



**HAL**  
open science

## Optimal Control of Laser Hardening

Dietmar Hömberg, Jan Sokolowski

► **To cite this version:**

Dietmar Hömberg, Jan Sokolowski. Optimal Control of Laser Hardening. [Research Report] RR-3168, INRIA. 1997, pp.23. inria-00073520

**HAL Id: inria-00073520**

**<https://inria.hal.science/inria-00073520>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Optimal control of laser hardening*

Dietmar Hömberg , Jan Sokolowski

**N° 3168**

Mai 1997

THÈME 4

 *Rapport  
de recherche*





## Optimal control of laser hardening

Dietmar Hömberg , Jan Sokolowski

Thème 4 — Simulation et optimisation  
de systèmes complexes  
Projet Numath

Rapport de recherche n3168 — Mai 1997 — 23 pages

**Abstract:** We present a mathematical model for the laser surface hardening of steel. It consists of a nonlinear heat equation coupled with a system of five ordinary differential equations to describe the volume fractions of the occurring phases.

Existence, regularity and stability results are discussed.

Since the resulting hardness can be estimated by the volume fraction of martensite, we formulate the problem of surface hardening in terms of an optimal control problem. To avoid surface melting, which would decrease the workpiece's quality, state constraints for the temperature are included.

We prove differentiability of the solution operator and derive necessary conditions for optimality.

**Key-words:** surface hardening, heat equation, state constraints, optimality conditions

*(Résumé : tsvp)*

\* Weierstrass Institute for Applied Analysis und Stochastics, Mohrenstraße 39, D – 10117 Berlin, Germany

† Institut Elie Cartan, Laboratoire de Mathématiques, Université Henri Poincaré Nancy I, B.P. 239, 54506 Vandoeuvre lès Nancy Cedex, France and Systems Research Institute of the Polish Academy of Sciences, ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa, Poland; e-mail: sokolows@iecn.u-nancy.fr

Unité de recherche INRIA Lorraine  
Technopôle de Nancy-Brabois, Campus scientifique,  
615 rue de Jardin Botanique, BP 101, 54600 VILLERS LÈS NANCY (France)  
Téléphone : (33) 83 59 30 30 – Télécopie : (33) 83 27 83 19  
Antenne de Metz, technopôle de Metz 2000, 4 rue Marconi, 55070 METZ  
Téléphone : (33) 87 20 35 00 – Télécopie : (33) 87 76 39 77

## Contrôle optimal de durcissement par laser

**Résumé :** Dans cet article nous présentons une modélisation mathématique de durcissement par laser de la surface d'une pièce en acier. Le modèle consiste en une équation non-linéaire de la chaleur couplée avec un système de cinq équations différentielles ordinaires. Celles-ci décrivent les fractions de volume des phases qui se produisent. Les résultats d'existence, de régularité et de stabilité sont établis. Puisque la dureté obtenue peut être estimée par la fraction du volume de martensite, nous formulons le problème de durcissement de la surface en terme d'un problème de contrôle optimal. Pour éviter les problèmes de fusion de cette surface, qui peuvent réduire le rendement de la pièce, le modèle est complété par des contraintes d'état pour la température. Nous montrons la différentiabilité de l'équation d'état par rapport au contrôle et dérivons les conditions nécessaires d'optimalité.

**Mots-clé :** durcissement par laser, équation non-linéaire de la chaleur, contrôle optimal, contraintes d'état, conditions nécessaires d'optimalité

## 1 Introduction

In this paper we present a mathematical model for the laser surface hardening of steel. In this process a laser beam moves along the surface of a workpiece (cf. fig. 1). The laser radiation is absorbed by the workpiece, leading to a rapid heating of its boundary layers. Then, the workpiece is quenched by 'self-cooling' of the workpiece, which is accompanied by a growth of the surface hardness. To increase the scanning width, the laser beam performs an additional oscillating movement orthogonal to the principle moving direction.

Compared to other surface heat treatment procedures, like induction hardening, laser hardening has the advantage that it can be applied to workpieces with very complicated geometries or to harden curved edges.

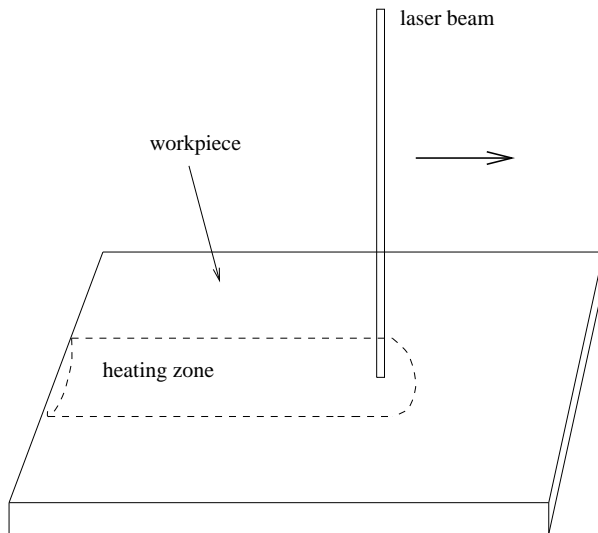


Figure 1: Sketch of a laser hardening process

The reason for the possibility to change the hardness of steel by thermal treatment originates from the occurring phase transitions, depicted in figure 2. At room temperature, in general, steel is a mixture of ferrite, pearlite, bainite and martensite. Upon heating, these phases are transformed to austenite. Then, during cooling, austenite is transformed back to a mixture of ferrite, pearlite, bainite and martensite.

The actual phase distribution at the end of the heat treatment depends on the cooling strategy. In the case of laser hardening, owing to high cooling rates most of