des points voisins doit chercher à éviter les discontinuités. De plus, le Laplacien est indépendant des problèmes d'orientation, ce qui n'est plus tout à fait le cas pour la suppression des non-maxima locaux issus du gradient.

En ce qui concerne le positionnement du contour dans $\Re^2$, l'abstraction de la discrétisation est également plus aisée avec le Laplacien. Il suffit de considérer les passages par zéro situés à chaque nouvelle coordonnée discrète, ce qui assure un pas d'échantillonnage satisfaisant. Chaque passage par zéro est encadré par une porte définie comme un couple de points 4-connexe dont les Laplaciens sont de signes opposés. La localisation du point contour continu est alors immédiate par interpolation des points discrets de la porte. Avec le gradient, des techniques d'interpolation plus élaborées sont requises pour situer précisément la position du pic dans la direction du vecteur [Cin87].

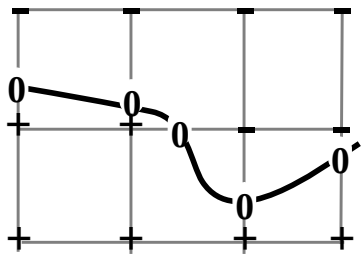


Fig 18 : Échantillonnage de la ligne contour continue à chaque passage par zéro du Laplacien

Le Laplacien comme le gradient n'échappent pas au seuillage nécessaire à la séparation des transitions de luminosités délimitant un trait de celles baignant dans le bruit de fond. Néanmoins, dans le domaine de l'écriture, il est possible de ne considérer qu'une seule transition significative à la frontière d'une région suffit pour valider l'ensemble du contour. Le contour s'obtient alors le long des points remarquables voisins, la connexité devenant alors essentielle.

En terme de rapidité, le Laplacien permet un suivi et un positionnement efficace du contour puisque l'image de son signe est binaire. Chaque nouvelle porte se détermine par le test d'au plus deux points, l'ordre des tests étant défini par le choix de connexité.

Puisque le raccordement du trait est privilégiée, les points à Laplacien positifs sont reliés en 8-connexité. Ainsi, le point diagonal (β) au point positif de la porte courante est testé prioritairement. S'il est positif, la 8-connexité impose le choix de la porte latérale, sinon le signe du point (α) décide parmi les deux autres portes restantes dans le carré initial.

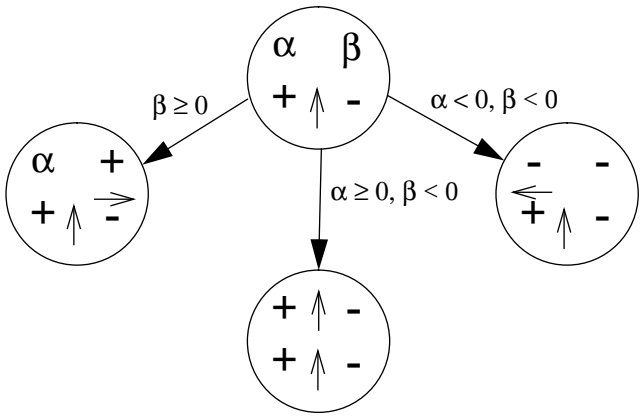


Fig 19 : Cheminement au passage par zéro du Laplacien
automate de 8 états avec 3 transitions possibles à chaque état

Les chaînes contours ainsi développées nécessitent alors un marquage particulier permettant à la fois le remplissage des régions fermées et la détection des contours déjà extraits, en effet le contour n'est pas constitué de points mais de *couples* de points discrets. Le marquage n'est réalisé qu'en un point mais il code la porte impliquée. Le remplissage des régions par propagation impose que le marquage soit situé sur le point au Laplacien négatif. Ce choix est symétrique de la définition du point contour devant avoir un 4-voisin à l'extérieur. Les chaînes générées sont donc 8-connexes, elles doivent être complétées pour former une frontière 4-connexe autorisant le remplissage.

Le calcul du Laplacien peut se réaliser par application d'un filtre à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII) lissant l'image [She92], le Laplacien s'estime alors comme la différence entre le résultat du lissage et l'image originale. Nous préférons employer le filtrage récursif pour obtenir un gradient robuste [Der87b] et dériver le Laplacien par simple calcul des différences.

8.1.2. Initialisation

L'initialisation de la segmentation repose sur la mise en évidence d'un germe par le balayage de l'image. Dans le cas d'une tache, il suffit d'initialiser le suivi de contour à partir du germe. Pour un segment de trait, il faut en plus trouver un vis-à-vis sur la transition opposée pour définir la coupe initiale.

On appelle germe un point discret, non marqué, situé sur une transition de niveaux de gris significative et tel qu'à partir du vecteur gradient associé on puisse obtenir une porte initialisant le suivi de contour. Si la direction du gradient et le changement de signe du Laplacien sont incohérents, on considère alors que le point n'est pas suffisamment stable pour être germe. Ce peut être la direction du gradient qui est perturbée par un contour multiple, ou un passage par zéro artificiel [She92]. L'évaluation d'une transition significative s'effectue par application d'un seuil sur le gradient. Ce seuil permet de s'abstraire du bruit d'acquisition, il est envisageable de le supprimer en "durcissant" les ratios requis. Cependant, il serait alors possible de rater des petites branches informantes, le remède serait pire que le mal.

A l'initialisation d'un segment, le vecteur gradient associé sert également à prédire la direction de la coupe initiale. Il faut ensuite examiner l'évolution des luminosités afin éviter des initialisations sur des objets autres que du tracé tout en autorisant la détection de boucles étroites. Dans ce cas, le trait est recouvert et les vallées sont asymétriques sur l'ensemble de la région, il faut donc pouvoir s'y accrocher afin de les squelettiser. Le traitement réservé à ces difficultés est un des critères d'évaluation d'un squelettiseur.

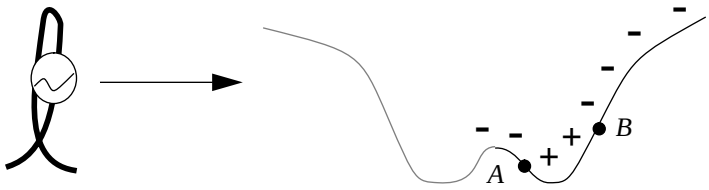


Fig 20 : Configuration de trait asymétrique

Quelle que soit la configuration, la distribution des luminosités doit satisfaire le modèle de vallée, i.e. concavité cohérente et absence de remontée de luminosité invalidante. Cependant, ce test n'est pas suffisant pour éviter des mises en correspondance avec des passages par zéro situés sur un signal quasi-constant. On vérifie alors que le contraste de la vallée est également supérieur au contraste inverse maximum. Ce test, *uniquement présent à l'initialisation*, est généralement vérifié car le seuil de gradient significatif est supérieur à celui de contraste interne, la vérification du premier implique donc la vérification du second.

L'ensemble des vérifications requises à l'initialisation d'un segment de trait a été choisi comme étant le *minimum nécessaire* afin d'éviter d'employer des critères de suivi par trop contraignants et ce, tout en permettant l'établissement de coupe initiales sur des traits asymétriques. Ainsi, si l'on exige un gradient significatif pour le point germe, on ne vérifie sur l'autre bord que l'existence d'un contraste suffisant. Dans la *fig. 20*, même si le point A est sur une transition trop faible pour exhiber un gradient significatif, l'initialisation de la vallée à partir du germe B reste possible[1].

Une fois la(les) porte(s) initialisée(s), l'orientation de progression du suivi de contour se définit en se plaçant sur le bord du trait et en regardant vers son centre, ainsi un suivi en progression gauche aura son vis-à-vis en progression droite et vice versa.

8.2. Suivi de contour contraint dans les perturbations

La phase de suivi de contour contraint correspond à la segmentation des perturbations connectées au tracé puis à celle des objets non filiformes de l'image. Elle se justifie par l'instabilité du contour de certaines terminaisons évanescentes et par l'absence de modèle permettant de valider la segmentation dans ces zones. Si l'on n'y prend garde la 8-connexité attachée aux points à Laplacien positif peut relier un point du tracé à un point extérieur et le suivi de contour errera dans le fond de l'image. Ce risque demeure en 4-connexité, il est seulement atténué. Quelle que soit le choix de connexité, il faut parer à ce problème.

1. base test : 93.7% des vallées initiales ont une concavité cohérente et un contraste suffisant

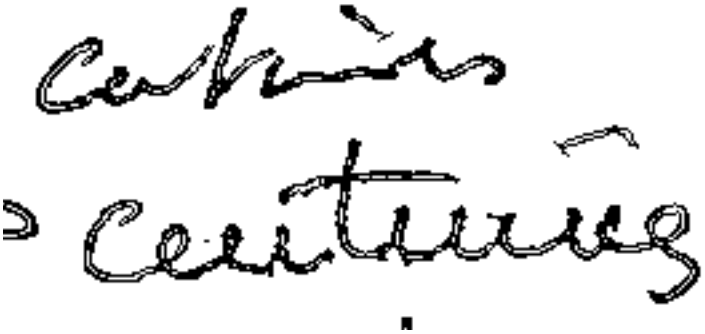
Im 1 : Signe du Laplacien, noir : positif, blanc : négatif
(risque de fuite : i ligne supérieure, extrémité de la barre du t ligne inférieure)

8.2.1. Coopération entre gradient et Laplacien

L'idée consiste à ramener invariablement le suivi de contour vers le trait lors de tout égarement. Ceci se réalise par coopération entre gradient et Laplacien, le premier étant maître en cas d'incohérence. On considère alors que tout point discret participant à une porte du suivi de contour doit posséder une valeur de gradient supérieure à la valeur minimale significative. Si ce n'est pas le cas et si le Laplacien n'a pas été précédemment calculé, la valeur du Laplacien est forcée à une valeur négative[1]. En effet, lorsque le suivi de contour tend à s'égarer dans le fond de l'image, l'amplitude du gradient tend vers zéro. Forcer une valeur négative de Laplacien ramène invariablement vers le trait. Il importe seulement que le seuil appliqué ne soit pas excessif afin de ne pas couper indûment un trait. Choisir comme seuil le paramètre définissant le gradient minimal significatif permet de ne toucher au contour naturel[2] défini par le Laplacien que lorsqu'un égarement devient manifeste, ce qui évite toute déformation.

1. cette valeur est telle que le point contour réel est confondu avec le point discret définissant la frontière forcée
2. base test : seuls 2.1% des points contours singuliers (perturbations et taches) ont leur Laplacien forcé

Nous donnons ci-dessous le résultat de ce traitement en ayant systématiquement appliqué le seuillage du gradient à tous les points non calculés lors de la détection des segments. Cette image met en évidence l'extension du halo de points à Laplacien négatif à la totalité de l'image, ce qui démontre l'impossibilité d'un égarement. Cependant, le résultat est trompeur car seulement un petit nombre de points contour sont calculés[1] en configuration normale, ainsi l'apparition de régions blanches au centre du trait est purement artificielle, le suivi n'atteignant jamais ces zones.



Im 2 : Laplacien contraint

La nécessité d'établir un mode de suivi de contour contraint est une contrepartie de la segmentation uniforme réalisée par le passage par zéro du Laplacien. En effet, hormis le seuillage initial repérant le trait, il n'existe aucune contrainte pour un suivi de contour basé sur le passage par zéro. Il serait bien chanceux que ce type de suivi ne soit pas induit en erreur aux zones difficiles et corresponde systématiquement au contour perçu par l'œil. Toutefois, la nature même du Laplacien permet de restreindre ce genre de contrainte aux zones non validées par le modèle de trait. L'égarement dans le fond du document est un problème qu'il a été possible de résoudre par des techniques "image", nous verrons plus loin qu'un autre contexte est nécessaire lorsqu'il s'agit d'apprécier la connexité.

8.2.2. Initialisation

L'initialisation du suivi de contour en mode contraint consiste à s'assurer que les contours des segments interrompus peuvent être prolongés et reliés de façon cohérente. On cherche ainsi à éviter que le suivi ne pénètre à nouveau dans le trait. Il est également souhaitable que les points au Laplacien positif des deux bords soient connexes entre eux, l'existence d'un contour les reliant étant alors garanti.

1. base test : seuls 7.3% des points de l'image ont leur Laplacien calculé

Nous proposons alors d'étêter l'extrémité des segments de trait jusqu'à ce qu'il soit possible de tracer un segment de droite discret de points au Laplacien positif joignant les portes opposées de la dernière coupe, et ceci sans modifier le signe de points déjà calculés. L'impossibilité de tracer un tel segment provient d'un contour commençant à se replier (en général vers l'extérieur), les critères de suivi n'ayant pas encore été invalidés. La prise en compte de ce phénomène oblige à remettre en question les dernières coupes transverses.

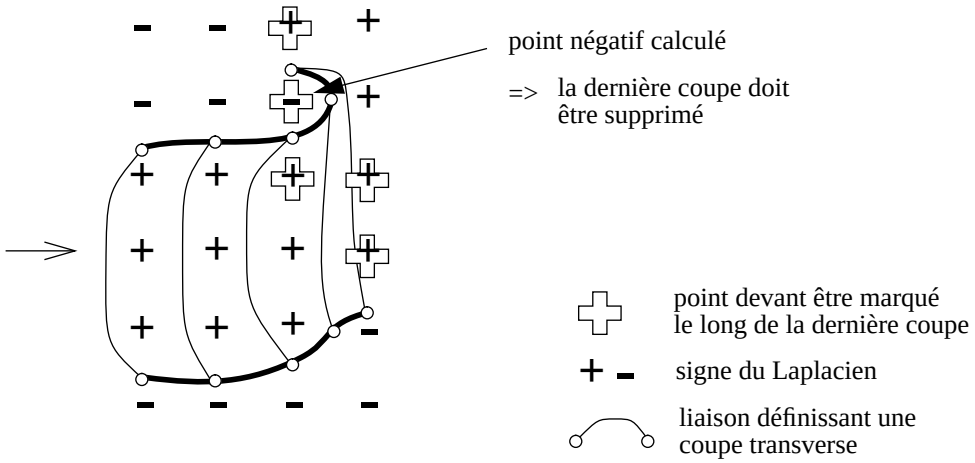


Fig 21 : Etêtage des extrémités de segments de trait non conformes

8.2.3. Raccordement

A l'issu du développement des segments, les extrémités des bords restés inexplorés sont mémorisées selon leur sens de progression (gauche ou droit). Les suivis de contour reprennent ensuite en mode contraint décrivant alors le contour des perturbations. Une chaîne contour initialisée à l'extrémité d'un segment est développée jusqu'à rencontrer un contour déjà détecté. La recherche des coordonnées du point de rencontre dans une liste de progression opposée permet alors de la relier au segment rencontré. Ce processus reprend jusqu'à ce que toutes les segments soient raccordés.

Un examen du graphe obtenu permet ensuite de repérer les perturbations, puis à un niveau supérieur, les composantes connexes du tracé.

8.3. Analyse de la cohérence des contours

La succession des segmentations libres et contraintes a permis d'extraire la totalité du contour des composantes filiformes du document. Une phase d'analyse et de remise en cause s'exécute alors afin de pallier aux choix erronés de suivi commis par le changement de signe du Laplacien. Quel que soit le suivi employé, il est inévitable qu'il soit induit en erreur dans des zones présentant une distribution de luminosités perturbée. En fait, c'est surtout le nombre d'erreurs qui importe. Dans le cas du Laplacien, elles restent relativement limitées et localisées, l'appréciation globale des contours extraits est satisfaisante dans l'immense majorité des cas.

Il est donc possible de se contenter d'un tel résultat, cependant l'appréciation de la morphologie globale du tracé néglige un autre aspect fondamental pour la reconnaissance : *la connexité*. En effet, dans les alphabets occidentaux (latin, grecque, cyrillique), les lettres sont généralement décrites par des traits connectés et ce, quel que soit le mode de tracé (cursif, script). La séparation intra-lettre reste rarissime et ne peut s'effectuer qu'entre traits distincts. Le module de reconnaissance pourra donc avantageusement tirer partie de cette constatation pour gérer les hypothèses de regroupement et de segmentation des lettres [Lec90][Ler91][Paq92]. S'il doit devoir prendre en considération le regroupement de traits au sein d'une même lettre (par exemple : *m* séparé en son milieu), sa tâche devient nettement plus ardue car le contexte est alors très limité. Le but de ce travail étant d'extraire la représentation la plus pertinente et la moins bruitée possible, il n'est donc pas sans intérêt d'intégrer la qualité de connexité dans les objectifs de la segmentation. Ainsi, chaque composante connexe pourra-t-elle garantir la présence de traits complets, sinon de lettres intégrales.

Dans le cadre binaire, la connexité est réalisée arbitrairement par binarisation, il suffit donc de la conserver. Avec des images multi-niveaux, cette notion tend vers la réalité physique, elle est subjective. Il faut en conséquence disposer d'un contexte important afin de prendre la décision appropriée au moindre risque. Ce fait, comme la validation de l'extraction, plaide pour *l'intégration de la segmentation au sein de l'opérateur de squelettisation.*

La détection d'erreurs de suivi est réalisable par la mise en évidence d'incohérences locales entre la luminosité et ses dérivées, en effet ces zones perturbées sont par définition instables et les différentes grandeurs calculables y sont contradictoires. La correction de ces erreurs doit alors dépendre d'un critère de plus haut niveau indépendant de ces perturbations locales, nous proposons d'employer la recherche de connexité maximale comme but et moyen de rectification.

8.3.1. Mise en évidence de contours instables

On qualifie *d'instables* des points contours situés sur des concavités de luminosités interférentes. L'intersection de vallées provoque des surfaces n'ayant pas de concavité marquée, le Laplacien y est très faible. Par analogie, si l'on modélise de manière approchée la forme des vallées par une parabole et leur intersection par une branche d'hyperbole, la surface résultante est une parabolloïde hyperbolique dont le Laplacien est nul en chaque point. Cependant, ce modèle d'interférence reste limité à des zones restreintes à quelques pixels du fait de l'étroitesse de la portion de transitions significatives d'une vallée. En dehors de cette zone critique, la concavité d'une des deux vallées prend le pas sur l'autre.

L'instabilité s'observe selon deux cas inégalement réparties : lorsque le trait ne se raccorde que vaguement à un tracé précédemment établi et lorsque la pression du stylo se relâche brutalement. Le premier cas est de loin le plus fréquent, il est inévitablement généré dès qu'une forme (lettre, idéogramme) est constitué de plusieurs traits (même une écriture complètement cursive nécessite des levers de plume). Dans les deux cas, il y a compétition entre deux vallées transverses.

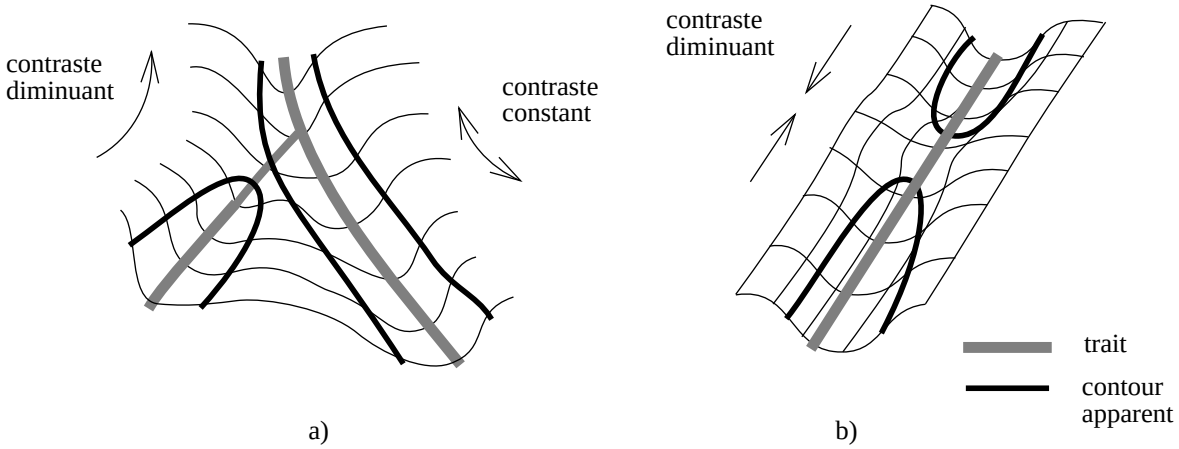
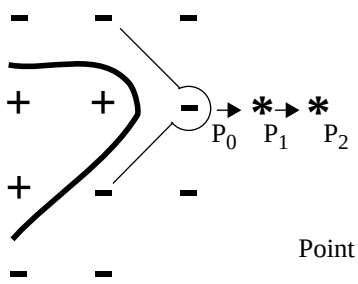


Fig 22 : Cas engendrant un suivi de contour erroné
a) raccord flou, b) relâchement de pression

Lorsque le suivi de contour est erroné, il suit un flanc de vallée interne inclus dans une concavité transverse. L'évolution des luminosités ne peut donc qu'être temporairement croissante, ce qui n'est pas le cas pour un flanc de vallée stable. Nous cherchons donc à détecter une incohérence entre l'évolution des luminosités et la concavité indiquée par le changement de signe du Laplacien.

En ces régions d'extrémité de trait, l'orientation de la coupe transverse ne permet pas d'échantillonner le flanc de vallée convenablement. Nous préférons nous translater vers l'extérieur à partir du point à Laplacien négatif encadrant le contour selon la bissectrice de l'angle formé par son voisinage. L'étroitesse de la zone perturbée est estimée à trois pixels au maximum, cette hypothèse est une évaluation empirique de la taille de la zone critique. Celle-ci peut être estimée constante car indépendante de la résolution. Elle dépend, ainsi que le nombre de pixels significatifs, du filtrage passe-bas lié à la géométrie du capteur et au processus d'échantillonnage. Dans cette zone nous vérifions que l'évolution des luminosités est compatible avec la concavité indiquée par le Laplacien.



Point suspect :

$$lum(P_0) > min(lum(P_1), lum(P_2))$$

Fig 23 : Repérage des points contour suspects

Le nombre de ces points a priori incohérents est relativement élevé[1], il cache cependant d'énormes disparités. L'essentiel des points suspects est concentré le long de traits proches (jambages, boucles partiellement recouvertes, ...), là ou la partie extérieure des flancs est recouverte par un autre trait. L'important n'est pas de repérer uniquement les points provoquant une erreur de suivi, ce qui est illusoire avec des critères "image", mais plutôt d'être certain que ces points appartiennent à l'ensemble des points suspects.

8.3.2. Proposition d'un autre contour

Parmi l'ensemble des points suspects mis en évidence, seule une proportion infime doit permettre de dégager un autre contour. La plus extrême rigueur est donc requise afin de ne pas introduire de raccordements abusifs discréditant la recherche d'une connexité maximale. S'il est possible d'établir un autre suivi, une cohérence très stricte est alors exigée tant sur la forme que sur la luminosité.

1. base test : 16.2% de points contour suspects

a) Existence d'un autre contour

Ce premier test découle de l'hypothèse d'un Laplacien instable localement : deux contours susceptibles de fusionner appartiennent à la même zone critique. Il s'agit, à partir du marquage associé aux portes, de repérer un point à Laplacien négatif et définissant une porte d'un autre contour dans les trois points échantillonnés (*fig. 23*).

Le nouveau contour correspond alors à une fusion des contours naturels et du segment de raccordement. Ce dernier introduisant obligatoirement une perturbation éventuellement fusionnée avec la représentation des régions connexes. Il est en effet logique de considérer le raccordement le long d'un trait sans épaisseur comme une singularité vis-à-vis du modèle de segment de trait. Le choix d'une modification minimale provient de l'impossibilité de déterminer une frontière exacte parmi des vallées interférentes. Il est en effet très délicat de décider de la position du raccordement avec le contour issu du Laplacien.

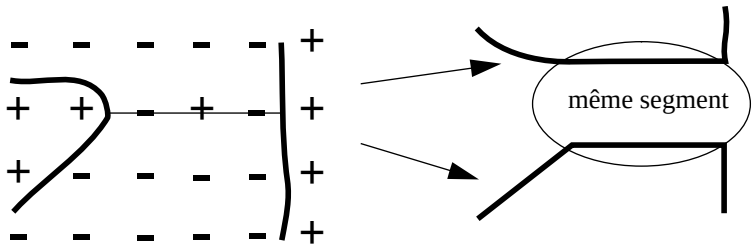


Fig 24 : Fusion des contours

b) Critère de forme

Jusqu'à présent, bon nombre des points suspects restent susceptibles de conduire à une fusion de contours. Nous allons maintenant introduire le critère de recherche de connexité maximale sous forme d'une contrainte morphologique indépendante du vocabulaire à reconnaître. La notion habituelle de connexité ne pouvant être employée du fait d'un possible contact indirect des tracés.

Les points extrêmes du segment de raccordement sont considérés comme déconnectés s'il existe une région "infinie" de points appartenant au fond de l'image de part et d'autre du segment. L'existence d'une région infinie peut se ramener à la détection d'une zone vierge de tout marquage et dont la taille est d'un rapport très grand vis-à-vis de la largeur du trait. Cette zone doit pouvoir être initialisée au voisinage du point de raccordement afin de rester cohérent. L'analyse du contour ne peut donc s'effectuer qu'avec une taille connue de contexte significatif.

Ainsi cette définition de la connexité recherchée écarte les raccordements indésirables entre jambages et arcs d'une même boucle.

Fig 25 : Définition de la connexité recherchée

c) Critère de binarisation

Le critère de connexité ne permet pas d'obtenir un résultat cohérent à lui tout seul. Les luminosités peuvent en effet remonter le long du segment jusqu'au niveau du fond de l'image. La connexité ne peut donc y être établie, les traits étant disjoints d'un point de vue "image". En conséquence, nous proposons de rechercher un seuil permettant la binarisation du segment de raccordement. Il suffit de vérifier que tous les points échantillonnés ont une luminosité inférieure au fond de l'image. Ce seuil est estimé *automatiquement* lors de la détection des zones infinies, il correspond au minimum des moyennes de luminosités des pixels situés de part et d'autre des segments.

d) Unicité du raccordement

Enfin, l'unicité de raccordement est nécessaire afin de ne pas perturber inutilement la reconnaissance par de multiples connexions. Celle-ci peut s'obtenir sur un critère de raccordement de longueur minimale au cas où des extrémités de segments seraient deux à deux dans le même voisinage.

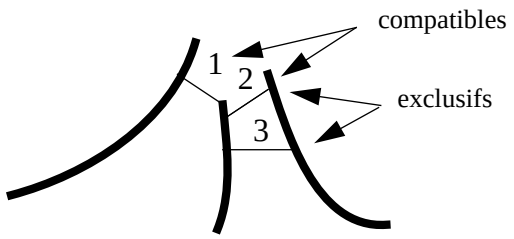


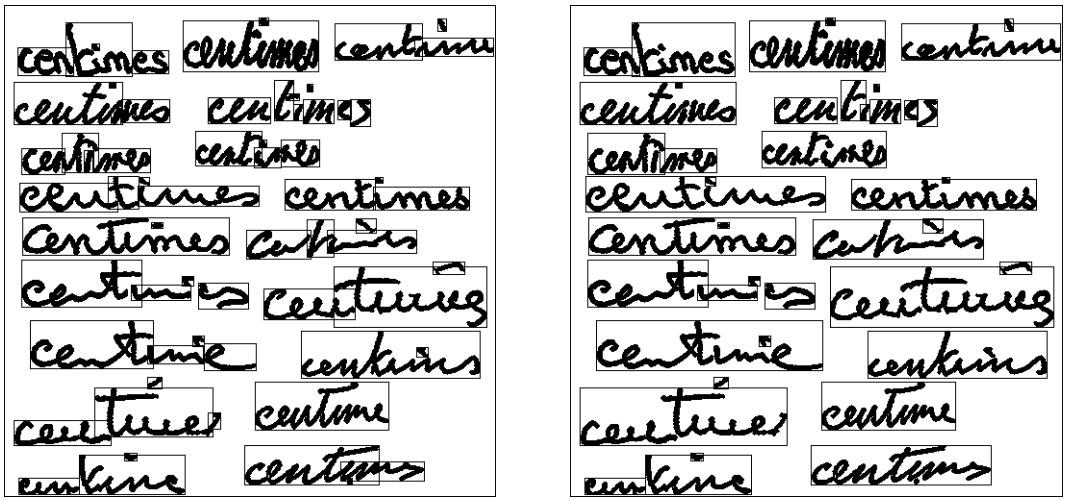
Fig 26 : Détermination d'un raccordement unique
(le segment 3 sera invalidé)

8.3.3. Appréciation

Après l'application de ces critères, seul environ 1% des points suspects modifieront effectivement la connexité[1]. Cette réduction drastique est conforme à l'exigence d'une cohérence forte quant à la modification du contour.

L'appréciation quantitative du résultat reste délicate, il est en effet difficile de comptabiliser une connexité subjective dans des images multi-niveaux. Cependant l'appréciation qualitative montre à la fois des choix de connexité compatibles avec notre perception visuelle et l'absence de raccordements intra-formes incohérents. S'il est possible que des composantes originellement distinctes soient raccordées, il n'y a plus de séparation entre traits d'une même lettre. De toute manière, la possibilité de contact entre graphèmes distincts doit être envisagée dans la reconnaissance, cette hypothèse pourra être spontanément émise suite à un raccordement artificiel.

Dans l'ensemble de la base, le nombre de composantes connexes diminue de 21%, ce qui est considérable compte tenu de l'absence de défauts majeurs. Ce nombre, même s'il contient des raccordements superflus, laisse percevoir l'intérêt d'un tel traitement.



a) *b)*

Fig 27 : Composantes connexes dans la matrice de marquage
a) nombre initial : 66, b) après analyse du contour : 42

1. base test : 16.2% de point suspects, mais 0.2% de points modifiant la connexité

9. Discussion

Après un récapitulatif des différents paramètres du système et de leurs implications, nous illustrerons le comportement du squelettiseur sur quelques images puis nous évaluerons quelques grandeurs numériques. Nous discuterons ensuite de l'ambiguïté de représentation au niveau iconique et terminerons par une introduction aux possibilités d'interprétation.

9.1. Paramètres

La robustesse est un objectif prioritaire de ce traitement (voir synoptique *fig. 10*). Elle dépend directement de la sensibilité des différents paramètres, de leur nombre et fréquence d'emploi. Pour permettre une meilleure appréciation de la signification d'une valeur, nous avons situé les paramètres dans un espace intuitivement représentable. L'influence d'une variation, comme la détermination de valeurs initiales peuvent donc être estimées préalablement.

Le nombre et l'emploi de ces variables a été réduit au minimum nécessaire pour appréhender les diverses facettes de la variabilité du trait. Six valeurs scalaires évoluant par paires définissent l'ensemble du comportement, parmi celles-ci seules deux valeurs sont directement des seuils "image" dépendant de l'acquisition. L'obtention d'un tel ensemble restreint a été possible grâce à l'application du même paramètre en plusieurs tests homogènes. La contrepartie de cette fusion de seuils est a priori une perte sur l'ajustement du système, cependant il s'avère que la présence de deux valeurs codifiant un même aspect crée plutôt une interdépendance embarrassante pour l'ajustement. Nous considérons qu'il vaut mieux perdre légèrement en possibilité de réglage lorsque la différence d'emploi est minime et avoir un ensemble de paramètres réglant des aspects distincts.

Paramètres photométriques ("image") :

détecteur de contour α [Der87b]	1.5
contraste inverse max.	10 niveaux.
gradient significatif (valeur normalisé)	20 niveaux/pixel

Paramètres géométriques ("écrit") :

ratios fort, faible	1.5 , 1
variations de largeur	$\delta(l) = \frac{l}{4} + 2$

Fig 28 : Paramètres du système

Le gradient significatif conditionne à la fois l'extraction d'un point germe et la poursuite du suivi de contour en mode contraint. Il permet dans chaque cas de s'assurer que la frontière des objets est celle d'un trait. Ces tests indispensables sont donc similaires, ils s'effectuent avec la même valeur. Idéalement, celle-ci est légèrement supérieure au bruit de numérisation. Cependant elle peut varier jusqu'à un gradient important.

Si l'estimation du bruit d'acquisition est trop basse, le système pourra l'indiquer a posteriori en détectant des perturbations dont la taille est proprement incompatible avec la largeur du trait. En effet, lorsque le gradient significatif est trop faible, des points germes apparaissent dans le fond de l'image. Dans cette multitude d'initialisations incorrectes, une infime proportion peut être située sur des configurations de pixels rectilignes, des segments de trait sont alors extraits. Lors du prolongement en perturbation, le suivi de contour erre dans le fond de l'image et développe des chaînes considérables du fait de l'inadéquation de la valeur forçant la fermeture des contours en mode contraint. La surface engendrée est alors "infinie" comparée à la largeur du trait, la connaissance de cette information contextuelle est mise à profit lors du remplissage des perturbations pour signaler l'inadéquation du seuil de gradient significatif.

Si l'estimation du bruit d'acquisition est trop forte, l'influence de la disproportion n'est pas non plus dramatique. Il suffit en effet d'un seul germe valide pour garantir l'extraction d'une zone régulière. Une fois initialisé, un segment n'est plus seuillé. La robustesse s'obtient ici en compensant une validation par seuillage par une cohérence contextuelle des critères de suivi.

Bien que la fusion soit généralement profitable, nous avons séparé les deux seuils "image" afin de ne pas pénaliser la détection des boucles. Cette distinction provient des différences de sensibilité entre la perception d'un tracé et la séparation de traits proches. Elle se justifie par une influence moindre du bruit de numérisation qui tend à être inhibé dans la concavité des vallées. Unifier les seuils de gradient significatif et de remontée de luminosité impliquerait de choisir la valeur supérieure, ce qui pénaliserait dangereusement la sensibilité de détection des boucles.

Outre son application à l'étude des concavités des luminosités, le seuil de contraste inverse sert également à l'initialisation d'un segment de trait pour s'assurer qu'un changement de signe du Laplacien ne provient pas d'un signal constant en fond de vallée. Nous rappelons que seul le contraste initial est soumis au seuillage, les vallées ultérieures ne vérifiant que l'absence d'une remontée de luminosité. Cette stratégie permet à la fois l'initialisation sur des flancs asymétriques et le suivi de segments au contraste ténu, l'application multiple du seuil restant homogène.

La fonction δ délimitant les variations de largeur permises doit naturellement croître avec la largeur du trait. Cette dépendance a été choisie sous sa forme la plus simple avec une tolérance de départ exprimant le degré de variation permis quelle que soit la largeur. Le polynôme du premier degré ainsi défini provient de l'estimation empirique de la latitude requise pour ne pas morceler inutilement des traits. Si le tracé est exclusivement imprimé, cet écart doit être abaissé.

9.2. Résultats

Dans l'ensemble de la base testée[1], avec différentes acquisitions, le tracé examiné n'a pas permis de déceler de résultats indésirables relativement à des critères "image". Il n'existe pas de barbules, l'ensemble du tracé est repéré avec une connexité satisfaisante, la segmentation entre segments de trait et perturbations s'interprète visuellement et les chaînes ne sont pas inutilement morcellées.

Nous illustrons ci-dessous l'extraction des segments sur une image standard (*fig. 29*), une partie est ensuite fortement grossie et détaillée (*fig. 30*). Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la mise en évidence de points représentatifs n'est qu'un aspect de l'extraction. Les points à coordonnées réelles étant discrétisés, ceci provoque un léger crênelage des branches squelette.

1. plus d'un millier de mots répartis sur 74 images

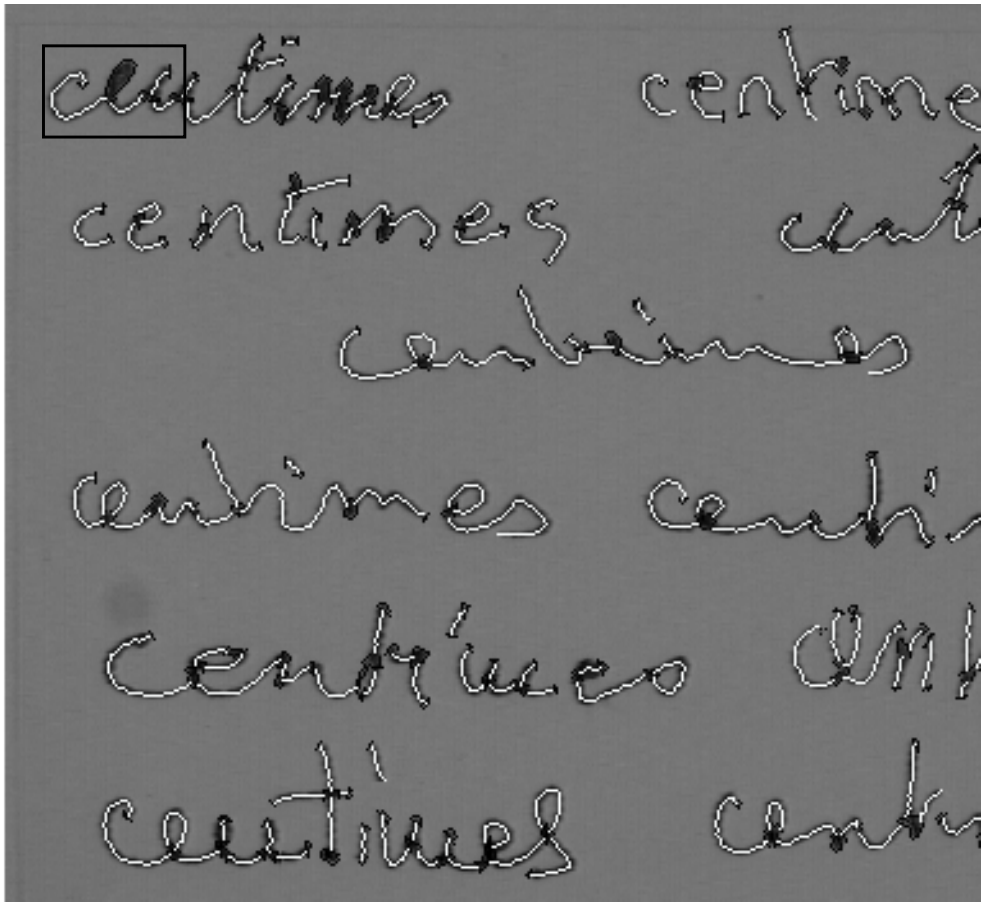


Fig 29 : Extraction des segments de traits

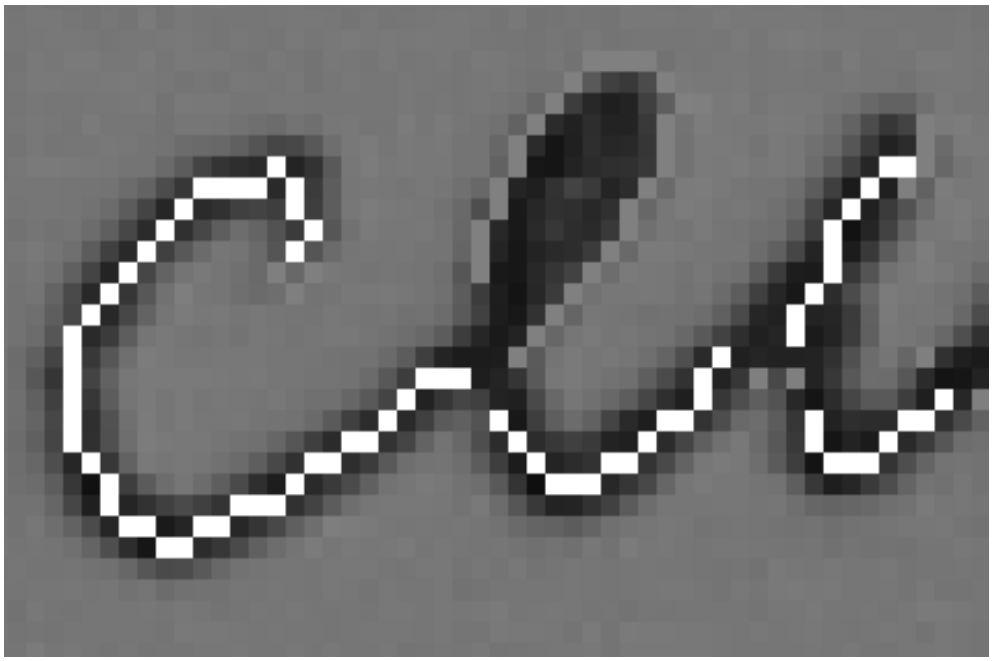
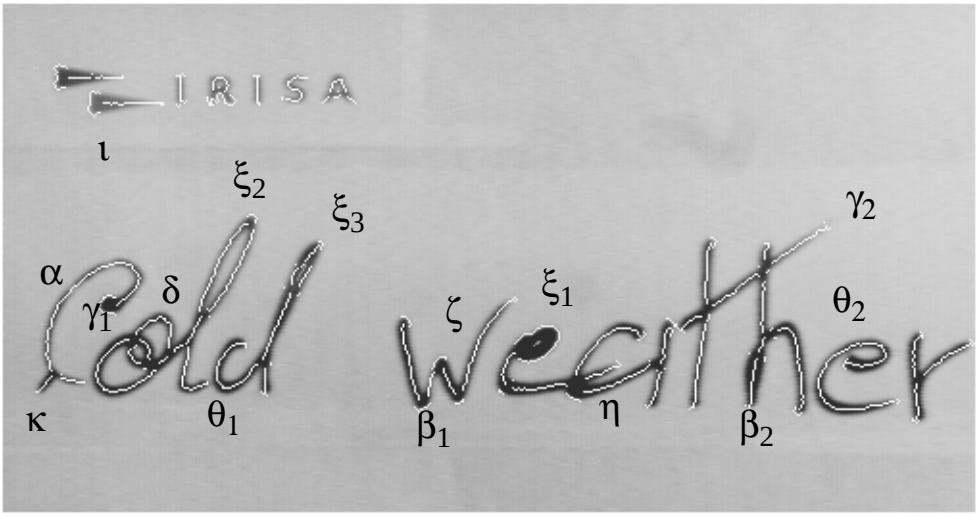
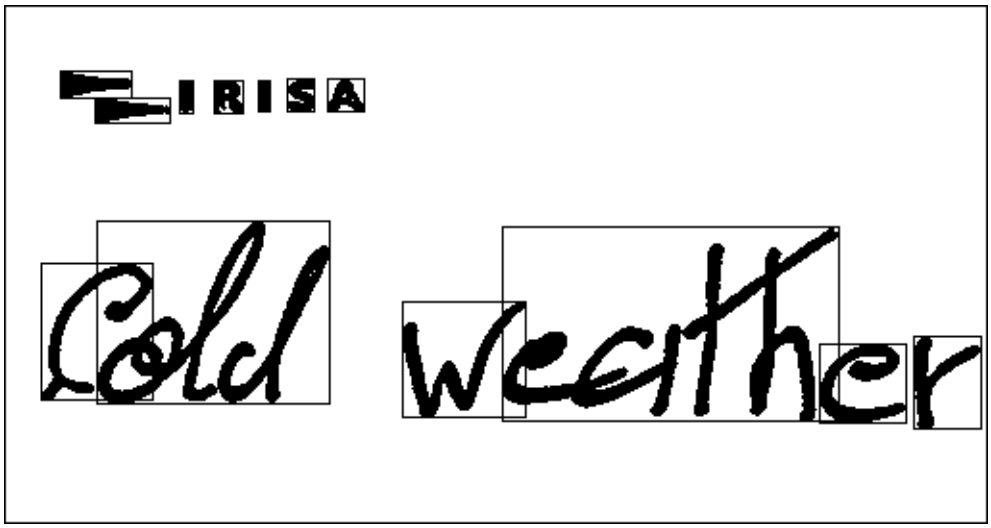


Fig 30 : Zone grossie à 10 dpi
blanc : squelette, gris : perturbations
(la remontée de luminosité du 'e' est détectée)

Nous présentons maintenant le résultat de notre méthode sur l'image de la *fig. 2* synthétisant les difficultés de l'écriture. A moins d'opérer de multiples grossissements, il est assez délicat de juger de la qualité du résultat. Nous préférons présenter une vue synoptique et détailler le traitement des diverses difficultés.



(a)



(b)

Fig 31 : Traitement des diverses difficultés
(a) segments et perturbations, (b) connexité

L'absence de seuillage sur la poursuite de segments a permis d'extraire le squelette en (α) malgré les variations de contraste. Les variations de largeur (β) ont entraîné une segmentation en segments de largeur stable. L'extrémité de trait empâté (γ_1) a été détectée comme une perturbation tandis que le trait acéré (γ_2) a été poursuivi jusqu'à sa disparition dans le fond de l'image. Le croisement (δ) est décomposé en ses branches élémentaires, les boucles sont toutes repérées mais sous diverses formes. Ainsi, la petite boucle (ξ_1) n'est décrite que par

son contour mais la remontée centrale de luminosité y est repérée. La boucle allongée (ξ_2) est correctement décrite par deux branches et une perturbation au sommet. La légère remontée de luminosité présente sur le recouvrement de traits (ξ_3) a empêché que la totalité de la hampe soit représentée par un segment unique. Le rebroussement (ζ) peut être mis en évidence et les amorces (κ) et protubérances (η) sont néanmoins squelettisées.

Le raccordement inter lettre (θ_1) a également été établi, par contre la fermeture de boucle (θ_2) n'a pas été effectuée. Cette décision provient de l'impossibilité de dégager une région de taille "infinie" à l'intérieur d'une boucle. Ce résultat est conforme avec notre perception de la connexité puisque dans ce cas la lettre appartient déjà à la même composante. La non fermeture des boucles doit de toute façon être considérée dans le module de reconnaissance, elle n'est pas aussi pénalisante qu'une lettre coupée en son milieu. Vouloir traiter ce type de raccordement au niveau iconique aurait inévitablement engendré des boucles artificielles entre jambages proches.

Les deux logos triangulaires (ι) ont été partiellement squelettisés sur leurs extrémités, ce résultat est principalement dû au contexte adaptatif qui reste relativement petit sur la partie droite, les variations de largeurs rencontrées dans cette zone y sont comparables à celles d'un trait. Il est inévitable que certaines régions non textuelles présentent des portions filiformes, la reconnaissance devra alors étudier l'évolution de largeur afin de les discriminer. Le système développé ne peut à lui seul trancher de façon définitive, il se contente de discriminer les régions absolument pas filiformes. Nous discuterons plus loin des limites de la squelettisation.

9.3. Evaluation numérique

Si l'analyse précédente permet de juger de la qualité du résultat, elle ne permet pas d'évaluer l'adéquation algorithmique entre le problème posé et la solution retenue. Nous proposons dans cette partie une analyse quantitative permettant d'apprécier :

- la charge de calcul due aux traitements effectués
- la quantité de zones sensibles

9.3.1. Charge de calcul

L'essentiel du temps de calcul est consacré aux deux passes assurant l'extraction des segments, nous négligeons les traitements ultérieurs (regroupement en perturbations et composantes connexes, analyse de la cohérence des contours) car ils opèrent sur des structures de données de taille réduite vis à vis de la matrice image.

Afin d'apprécier la répartition de cette charge de calcul, il nous faut en premier lieu évaluer le taux de germes pouvant assurer l'obtention d'un segment dans les zones régulières, or cette grandeur n'est pas directement accessible puisque la grande majorité des germes possibles sont inhibés par le marquage des segments précédemment détectés. Une étape préalable consiste à calculer le nombre moyen de germes et de segments possibles à partir d'une exécution spécifique sur l'ensemble de la base. La particularité consiste à invalider les segments extraits, ce qui assure le comptage de tous les points germes et segments dérivés possibles. Cette exécution n'a de sens que pour une passe unique, i.e un seul ratio. Le ratio faible est choisi puisque tous les segments possibles dans la première passe (ratio fort) le sont également avec le ratio faible. L'exécution standard fournit par ailleurs le nombre total de points contours ainsi que ceux compris dans les perturbations. Le tableau ci-dessous résume les valeurs moyennes obtenues sur notre base de 74 images de taille $t = 512 \times 512$.

Grandeur	*Signification*	*Valeur*
p	nombre de germes possibles	8733
q	nombre de segments possibles	7468
r	nombre total de points contours	9594
s	nombre de points contours appartenant aux perturbations	991

Tableau 2 : Grandeurs moyennes par image sur l'ensemble de la base

Le rapport q/p fournit un taux global de succès pour l'extraction de segments, il inclut les tentatives d'initialisation vouées à l'échec au sein des perturbations. Or nous cherchons la grandeur γ indiquant le taux de succès uniquement sur les zones régulières. Son dénominateur α est alors le nombre de germes possibles dans ces zones, il dépend du nombre β de germes possibles dans les perturbations. β s'obtient en multipliant le taux de points germes par le nombre de points contours dans les perturbations.

$$\alpha = p - \beta = p - \frac{p}{r}s = 7831$$

et

$$\gamma = \frac{q}{\alpha} = 95.4\%$$

Ce fort taux de réussite indique que dès qu'une zone régulière est "accrochée", elle est squelettisée. La vérification des différents critères de suivi n'est donc pas lourdement pénalisante puisqu'elle ne s'effectue qu'une fois dans ces zones qui constituent l'essentiel du tracé.

Les seuls points source de réelle combinatoire sont les germes contenus dans les perturbations (β) puisque chacun d'eux déclenchera au moins une tentative d'initialisation de segment au cours des deux passes. Nous donnons ci-dessous l'importance relative de cette quantité.

Grandeur	*Signification*	*Valeur*
$\frac{\beta}{r}$	points traités intensivement relativement au tracé	9.4%
$\frac{\beta}{t}$	points traités intensivement relativement à l'image	0.3%

Tableau 3 : Faible nombre de points engendrant un calcul intensif

Seuls 0.3% des points de l'image provoquent des initialisations intensives, *la charge de calcul* provenant des différentes vérifications liées à l'établissement d'un segment *reste donc très limitée*.

9.3.2. Zones sensibles

Notre approche se distingue par une double extraction et une segmentation adaptative du tracé. Les différentes phases associées ont été introduites pour traiter spécifiquement un certain nombre de zones sensibles. C'est essentiellement le résultat sur ces zones sensibles qui différencie les différentes approches. Nous proposons d'évaluer la proportion de ces zones selon les éléments contenus dans notre représentation, l'estimation se rapportera au contour.

Il est en particulier intéressant de cerner la proportion de zones squelettisables mais propices à déformation (seule la squelettisation avec un ratio faible y est possible). Afin d'évaluer leur proportion, il faut calculer la grandeur s' provenant d'une passe unique avec le ratio fort. Nous disposons par ailleurs du nombre de points pour lesquels la segmentation adaptative intervient activement.

Grandeur	*Signification*	*Valeur*
s'	nombre de points contours appartenant aux perturbations (ratio fort uniquement)	1103
u	nombre de points contour contraints	21
v	nombre de points contour remis en cause	19

Tableau 4 : Points appartenant à des zones sensibles

Ces grandeurs fournissent alors l'interprétation suivante relativement au tracé :

Grandeur	*Signification*	*Valeur*
$1 - \frac{s}{r}$	proportion de régions squelettisables	89.7%
$\frac{s' - s}{r}$	proportion de régions squelettisables présentant un risque potentiel de déformation	1.2%
$\frac{u + v}{r}$	proportion de points critiques pour la segmentation du tracé	0.4%

Tableau 5 : Points appartenant à des zones sensibles

La première ligne de ce tableau indique la proportion de régions squelettisables. Dans ces régions, certaines portions peuvent provoquer des erreurs (voir *fig. 13*). Cependant, ces erreurs peuvent être évitées par l'application de seuils adéquats (ratio fort), elles ne sont donc pas véritablement sensibles. Il en va de même pour les zones non squelettisables (les perturbations) car elles sont de fait étiquetées comme devant être traitées à un niveau supérieur.

Par contre, certaines régions présentent une superficie réduite et donc un risque potentiel de déformation, elles peuvent être qualifiées de sensibles vis à vis de la squelettisation. La seconde ligne du tableau présente cette proportion de petites régions[1] comme approximation des zones sensibles. Les autres facteurs d'instabilité (par exemple : les effets des variations de contraste n'y sont pas pris en compte) semblent d'une proportion négligeable, ils sont d'ailleurs difficilement calculables.

1. dans le traitement, cela correspond aux segments extraits lors de la seconde passe

La troisième ligne caractérise quant à elle les choix délicats de segmentation. La segmentation devient sensible lorsqu'il est manifeste que des vérifications supplémentaires doivent être effectuées afin d'éviter des choix erronés[1].

Les zones sensibles apparaissent donc dans une très faible proportion (1.2% et 0.4%), cependant leur bonne interprétation est fondamentale pour l'amélioration des performances des processus de reconnaissance ultérieurs.

Nous pensons qu'il est important de développer une algorithmique complexe, même pour un très faible nombre de pixels.

9.4. Régions improprement décrites

Nous nous intéressons aux régions dont la description ne se conforme pas à l'aspect morphologique. Nous montrerons que le comportement du squelettiseur n'est pas en cause mais qu'il faut accepter une certaine dégradation de l'information. Il est en effet illusoire au niveau iconique d'espérer une représentation parfaitement compatible avec notre perception visuelle. Nous divisons ces régions impropres en erreur de segmentation - rarissimes - et erreur de représentation - plus fréquentes -. Les premières sont définitivement dégradées alors que les secondes peuvent ensuite être restaurées. Nous estimons que cette perte d'information est le coût inévitable associé à un processus de réduction d'information, nous avons tâché de le minimiser.

1. dans le traitement, cela correspond au suivi de contour contraint et à l'analyse de cohérence du contour

9.4.1. Segmentation erronée

Nous montrons ci-dessous une boucle dont les traits se chevauchent totalement, numérisée avec un bruit important. Le suivi de contour est à la fois induit en erreur par le recouvrement de concavités et par le bruit d'acquisition. Vouloir pallier à une telle erreur impliquerait d'intégrer le dictionnaire d'allographes dans l'extraction. Cette hypothèse a été rejetée lors de la problématique, il n'existerait alors plus aucune décomposition hiérarchique.

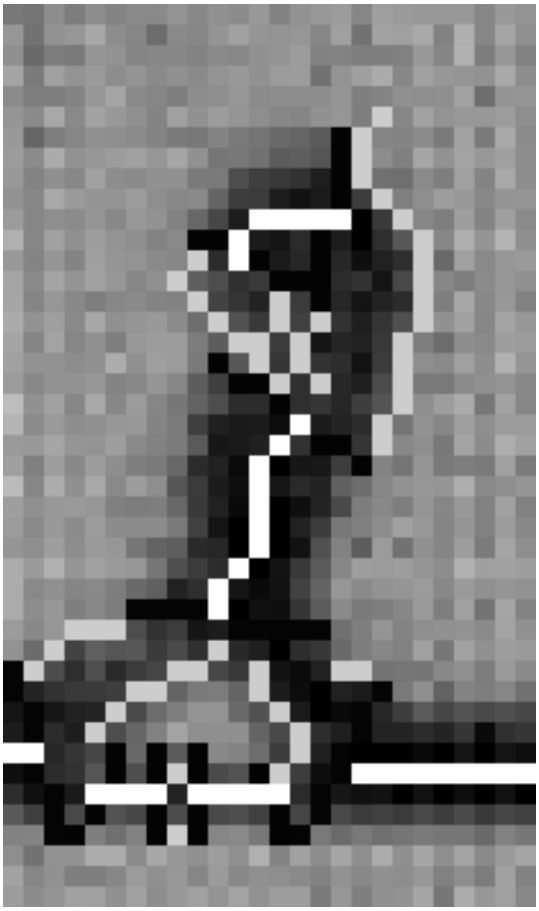


Fig 32 : Erreur de suivi
blanc : squelette, gris : contour

9.4.2. Représentation indécise

L'essentiel de l'indécision - même si la squelettisation devait être manuelle - réside dans les boucles. Elles peuvent être allongées et créer un embranchement (*fig. 6*) ou être partiellement ou totalement recouvertes (*fig. 31*). Le squelettiseur choisit à chaque fois la représentation la plus probable vis-à-vis de son modèle de trait. La boucle, comme le

rebroussement, peut alors se déduire par la structure du graphe. Elle peut également être suggérée par l'indication de remontée de luminosité (*RL*) au sein d'une perturbation (*fig. 30*). Enfin une variation de largeur croissante puis décroissante le long d'un segment à faible ratio peut également indiquer la présence d'une boucle totalement recouverte.

Aucun choix de représentation n'est définitif, le squelettiseur fournit le maximum d'informations iconiques extractibles mais c'est à un module morphologique d'inverser éventuellement une représentation.

9.5. Caractérisation

L'apport majeur de la décomposition mixte réside dans la possibilité d'identifier les perturbations afin de se détacher progressivement de la représentation iconique. Ainsi, les évènements élémentaires (fins de trait, rebroussements, boucles, croisement, ...) peuvent être caractérisés et fournir une description symbolique facilitant la compréhension des segments. En évitant une discontinuité brutale entre la représentation iconique et structurelle, on sécurise d'autant le processus de reconnaissance. Cependant toutes les perturbations ne contiennent pas des primitives d'égale importance, l'identification doit être progressive, conforme à une certaine hiérarchie de l'information.

Fondamentalement, l'étiquetage permet d'isoler un type d'éléments spécifiques dans un ensemble discret. Dans le cadre de l'écriture, l'ensemble discret devient continu, la primitive n'est plus booléenne, elle appartient à un ensemble flou [Zad75]. Même des notions aussi simples qu'une fin de trait ne sont plus exactes, l'extrémité peut en effet être plus ou moins protubérante. C'est essentiellement le degré d'incertitude qui varie entre des perturbations élémentaires (fins de trait, croisement,...) et d'autres plus complexes (rebroussements, boucle recouverte,...), d'où la nécessaire hiérarchisation des étiquetages.

La richesse de description fournit les éléments nécessaires à cette identification. Au sein des perturbations, la topologie des segments raccordés et les attributs présents (*LTG, LTP, CI, RL, PI*) autorisent l'émission d'hypothèses qui seront ensuite confirmées par la géométrie des points [Doe93]. La présence des attributs numériques qualifiant largeur et contraste reflètent également le degré d'importance qu'il convient d'accorder à un trait.

Cette étape est donc la passerelle entre traitement d'images et reconnaissance de formes. Nous situons ici la limite de la squelettisation.

10. Conclusion

La résolution globale des diverses difficultés de l'écriture engendre inévitablement un traitement d'une certaine complexité. Nous avons eu le souci constant de maîtriser cette complexité afin de fournir un système robuste dépendant d'un petit nombre de paramètres significatifs. Le faible nombre de points traités intensivement assure par ailleurs un temps d'exécution raisonnable (comparable à celui d'un filtrage récursif). Nous récapitulons ci-dessous les statistiques essentielles de ce traitement[1].

Proportion de points contours:	*vis à vis du tracé*	*vis à vis de l'image*
traités intensivement	9.4%	0.3%
appartenant à des régions squelettisées	89.7%	
appartenant à des régions squelettisées malgré leur petite taille	1.2%	
sensibles pour la segmentation	0.4%	0.02%

Tableau 6 : Evaluation quantitative du traitement

Il nous semblait que la lacune majeure de l'opération classique enchaînant binarisation et squelettisation résidait dans l'absence de sûreté de fonctionnement. En traitant des images multi-niveaux, nous avons pu construire des opérateurs de segmentation et de squelettisation basés sur la cohérence, et ceci sans hypothèses préalables sur la nature du trait. Ainsi, la robustesse s'obtient par complémentarité de traitements qui, pris individuellement, sont relativement sommaires. L'imbrication des opérations de segmentation et de squelettisation permet d'éviter les prises de décision aveugles.

Afin de permettre une meilleure identification, nous avons également proposé d'introduire une représentation mixte et d'adjoindre des attributs numériques et symboliques à la notion de point représentatif. La richesse de description englobe tous les aspects du trait, c'est une conséquence directe de l'absence de critère prépondérant gouvernant la squelettisation. De telles données permettent ainsi d'évoluer progressivement vers la reconnaissance tout en intégrant les inévitables ambiguïtés contenues dans la matrice de pixels, il n'y a pas de basculement brutal de représentation.

1. base test de plus d'un millier de mots répartis sur 74 images numérisées à 200 dpi en 256 niveaux

Glossaire

Le vocabulaire qualifiant les diverses formes d'un tracé manuel est relativement pauvre et souvent imprécis, nous donnons ci-dessous quelques définitions plus restrictives adaptées du *Petit Robert* et du *Collins English Dictionary*, quelques termes de reconnaissance et traductions d'anglicismes sont également définis.

allographe	variante de forme d'une même lettre (ex : *m* et *M*)
amorce	petit trait situé sur la partie gauche d'une lettre cursive
bâton	se dit d'un tracé majuscule script
cursif	(strict) tracé connecté provenant d'une écriture complètement liée (large) tracé libre
n-gramme	combinaison de n lettres consécutives apparaissant dans les mots du vocabulaire à reconnaître
graphème	unité élémentaire et distinctive de l'écriture
hampe	extension rectiligne hors de la zone médiane (ex : *d, p*)
jambage	chacun des montants verticaux des lettres *m,n,u*
en-ligne	acquisition dynamique de l'écriture par tablette graphique (angl. *on-line*)
hors-ligne	numérisation statique d'un document par scanner ou caméra (angl. *off-line*)
ove	type de boucle non nécessairement fermée en forme d'œuf (o), le terme de boucle étant plutôt réservé à une intersection franche (*o*, *l*)
script	type de caractères à la main proches des caractères d'imprimerie (trad. depuis l'anglais *: écriture*)
mono-scripteur	un seul scripteur identifié
multi-scripteurs	plusieurs scripteurs identifiés
omni-scripteurs	le scripteur est quelconque
tracé	ensemble de traits
trait	empreinte comprise entre deux levés de plume

Bibliographie

[Bar88] O. Baruch
"Line Thinning by Line Following"
Pattern Recognition Letters, vol 8. no. 4, pp 271-276, 1988

[Boz89] R.M. Bozinovic, S.N. Srihari
"Off-line Cursive Script Word Recognition"
IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence,
vol. 11, no 1, pp 68-83, 1989

[Can86] J. Canny
"A Computational Approach to Edge Detection"
IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. 8, no 6, pp 679-698, 1986

[Cin87] P. Cinquin
"Application des fonctions spline au traitement d'images numériques"
Thèse Univ. Grenoble, 1987

[Cox82] C.H. Cox, P. Coueignoux, B. Blesser, M. Eden
"Skeletons : A Link between Theoritical and Physical Letter Description"
Pattern Recognition, vol. 15, no. 1, pp 11-22, 1982

[Dav81] E.R. Davies, A.P.N. Plummer
"Thinning algoritms : a Critique and a new Methodology"
Pattern Recognition, vol. 14, no. 1, pp 53-63, 1981

[Der87a] R. Deriche
"Using Canny's Criteria to Derive a Recursively Implemented Optimal Edge Detector"
Int. Journal of Computer Vision, vol. 1, no 2, pp. 167-187, 1987

[Der87b] R. Deriche
"Détection optimale de contours avec une mise en œuvre récursive"
GRETSI, pp 483-486, 1987

[Der91] R. Deriche, G. Giraudon
"Accurate corner detection : an analytical study"
Rapport de recherche INRIA, no 1420, avril 1991

[Des80] J.D. Dessimoz
"Specialized Edge Trackers for Contour Extraction and Line Thinning"
Signal Processing, vol. 2, no. 1, pp 71-73, 1980

[Doe93] D.S. Doermann, A. Rosenfeld
"The Interpretation and Reconstruction of Interfering Strokes"
in Proc. 3rd Int. Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition,
pp 41-50, Buffalo, NY, 1993

[Har83] R.M. Haralick, L.T. Watson, T.J. Laffey
"The Topographic Primal Sketch"
Int. Journal of Robotics Research, vol. 2, no. 1, pp. 50-72, 1983

[Hil69] C. J. Hilditch
"Linear skeletons from square cupboards"
in Machine Intell. (B. Meltzer and D. Michie, Eds)
New York Elsevier, vol. 4, pp 403-420, 1969

[Lam92] L. Lam, S-W Lee, C.Y. Suen
"Thinning methodologies - A comprehensive survey"
IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. 14, no. 9, pp 869-885, 1992

[Lec90] E. Lecolinet
"Segmentation d'images de mots manuscrits"
Thèse Univ. Paris VI, 1990

[Ler91] M. Leroux
"Reconnaissance de textes manuscrits à vocabulaire limité avec application à la lecture automatique des chèques"
Thèse Univ. Rouen, 1991

[Lee91] S.W. Lee, L. Lam, C.Y. Suen
"Performance Evaluation of Skeletonization Algorithms for Document Image Processing",
in Proc. 1st Int. Conf. on Document Analysis and Recognition
vol 1, pp 260-271, Saint-Malo (France), 1991

[Nis90] H. Nishida, S. Mori
"A Structural Description of Curves by quasi-topological features and singular points", in Proc. of IAPR Workshop on Syntactic and Struct. Pattern Recog.
pp 310-334, Murray Hill, NJ, 1990

[Nis92] H. Nishida, T. Suzuki, S. Mori
"Thin line representation from contour representation of handprinted characters"
in "From pixels to features III : frontiers in handwrinting recognition"
pp 29-40, S. Impevodo and J.C. Simon Eds, North Holland, 1992

[Paq92] T. Paquet
"Segmentation et classification de mots en reconnaissance optique de textes manuscrits"
Thèse Univ. Rouen, 1992

[Par89] C. Parisse
"Reconnaissance de l'écriture manuscrite : analyse de la forme globale des mots et utilisation de la morpho-syntaxe"
Thèse Univ. Paris Orsay, 1989

[Pav82] T. Pavlidis
"Graphics and image processing"
Springer Verlag, pp 195-214, 1982

[Pav93] T. Pavlidis
"Recognition of printed text under realistic conditions"
Pattern Recognition Letters, vol.14, no. 4, pp 317-326, 1993

[Pet89] J.C. Pettier
"Reconnaissance statique de mots manuscrits dans un vocabulaire limité"
Rapport de D.E.A, Univ. Rennes I, 1989

[Que90] C. Quéguiner
"Influence des traitements de bas niveau sur les performances d'un système de reconnaissance de l'écriture manuscrite"
Thèse Univ. Rennes I, 1990

[Rut66] D. Rutovitz
"Pattern recognition"
J. Roy. Stat. Soc., vol. 129, Series A, pp 504-530, 1966

[Sah88] P.K. Sahoo, S. Soltani, A.K.C Wong, Y.C. Chen
"A survey of thresholding techniques"
Comp. Vision Graph. Im. Proces., 41, pp 233-260, 1988

[She92] J. Shen, S. Castan
"An Optimal Linear Operator for Step Edge Detection"
Graphical Models and Image Processing,
vol. 54, no. 2, pp. 112-133, 1992

[Sim91] J.C. Simon, K. Zerhoumi
"Robust Description of a Line Image"
in Proc. 1st Int. Conf. on Document Analysis and Recognition
vol. 1, pp 3-14, Saint-Malo, 1991

[Sim92] J.C. Simon
"Off-Line Cursive Word Recognition"
Proc. IEEE, vol.80, no. 7, pp 1150-1161, 1992

[Smi87] R.W. Smith
"Computer Processsing of Line Images : A survey"
Pattern Recognition, vol. 20, no. 1, pp 7-15, 1987

[Tap84] C.C. Tappert
"Adaptative on-line handwriting recognition"
in Proc. 7th Int. Conf. on Pattern Recognition
vol. 2, pp 1004-1007, Montréal, 1984

[Zad75] L.A. Zadeh
"Fuzzy sets and their application to cognitive and decision processes"
Academic Press, pp 1-39, 1975

Remerciements

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur G. Lorette pour ses remarques judicieuses sur la rédaction de ce document.

Unité de recherche INRIA Lorraine, technopôle de Nancy-Brabois, 615 rue du jardin botanique, BP 101, 54600 VILLERS-LÈS-NANCY
Unité de recherche INRIA Rennes, IRISA, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 RENNES Cedex
Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes, 46 avenue Félix Viallet, 38031 GRENOBLE Cedex 1
Unité de recherche INRIA Rocquencourt, domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105, LE CHESNAY Cedex
Unité de recherche INRIA Sophia-Antipolis, 2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 SOPHIA-ANTIPOLIS Cedex

Éditeur

INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt, BP 105 LE CHESNAY Cedex (France)

ISSN 0249-6399