



**HAL**  
open science

# Optimisation 3D du nez d'un SuperSonic Business Jet basée sur l'adaptation de maillages. Application à la réduction du bang sonique

Frédéric Alauzet, Bijan Mohammadi

## ► To cite this version:

Frédéric Alauzet, Bijan Mohammadi. Optimisation 3D du nez d'un SuperSonic Business Jet basée sur l'adaptation de maillages. Application à la réduction du bang sonique. [Rapport de recherche] RR-5053, INRIA. 2003. inria-00071530

**HAL Id: inria-00071530**

**<https://inria.hal.science/inria-00071530v1>**

Submitted on 23 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

*Optimisation 3D du nez d'un SuperSonic Business  
Jet basée sur l'adaptation de maillages.  
Application à la réduction du bang sonique*

Frédéric Alauzet — Bijan Mohammadi

**N° 5053**

17 décembre 2003

THÈME 4



*R*apport  
de recherche





## Optimisation 3D du nez d'un SuperSonic Business Jet basée sur l'adaptation de maillages. Application à la réduction du bang sonique

Frédéric Alauzet<sup>\*</sup>, Bijan Mohammadi<sup>†</sup>

Thème 4 — Simulation et optimisation  
de systèmes complexes  
Projet Gamma

Rapport de recherche n° 5053 — 17 décembre 2003 — 40 pages

**Résumé :** Ce rapport traite d'un problème d'optimisation de forme 3D du nez d'un SuperSonic Business Jet (SSBJ) sous des contraintes aérodynamiques et acoustiques. La contrainte acoustique concerne la génération du bang sonique par l'avion. On présente une méthode d'optimisation de faible dimension pour analyser l'impact du nez sur ces contraintes. Plus précisément, après avoir paramétrisé le nez de l'avion, on échantillonne l'espace de contrôle, puis on construit la surface de réponse qui nous donne l'optimum global. La simulation se décompose en deux étapes : (i) l'écoulement autour du profil modélisé par les équations d'Euler et (ii) la propagation des ondes de pression au sol, qui a pour condition initiale la solution Euler, par un modèle de transport d'onde non-linéaire. Afin d'avoir une meilleure prédiction du bang sonique et donc une meilleure évaluation de la fonction coût, le calcul de l'écoulement en mécanique des fluides est couplée avec l'adaptation de maillages pour obtenir une solution plus précise.

**Mots-clés :** Optimisation de forme, surface de réponse, maillage non structuré, adaptation de maillages, équations d'Euler, réduction du bang sonique, propagation des ondes de pression.

<sup>\*</sup> Email : Frederic.Alauzet@inria.fr

<sup>†</sup> Email : Bijan.Mohammadi@math.univ-montp2.fr

# Optimizing SuperSonic Business Jets Nose in 3D Based on Mesh Adaptation. Application to Sonic Boom Reduction

**Abstract:** This report deals with a 3D shape optimization problem of a SuperSonic Business Jets (SSBJ) nose under aerodynamic and acoustic constraints. The acoustic specification concerns the generated sonic boom by the aircraft. We present a low-dimensionnal optimization method in order to analyse the impact of the nose on these constraints. More precisely, after parameterizing the nose of the aircraft, the control space is sampled, then the response surface is built which gave us the global optimum. The simulation is splitted in two parts: (*i*) the flow close to the aircraft modeled by the Euler equations and (*ii*) the pressure wave propagation to the ground, which had the Euler solution as initial condition, with the waveform parameter method. In order to have a more precise pressure rise on the ground and therefore a better cost function evaluation, the CFD flow computation is coupled with mesh adaptation to obtain a more accurate solution.

**Key-words:** Shape optimization, response surface, unstructured mesh, mesh adaptation, Euler equations, sonic boom reduction, waveform parameter method.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Le bang sonique</b>	<b>6</b>
2.1	Aspects physiques . . . . .	6
2.2	Modélisation du problème . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Adaptation de maillage</b>	<b>13</b>
3.1	Schéma d'adaptation de maillage . . . . .	13
3.2	Calcul de la métrique . . . . .	14
3.3	Adaptation de maillage . . . . .	15
3.4	Interpolation de la solution . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Convergence du bang sonique au cours de la boucle d'adaptation</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Impact du champ proche sur le bang sonique</b>	<b>19</b>
<b>6</b>	<b>Paramétrisation du nez du SSBJ</b>	<b>21</b>
<b>7</b>	<b>Définition de la fonction coût</b>	<b>23</b>
7.1	Fonction coût associée au bang sonique . . . . .	24
7.2	Fonction coût associée champ proche . . . . .	25
7.3	Fonction coût globale . . . . .	25
<b>8</b>	<b>Optimisation <i>a posteriori</i> basée sur les surfaces de réponse</b>	<b>26</b>
<b>9</b>	<b>Résultats numériques</b>	<b>27</b>
9.1	Analyse du champ proche . . . . .	28
9.2	Impact sur le bang sonique . . . . .	36
<b>10</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>38</b>

## 1 Introduction

Avec la mise en service de Concorde (aujourd'hui retraité) et l'apparition simultanée de mesures réglementaires destinées à protéger les populations concernées par le survol du supersonique, le bang sonique est apparu comme le phénomène majeur conditionnant le domaine opérationnel des avions de transport supersoniques et, par conséquent, la viabilité économique de ces appareils.

Un large effort est actuellement effectué sur l'amélioration des caractéristiques des avions de transport supersoniques. Par exemple, aux États-Unis, le programme QSP (Quiet Supersonic Platform) dans le cadre d'un projet de la DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) impose la réduction du premier pic de surpression (choc) de la signature du bang sonique au sol à une intensité inférieure à 0.3 livres par pieds carré (psf), c'est-à-dire 15 Pascals, pour la construction des futurs avions supersoniques. Or actuellement, l'exposition de la population au bang sonique est d'environ 100 Pascals (pour Concorde, par exemple), ce qui est encore 7 fois plus que l'objectif fixé. Des efforts similaires sont effectués en Europe. En France, le Comité d'Orientation Scientifique pour les Transports Supersoniques travaille sur la prochaine génération d'avions à réaction de type Concorde.

Cette étude est effectuée dans le cadre d'un contrat avec Dassault Aviation pour la conception du futur avion d'affaire SuperSonic Business Jet (SSBJ) de Dassault Aviation. Le but de ce travail est de mettre en évidence l'efficacité des méthodes d'adaptation de maillage, qui sont de nos jours très peu employées dans l'industrie, pour l'étude du bang sonique. Pour cela, nous présentons dans ce rapport les résultats obtenus sur une plate-forme d'optimisation adaptative distribuée (préliminaire) où nous avons considéré un problème d'optimisation simplifié.

La simulation de ce problème nécessite le couplage d'équations de la mécanique des fluides avec des équations de propagation. Les équations de propagation utilisent comme conditions initiales la solution (pression) du champ proche donnée par la mécanique des fluides. Cependant, pour que le couplage soit valide et pour obtenir une bonne prédiction du bang sonique, il est nécessaire de considérer la solution du champ proche suffisamment loin du profil pour prendre en compte tous les éléments de la géométrie. L'adaptation de maillage est donc un candidat idéal pour obtenir de manière efficace et précise une telle solution. Nous savons effectivement qu'elle permettait la capture des chocs de manière précise dans le domaine de calcul [1].

En optimisation de forme pour les avions transsoniques dans des conditions de vol de croisière, les aspects multi-critères concernent principalement l'aérodynamique et les caractéristiques géométriques de l'avion. Par exemple, le but peut être de réduire la traînée à une portance donnée et avec une épaisseur maximale donnée, qui permet d'assurer la faisabilité de la structure [15]. L'optimisation de forme pour les transports supersoniques civils inclut une autre composante principale: le contrôle du bang sonique généré par l'avion [19]. Ce qui rend ce problème plus difficile que dans le cas transsonique car les réductions de la traînée et du bang sonique sont par nature incompatibles (en régime supersonique les géométries à faible traînée sont

affûtées et ont un haut niveau de bang sonique car les chocs y sont attachés). Dans cette étude, le but est d'analyser l'impact sur le bang sonique de modifications du nez du SuperSonic Business Jet (SSBJ) en utilisant l'adaptation de maillage.

Récemment, plusieurs travaux ont traité le problème de l'optimisation de forme dans le but de réduire le bang sonique. Une approche d'optimisation globale de l'avion a été utilisée dans [3, 13] et dans [6, 18] une analyse de l'impact des différentes parties du jet supersonique a été effectuée. Elle montre que chaque partie de la géométrie de l'avion a son importance dans l'émission du bang sonique. Ainsi, dans [6], l'impact de l'ajout de "canard" sur le nez a été étudié.

Dans notre approche, l'objectif est faire une étude préliminaire pour analyser la faisabilité de la mise en place d'une plate-forme adaptative d'optimisation pour le bang sonique. Nous allons nous attacher à mettre en évidence les bénéfices liés à l'utilisation de l'adaptation de maillage, en contre partie pour l'optimisation de la forme, nous nous restreignons ici, à l'analyse de l'impact sur le bang sonique de modifications du nez du SSBJ.

Pour que le couplage entre le code Euler et le code de propagation soit valide, nous allons utiliser l'adaptation de maillage afin de calculer de manière précise la distribution du champ de pression loin du profil. Nous espérons ainsi obtenir une meilleure prédiction du bang sonique, grâce à une prédiction du champ proche plus précise loin du profil.

Par contre, les algorithmes d'optimisation (complexes) n'étant pas encore en place dans la plate-forme adaptative, nous avons effectué une étude simplifiée d'optimisation *a posteriori* basée sur des surfaces de réponse. Plus précisément, nous nous sommes restreints à l'étude d'un échantillonnage de l'espace de contrôle donné par une paramétrisation en trois dimensions du nez du SSBJ. Pour chaque échantillon, nous établissons sa fonction coût qui prend en compte des contraintes aérodynamiques (traînée et portance) et acoustique (le bang sonique) et nous en déduisons le profil optimal du nez du SSBJ. Pour cela, il suffit de construire la surface (hypersurface) de réponse associée à la fonction coût.

Dans ce rapport, nous présentons une plate-forme adaptative d'optimisation simplifiée et nous donnons les résultats obtenus sur celle-ci dans le cadre de l'étude de la réduction du bang sonique émit par le SSBJ de Dassault Aviation.

La première partie de ce rapport concerne la modélisation de l'écoulement. La Section 2 décrit la physique et la modélisation du bang sonique. Ensuite, la méthode d'adaptation de maillage, utilisée pour simuler précisément l'écoulement, est exposée dans la Section 3. Puis, les Sections 4 et 5 présentent l'impact de l'adaptation et du champ proche sur le bang sonique.

La deuxième partie décrit le problème d'optimisation de forme. Nous proposons dans la Section 6 une paramétrisation du nez du SSBJ, dans la Section 7 la définition de la fonction coût utilisée et dans la Section 8 nous décrivons la méthode d'optimisation *a posteriori* basée sur les surfaces de réponse.

Finalement, dans la dernière partie, les résultats obtenus avec cette plate-forme sont présentés et analysés, Section 9.



## 2 Le bang sonique

Dans cette section, nous allons d'abord présenter une description physique du bang sonique<sup>1</sup> et ensuite nous indiquerons la modélisation du problème.

### 2.1 Aspects physiques

Le bang sonique est un phénomène de nature acoustique associé à tout mobile se déplaçant dans l'atmosphère à une vitesse supérieure à la vitesse du son locale. Cette manifestation est liée à l'avion tout au long de son vol supersonique et pas uniquement au seul passage du mur du son contrairement à l'opinion couramment répandue. Le son entendu au sol, appelé bang sonique, est dû à une brusque variation de pression (ou onde de choc) dans l'air ambiant.

Plus précisément, lors de son déplacement, un avion comprime autour de lui l'air dont il occupe la place, créant ainsi des surpressions et des dépressions acoustiques. L'ensemble de ces perturbations acoustiques (ou ondes de chocs) issues de l'avion se trouvent à l'intérieur d'un cône: appelé cône de Mach, qui représente une surface de discontinuité pour la plupart des variables thermo-aérodynamiques (pression, densité, vitesse, entropie). Autrement dit, en vol supersonique, le son émis par l'avion est contenu à l'intérieur du cône de Mach. Ce cône a pour sommet le nez de l'avion et pour demi-angle au sommet  $\alpha$  de telle sorte que:  $\sin(\alpha) = c/a = M^{-1}$ , où  $c$  est célérité du son,  $a$  la vitesse de l'avion et  $M$  le nombre de Mach. En réalité, chaque accident dans sa géométrie (nez, ailes,...) émet son propre cône de Mach. Par conséquent, un observateur placé près de l'avion entendrait plusieurs bangs. Cependant, les ondes de choc se déplacent à des vitesses légèrement différentes car une surpression fait augmenter la température de l'air et donc accélère le son. Les distances sur lesquelles les ondes de choc se propagent sont assez importantes pour que les plus intenses rattrapent les plus faibles et fusionnent avec elles (cf. Figure 1). C'est pour cela qu'au sol on ne perçoit en général que deux chocs. Le cône de Mach est illustré sur la Figure 3.

Un observateur situé au sol n'entend rien tant qu'il se trouve à l'extérieur du cône de Mach. Quand la surface du cône atteint l'observateur, il subit une brusque variation de pression (onde de choc) au niveau de l'enveloppe du cône, qui produit la sensation auditive de bang sonique (la plus gênante du point de vue de la perception auditive). La région exposée au bang sonique s'étend (horizontalement) de part et d'autre de la projection de la trajectoire au sol de l'avion, sur une largeur de 10 à 100 km suivant les conditions de vol (cf. Figure 2). En fait, elle augmente avec l'altitude, la largeur de la région exposée au bang est d'approximativement 1 à 1.5 km pour chaque 300 m d'altitude. Cette région est appelée la carpette primaire et elle se déplace avec l'avion tant qu'il maintient une vitesse supersonique. C'est le couloir sur lequel est entendu le bang sonique, correspondant à la propagation des ondes issues directement de l'avion. Nous ne parlerons pas ici des autres régions exposées que sont la zone d'ombre et la carpette secondaire.

---

1. La plupart de ces informations ont été collectées sur des documents publics ou sur internet.

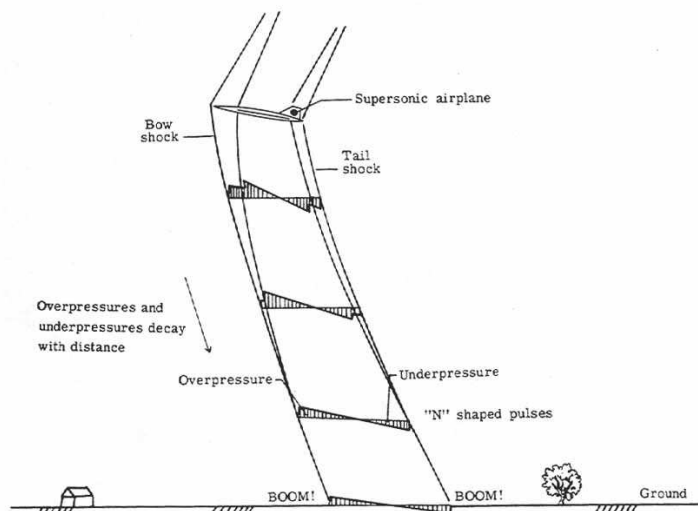


FIG. 1 – Génération du bang sonique. Illustration de la propagation des ondes de chocs du champ proche jusqu'au sol.

Dans la carquette primaire, le signal acoustique présente généralement 2 chocs (parfois plus) responsables de la gêne occasionnée, similaires à un coup de tonnerre proche. Ce type de bang sonique est généré avec des conditions de vol de croisière, sa signature de pression au sol à la forme de la lettre «N». Les bangs en «N» ont un choc frontal, qui est un pic de surpression (pic positif de pression), suivi d'une baisse linéaire de la pression jusqu'au choc arrière qui rétablit la pression ambiante. L'intensité de la signature du bang sonique dépend des caractéristiques physiques de l'avion, de sa vitesse et du lieu où il opère. Elle est inversement proportionnelle à son altitude (en effet, la surpression à Mach donné diminue comme la racine carrée de la pression atmosphérique) et par contre elle augmente avec la vitesse de l'avion. Cependant, les surpressions dues au bang sonique ne sont pas uniformes dans l'aire d'impact. L'intensité du bang est plus grande dans la région directement située sous la trajectoire de l'avion, devenant progressivement de plus en plus faible au fur et à mesure que l'on s'éloigne horizontalement de la trajectoire de l'avion, Figure 2.

Enfin, certaines manœuvres de l'avion (comme l'accélération, les virages ou les piqués) peuvent conduire à une amplification locale ou focalisation du bang en bordure de carquette. La forme du signal est également considérablement modifiée, la signature de pression au sol prend alors la forme d'un «U». Les bangs focalisés ont des chocs positifs à l'avant et à l'arrière de la signature dans lesquels les pics de surpression sont supérieurs à ceux du bang en «N». Le facteur d'augmentation des pics peut aller jusqu'à 5 ou 10. Mais cette augmentation n'affecte seulement qu'une (très) petite région quand on la compare à la région qui est exposée au reste du bang sonique. Par contre, d'autres manœuvres, comme la décélération ou l'ascension, peuvent réduire la force des chocs.

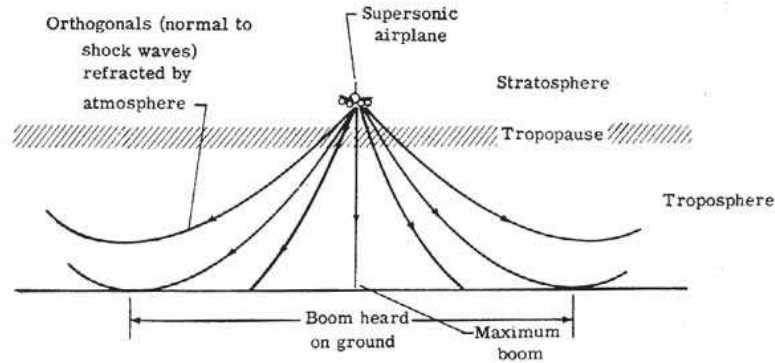


FIG. 2 – *Bang sonique sous la trajectoire de l'avion et réfraction des ondes de chocs par l'atmosphère.*

La variabilité atmosphérique a une forte incidence sur le bang sonique. En particulier, les gradients de vent et de température ainsi que la turbulence au sol influent, d'une part sur la position et l'étendue de la carapette primaire, d'autre part sur l'amplitude et la gêne (temps de montée) des signaux acoustiques. Une augmentation ou baisse de la température impliquent respectivement une hausse ou baisse de la vitesse du son. Donc, dans des conditions atmosphériques usuelles, où la température de l'air décroît avec l'altitude (phénomène de réfraction atmosphérique), les gradients de température courbent (dévient) les ondes acoustiques vers le haut. Dans tous les cas, pour que le bang sonique atteigne le sol, il faut que la vitesse relative de l'avion par rapport au sol soit plus grande que la vitesse du son au sol.

Les bangs soniques sont mesurés par les ingénieurs en millibar (mb) (ou Pascal) de surpression par rapport à la pression atmosphérique ambiante<sup>2</sup>. Voici quelques échelles de mesures de la surpression :

- en dessous de 0.15 mb, la surpression est difficilement détectée,
- à 0.5 mb, elle n'endommage pas les bâtiments, c'est celle créée par un SR-71 Blackbird volant à Mach 3 à 24 000 m d'altitude,
- de 0.75 à 1 mb les personnes commencent à se plaindre du bruit qui ressemble à celui d'un coup de canon et qui peut endommager les fenêtres, Concorde générerait une surpression de 1 mb lors d'un vol à Mach 2 à 15 000 m d'altitude,
- autour de 1 à 2.5 mb le bang peut occasionnellement endommager les bâtiments, une bonne structure résiste sans dommage à 5.5 mb de surpression,
- le plus fort bang sonique jamais enregistré était de 72 mb, il a été produit par un avion de chasse F-4 volant juste au dessus de Mach 1 à 30 m d'altitude!

Pour les avions supersoniques actuels en vol de croisière, le pic de surpression varie de moins de 0.5 millibar (mb) jusqu'à approximativement 5 mb pour un bang en

2. Ou livres par pieds carré (pounds per square feet : psf<sup>3</sup>) aux États Unis.

«N». Dans de récents tests, le plus fort bang sonique mesuré pendant des conditions de vol réalistes était de 10.5 mb.

Par contre, contrairement au bang en «N», le bang focalisé peut éventuellement induire des dommages aux structures (bris de vitres,...) à cause de l'amplification de la surpression. La focalisation en virage peut être évitée en proscrivant les manœuvres à Mach faiblement supersonique. En revanche, la focalisation en accélération ne peut être évitée lorsque l'avion dépasse légèrement Mach 1 (entre Mach 1.15 et 1.2), sur une zone formant un croissant d'une longueur de quelques kilomètres, sur une largeur d'une centaine de mètres environ.

L'énergie du bang sonique est concentrée dans l'intervalle de fréquence 0.1 - 100 hertz ce qui est très inférieur au bruit causé par les avions subsoniques et la plupart des bruits industriels. La durée du bang sonique est approximativement de 0.1 seconde pour la majeure partie des avions de la taille d'un chasseur et 0.3 seconde pour le Concorde. La durée intervient aussi dans notre perception de l'onde de choc, on ressent 1 ou 2 bangs. Dépendant de l'altitude de l'avion, le bang sonique atteint le sol de 2 à 60 secondes après que l'avion soit passé.

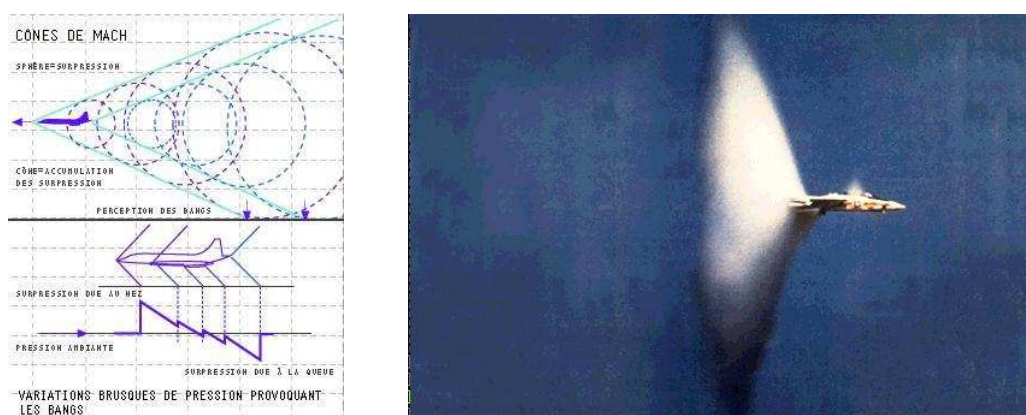


FIG. 3 – À gauche, illustration du cône de Mach et de la distribution de pression sous l'avion (champ proche). À droite, photo d'un avion de chasse passant le "mur du son". On peut voir le cône d'onde de choc en forme de diamant autour de l'avion.

## 2.2 Modélisation du problème

La simulation de ce problème nécessite le couplage d'équations de la mécanique des fluides avec des équations de propagation. La résolution du problème s'effectue donc en deux étapes. Tout d'abord, l'écoulement dans la région proche de l'avion, appelée champ aérodynamique proche, est calculé en utilisant les équations d'Euler pour la dynamique des gaz sous forme conservative [12]. La distribution de pression obtenue sur la frontière inférieure du champ proche est ensuite utilisée comme condition initiale pour la propagation de l'onde de pression au sol. La distribution de

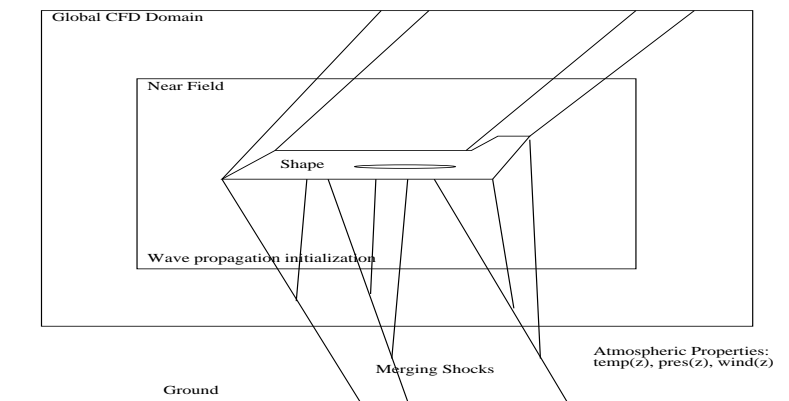


FIG. 4 – Représentation des ondes de chocs autour du jet supersonique. Illustration du domaine de calcul en mécanique des fluides et du champ proche qui sert d’initialisation pour la propagation des ondes au sol.

pression est propagée au sol en utilisant une méthode de propagation des paramètres décrivant l’onde de pression (“waveform parameter method”) [17].

Toutefois, la modélisation de l’écoulement en mécanique des fluides (équations d’Euler) est tridimensionnelle et non-linéaire, alors que la propagation est un modèle linéaire en une dimension. Pour que le couplage soit valide, il faut que la solution du champ proche aérodynamique soit axisymétrique. Cette condition est nécessaire pour prendre en compte tous les éléments de la géométrie de l’avion (fuselage, ailes, ...). Par conséquent, pour obtenir une bonne prédiction du bang sonique, il est nécessaire d’obtenir une solution précise du champ proche suffisamment loin du profil. Pour résoudre ce problème, nous proposons d’utiliser l’adaptation de maillage.

La modélisation de l’écoulement est illustrée schématiquement sur la Figure 4. Comme la propagation des ondes au sol est faite en post-processing, l’utilisation de différents codes de propagation ne change en rien l’approche utilisée dans cette étude.

**Écoulement en mécanique des fluides.** L’écoulement du champ proche autour de l’avion est modélisé par les équations d’Euler. Le gaz est donc supposé parfait, il est non visqueux et il n’y a pas de diffusion thermique. On note  $\rho$  la densité,  $\vec{U} = (u_1, u_2, u_3)$  le vecteur vitesse,  $T$  la température,  $E = T + \frac{\|\vec{U}\|^2}{2}$  l’énergie totale,  $p = (\gamma - 1)\rho T$  la pression avec  $\gamma = 1.4$  et  $\nabla$  l’opérateur gradient. Les équations d’Euler s’écrivent sous forme conservative de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0, \\ \frac{\partial (\rho \vec{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) + \nabla p = 0, \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p) \vec{U}) = 0, \end{cases}$$

où on a successivement les équations de conservation de la masse, du moment et de l'énergie exprimées sous forme tensorielle.

La résolution numérique des équations d'Euler se fait par la méthode des Volumes Finis sur des maillages non-structurés [12]. On utilise le flux de Roe pour la résolution et, une reconstruction de type MUSCL et des limiteurs de Van Albada pour obtenir une précision d'ordre deux (limité) en espace. L'algorithme utilisé est explicite en temps et un schéma de type Runge-Kutta à trois pas est utilisé pour l'intégration en temps.

Il est bien connu que l'adaptation de maillage permet la capture des chocs de manière précise loin dans le domaine de calcul en réduisant de façon significative le temps de calcul [1]. Pour le calcul de l'écoulement dans le champ proche, nous utiliserons les techniques d'adaptation de maillage, qui seront présentées dans la Section 3, afin d'obtenir une solution précise suffisamment loin du profil. Nous espérons ainsi obtenir une meilleure prédiction de la signature de la pression au sol.

**Propagation des ondes au sol.** Pour propager les perturbations du champ proche au sol, nous avons développé un code de propagation utilisant la méthode de Thomas ("waveform parameter method") [17]. Dans cette approche, l'onde de pression est caractérisée par trois paramètres :

- $m_i$  la pente des segments de l'onde de pression,
- $\Delta p_i$  variation de pression par segment (entre les ondes de pression  $i$  et  $i + 1$ ),
- $\lambda_i$  temps caractéristique pour le segment de l'onde de pression  $i$ .

Pour propager l'onde de pression dans l'atmosphère, on résoud un système de trois équations différentielles ordinaires (une pour chaque paramètre) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dm_i}{dt} = C_1 m_i^2 + C_2 m_i, \\ \frac{d\Delta p_i}{dt} = \frac{1}{2} C_1 \Delta p_i (m_i + m_{i-1}) + C_2 \Delta p_i, \\ \frac{d\lambda_i}{dt} = -\frac{1}{2} C_1 (\Delta p_i + \Delta p_{i+1}) - C_1 m_i \lambda_i, \end{array} \right.$$

avec les notations :

$$C_1 = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{a_0}{p_0 c_n}, \quad C_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{a_0} \frac{da_0}{dt} + \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dt} - \frac{2}{c_n} \frac{dc_n}{dt} - \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right),$$

où l'indice 0 signifie les quantités de l'air ambiant et où on a noté  $a$  la vitesse du son,  $\rho$  la densité,  $c_n$  la vitesse de propagation de l'onde et  $A$  l'aire du tube de rayons acoustiques coupé par le front d'onde<sup>4</sup>. Toutes ces données sont fonction de l'altitude. La vitesse de propagation de l'onde est donnée par :  $c_n = a_0 + \vec{V}_0 \cdot \vec{n}$  où  $\vec{V}_0$

---

4. Les rayons acoustiques sont issus de l'avion et partent perpendiculairement au cône de Mach. Ils forment le cône de rayons acoustiques (en anglais «ray cone»).

est la vitesse du vent et  $\vec{n}$  la normale au front d'onde. Si on suppose que la vitesse du vent est nulle alors on a  $c_n = a_0$ . L'aire du tube de rayons acoustiques est calculée par différentiation en suivant la propagation de quatre rayons acoustiques (choisis de manière adéquate) qui bornent le tube de rayons acoustiques.

Pour fermer le système, on définit l'atmosphère (*i.e.*, évolution de la température et de la pression en fonction de l'altitude) de la manière suivante :

$$T(z) = \max(T_0 - 6.5z, 216.5), \quad (1)$$

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{\alpha z}{T_{sol}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (2)$$

où  $\alpha = 9.8$  et  $\gamma = 1.4$ . De plus, on suppose que l'air vérifie la loi des gaz parfait. Dans cette étude, nous faisons une hypothèse supplémentaire sur la distribution atmosphérique entre l'altitude du vol et le sol, nous supposons que la vitesse du vent est nulle.

Pour résoudre ce système, il suffit d'intégrer en temps les trois équations différentielles ordinaires précédentes, en considérant toutefois, un pas de temps suffisamment petit pour que l'on puisse supposer que les variables  $C_1$  et  $C_2$  sont constantes. Par ailleurs, le pas d'intégration doit être tronqué de manière adéquate lors de la résolution. En effet, lors de la propagation de l'onde de pression le long des trajectoires des rayons acoustiques, des nouveaux chocs vont se créer ou bien des chocs vont fusionner entre eux. À ce moment là, un ou plusieurs  $\lambda_i$  tendent vers zéro. Si un des  $\lambda_i$  tend vers zéro entre deux points, le segment qui lui est associé est supprimé et on actualise les paramètres qui caractérisent l'onde de pression.

La solution de cet ensemble est possible si la distribution initiale des variables est accessible. L'initialisation est donnée par la solution du champ proche obtenue à l'aide du code Euler 3D. Plus précisément, les segments dans notre implémentation correspondent à une discrétisation uniforme *a posteriori* le long de la trajectoire du vol. Les valeurs des variables pour cette discrétisation proviennent des valeurs du champ proche aérodynamique par interpolation. Dans notre approche, la discrétisation du segment le long de la trajectoire est plus fine que celle utilisée en mécanique des fluides pour calculer la solution.

### 3 Adaptation de maillage

Le but de l'adaptation de maillage est de fournir un moyen de contrôler la précision de la solution numérique en modifiant la discrétisation du domaine suivant des contraintes de tailles et de directions. L'idée est de contrôler la génération d'un nouveau maillage dans un schéma de calcul de telle sorte que l'erreur de calcul estimée sur ce maillage est équi-répartie dans toutes les directions.

Dans cette section, on présente d'abord l'algorithme d'adaptation de maillage. Ensuite, on rappelle brièvement toutes les étapes de la procédure d'adaptation. Une description plus précise des composantes de ce schéma a été donnée dans [2, 9].

#### 3.1 Schéma d'adaptation de maillage

Dans cette section, nous proposons un schéma d'adaptation de maillage anisotrope automatique d'application générale (*i.e.*, indépendante du domaine d'application), dont chacune des composantes est indépendante des autres. Dans cette approche, l'adaptation de maillage repose sur le calcul des longueurs d'arêtes dans une métrique discrète dans le but d'équi-répartir l'erreur sur le maillage.

L'idée principale du schéma classique d'adaptation de maillage consiste à rechercher un point fixe pour le couple formé par le maillage et la solution. Autrement dit, on cherche à converger à la fois vers la solution (stationnaire) du problème et (en un certain sens) vers le maillage adapté associé. Il s'agit donc d'un algorithme itératif dans lequel chaque itération débute avec comme couple initial le maillage et la solution issus de l'itération précédente.

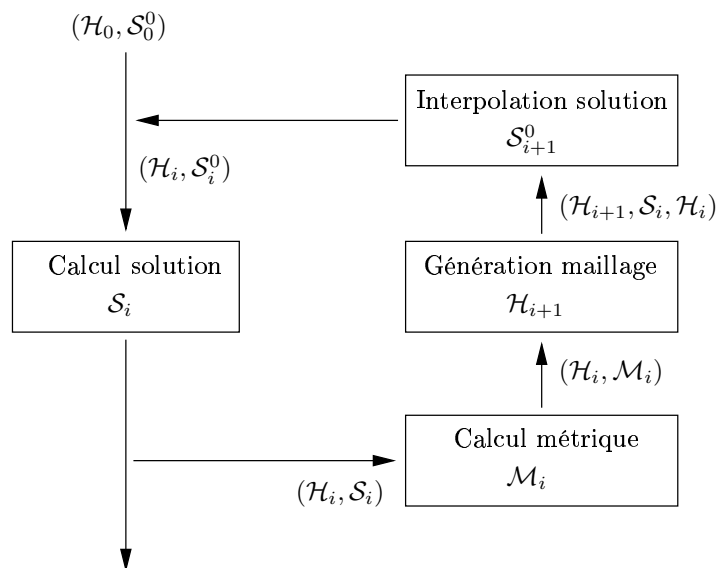


FIG. 5 – Schéma classique d'adaptation de maillage.



Plus précisément, après le calcul de la solution numérique, il faut transcrire celle-ci en une information pertinente pour le générateur de maillage, en termes de tailles et de directions des éléments. Pour cela, on estime dans un premier temps l'erreur sur les éléments du maillage. Dans notre cas, nous utilisons l'estimateur d'erreur *a posteriori* anisotrope géométrique, basé sur l'erreur d'interpolation. À partir de cette estimation de l'erreur, une carte de tailles (un champ de métriques) anisotrope destinée à gouverner la génération de maillage adapté est construite, dans le but d'équi-répartir l'erreur calculée sur le maillage. Ensuite, un maillage *unité* (adapté) est généré dans cette métrique. Enfin, la solution est interpolée linéairement sur le nouveau maillage. Ce processus est itéré jusqu'à convergence de la solution (et du maillage). Ce schéma est illustré sur la Figure 5, où on a noté respectivement  $\mathcal{T}$ ,  $\mathcal{S}$ ,  $\mathcal{S}^0$  et  $\mathcal{M}$  le maillage, la solution, la solution initiale à chaque itération et la métrique.

### 3.2 Calcul de la métrique

Dans cette section, nous rappelons brièvement, l'étape de construction de la métrique. Une description plus précise de cette construction est donnée dans [2].

**Estimateur d'erreur géométrique *a posteriori*.** On a fait l'hypothèse qu'un contrôle de l'erreur d'interpolation permet de contrôler l'erreur d'approximation<sup>5</sup>. Notre estimateur d'erreur *a posteriori* anisotrope va donc être basé sur l'erreur d'interpolation. Le but est de générer un maillage adapté sur lequel l'erreur d'interpolation est équi-répartie dans toutes les directions.

Pour tout élément  $K$  du maillage du domaine, on a la majoration anisotrope de l'erreur d'interpolation, basée sur les dérivées de second ordre de la variable  $u$  :

$$\|u - \Pi_h u\|_{\infty, K} \leq c \max_{x \in K} \max_{e \in E_K} \langle \vec{e}, |H_u(x)| \vec{e} \rangle = \varepsilon_K, \quad (3)$$

où  $c$  est une constante qui dépend de la dimension,  $E_K$  l'ensemble des arêtes de l'élément  $K$  et  $|H_u| = \mathcal{R}|\Lambda|\mathcal{R}^{-1}$  est la valeur absolue du hessien de la variable  $u$ , où  $\mathcal{R}$  est la matrice des vecteurs propres et  $|\Lambda| = \text{diag}(|\lambda_i|)$  la matrice (diagonale) des valeurs absolues des valeurs propres.

**Remarque 3.1** *L'idée de cet estimateur d'erreur est de regarder la solution comme une (hyper)surface et de contrôler l'écart à cette surface. Cette estimateur est donc indépendant du problème traité et il est relié au hessien de la solution.*

**Construction de la métrique.** On utilise alors une approximation discrète de la métrique qui utilise comme support les sommets du maillage. On note  $h_{min}$  (resp.  $h_{max}$ ) la longueur minimale (resp. maximale) autorisée pour les arêtes du maillage

---

<sup>5</sup> Les résultats numériques obtenus tendent à confirmer cette hypothèse en pratique pour nos problèmes.

et  $\varepsilon$  l'erreur d'interpolation tolérée. Alors en chaque sommet du maillage, d'après la Relation (3) on définit un tenseur de métrique anisotrope de la manière suivante :

$$\mathcal{M} = \mathcal{R} \tilde{\Lambda} \mathcal{R}^{-1}, \text{ où } \tilde{\Lambda} = \text{diag}(\tilde{\lambda}_i) \text{ et } \tilde{\lambda}_i = \min \left( \max \left( \frac{c|\lambda_i|}{\varepsilon}, \frac{1}{h_{max}^2} \right), \frac{1}{h_{min}^2} \right).$$

Nous avons introduit dans la définition de la métrique des longueurs d'arêtes minimale et maximale afin d'éviter les métriques irréalistes et notamment pour contrôler le pas de temps du solveur explicite.

Donc pour équirépartir l'erreur d'interpolation sur le maillage, on est conduit à modifier le produit scalaire qui sous-tend la notion de distance utilisée par les générateurs de maillages, à l'aide de la métrique locale  $\mathcal{M}$  qui remplace la métrique euclidienne usuelle. On cherche alors à construire un maillage avec des éléments réguliers unités dans la nouvelle métrique.

**Estimateur d'erreur pour la mécanique des fluides.** En pratique dans les simulations numériques, on est confronté au fait que les solutions varient de plusieurs ordres de grandeur (phénomènes multi-échelles). Si on est en présence de plusieurs phénomènes de différentes grandeurs (recirculations, chocs, ...), il est difficile de capturer les plus faibles avec l'adaptation de maillage. C'est d'autant plus difficile en mécanique des fluides lorsque des chocs sont présents dans l'écoulement. La capture de ces phénomènes faibles est importante pour obtenir une solution plus précise en prenant en compte leurs interactions avec les autres phénomènes de l'écoulement.

Il a été montré qu'une estimation de l'erreur relative locale permet de résoudre ce problème [5], c'est-à-dire on normalise la Relation (3) par la valeur absolue de la valeur locale de la variable  $u$  :

$$\left\| \frac{u - \Pi_h u}{|u|_\varepsilon} \right\|_{\infty, K} \leq c \max_{x \in K} \max_{\vec{e} \in E_K} \left\langle \vec{e}, \frac{|H_u(x)|}{|u(x)|_\varepsilon} \vec{e} \right\rangle, \quad (4)$$

où  $|u|_\varepsilon = \max(|u|, \varepsilon \|u\|_{\infty, \Omega})$  avec  $\varepsilon$  une constante petite devant 1. Le terme  $\varepsilon \|u\|_{\infty, \Omega}$  est un paramètre de troncature pour éviter les problèmes numériques. Il définit aussi l'intervalle entre la plus petite et la plus grande échelle que l'on veut capturer c'est-à-dire que lorsqu'un phénomène physique à une grandeur inférieure à ce terme, il n'est pas capturé.

### 3.3 Adaptation de maillage

Dans notre approche, la procédure de génération de maillage adapté est basée sur la spécification d'une métrique anisotrope discrète en chaque nœud du maillage courant. Pour cela, on est conduit à modifier le produit scalaire euclidien par le biais du champ de métrique  $\mathcal{M}$ . Le but est alors de construire un maillage pour lequel toutes les arêtes sont de longueur (proche) de un vis-à-vis de la métrique prescrite :  $l_{\mathcal{M}}(\vec{e}_i) \approx 1$  pour toute arête  $\vec{e}_i$  et tel que les éléments soient réguliers. Un tel maillage adapté est appelé maillage *unité*. Soient  $P$  un sommet du maillage

et  $\mathcal{M}(P)$  la métrique en ce sommet. La longueur d'une arête  $PX$  dans la métrique  $\mathcal{M}(P)$  est définie par :

$$l_{\mathcal{M}(P)}(PX) = \langle \overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PX} \rangle_{\mathcal{M}(P)}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{{}^t\overrightarrow{PX} \mathcal{M}(P) \overrightarrow{PX}}.$$

Dans le cas où on a une métrique distincte en chaque sommet, *i.e.*, dépendant de la position, on doit prendre en compte la métrique associée à chaque point de l'arête, ainsi que les métriques de tous les points intermédiaires. Pour cela, on définit la longueur de  $PX$  sur toutes les métriques de la manière suivante :

$$l_{\mathcal{M}}(\overrightarrow{PX}) = \int_0^1 \sqrt{{}^t\overrightarrow{PX} \mathcal{M}(P + t\overrightarrow{PX}) \overrightarrow{PX}} dt. \quad (5)$$

Partant des notions introduites précédemment, le maillage adapté désiré est un maillage *unité* dans la métrique  $\mathcal{M}$  munie de la distance donnée par la relation (5).

**Génération de maillage.** Dans notre approche, la génération de maillage en dimension trois s'effectue en deux temps. D'abord le maillage de surface est adapté en utilisant des modifications locales [7], puis le maillage volumique adapté est construit en utilisant un algorithme de Delaunay contraint [10]. Les logiciels de maillage utilisés dans cette étude sont le mailleur de surface **Yams** [8] et le mailleur volumique **Gamhi c3d** [11], qui ont été développés au sein du projet Gamma à l'INRIA-Rocquencourt.

### 3.4 Interpolation de la solution

L'objectif de l'interpolation de la solution est, après avoir obtenu un nouveau maillage adapté, de retrouver le champ de solution sur ce nouveau maillage pour continuer le calcul. Comme le champ de solution n'est connu que de manière discrète, il faut recourir à un schéma d'interpolation pour extraire cette information.

D'abord, on localise les sommets nouveaux maillage dans l'ancien maillage, en identifiant les éléments les contenant. Une approche possible est présentée dans [9]. Elle consiste à se déplacer dans le maillage (orienté) en utilisant la topologie de celui-ci, *i.e.*, les éléments voisins de chaque élément. On se déplace dans l'ancien maillage par voisinage afin de trouver l'élément contenant le sommet en utilisant un algorithme basé sur les coordonnées barycentriques.

Une fois la localisation résolue, un schéma d'interpolation est utilisé pour extraire l'information du champ de solution. Nous utilisons le schéma d'interpolation classique de type  $P^1$  car le champ de solution qui est interpolé n'est connu qu'aux sommets des simplexes du maillage (c'est-à-dire on a des éléments finis de Lagrange  $P^1$ ). Soit  $P$  un point du maillage courant et  $K = [P_1, P_2, P_3, P_4]$  le tétraèdre du maillage de fond le contenant. On définit  $K_i$  le tétraèdre virtuel où on a remplacé le sommet  $P_i$  par le sommet  $P$  pour  $i = 1, 4$  et on note  $V_K$  le volume de l'élément  $K$ . Alors, le schéma d'interpolation est donné par :

$$u(P) = \sum_{i=1}^4 \omega_i(P) u(P_i), \quad \text{avec} \quad \omega_i(P) = \frac{V_{K_i}}{V_K}.$$

## 4 Convergence du bang sonique au cours de la boucle d'adaptation

L'adaptation de maillage est unanimement reconnue comme une approche efficace pour améliorer la précision de la solution numérique et réduire la complexité des calculs dans le cadre des simulations en mécanique des fluides. De nombreux travaux (par exemple [1]) ont mis en évidence la convergence de la solution numérique au cours du processus d'adaptation de maillage.

Néanmoins, dans cette étude, la simulation du problème nécessite le couplage d'équations de la mécanique des fluides avec des équations de propagation. Même si elle paraît évidente, nous allons analyser la convergence de la signature de pression au sol au cours du processus d'adaptation.

Nous considérons le SuperSonic Business Jet (SSBJ) en vol de croisière en régime supersonique à Mach 1.8 avec une incidence de  $5^\circ$  et à une altitude de 16 720 mètres (55 000 feet). Pour la boucle d'adaptation, nous avons choisi de contrôler l'erreur sur la pression étant donné que le but est d'obtenir une distribution de pression précise du champ proche loin du profil. Nous avons effectué au total 8 adaptations de maillage toutes les 250 itérations de solveur numérique avec une précision maximale de 35 cm (la taille du SSBJ est de 37.5 m).

Au fil des adaptations, la solution est de plus en plus précise loin de l'avion car les raffinements de maillage sont propagés le long des ondes de chocs afin de les capturer précisément. Par conséquent, dès les premières adaptations on obtient une solution précise proche du profil, par contre l'obtention d'une solution précise loin du profil nécessite beaucoup plus d'itérations d'adaptation. Le Tableau 1 montre l'évolution de la taille des maillages au cours du processus d'adaptation.

Il découle de ce qui précède que le nombre d'adaptations a un impact direct sur la prédiction du bang sonique. On constate effectivement que la signature de pression au sol converge au fil des itérations d'adaptation. Plus la solution du champ proche est prise proche de l'avion, plus la signature de pression au sol converge vite. En effet, si on considère la solution du champ proche à  $R/L = \frac{1}{4}$ , où  $L$  désigne la longueur du SSBJ et  $R$  la distance entre le SSBJ et la droite sur laquelle on récupère

Adaptations	Sommets	Tétraèdres	Triangles
Itération 0	41 137	216 916	20 586
Itération 1	82 373	474 146	15 892
Itération 2	175 680	1 033 570	18 854
Itération 3	280 982	1 664 111	21 444
Itération 4	367 635	2 179 135	23 764
Itération 6	493 755	2 922 301	27 258
Itération 8	579 059	3 418 484	30 692

TAB. 1 – Statistiques relatives aux différentes adaptations de maillage pour le cas du SSBJ en régime supersonique.

la distribution de pression, alors 1 adaptation est nécessaire pour converger, tandis que 6 adaptations sont nécessaires pour  $R/L = 1$ , comme l'illustre la Figure 6.

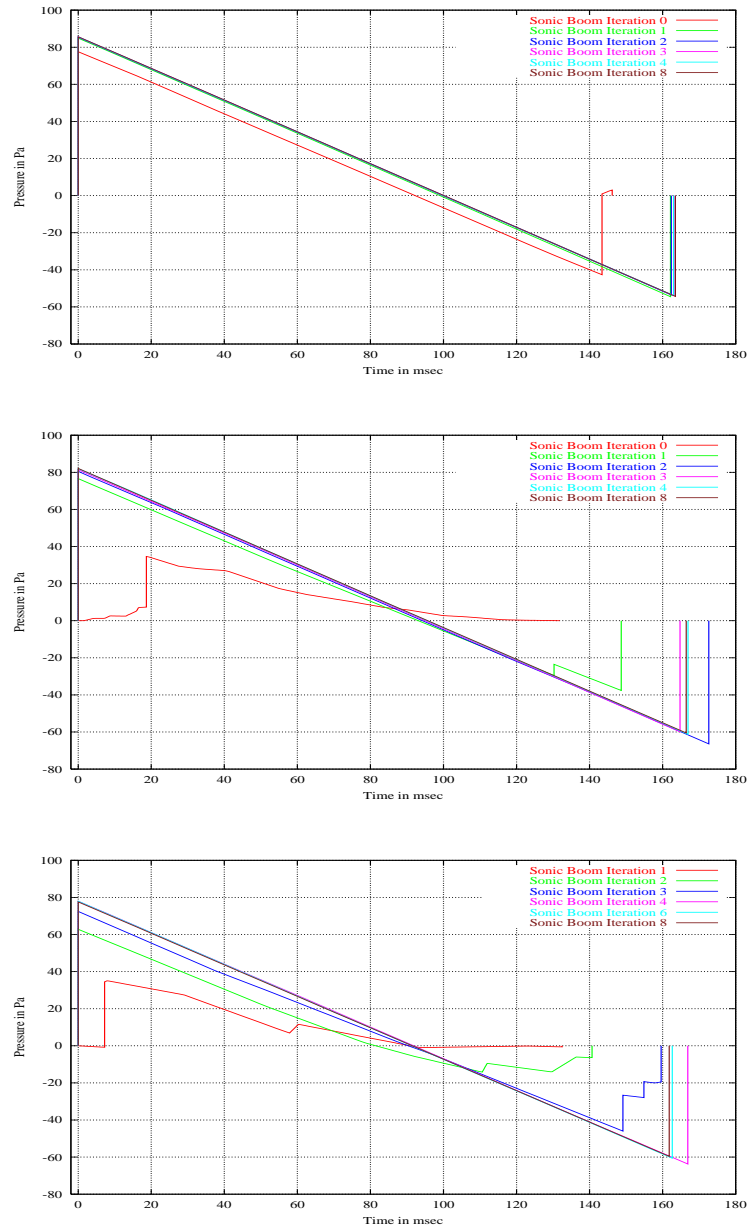


FIG. 6 – Signatures de pression au sol obtenues au cours de différentes itérations d'adaptation (0, 1, 2, 3, 4, 6 et 8) pour différentes valeurs de  $R/L$  (de haut en bas,  $R/L = \frac{1}{4}$ ,  $R/L = \frac{5}{8}$  et  $R/L = 1$ ).

## 5 Impact du champ proche sur le bang sonique

L'étude de ce problème nécessite un couplage où les conditions initiales du problème de propagation sont données par la solution eulérienne du champ proche. Cependant, pour que le couplage soit valide et pour obtenir une bonne prédiction du bang sonique, il est nécessaire de considérer la solution du champ proche suffisamment loin du profil pour prendre en compte tous les éléments de la géométrie (*i.e.*, la solution doit être axisymétrique).

Dans la suite, nous allons analyser l'impact du choix du  $R/L$  (avec les mêmes notations que précédemment) du champ proche sur la signature de pression au sol. Pour la simulation, on considère les mêmes paramètres que ceux de la section précédente et on utilise comme condition initiale de la propagation la solution finale du processus d'adaptation de maillage. On propage les ondes de pression du champ proche au sol pour  $R/L$  allant de  $\frac{1}{8}$  à 1 tous les  $\frac{1}{8}$ .

On constate que même si les différentes propagations sont proches, excepté pour  $R/L = \frac{1}{8}$  où la prédiction est mauvaise, on ne converge pas en  $R/L$  à la fois pour la durée et pour l'intensité de la signature de pression, Figure 7. On obtient, entre autre, des différences de l'ordre de 10% sur l'intensité du choc initial entre les extrema.

Si on considère la même simulation avec cette fois une incidence de  $2^\circ$ , on constate, Figure 8 (en haut), que les différences sont beaucoup plus importantes

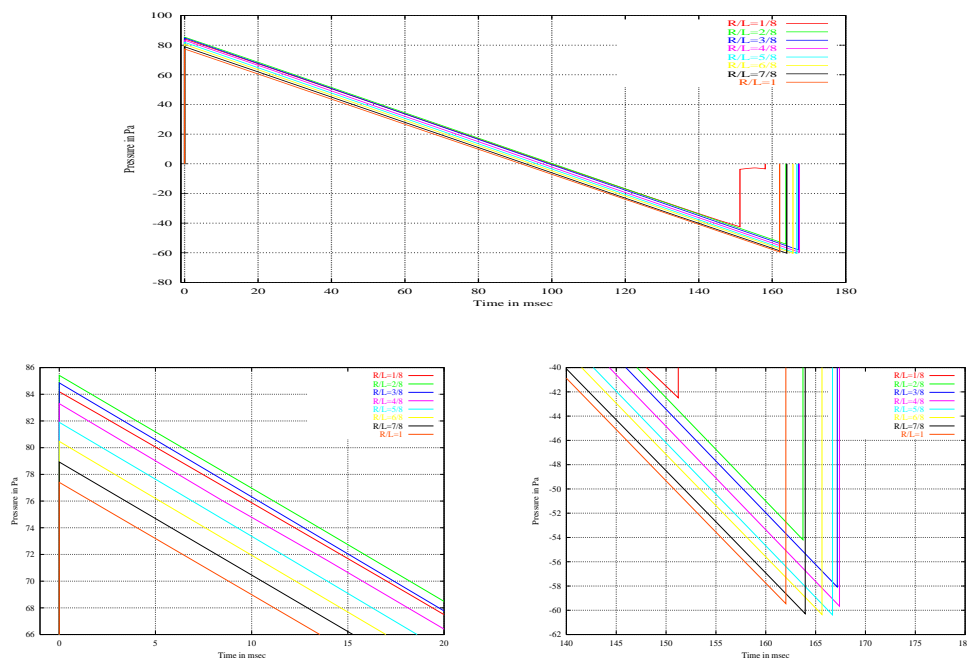


FIG. 7 – Comparaison des signatures de pression au sol pour différentes valeurs de  $R/L$ , pour une incidence de  $5^\circ$ . En bas, deux zooms sur les chocs initial et final.

entre les différentes signatures de pression au sol (ici,  $R/L$  allant de  $\frac{1}{4}$  à  $\frac{3}{4}$  tous les  $\frac{1}{8}$ ). En particulier, on constate que le troisième choc du bang sonique disparaît au fur et à mesure que l'on s'éloigne du profil. En outre, la solution donnée par  $R/L = \frac{1}{4}$  ne semble pas correcte, notamment sur la position du troisième choc.

Ces différences peuvent être dues au fait que l'on ait considéré le champ proche trop près du profil et donc, que la solution eulérienne n'est pas encore axisymétrique. Cependant, dans les études de bang sonique, la valeur de  $R/L$  est prise en général égale à 0.5, citons par exemple [3].

Une autre explication de cette non-convergence peut provenir du calcul de la solution dans le champ proche où les chocs ont tendance à être diffusés. Outre la viscosité numérique introduite par le solveur, on sait que la propagation d'onde de chocs sur de longues distances sur des maillages isotropes (même adaptés) introduit de la diffusion (numérique). Par ailleurs, la précision des chocs étant liée à la taille de maille, on sait que plus le maillage est grossier plus cette diffusion est importante. Effectivement, si on analyse le champ proche pour le deuxième exemple (cf. Figure 8, en bas), on remarque que le troisième choc disparaît aussi quand on s'éloigne du profil, et ce en dépit de l'utilisation de l'adaptation de maillage. Cette diffusion est aussi visible sur les maillages adaptés obtenus (cf. Figure 17). En effet, dans cette simu-

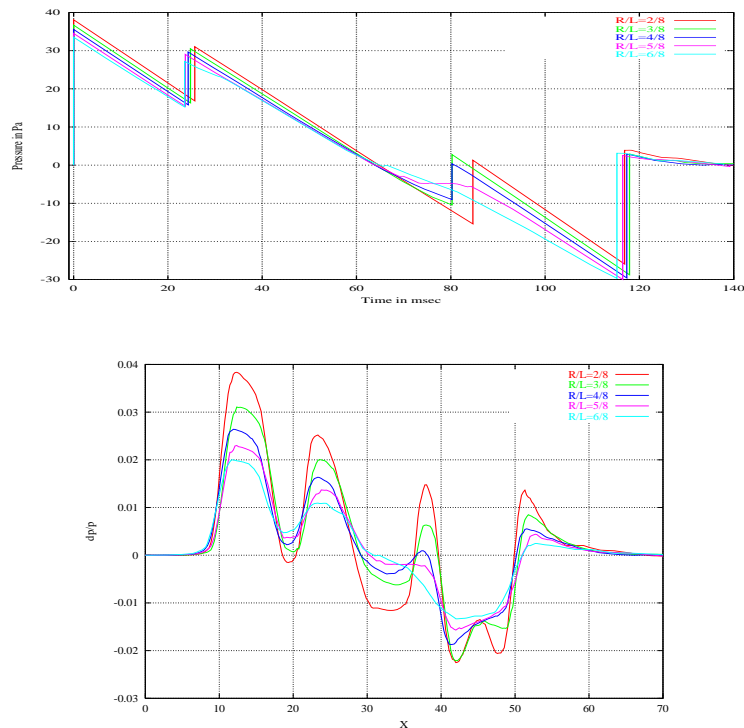


FIG. 8 – Comparaison des champs proches (en bas) et des signatures de pression au sol (en haut) pour différentes valeurs de  $R/L$ , pour une incidence de  $2^\circ$ .

lation, le maillage est de précision maximale (*i.e.*, la taille est minimale) le long des lignes de choc jusqu'à  $R/L = \frac{5}{8}$ , puis on constate que la taille de maillage augmente au fûr et à mesure que l'on s'éloigne de l'avion, ce qui accentue la diffusion. Pour y remédier, l'utilisation de l'adaptation de maillage anisotrope semble nécessaire. On sait qu'elle permet de propager beaucoup plus loin les phénomènes physiques en réduisant considérablement la diffusion (numérique) grâce à la prise en compte de la direction du phénomène physique dans le maillage.

En conclusion, les différences obtenues pourraient être dues au fait que la propagation des ondes dans l'atmosphère est modélisée de manière différente entre le champ proche et le champ lointain, la simulation du champ proche ayant tendance à introduire de la diffusion alors que la propagation tend à raidir les phénomènes physiques (par exemple, par la création de choc).

Par conséquent, il est nécessaire de considérer un  $R/L$  suffisamment grand pour éviter une mauvaise prédiction du bang sonique, comme pour  $R/L = \frac{1}{8}$  dans le premier exemple (cf. Figure 7). En outre, tant que l'on n'utilise pas des maillages anisotropes ou des maillage plus fins<sup>6</sup> pour réduire la diffusion dans le calcul de la solution du champ proche, il est important de ne pas considérer la solution trop loin du profil pour qu'elle soit encore représentative de l'écoulement. D'après cette analyse, il semble raisonnable de considérer comme condition initiale de la propagation la solution du champ proche à  $R/L$  compris entre  $\frac{3}{8}$  et  $\frac{6}{8}$  afin d'obtenir une bonne prédiction du bang sonique.

**Remarque 5.1** *Nous avons constaté que la précision du maillage (*i.e.*, la taille de maille) avait un impact direct sur la signature de pression au sol, dans le sens où plus le maillage est précis, plus le bang est fort; ce qui est consistant avec ce qui a été énoncé précédemment.*

## 6 Paramétrisation du nez du SSBJ

Dans cette section, nous proposons une paramétrisation de la déformation du nez du SSBJ en dimension trois. Nous présentons d'abord deux déformations du nez suivant le plan  $xOz$ , puis une déformation suivant le plan  $yOz$ . La déformation en dimension trois est obtenue en les fusionnant.

**Déformation selon  $xOz$ .** La seule contrainte imposée est que la jonction entre la partie fixe du nez et la partie déformée soit  $\mathcal{C}^1$ . Plus précisément, soit  $\delta$  une déformation d'ordre deux en une dimension suivant l'axe des  $Ox$ . Soient  $x$  un point de la partie déformable et  $x_{max}$  l'abscisse limite (maximale) entre la partie fixe et la

---

6. Il est à noter que dans cette étude, on obtient déjà des maillages adaptés contenant environ 600 000 points.



partie déformable. Alors, la déformation  $\delta$  vérifie :

$$\begin{cases} \delta(x) &= \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \\ \delta(x_{max}) &= 0, \\ \delta'(x_{max}) &= 0. \end{cases}$$

Par identification, on trouve immédiatement :

$$\delta(x) = \alpha (x_{max} - x)^2. \quad (6)$$

Cette déformation dépend d'un seul paramètre  $\alpha$ . On peut facilement imposer des contraintes sur la géométrie en bornant  $\alpha$ . Par exemple, si on veut étirer la partie déformable dans la direction  $x$  sans qu'elle s'agrandisse de plus de 50% alors, en notant  $x_0$  le point le plus déformé,  $\alpha$  doit vérifier :

$$\delta(x_0) = \alpha (x_{max} - x_0)^2 \leq \frac{1}{2} |x_{max} - x_0| \iff \alpha \leq \frac{1}{2(x_{max} - x_0)}.$$

D'après ce qui précède, nous proposons une paramétrisation en deux dimensions, suivant  $xOz$ , qui permet d'étirer (suivant l'axe des  $x$ ) et de cambrer (suivant l'axe des  $z$ ) le nez du SSBJ. On suppose que le SSBJ se dirige dans la direction des  $x$  négatifs (la pointe de l'avion  $x_0$  est à l'origine et le reste de l'avion se trouve dans les  $x$  positifs). Soit  $x_{max}$  l'abscisse de la jonction entre la partie fixe et la partie déformable du nez, alors on a la paramétrisation suivante :

$$\begin{cases} x_{new} &= x_{old} + \alpha_x (x_{max} - x_{old})_+^2, \\ z_{new} &= z_{old} + \alpha_z (x_{max} - x_{old})_+^2, \end{cases}$$

avec la notation  $(x)_+ = \max(x, 0)$ . La Figure 9 montre, suivant le plan  $xOz$ , la comparaison entre le profil initial (en rouge) et les profils *extrema* obtenus avec cette paramétrisation pour les valeurs minimale et maximale de  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$ .

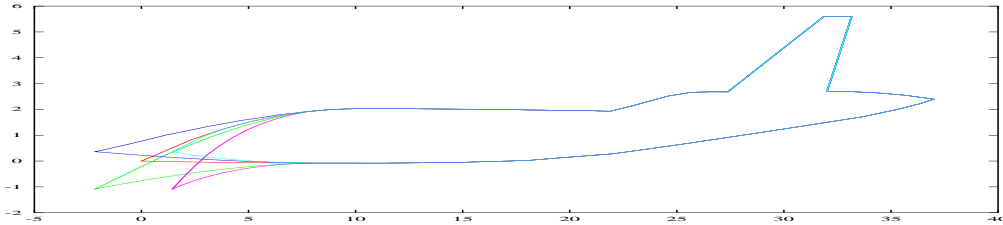


FIG. 9 – Vue suivant le plan  $xOz$  du profil initial (en rouge) et des différents profils extrema (autres couleurs) donnés par la paramétrisation suivant les axes  $x$  et  $z$ .

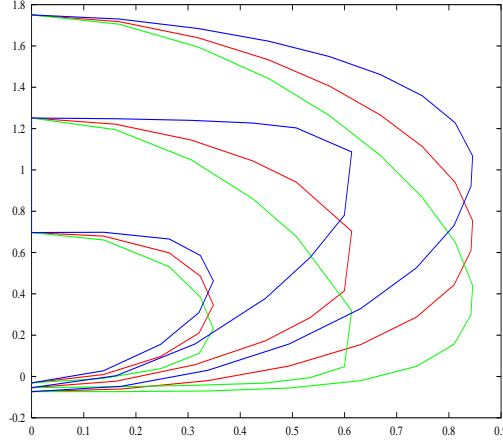


FIG. 10 – Vue de face de différentes sections suivant le plan  $yOz$  du profil initial (en rouge) et des différents profils extrema (autres couleurs) donnés par la paramétrisation suivant l'axe  $z$ .

**Déformation selon  $yOz$ .** Suivant l'approche précédente, nous définissons une déformation suivant les axes  $y$  et  $z$  qui permet de cambrer le profil (suivant l'axe  $y$ ). Cependant, pour cette déformation la continuité  $C^1$  doit être préservée à la fois pour la jonction pour l'abscisse maximale  $x_{max}$  et pour la jonction en  $y = 0$  afin de préserver la symétrie de l'avion (un demi-avion dans le demi-espace  $y \geq 0$  est étudié). Partant de ces contraintes, la paramétrisation est définie par :

$$z_{new} = z_{old} + \beta_z y_{old}^2 (x_{max} - x_{old})_+^2 (x_{old} - x_0),$$

avec les notations données ultérieurement. La Figure 10 montre, suivant le plan  $yOz$ , la comparaison entre le profil initial et les profils *extrema* obtenus avec cette paramétrisation pour les valeurs minimale et maximale de  $\beta_z$  (à droite).

En faisant l'union de ces trois paramétrisations, nous obtenons une paramétrisation en trois dimensions du nez du SSBJ qui dépend de 3 paramètres. Nous allons ainsi définir un espace de contrôle dans  $\mathbb{R}^3$  à l'aide de ces trois paramètres qui donnera tous les profils admissibles.

Pour éviter les problèmes de maillage lors de la déformation du profil (élément qui se retourne, croisement d'arêtes), la modification du nez se fait sur un maillage géométrique de la surface, Figure 11. La surface est ensuite remaillée pour obtenir un maillage surfacique de calcul du nouveau profil, puis le maillage volumique est généré.

## 7 Définition de la fonction coût

Dans cette section, nous présentons la fonction coût utilisée dans le problème d'optimisation de forme du nez du SuperSonic Business Jet (SSBJ). En plus de

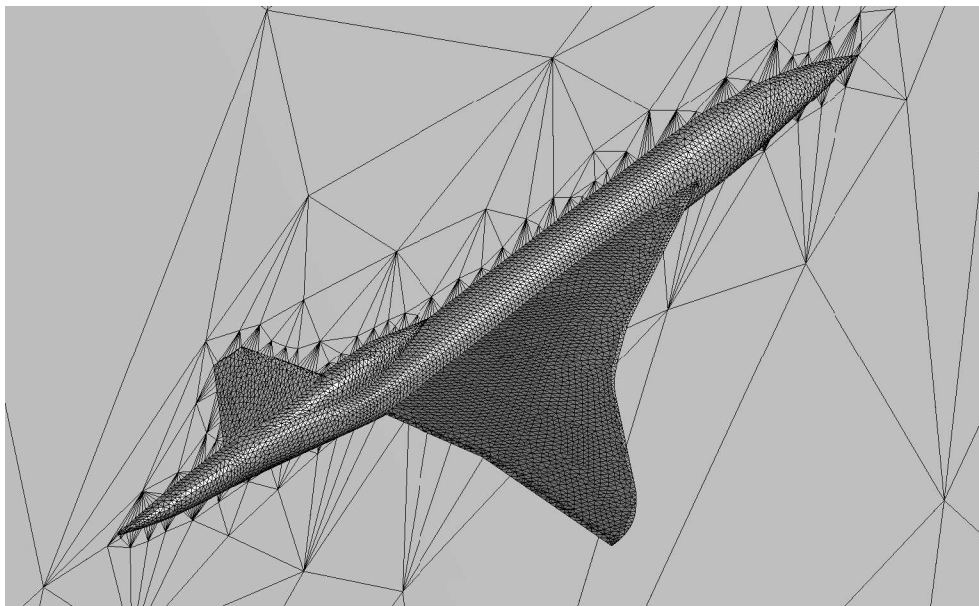


FIG. 11 – *Maillage géométrique de la surface du domaine de calcul. La géométrie du SSBJ a été préservée (contrôlée).*

l'analyse de l'impact des modifications du nez du jet sur les coefficients aérodynamiques et sur le bang sonique, nous pourrions définir un profil optimal vis-à-vis de cette fonction coût afin de faire une étude comparative supplémentaire entre le profil initial et le profil optimal.

Nous présentons d'abord la fonctionnelle associée au bang sonique et ensuite une fonctionnelle associée au champ proche qui a été proposée dans [18]. Puis, nous donnons la fonction coût globale qui prend en compte les contraintes aérodynamiques et la contrainte acoustique.

### 7.1 Fonction coût associée au bang sonique

Nous indiquons dans cette partie les deux fonctionnelles associées au bang sonique. Le contrôle de la distribution de pression au sol se fait en minimisant ces fonctions coût.

La première  $B_{min}$  mesure l'accumulation des sauts de pression au sol. Son but est de réduire ces sauts. Elle est donnée par :

$$B_{min} = \left( \frac{I(p_g) - aI(p_g^0)}{I(p_g^0)} \right)^2, \quad \text{où } I = \int_{\text{sol}} |\Delta p_g| d\gamma, \quad (7)$$

avec  $0 < a < 1$  et  $p_g$  la signature de la pression au sol où l'indice 0 indique celle associée au profil initial. On ne peut pas prendre  $a = 0$  car le bang sonique ne peut pas être complètement supprimé.

La deuxième  $B_{inv}$  est donnée par :

$$B_{inv} = \alpha \int_{\text{sol}} (p_g - p_g^{\text{target}})^2 d\gamma + \beta \int_{\text{sol}} (p_g - p_g^{\text{target}})^\delta d\gamma, \quad (8)$$

avec  $0 < \delta < 1$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  et  $\alpha + \beta = 1$ . On a noté  $p_g^{\text{target}}$  la distribution de pression au sol cible prescrite par l'utilisateur. En minimisant  $B_{inv}$  la signature de pression au sol cible est réalisée, celle qui a le plus petit bang sonique. Dans la définition de  $B_{inv}$ , la seconde intégrale permet d'éviter que la fonctionnelle soit plate (constante) près du minimum.  $\delta$  est aussi un paramètre d'optimisation, il doit être choisi par l'utilisateur. Dans ce travail, nous avons considéré  $\delta = 0.3$ . L'importance de telles fonctionnelles a été étudiée sur un problème modèle dans [4, 14]

**Remarque 7.1** *Pour la fonctionnelle  $B_{inv}$ , il est possible que la distribution de pression au sol cible ne soit pas réalisable. À ce moment là, le problème d'optimisation n'a pas de solution. Dans notre approche, ce problème ne se pose pas car les profils sont pré-définis et nous cherchons le meilleur d'entre eux (cf. Section 8).*

## 7.2 Fonction coût associée champ proche

Le but de cette fonction coût est de regarder si une analyse du champ proche permet de prédire une réduction du bang sonique sans avoir recours à la propagation du champ de pression au sol.

Nous reprenons l'idée proposée dans [18]. On suppose que la source de la signature de pression au sol est la forme des chocs dans le champ aérodynamique proche (appelée «émission du bang sonique vers le bas», SBDE<sup>7</sup>). Donc en réduisant leurs formes, la signature de pression au sol devrait être aussi réduite. On quantifie la SBDE comme la norme du gradient de la pression au carré intégrée sur un «domaine de contrôle» situé sous l'avion. Le «domaine de contrôle» n'est rien d'autre qu'une partie du domaine de calcul en mécanique des fluides. On a donc :

$$B_{nf} = \int_{\Omega^B} |\nabla p|^2 dV, \quad (9)$$

où  $p$  est la pression et  $\Omega^B$  est une partie du domaine de calcul en mécanique des fluides située sous l'avion. Si on note  $L$  la longueur de l'avion, nous avons considéré dans ce travail :  $\Omega^B = [-L/8, 4L] \times [0, L/2] \times [-L, -L/4]$ , sachant que la pointe du nez de l'avion est en l'origine de  $\mathbb{R}^3$ .

## 7.3 Fonction coût globale

Dans ce travail, nous désirons évaluer l'impact des modifications du nez du SSBJ à la fois sur les coefficients aérodynamiques : la portance et la traînée, et sur une contrainte acoustique : le bang sonique. Nous cherchons aussi à définir une fonction

7. En anglais : «Sonic Boom Downwards Emission».

coût qui prend en compte ces contraintes pour pouvoir (trouver) qualifier d'optimal l'un des profils.

Étant donné que la modification du profil est faite en pré-traitement (cf. Section 6), les paramétrisations considérées sont telles que toutes les géométries obtenues sont admissibles. Il n'y a donc aucune contrainte géométrique dans notre définition de la fonction coût. La contrainte acoustique du bang sonique est prise en compte soit par les deux fonctionnelles  $B_{min}$  et  $B_{inv}$ , soit par la fonctionnelle  $B_{nf}$ . Le but est bien sûr de minimiser le bang sonique. Pour les contraintes aérodynamiques, le problème considéré est la réduction de la traînée  $C_d$  à une portance  $C_l$  donnée.

La fonction coût que nous considérons est la suivante :

$$J(x) = |C_d - C_d^{target}| + (C_l^0 - C_l)_+ + B(x), \quad (10)$$

avec la notation  $(x)_+ = \max(0, x)$  et l'indice 0 qui indique les valeurs associées au profil initial. La variable  $C_d^{target}$  est le coefficient de traînée ciblé qui est défini par pénalisation  $C_d^{target} = \alpha C_d^0$ , avec  $0 < \alpha < 1$ . Dans ce travail, nous avons choisi  $\alpha = 0.8$ , c'est-à-dire un gain de 20% sur la traînée comme objectif. La fonction  $B(x)$  représente soit  $B_{min}$  donnée par (7), soit  $B_{inv}$  donnée par (8) ou bien une fonction des deux, elle permet de contrôler la signature de pression au sol. Sinon, la fonction  $B(x)$  peut être représentée par  $B_{nf}$  donnée par la Relation (9) si on désire analyser le champ proche.

## 8 Optimisation *a posteriori* basée sur les surfaces de réponse

Cette section présente la méthode d'optimisation simplifiée envisagée pour analyser l'impact du nez du SSBJ sur les coefficients aérodynamiques et sur le bang sonique. La stratégie employée est une optimisation *a posteriori* de faible dimension basée sur les surfaces de réponse qui ne fait pas intervenir le calcul du gradient de la fonction coût. Après un échantillonnage de l'espace de contrôle, cette approche consiste à construire la surface de réponse associée à la fonction coût et d'en déduire le *minimum* global.

Plus précisément, l'espace de contrôle de la paramétrisation du nez est d'abord échantillonné. Autrement dit, on a un nouveau profil du nez du SSBJ, *via* un modèleur, pour chaque triplet  $(\alpha_x, \alpha_z, \beta_z)$  de l'espace de contrôle. Pour chaque nouveau profil, une simulation de l'écoulement dans le champ proche de l'avion est effectuée sur la plate-forme adaptative. Pour chaque échantillon, les coefficients aérodynamiques et la distribution de pression du champ proche sont ainsi obtenus. Ensuite, les perturbations de pression du champ proche sont propagées au sol pour obtenir la signature de pression du profil. Le bang sonique associé au profil est alors connu. À ce stade, l'impact de la modification du nez sur les coefficients aérodynamiques et sur les performances acoustiques peut être analysé.

Ensuite, pour chaque triplet la fonction coût donnée par la Relation (10) est calculée, ce qui permet de construire l'hypersurface de réponse de  $\mathbb{R}^4$  qui est définie par :  $\Sigma = (\alpha_x, \alpha_z, \beta_z, J(\alpha_x, \alpha_z, \beta_z))$ . En analysant cette surface, on en déduit le *minimum* global pour cette fonction coût.

**Remarque 8.1** *Cette plate-forme d'optimisation adaptative est complètement automatique et distribuée, c'est-à-dire que les simulations sont lancées automatiquement en parallèle sur différentes machines ou différents processeurs.*

Un intérêt de cette approche est qu'une base de données contenant pour chaque profil (échantillon) les performances aérodynamiques et acoustiques est constituée. Cette base de données permet alors d'établir pour chaque fonction coût qui est définie le profil du SSBJ optimal. Pour cela, il suffit de construire l'hypersurface de réponse associée à la fonction coût.

Cette approche permet de faire une première analyse de la fonction que l'on cherche à minimiser et de choisir la méthode la plus appropriée pour résoudre le problème d'optimisation. Elle donne entre autre des tendances pour le profil optimal.

## 9 Résultats numériques

Nous considérons le problème d'optimisation de la géométrie du SuperSonic Business Jet (SSBJ) fournie par Dassault Aviation. Nous nous concentrons sur l'impact du nez du jet sur les coefficients aérodynamiques (la traînée et la portance) et sur le bang sonique. Le SSBJ est étudié en vol de croisière en régime supersonique à Mach 1.8 avec une incidence de  $5^\circ$  et à une altitude de 16 720 mètres (55 000 feet).

Pour échantillonner l'espace de contrôle, nous avons considéré 6 paramètres pour  $\alpha_x$  et 5 paramètres pour  $\alpha_z$  et  $\beta_z$ . Nous avons donc réalisé 150 simulations, une pour chaque profil du nez du SSBJ. Ces simulations ont été effectuées en parallèle sur des stations de travail HP qui ont une fréquence comprise entre 200 et 750 Mhz et 512Mo de mémoire (un calcul par machine ou par processeur). En 15 jours, les 150 simulations ont été accomplies sans l'intervention de l'utilisateur grâce à l'automatisation de la plate-forme adaptative.

Pour la boucle d'adaptation, nous avons choisi de contrôler l'erreur sur la pression étant donné que le but est d'obtenir une distribution de pression précise du champ proche loin du profil. Nous avons effectué au total 8 adaptations de maillage toutes les 250 itérations de solveur numérique avec une précision maximale de 35 cm (la taille du SSBJ est de 37.5 m). La taille des maillages finaux obtenus varie de 450 000 à 700 000 sommets (de 2.7 millions à 4.2 millions de tétraèdres). Chaque simulation eulérienne avec l'adaptation de maillage dure environ 24 (resp. 36) heures sur une station de travail à 750 (resp. 500) Mhz.

Nous avons ainsi obtenu une base de données contenant pour chaque profil du SSBJ ses caractéristiques aérodynamiques, son champ proche (*i.e.*, la distribution de pression) et son bang sonique. Il est donc possible, à partir de celle-ci, de construire

une surface de réponse pour chaque fonction coût considérée et en déduire l'échantillon réalisant le minimum global.

Pour analyser les résultats, nous présentons la signature de pression au sol et la distribution de pression (dans le champ proche) :  $\frac{p-p_\infty}{p_\infty}$ , sous le SSBJ sur des droites le long de la trajectoire de l'avion dans le plan de symétrie du domaine. Ces droites sont prises à différentes distances du SSBJ. Chacune de ces droites peut servir de conditions initiales au code de propagation pour obtenir le bang sonique associé au profil.

Par la suite, les notations suivantes sont utilisées :

- $C_d$ ,  $C_l$ ,  $B_{ispr}$  et  $B_{nf}$  représentent respectivement le coefficient de traînée, le coefficient de portance, l'intensité du choc initial<sup>8</sup> du bang sonique et la SBDE (cf. Section 7.2), et l'indice 0 indique les quantités associées au profil initial,
- $L$  désigne la longueur du SSBJ et  $R$  la distance entre le SSBJ et la droite sur laquelle on récupère la distribution de pression (la variation de pression sera donnée pour différentes valeurs de  $R/L$ ).

Nous allons par la suite analyser les résultats de l'impact des modifications du nez du SSBJ sur le champ proche dans un premier temps, puis sur le bang sonique.

## 9.1 Analyse du champ proche

Dans cette section, nous allons analyser les résultats pour la fonction coût donnée par la Relation (10) où le terme relatif au bang sonique est donné par la fonction coût associée au champ proche (cf. Section 7).

Sur la Figure 15 (en haut à gauche), on a la distribution de pression  $\frac{p-p_\infty}{p_\infty}$  du SSBJ initiale pour différentes valeurs de  $R/L$ . Cette figure montre la fusion des différents chocs au fur et à mesure que l'on s'éloigne du profil. On distingue nettement le premier choc émis par le nez du SSBJ. Les deux suivants sont dûs respectivement au bord d'attaque et au bord de fuite de la voilure. Étant donné que nous ne modifions que le nez du SSBJ, les différents profils auront un impact seulement sur ce premier choc, le reste de la distribution de pression restera inchangée.

La Figure 12 illustre l'impact de chaque paramètre sur les différents coefficients :  $C_d$ ,  $C_l$  et  $B_{nf}$ . On remarque que la réduction de la SBDE conduit à allonger, cambrer et aplatir le nez de l'avion. L'allongement du nez est compatible avec une baisse de la traînée, *a contrario*, si le profil est trop cambré et si il est trop aplati la traînée augmente. En outre, on constate que ces modifications ont peu d'impacts sur la portance. Dans le Tableau 2 est indiqué l'impact du profil optimal, vis-à-vis de la fonction coût donnée par la Relation (10), pour chaque paramètre (les deux autres étant nuls) sur les différents coefficients.

Sur la Figure 13 sont représentées les surfaces de réponse associées à chaque couple de paramètres pour notre fonction coût. Le minimum global pour chaque couple peut être déduit de ces surfaces. L'hypersurface de réponse pour la paramétrisation

8. Communément appelé en anglais «Initial Shock Pressure Rise».

tridimensionnelle n'est pas représentée pour des raisons évidentes de difficultés de visualisation. Toutefois, l'impact du profil optimal sur les variables  $C_d$ ,  $C_l$  et  $B$  est donné dans le Tableau 2. Les résultats montrent que le meilleur profil obtenu est celui dont le nez a été allongé, abaissé et aplati. Le nez initial et le nez optimal sont représentés sur la Figure 14 (en haut, à gauche et à droite respectivement). La figure 15 (en haut à droite) montre la distribution de pression du profil optimal pour différentes valeurs de  $R/L$ .

L'impact du profil optimal est mis en évidence sur la Figure 15 (en bas) où sont comparées les variations de pression dans le champ proche à  $R/L = 0.25$  (à gauche) et  $R/L = 0.5$  (à droite). La modification du nez a permis de nettement réduire le premier choc en le distribuant sur une plus large région (dû à l'allongement du nez) et en diminuant son intensité de 30 % à 50 %. Ce résultat est illustré sur la Figure 18 où les cônes de Mach pour les deux profils sont exhibés. Sur la Figures 16, la distribution d'iso-pressions des profils est comparée dans le plan de symétrie du domaine et dans différents plans de coupe à travers le volume, elle confirme les commentaires précédents. La Figure 17 montre les maillages adaptés correspondants et illustre la propagation des raffinements le long des cônes de Mach, ce qui permet d'obtenir une solution précise loin du profil dans le champ proche. On constate que la réduction du premier choc se traduit directement dans le maillage par une baisse de la densité des sommets dans la région de celui-ci. Pour le profil initial, le maillage final adapté comporte 579 059 sommets (3 418 484 tétraèdres) contre 469 667 sommets (2 769 938 tétraèdres) pour le profil optimal.

Le profil optimal qui vient d'être exhibé avec la méthode d'optimisation simplifiée *a posteriori* à les mêmes tendances que le résultat obtenu dans [18].

Pour finir cette étude, le profil initial et le profil optimal sont comparés sous deux autres incidences :  $2^\circ$  et  $8^\circ$ . On arrive aux mêmes conclusions que précédemment. La SBDE est toujours nettement réduite pour le profil optimal et on a une légère diminution de la traînée. On constate que les différences entre les deux profils s'amenuisent lorsque l'angle d'attaque augmente. Les statistiques relatives à chaque incidence sont données dans le Tableau 3 pour les deux profils. La Figure 19 compare la variation de pression du champ proche pour les incidences de  $2^\circ$  (en haut) et  $8^\circ$  (en bas) à  $R/L = 0.25$  (à gauche) et  $R/L = 0.5$  (à droite). Les distributions de pression dans le plan de symétrie pour chaque incidence sont représentées sur la Figure 20 pour les deux profils.

Paramètres	SBDE	Traînée	Portance
$\alpha_x$	10.4%	2.7%	-0.2%
$\alpha_z$	17.5%	-3.0%	-0.2%
$\beta_z$	17.1%	-1.5%	0.5%
$(\alpha_x, \alpha_z, \beta_z)$	25.2%	1%	-0.3%

TAB. 2 – Statistiques relatives aux profils optimaux suivant l'utilisation d'un ou plusieurs paramètres de déformation. Impact sur la SBDE, la traînée et la portance.



Angle d'attaque	SBDE	Traînée	Portance
2°	27.1%	1.3%	0.5%
5°	25.2%	1%	-0.3%
8°	11.9%	0.4%	0.2%

TAB. 3 – Statistiques relatives au profil initial et au profil optimal suivant différentes incidences. Impact sur la SBDE, la traînée et la portance.

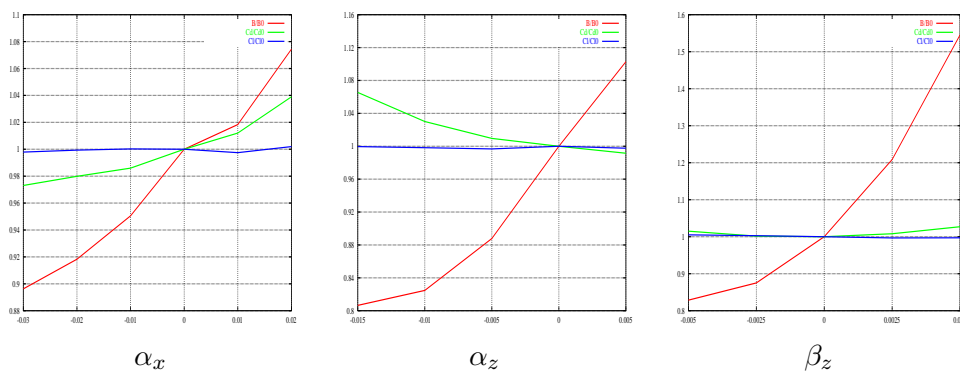


FIG. 12 – Impact de chaque déformation utilisée individuellement sur la SBDE, la traînée et la portance. Pour réduire la SBDE, il faut étirer (à gauche), abaisser (au milieu) et aplatir (à droite) le nez de l'avion.

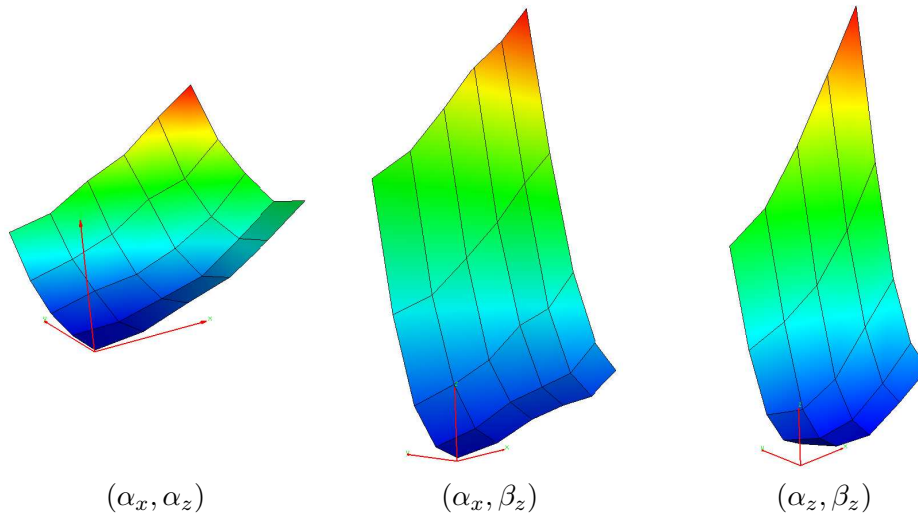


FIG. 13 – Surface de réponse associée à la fonction coût (10) pour les déformations du nez du SSBJ pour chaque couple de paramètres (le troisième étant fixé à zéro).



FIG. 14 – À gauche, géométrie initiale et à droite, géométrie optimale du SSBJ.

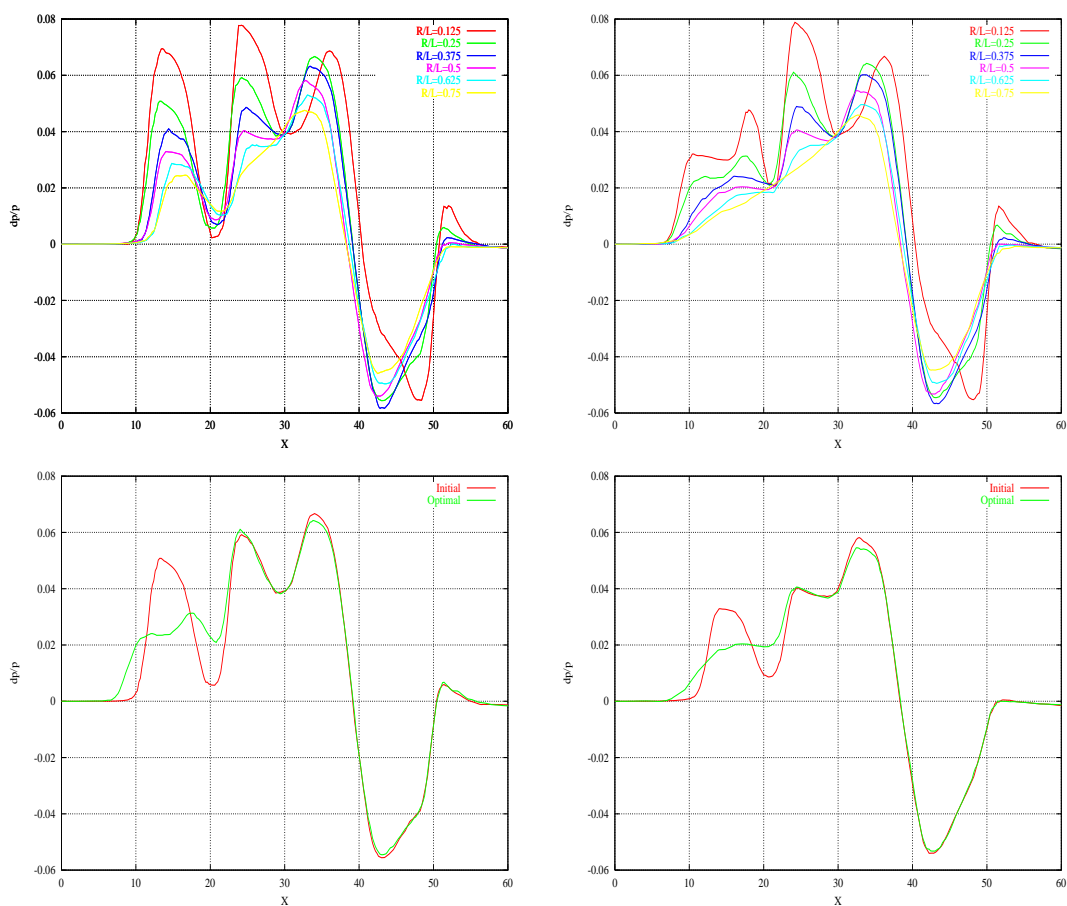


FIG. 15 – En haut, variations de la pression ( $\frac{p-p_\infty}{p_\infty}$ ) dans le champ proche pour les profils initial (à gauche) et optimal (à droite). En bas, comparaison des variations de pression des deux profils pour  $R/L = 0.25$  (à gauche) et  $R/L = 0.5$  (à droite).

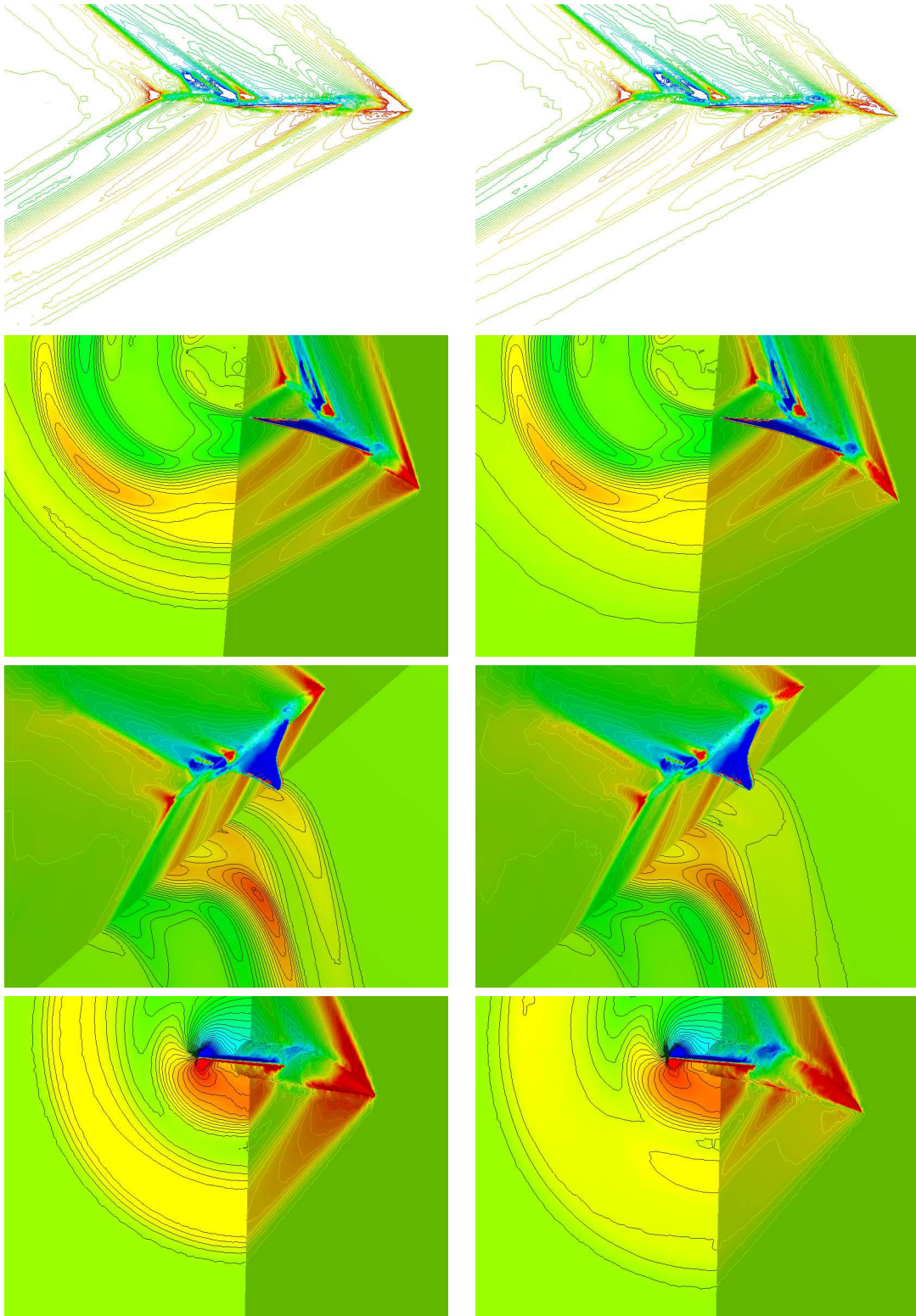


FIG. 16 – Comparaison de la distribution d'iso-pressions du profil initial (à gauche) et du profil optimal (à droite) dans le plan de symétrie du domaine (en haut) et dans différents plans de coupe à travers le volume.

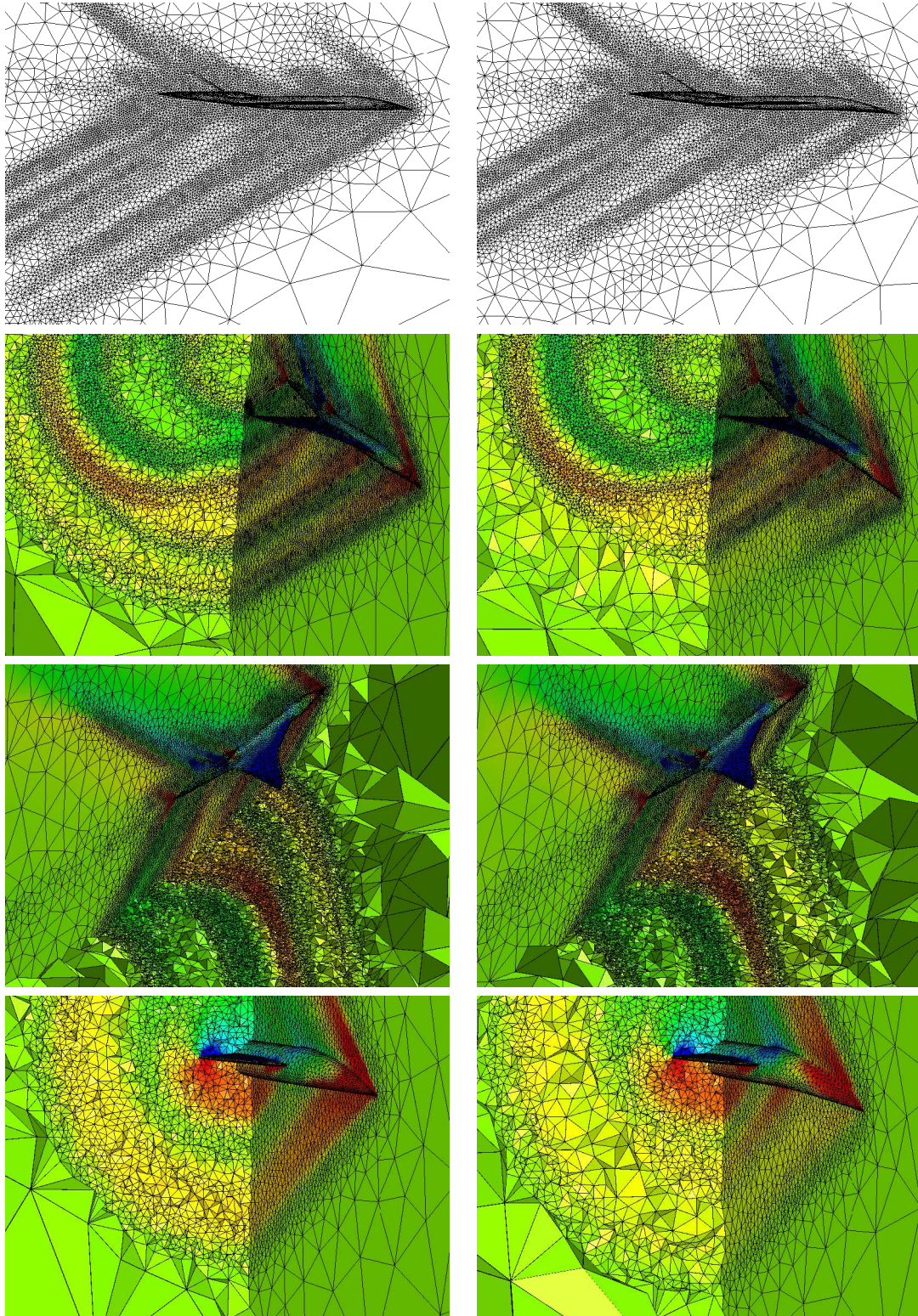


FIG. 17 – Comparaison des maillages fins adaptés du profil initial (à gauche) et du profil optimal (à droite) dans le plan de symétrie du domaine (en haut) et dans différents plans de coupe à travers le volume.

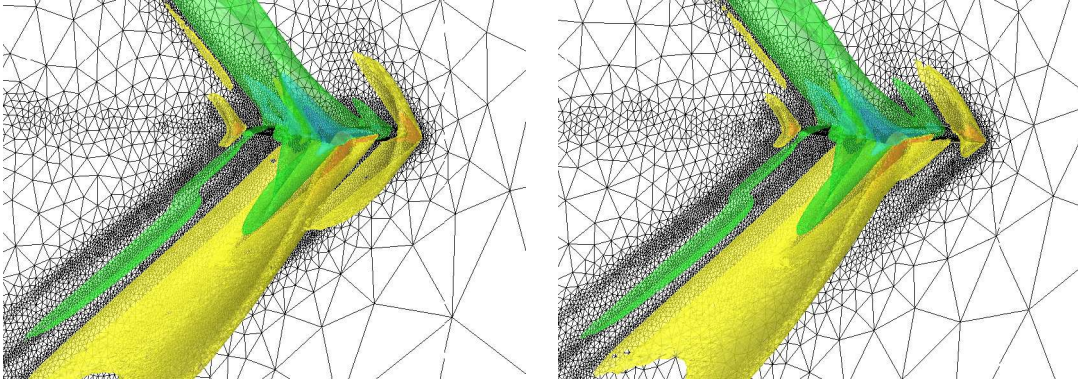


FIG. 18 – *Isosurfaces de pression (cônes de Mach) pour le profil initial (à gauche) et le profil optimal (à droite).*

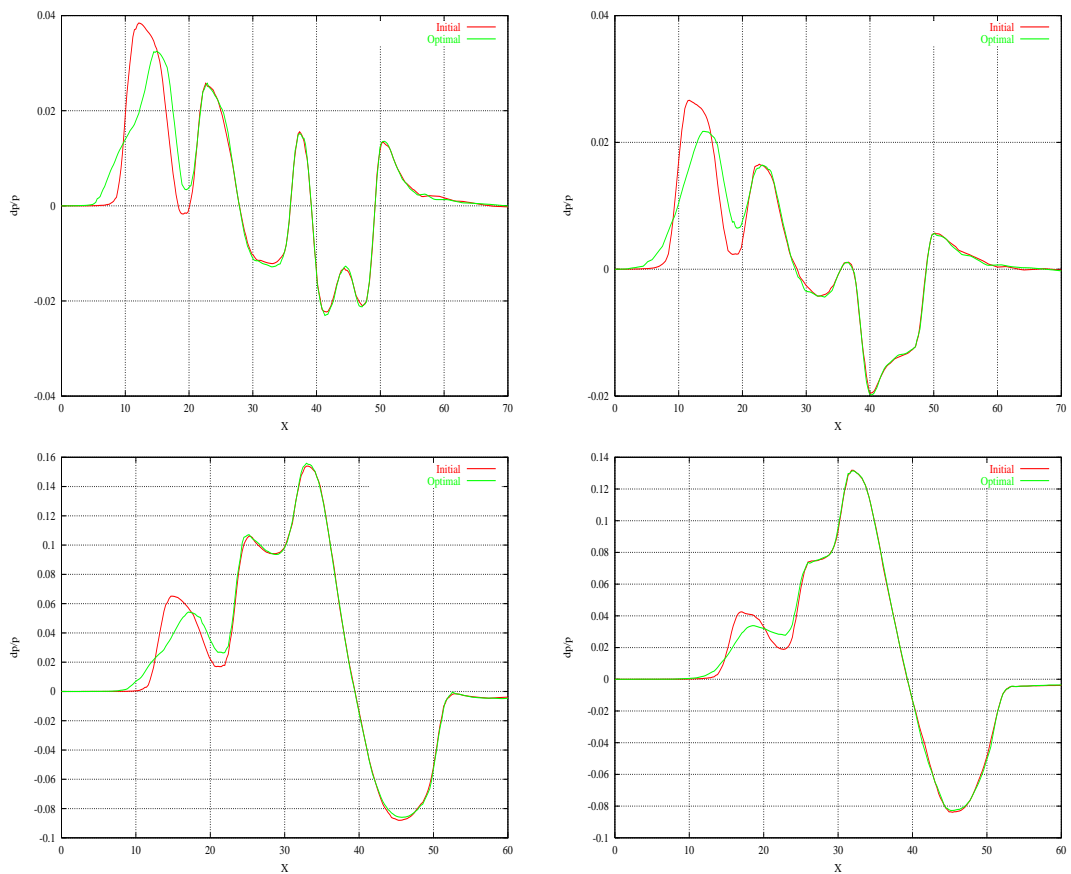


FIG. 19 – *Comparaison des variations de pression des profils initial et optimal pour  $R/L = 0.25$  (à gauche) et  $R/L = 0.5$  (à droite) pour une incidence de  $2^\circ$  (en haut) et  $8^\circ$  (en bas).*

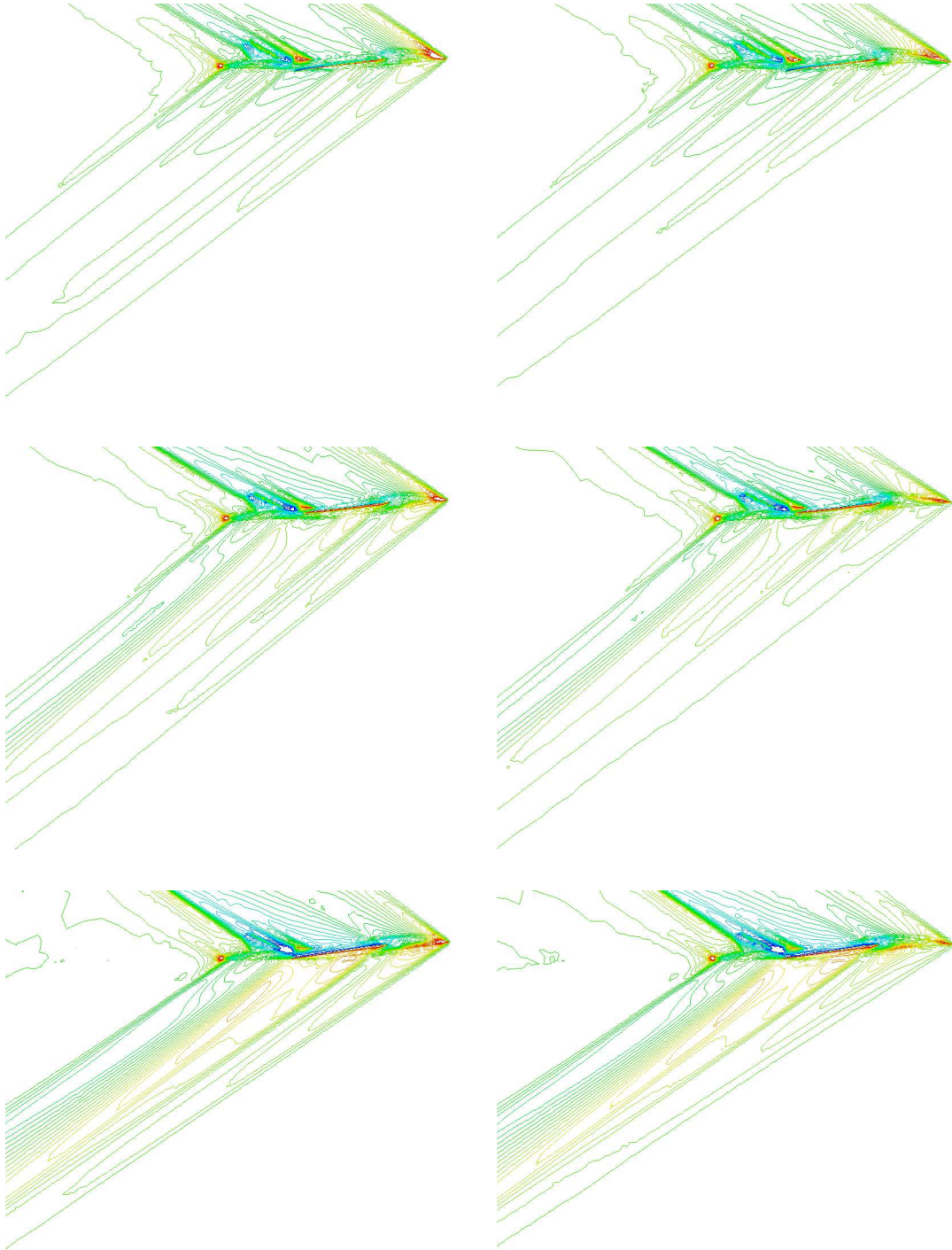


FIG. 20 – Comparaison de la distribution d'iso-pressions du profils initial (à gauche) et du profil optimal (à droite) dans le plan de symétrie pour des incidences de  $2^\circ$ ,  $5^\circ$  et  $8^\circ$  de haut en bas.

## 9.2 Impact sur le bang sonique

Dans cette section, nous allons analyser l'impact des modifications du nez du SSBJ sur la signature de pression au sol de l'avion. Nous allons, en particulier, nous intéresser au  $B_{ispr}$ .

La signature de pression au sol est obtenue en propageant la distribution de pression du champ proche obtenue à  $R/L = \frac{1}{2}$ . Pour le profil initial, on obtient  $B_{ispr} = 83.3$  Pascal et pour le profil optimal de la section précédente on trouve  $B_{ispr} = 83$  Pascal. Le gain obtenu est inférieur à 0.4% !

En outre, le profil minimisant  $B_{ispr}$  (qui minimise aussi la fonction coût associée au bang sonique donnée par la Relation (8)) n'est pas le profil optimal de la section précédente. Pour ce profil, on obtient  $B_{ispr} = 82.6$  Pascal, c'est-à-dire une réduction de seulement 0.9%. Pour ce qui est des coefficients aérodynamiques, ce profil réduit la traînée de 1.3% mais réduit aussi la portance de 0.85%. Il est intéressant de noter que ce profil qui minimise  $B_{ispr}$  réduit l'intensité du choc provenant du nez mais il préserve aussi la séparation entre le choc de nez et le choc de voilure contrairement au profil optimal de la section précédente, Figure 21. On remarque que la réduction de  $B_{ispr}$  conduit à allonger, relever et affiner le nez de l'avion.

En conclusion, les signatures de pression au sol des différents profils (avec des déformations raisonnables) varient très peu.

Les résultats obtenus s'expliquent par la physique du phénomène de propagation, on sait que plus l'intensité d'un choc est importante plus sa vitesse est grande. Par conséquent, les chocs les plus forts (intenses) rattrapent les chocs plus faibles et fusionnent avec eux, sans pour autant qu'il y ait une augmentation de l'intensité du choc. Or, dans l'écoulement étudié, on constate (cf. Figure 15) que le choc dû à la voilure du SSBJ est plus intense que celui dû au nez. Ce qui implique que le choc initial de la signature de pression va être en majeure partie dû à l'aile et non au nez de l'avion. Comme notre paramétrisation n'a qu'un impact sur le nez, on ne pourra agir que sur le premier choc du champ proche et donc, on n'aura que très peu d'impacts sur le bang sonique. Par conséquent, sous ces conditions de vol, on en déduit que des modifications seulement du nez de l'avion n'ont que très peu d'impacts sur la signature de pression au sol.

En effet, si on considère des déformations beaucoup plus importantes du nez (ici, on ne fait qu'allonger le nez mais de 7 et 11 mètres contre les 2.5 mètres précédemment), on obtient seulement un gain de 1.4% et 1.7% respectivement sur  $B_{ispr}$ . Et, si on supprime tout simplement « à la main » le choc dû au nez dans le champ proche, on obtient un gain de 13%, qui peut être considéré comme un gain maximal envisageable.

Toutefois dans la section précédente, on a observé que pour un angle d'attaque de  $2^\circ$  le choc de nez est plus intense que celui de voilure. Dans ce cas, une modification du nez doit avoir un impact plus important. Effectivement, on remarque que cette fois on a un gain de 2.1% pour le profil optimal de la section précédente. Par contre, pour le profil minimisant le bang sonique pour un angle d'attaque de  $5^\circ$ , on obtient

une diminution du bang sonique variant de 1.1%, Figure 22. Ce profil est optimal à  $5^\circ$  mais pas à  $2^\circ$ .

Ce résultat est cohérent car si on analyse le champ proche obtenu (cf. Figure 22 en bas à gauche), on constate que le profil optimal de la section précédente est celui qui réduit le plus le choc de nez.

D'après les résultats obtenus, on peut conclure que la réduction de la SBDE permet d'obtenir des profils réduisant le bang sonique mais ne permet pas d'obtenir forcément les meilleurs profils qui minimiseraient le bang sonique dans les algorithmes d'optimisation. En outre, on constate que l'on obtient des gains très faible en ne modifiant que le nez du SSBJ, ce qui indique que la réduction du bang sonique nécessite l'optimisation complète de l'avion.

**Remarque 9.1** *On constate que quelque soit le choix du  $R/L$  dans l'intervalle admissible (cf. Section 5), on retrouve la même tendance pour chaque profil.*

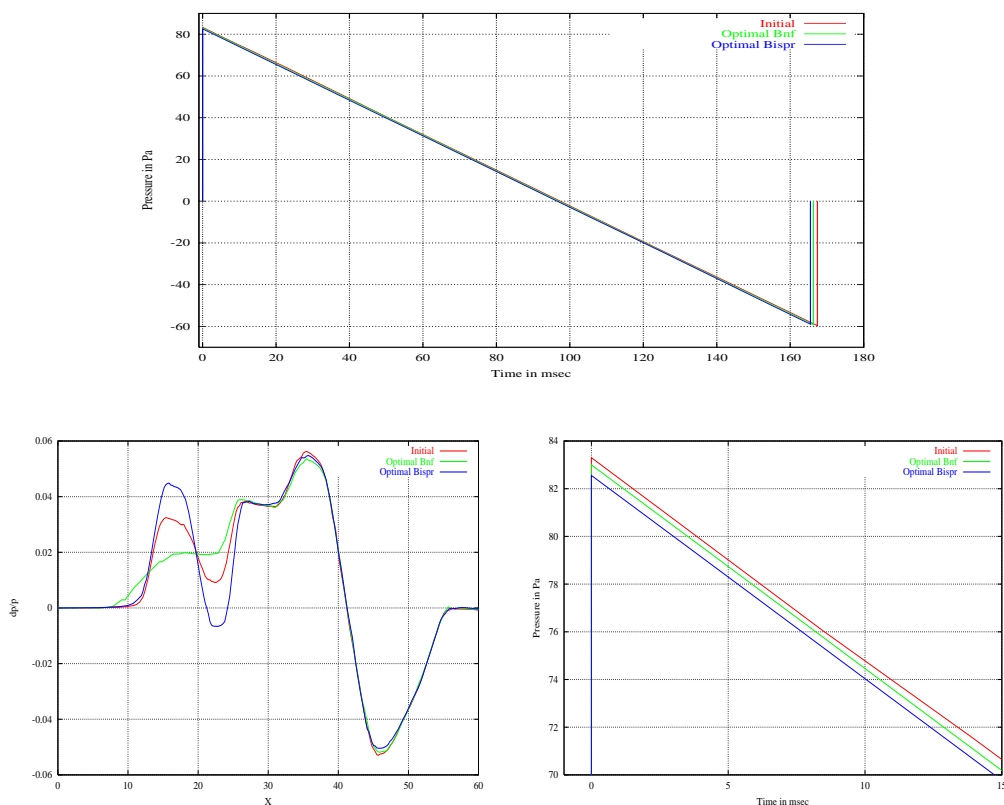


FIG. 21 – *Comparaison du champ proche et du bang sonique pour le profil initial et les profils optimaux (pour  $B_{nf}$  et  $B_{ispr}$ ) pour  $R/L = 0.5$  à une incidence de  $5^\circ$ . La signature de pression au sol (en haut) et un zoom sur le premier choc (en bas, à droite). La variation de pression dans le champ proche (en bas, à gauche).*



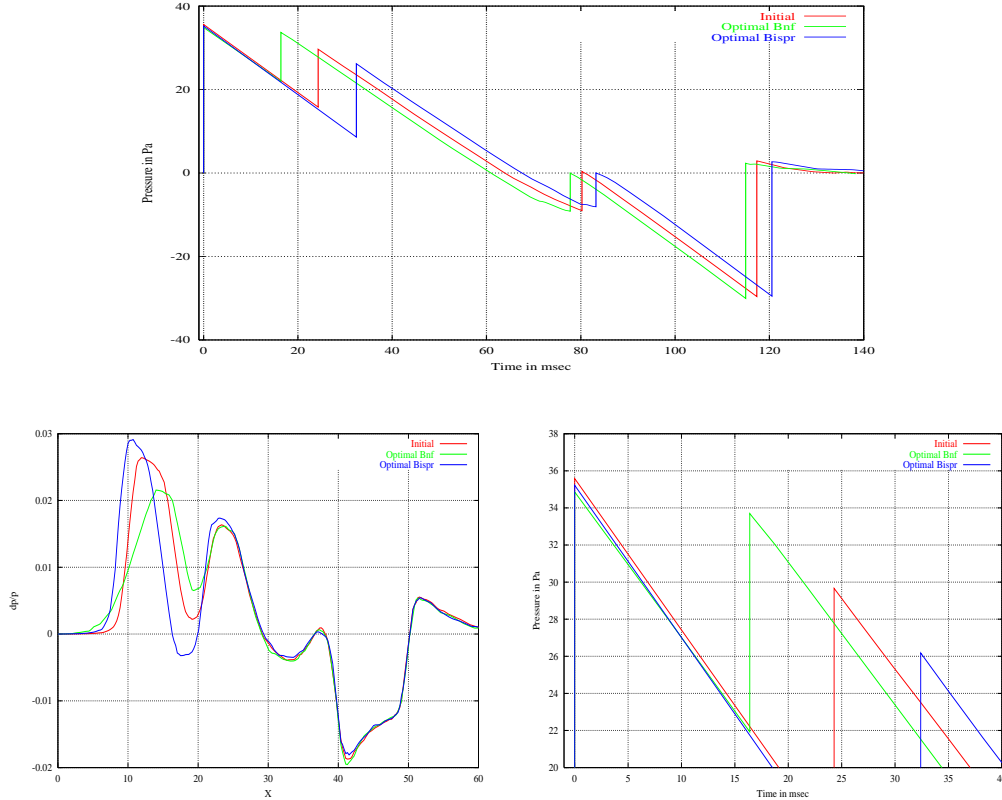


FIG. 22 – Comparaison du champ proche et du bang sonique pour le profil initial et les profils optimaux (pour  $B_{nf}$  et  $B_{ispr}$ ) pour  $R/L = 0.5$  à une incidence de  $2^\circ$ . La signature de pression au sol (en haut) et un zoom sur le premier choc (en bas, à droite). La variation de pression dans le champ proche (en bas, à gauche).

## 10 Conclusions et perspectives

Dans cette étude, nous avons appliqué les techniques d'adaptation de maillage pour un problème d'optimisation visant à réduire le bang sonique. Nous avons présenté une plate-forme adaptative automatique distribuée pour le calcul du bang sonique et nous avons indiqué une méthode d'optimisation *a posteriori* basée sur les surfaces de réponse.

Cette étude a mis en évidence l'impact de la précision de la solution dans le champ proche (loin du profil) sur la qualité de la prédiction du bang sonique. Pour obtenir une bonne prédiction du bang sonique, il est nécessaire d'utiliser des maillages suffisamment précis sous et loin de l'avion. Pour obtenir de telles solutions, les techniques d'adaptation de maillage semblent très appropriées, notamment grâce au raffinement automatique du maillage le long des cônes de Mach. Nous avons, par ailleurs, montré la convergence de la signature de pression au sol au cours du processus d'adaptation.

Toutefois, l'adaptation de maillage isotrope ne semble pas tout à fait satisfaisante. En effet, si on considère la solution trop loin de l'avion, on constate une diffusion trop importante des chocs. Il semble donc nécessaire recourir à des maillages adaptés anisotropes, bien que le calcul soit eulérien, qui permettrait de propager encore plus loin les raffinements tout en réduisant la diffusion numérique.

De plus, l'automatisation de l'adaptation de maillage et le lancement des simulations en parallèle a montré dans cette étude qu'il était possible d'obtenir rapidement un échantillonnage de l'espace de contrôle et ainsi avoir une première idée de la surface de réponse que l'on cherche à minimiser.

Dans ce travail, deux modifications du nez du SSBJ ont été exhibées. La première a permis de réduire l'intensité du premier choc du champ proche dû au nez de l'avion tout en diminuant légèrement la traînée et en conservant la portance. Cependant, ce nouveau profil n'a eu que très peu d'impact sur le bang sonique. La deuxième qui a donné une signature de pression au sol minimale a eu pour impact de réduire l'amplitude du premier choc dans le champ proche. Mais, ce nouveau profil ne réduit que faiblement le bang sonique et est moins efficace que le précédent pour une incidence de  $2^\circ$ .

Au cours de cette étude, nous avons mis en évidence que le problème de réduction du bang sonique est un problème difficile, qui nécessite de prendre en compte tout les éléments de la géométrie de l'avion lors de l'optimisation si une réduction significative de la signature de pression au sol est envisagée.

Pour conclure, cette étude a montré que la plate-forme automatique d'adaptation de maillage est complètement maîtrisée et les résultats obtenus avec elle sont satisfaisants. Par conséquent, il ne reste plus qu'à coupler l'adaptation de maillage avec un algorithme d'optimisation pour mettre en place la plate-forme adaptative d'optimisation.

Une perspective pour ce type d'approche d'optimisation *a posteriori* sur le bang sonique pourrait être, par exemple, l'analyse de l'ajout de "canard" sur le museau du SuperSonic Business Jet.

**Remerciements :** Cette étude a été réalisée dans le cadre d'un contrat avec Dassault Aviation. Ce travail a été rendu possible grâce à la collaboration avec l'équipe de Dassault Aviation qui nous a fourni la géométrie du SuperSonic Business Jet. Nous tenons à remercier, plus particulièrement, G. Rogé pour sa participation et ses commentaires constructifs.

## Références

- [1] F. ALAUZET, Adaptation de maillage anisotrope en trois dimensions. Application aux simulations instationnaires en Mécanique des Fluides, *Thèse de Doctorat de l'Université Montpellier II*, 2003.
- [2] F. ALAUZET ET P.J. FREY, Estimateur d'erreur géométrique et métrique anisotropes pour l'adaptation de maillage. Partie I: aspects théoriques, *Rapport de Recherche INRIA*, 4759, Mars 2003.
- [3] J.J. ALONSO, I.M. KROO AND A. JAMESON, Advanced Algorithms for Design and Optimization of Quiet Supersonic Platforms, *AIAA Paper*, 2002-0144, 2002.
- [4] A. CABOT ET B. MOHAMMADI, Incomplete sensitivities and cost function reformulation leading to multi-criteria investigation of inverse problems: Application to a Model Problem, *Optimization, theory and control*, to appear, 2002.
- [5] M.J. CASTRO-DIAZ, F. HECHT, B. MOHAMMADI AND O. PIRONNEAU, Anisotropic Unstructured Mesh Adaptation for Flow Simulations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 25, pp. 475-491, 1997.
- [6] C. FARHAT, K. MAUTE, B. ARGROW AND M. NIKBAY, A Shape Optimization Methodology for Reducing the Sonic Boom Initial Pressure Rise, *AIAA Paper*, 2002-0145, 2002.
- [7] P.J. FREY, About surface remeshing, *Proc. of 9th Int. Meshing Roundtable*, New Orleans, LO, USA, 123-136, 2000.
- [8] P.J. FREY, Yams, A fully automatic adaptive isotropic surface remeshing procedure, *Rapport Technique INRIA*, RT-0252, Novembre 2001.
- [9] P.J. FREY ET P.L. GEORGE, Maillages: applications aux éléments finis, *Hermès Science*, Paris, 1999.
- [10] P.-L. GEORGE, Tet meshing: construction, optimization and adaptation, proceeding in *8th International Meshing Roundtable*, South Lake Tao, CA, USA, 1999.
- [11] P.L. GEORGE, Gambic3d, A fully automatic adaptive mesh generation method in three dimensions, *Technical Note INRIA*, 2001.
- [12] B. MOHAMMADI, Fluid dynamics computation with NSC2KE an user-guide Release 1.0, *Rapport Technique INRIA*, RT-0164, 1994.
- [13] B. MOHAMMADI, Optimization of aerodynamic and acoustic performances of supersonic civil transports, *CTR Summer program 2002 proceedings*, 2002.
- [14] B. MOHAMMADI ET J.H. SAIAC, Pratique de la simulation numérique, *Dunod*, Paris, 2003.
- [15] B. MOHAMMADI AND O. PIRONNEAU, Applied shape optimization for fluids, *Oxford Univ. Press*, 2001.
- [16] K.J. PLOTKIN, Review of Sonic Boom Theory, *AIAA Paper*, 1989-1105, 1989.
- [17] CH. THOMAS, Extrapolation of sonic boom pressure signatures by the waveform parameter method, *Nasa TN. D-6832*, 1972.
- [18] M. VÁZQUEZ, A. DERVIEUX AND B. KOOBUS, Aerodynamical and sonic boom optimization of a supersonic aircraft, *Rapport de Recherche INRIA*, n° 4520, 2002.
- [19] GB. WHITHAM, The flow pattern of a supersonic projectile. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 5-3:301-348, 1952.



---

Unité de recherche INRIA Rocquencourt  
Domaine de Voluceau - Rocquencourt - BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Lorraine : LORIA, Technopôle de Nancy-Brabois - Campus scientifique  
615, rue du Jardin Botanique - BP 101 - 54602 Villers-lès-Nancy Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Rennes : IRISA, Campus universitaire de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex (France)

Unité de recherche INRIA Rhône-Alpes : 655, avenue de l'Europe - 38330 Montbonnot-St-Martin (France)

Unité de recherche INRIA Sophia Antipolis : 2004, route des Lucioles - BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex (France)

---

Éditeur  
INRIA - Domaine de Voluceau - Rocquencourt, BP 105 - 78153 Le Chesnay Cedex (France)  
<http://www.inria.fr>  
ISSN 0249-6399