



HAL
open science

De Pacioli à Truchet : trois siècles de géométrie pour les caractères

Jacques André

► **To cite this version:**

Jacques André. De Pacioli à Truchet : trois siècles de géométrie pour les caractères. 13e colloque Inter-IREM d'épistémologie et histoire des mathématiques, IREM Rennes, May 2002, Rennes, France, France. inria-00000956

HAL Id: inria-00000956

<https://inria.hal.science/inria-00000956v1>

Submitted on 17 Dec 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

De Pacioli à Truchet : Trois siècles de géométrie pour les caractères¹

Jacques André
Irisa/Inria-Rennes

Campus universitaire de Beaulieu

F-35042 Rennes cedex

Jacques.Andre@irisa.fr

Résumé

Aujourd'hui, les caractères d'imprimerie sont traités comme des surfaces géométriques. L'idée n'est pas nouvelle puisque la modélisation de leurs contours par le compas et la règle remonte à la Renaissance (avec notamment Pacioli en Italie, Dürer en Allemagne et Tory en France) et a été reprise sous Louis XIV (Truchet, à qui on doit aussi le concept de point typographique). Après avoir cité les principaux modèles anciens, nous montrons notamment comment ils permettaient d'approcher les contours d'un O par des arcs de cercle, ce que l'on fait aujourd'hui par des courbes de Bézier.

Introduction

Si c'est au début du XV^e siècle que l'imprimerie a été inventée², la notion de caractère imprimé (nous verrons, section 1, ce qui les distingue des caractères manuscrits) n'apparaît guère que vers 1500 mais prend toute son importance au XVI^e siècle, avec les Manuce, Garamond et autres Plantin qui se basent sur les recherches des humanistes de la Renaissance. Beaucoup de ceux-ci en effet, ont proposé des modèles de lettres tracées à la règle et au compas (qui feront l'objet de notre section 2). Ces modèles seront repris sous Louis XIV (section 3). Aujourd'hui, si le compas a laissé la place aux courbes de Bézier (section 4), c'est toujours du même esprit que relève le dessin géométrique des caractères.

C'est donc cette histoire que nous allons regarder, tant sur le plan mathématique que typographique.

¹ Version de travail à paraître dans Jean-Pierre Escofier (ed.), *4000 ans d'histoire des mathématiques : les mathématiques dans la longue durée, Actes du 13ème colloque Inter-IREM d'épistémologie et histoire des mathématiques, Rennes, 6, 7 et 8 mai 2000*, IREM-Rennes, 2002.

² Même si cette invention semble bien attestée un peu plus tôt en Corée (fin du XIV^e siècle ; voir par exemple <http://www.jikji.or.kr/fra/jikji/buljo/fj5.html>), elle est imputable, pour le monde occidental, à Gutenberg (la meilleure synthèse reste celle de Bechtel [Bec92]) dont l'apport principal est la mise au point des diverses techniques du processus : gravure d'un poinçon + matrice + le cycle (moule + composition + impression + réutilisation).

1. Du *ductus* des caractères manuscrits aux surfaces des caractères imprimés

On trouve de nombreuses études sur l'histoire de l'écriture et des caractères dont récemment [Cal96, Dru80, Man98, Mar00], aussi ne faisons-nous ici qu'un rapide résumé ! Les divers systèmes alphabétiques remontent au II^e millénaire avant Jésus-Christ. Après l'utilisation de symboles abstraits (premier alphabet cunéiforme d'Ugarit, hiéroglyphes), l'alphabet acrophonique³ phénicien a utilisé la figuration d'êtres animés et d'objets familiers mais ce sont les Grecs qui ont réduit l'alphabet à des formes géométriques simples et ce sont les Romains qui, pour exprimer le pouvoir politique, ont inventé l'écriture monumentale (lapidaire mais avec des capitales rythmées, la séparation des mots, etc.) d'où sont issues nos capitales (ou majuscules) actuelles. La colonne Trajan (figure 2 et section 2.8) en est l'archétype.

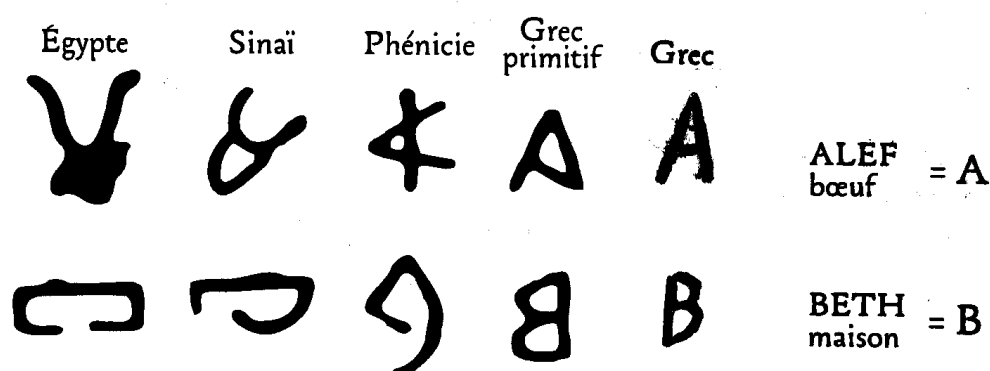


Figure 1 — Passage des lettres figurées à des formes géométriques ; d'après [Man98]



Figure 2 — Colonne Trajan (Rome, 113 av. J.C.) ; d'après [Bla80]

³ Chaque lettre représente une figure dont le nom est le même dans tous les pays sémitiques. Le son de la lettre est celui du premier son de ce mot : un bœuf, *aleph* dans les langues sémitiques, est représenté par une tête et ses cornes et correspond à notre A (début de la prononciation d'*Aleph*) ; de même pour *Beth* (maison) qui donne B, etc. Voir figure 1.

À la fin de l'Antiquité et durant le Moyen-Âge, l'écriture se modifie, les minuscules naissent des déformations des majuscules pour donner la *Caroline* (VIII^e siècle) qui sera déclinée selon deux grands courants, l'un méridional (Bénévent au XI^e siècle, qui donnera les écritures humanistiques, vénitiennes, françaises, etc.) et l'autre septentrional (Ratisbonne au XI^e siècle puis l'écriture gothique). Fin XIII^e siècle, on dispose alors de trois types d'écriture [Man98] :

1. l'écriture publique ou monumentale, expression du pouvoir publique ;
2. l'écriture privée ou courante, expression du pouvoir individuel ;
3. l'écriture livresque, expression du pouvoir culturel et spirituel.

C'est dans ce contexte que Gutenberg crée les premiers poinçons pour imiter l'écriture livresque, celle du savoir. Mais il ne s'agit que de copier des caractères manuscrits, aussi finalement sa *Bible à 42 lignes* ressemble-t-elle fort à un manuscrit de moines !

L'écriture manuscrite est le résultat de la trace d'un engin encre (plume, roseau, pinceau, etc.), de largeur variable, que l'on déplace, en une ou plusieurs fois, sur un support (en papier, peau, tissus, etc.) en suivant un certain squelette et ce avec une certaine vitesse, une certaine pression, etc. C'est ce qu'on appelle le *ductus*. La figure 3-gauche montre qu'un « a » peut ainsi être tracé en trois mouvements. L'angle d'attaque de la plume aux extrémités des segments et l'angle de la main par rapport au papier caractérisent la calligraphie. La figure 3-droite montre comment aujourd'hui on peut modéliser le tracé de ces lettres manuscrites. C'est aussi le principe que D. Knuth dit utiliser dans son système de dessin de caractères Metafont, du moins dans la première version [Knu79,Knu82].

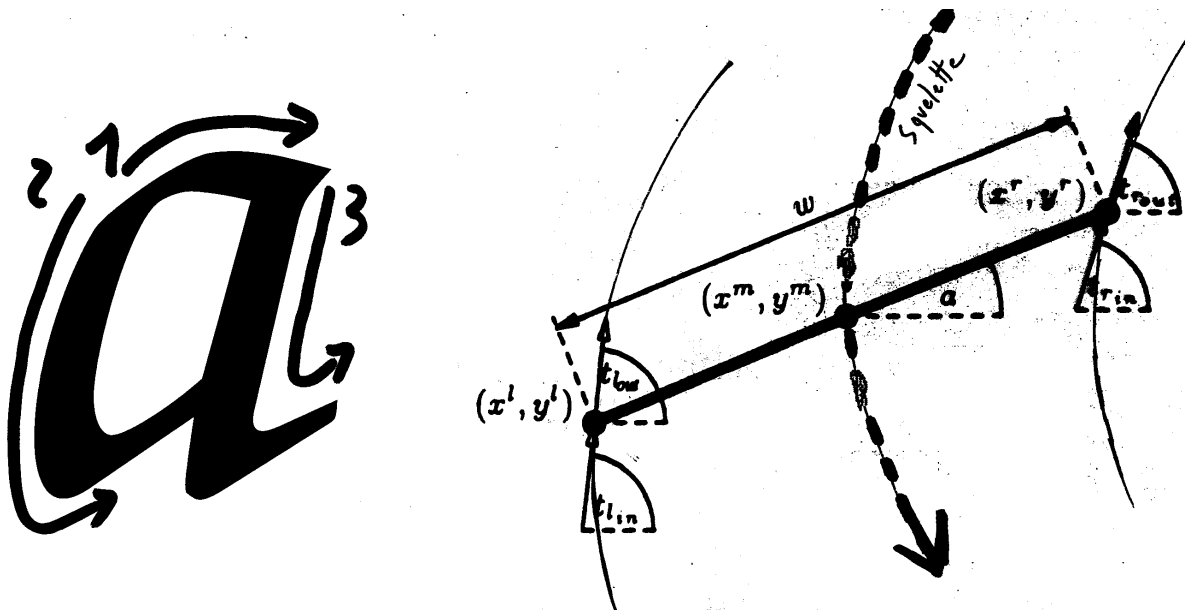


Figure 3 — Le tracé d'un caractère manuscrit est défini par son *ductus*.

Mais, la gravure des poinçons (qui serviront, par frappe, à faire la matrice, négatif où seront coulés les caractères) ne se fait pas de façon linéaire. La figure 5 (extraite de [Pap98]) montre les différentes étapes de la gravure d'un poinçon : l'œil (la partie qui, noircie par l'encre, laissera une trace sur le papier) est traité comme une surface (au départ un triangle) que l'on évide progressivement jusqu'à obtenir sa forme finale (ici un A capital) directement à l'échelle.

Cette technique revient à considérer qu'un caractère est une surface, ou plutôt un ensemble non connexe de surfaces (souvent deux quand il y a des signes diacritiques, figure 4, ou des symboles composés comme « ? ») délimitées par des contours.

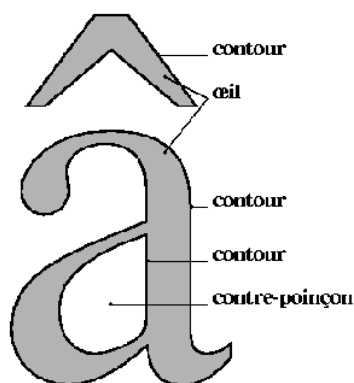


Figure 4 — Un caractère d'imprimerie est un ensemble de surfaces non connexes



Figure 5 Gravure d'un poinçon

On peut dire qu'en général (voir cependant [Sou91]) le processus de création d'un caractère d'imprimerie commence d'abord par un dessin qui en montre les contours (figure 6). L'invention de l'imprimerie a permis la diffusion des écrits culturels et coïncide bien sûr avec le début de la Renaissance. Pendant les XIV^e et XV^e siècles, les humanistes (qui étaient à la fois linguistes, artistes, mathématiciens, etc.) se ressource à la culture grecque et latine et redécouvrent les inscriptions lapidaires et par là la capitale romaine qui, gravée au ciseau, avait des formes relevant plus des surfaces (voire des volumes en creux) que des traits de plume.

Pour ces deux raisons, technique et culturelle, les caractères d'imprimerie se sont ainsi distingués des caractères calligraphiques. L'histoire de la typographie (voir par exemple [Bla98,Brin96,Man98]) montre comment on est passé du ductus linéaire de la calligraphie aux surfaces des caractères imprimés, les principales étapes étant :

- les humaines (par exemple celles de Jenson au XV^e siècle) inspirées de la Caroline, mais encore très calligraphiques (axe oblique, barre du e inclinée, empattements triangulaires, peu de contrastes dans les pleins et déliés) ;
- les garaldes (de Manuce, Garamond, Grandjon aux XVI et XVII^e siècles) qui gardent encore des côtés calligraphiques (attaques, oblicité, etc.) mais montrent déjà des empattements plus fins et un contraste plein-déliés plus fort ;
- les didones (avec les Didot, Bodoni, etc. au XIX^e siècle) qui pousseront à l'extrême cet amincissement des empattements et le contraste plein délié, etc. ;
- enfin les linéales (des Renner, Frutiger, etc. au XX^e siècle) dont l'absence d'empattements (*sans-serifs*) et les lignes géométriques sont en fait issues des gothiques [Man98].

Signalons enfin que surface ne veut pas dire statique (même si certaines linéales récentes sont très figées) et que tout l'art que les typographes apprennent à leurs élèves concerne des notions comme le rythme, les proportions, le mouvement, etc. [Brin96, Det89, Her93].

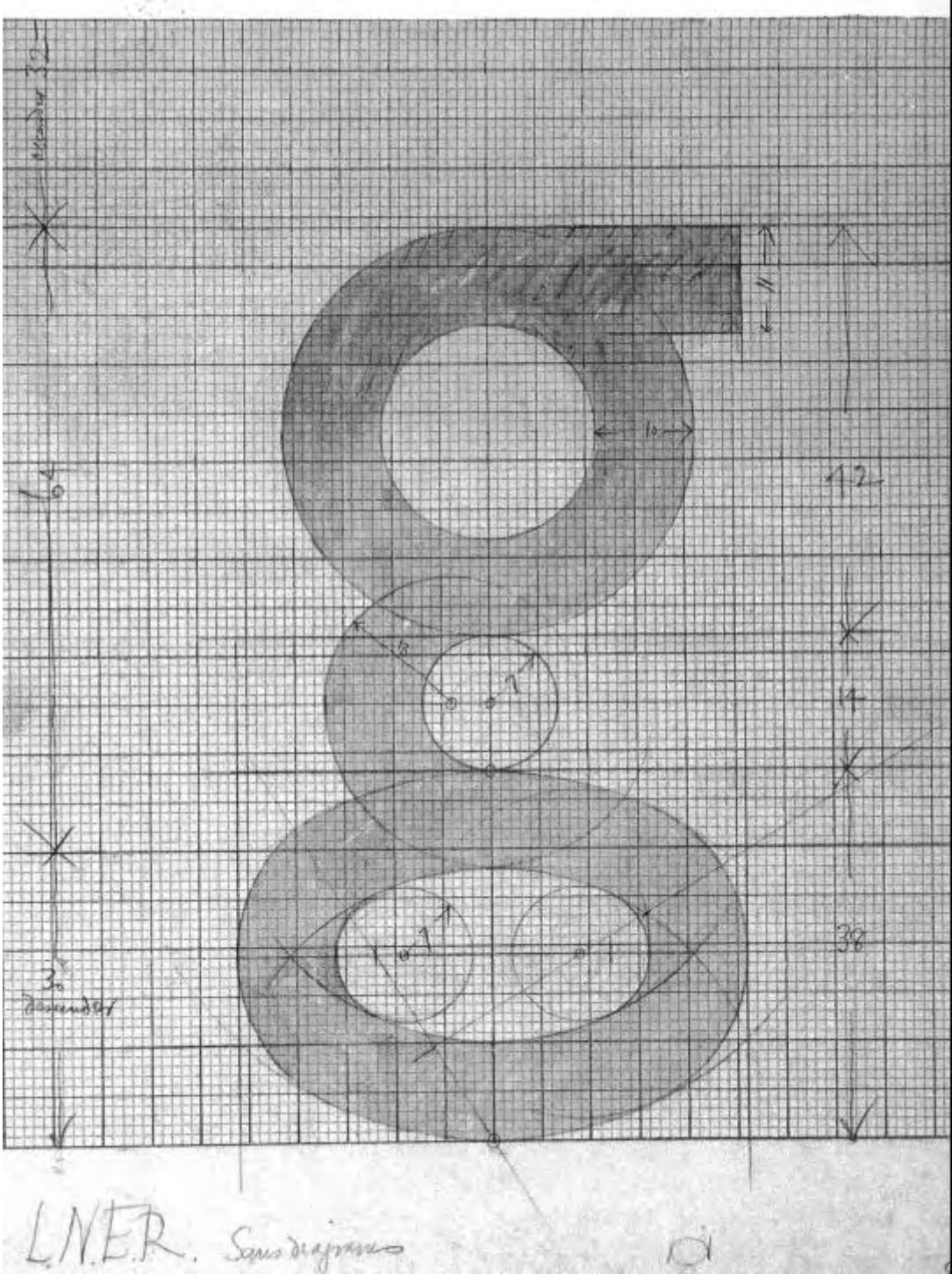


Figure 6 — Dessin préparatoire d'une lettre par Eric Gill en 1928[Bla94].

2. Les principaux modèles de la Renaissance

La Renaissance a donc été un moment privilégié dans l'histoire de la typographie et notamment par ses modèles géométriques des capitales romaines débouchant donc sur les nouveaux canons des caractères imprimés. Pour se situer dans le temps, rappelons que la première édition des *Éléments* d'Euclide remonte à 1482 et que Léonard de Vinci dessine en 1500 ses machines volantes. C'est dans ce contexte que paraissent plusieurs ouvrages consacrés à l'architecture et aux proportions idéales (voire « divines » !) des éléments les constituant. Les lettres gravées sur les frontons des édifices publics ou religieux entrent dans ce système et prennent tout naturellement comme modèle la capitale romaine « redécouverte » dès le milieu du XV^e siècle [Mar59]. Mais il ne s'agit pas que de copier, il s'agit aussi de démontrer, expliquer. C'est ainsi donc que divers auteurs proposent pour les lettres des modèles mathématiques basés sur les constructions alors connues, à la règle et au compas.

Le problème est double :

1. Quelles proportions donner aux différents éléments d'une lettre ?

La solution à ce premier problème est moins mathématique que subjective ou esthétique et les divers auteurs se réfèrent en général aux canons de la beauté du corps humain. Ainsi, par exemple (voir figure 7), le rapport de l'épaisseur des traits verticaux à leur hauteur est elle identifiée au rapport de la taille de la tête au corps de l'homme (1/8, 1/9 ou 1/10 selon les auteurs). Nous n'en parlerons plus ici.

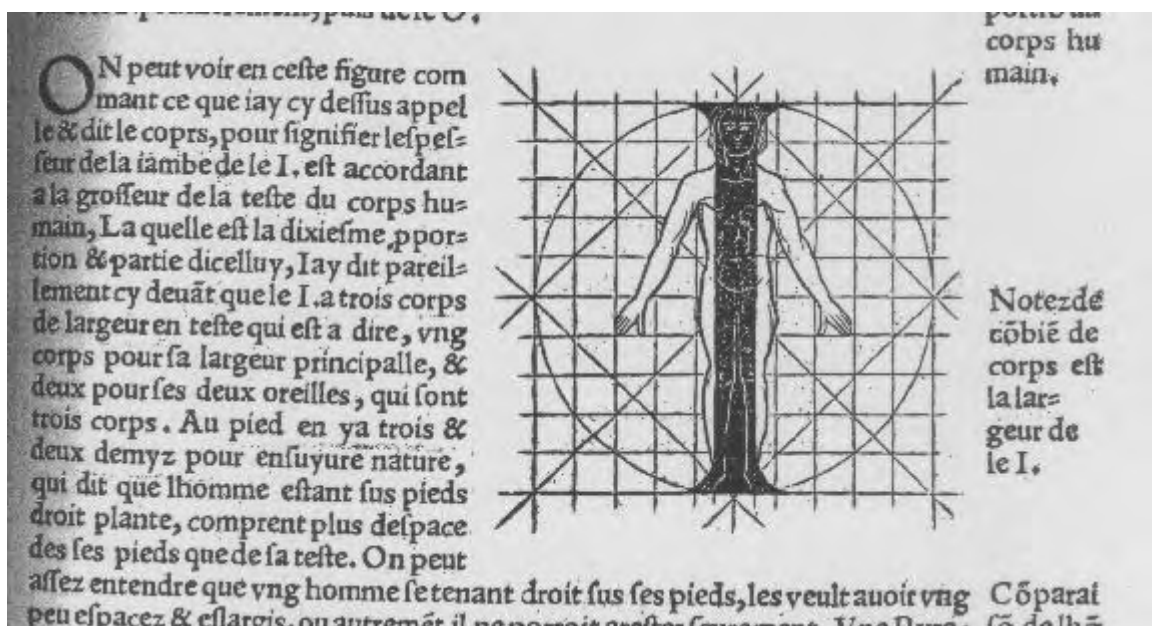


Figure 7 — Construction anthropomorphe d'un I par Tory (1529) ; extrait de [Tor29]

2. Comment approcher une courbe par des cercles ?

Ce second problème concerne donc la façon d'« approcher » une courbe quelconque par des courbes géométriques connues. Il n'y a pas bien sûr de définition officielle pour

chaque caractère⁴ mais autant de dessins génériques que l'on veut. Mais un O par exemple (voir annexe A.1) n'est pratiquement jamais réduit à deux cercles concentriques. Si on veut donc définir mathématiquement les contours de ce O, il faut alors les définir paramétriquement par des polynômes à l'aide de courbes définies par des polynômes de degré moindre. Actuellement, on considère qu'un caractère est défini par un ensemble de « contours » (défini par des *splines* avec un sens de parcours permettant de définir intérieurs et extérieurs) que l'on remplit de noir (voir section 4). Mais, du temps de la Renaissance, seules les constructions à la règle et au compas étaient bien connues. Les coniques d'Apollonius ont probablement été introduites en Europe latine dès le XII^e siècle ; cependant leur étude reste alors encore un sujet d'actualité pour, notamment, Dürer en 1525 [Pei95]. Ce sont donc ces constructions à la règle et au compas qui sont proposées pour dessiner des lettres.

Nous nous proposons d'en montrer les modèles les plus connus, mais ne prétendons pas être exhaustif ici. Si l'histoire des recherches sur les proportions des lettres et leur modélisation par des méthodes mathématiques est bien connue des historiens de la typographie (voir par exemple [Bla80, Dre94, Goi82, Mar00, Mor68, Tuf97, Zap53]), peu de mathématiciens y ont attaché de l'importance, sauf par exemple Donald Knuth [Knu79] et des historiens des mathématiques comme Jeanne Peiffer [Pei95].

1.1 2.1 Felice Feliciano

Le premier à avoir construit des lettres avec la seule aide du compas et de la règle semble être Felice Feliciano (Véronne 1433, Rome 1480) dont le Vatican conserve un manuscrit daté de 1460 [Fel60].

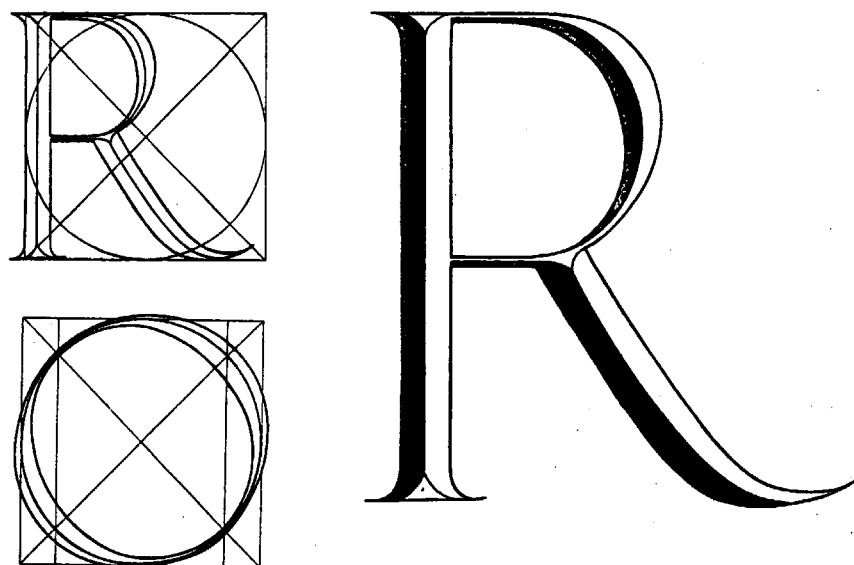


Figure 8 — Felice Feliciano (1460) :
schémas du O et du R (à gauche) et forme finale du R (à droite) ; d'après [Fel60]

⁴ Seule exception récente : le symbole euro qui est en fait défini comme un logo !

Chaque lettre y est décrite par un schéma commenté par un petit texte sur la façon de le construire et par un dessin en couleurs représentant le résultat escompté. On voit (figure 8) que, pour lui, les lettres sont inscrites dans un carré exinscrit à un cercle (carré et cercles semblent alors plus importants dogmatiquement que géométriquement) et dont les diagonales sont nettement indiquées (et donnent au O un axe de 45°). À noter que Feliciano montre les segments de droites et les arcs de cercles définissant, par exemple, le contre-poinçon du R, mais ne précise bien ni le centre ni le rayon de ceux-là. En comparant avec les O de Dürer (figure 32), on comprend que Feliciano utilise deux cercles sécants (voir Annexe A.1).

Le modèle peint (figure 8-droite) montre clairement, par ses ombres et entailles triangulaires de gravure sur pierre, qu'il ne s'agit pas d'un caractère typographique mais d'un caractère lapidaire. D'ailleurs, des gravures lapidaires auraient été faites à Vérone d'après ses dessins et il est probable que ce manuscrit ait circulé. En tout cas, Damiano da Moile publia une brochure [Dam80] reprenant ces principes et il est probable que d'autres auteurs s'en soient inspirés [And71], [Knu79], [Dre94, p. 185], [Dür95, p. 93].

1.2 2.2 Luca Pacioli

Fra Luca Pacioli (Parme 1445, Rome 1517) était un religieux humaniste dont le nom est resté grâce à ses travaux mathématiques : prolongeant l'œuvre de Fibonacci, il a travaillé en arithmétique, sur la résolution d'équations, etc. [Spe73]. Il est surtout connu pour ses travaux sur le nombre d'or, le polyèdre d'Archimède⁵ et sur la tenue de livres comptables. Il a plus été vulgarisateur et enseignant que chercheur. Il a publié divers ouvrages didactiques, notamment un des tout premiers traités d'algèbre, la *Summa de Arithmetica Geometria Proportioni et Proportionalità* qui, selon Speziali [Spe73], « demeure le repère par excellence, grâce à la richesse de son contenu, pour tout ce qui a trait au calcul en cette fin du XV^e siècle » et un autre traité, *Divina proportione* [Pac09], écrit en 1498 mais publié onze ans plus tard. Dans ce traité, une partie est consacrée à l'architecture où, en trois chapitres, il introduit « les belles lettres anciennes bien proportionnées » en utilisant les principes de Feliciano, mais en étant plus rigoureux (figure 9).

Chaque lettre, définie par un dessin en pleine page accompagnée d'un commentaire, « tire sa forme du cercle et du carré » afin de se « rendre compte que tout procède des disciplines mathématiques » ; mais Pacioli ajoute « bien que les formes soient arbitraires » (ce qui veut dire qu'il est conscient qu'il ne fait que donner les proportions géométriques d'une lettre, pas sa forme précise). Les empattements et les contours des panses (du R par exemple) sont approchés (au sens mathématique) par des cercles. Les centres de ces cercles sont marqués par un point (en général sur une horizontale ou une diagonale) mais il n'y a aucune indication de rayons ni d'extrémités d'arcs !

⁵ Où son nom est associé à ceux de Léonard de Vinci, Piero della Francesca, Dürer, etc. [Fie97].

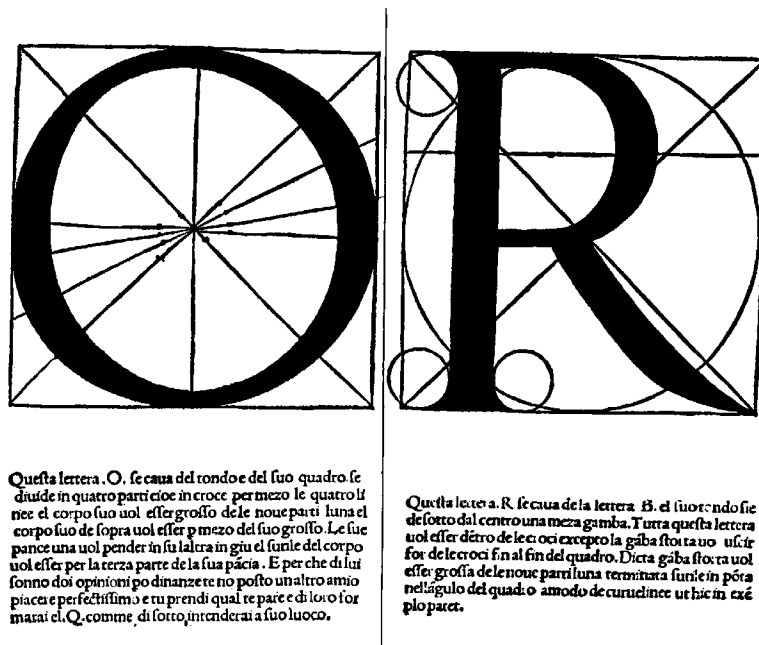


Figure 9 — O et R de Fra Pacioli (1498) ; d'après[Pac09]

1.3 2.3 Francesco Tornello

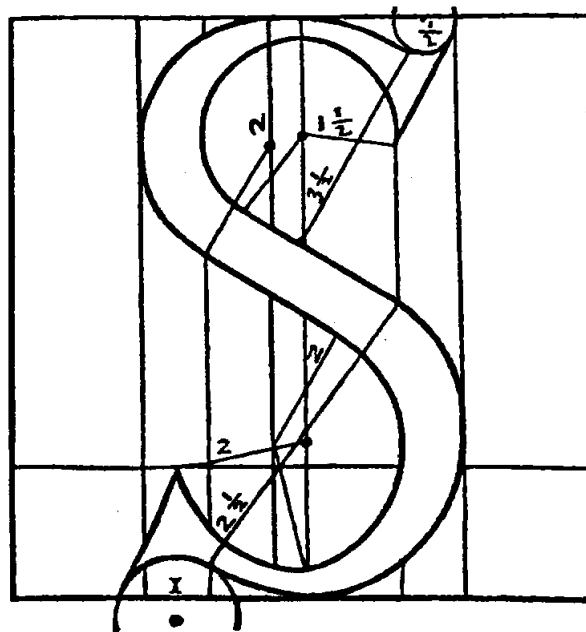


Figure 10 — S de Francesco Tornello (1517) ; d'après [Knu80]

Francesco Tornello publie en 1517 un *Opera del modo de fare le littere maiuscole antique, com mesura de circino & resone de penna* [Mar71]. Contrairement à ses prédécesseurs (et même à ses successeurs), Tornello fait des constructions claires et non ambiguës [Knu79]. La figure 10 montre que les cercles approchant les empattements sont tracés en entier et leur centre indiqué (ainsi qu'une indication de la longueur du rayon) et que les arcs de cercle approchant les panses sont indiqués par le centre et les rayons extrêmes (explicitement tracés

et affectés d'une longueur). Mais il ne faut pas se leurrer, cette définition ne serait pas suffisante pour tracer automatiquement un caractère⁶!

1.4 2.4 Albrecht Dürer

Albrecht Dürer (Nuremberg⁷, 1471-1528) est bien connu comme peintre, graveur, mathématicien⁸, etc. mais il a aussi étudié les caractères typographiques⁹ dans son fameux *Underweysung der messung* [Dür05]. En fait, « l'écriture est pour Dürer un puissant moyen d'expression artistique et, en tant que telle, elle doit être prise au sérieux au même titre que l'image. Nous ne nous étonnerons donc guère de trouver, dans les *Instructions pour la mesure*, une section consacrée aux caractères de l'alphabet » écrit Jeanne Peiffer [Pei95, p. 93]. Le livre III de sa *Géométrie* [Est87, Pei95, p. 279-311] décrit donc la façon de construire géométriquement les lettres de l'alphabet romain comme le firent ses prédécesseurs italiens¹⁰, mais Dürer adapte à sa façon ces dessins. Les constructions de Dürer se distinguent par plusieurs points :

- Ses lettres sont, comme celles de ces prédécesseurs, inscrites dans un carré mais, en général (sauf pour les rondes O et Q), Dürer juge inutile de donner le cercle exinscrit¹¹. De plus, les points importants sont désignés par des lettres (*a*, *b*, *c*, etc.) qui sont utilisées dans le texte pour définir la construction ; pour le V il procède ainsi (figure 11) :

Forme la lettre *v* comme suit dans son carré. Divise *cd* par une lettre *e* en son milieu. Place ensuite un point *f* à droite de *a* à un dixième de *ab*. Place à la même distance à gauche de *b* un *g*. Ensuite, abaisse le trait épais de la lettre à partir de *f*, la pointe tombante en *e*, puis élève le trait fin jusqu'en *g*. Les empattements au haut de la lettre seront formés comme ceux au bas de la lettre *a* ci-dessus décrite. [Pei95, p. 296]

- Dürer utilise une construction procédurale : il a défini pour la lettre A un certain type d'empattement et chaque fois qu'une autre lettre inclinée (V, R et Y) a le même empattement, il dit de procéder « comme [pour] ceux au bas de la lettre *a* ». De même dessiner le fût central d'un T sera fait en utilisant le dessin du fût d'un I, etc. Cette méthode

⁶ Knuth [Knu80] fait remarquer que rien, en figure 10, ne définit la courbe au sommet du S ni la jonction entre l'arc de cercle à droite du sommet et la partie circulaire du patin un peu plus bas à droite ; il décrit alors, en Metafont, une jonction possible.

⁷ Ce n'est pas le premier Allemand à s'intéresser à ces constructions de lettres. Dès 1482, Hartmann Schedel en publia (voir figure 30 et note 9).

⁸ On trouvera la bibliographie principale et une étude sur les œuvres mathématiques de Dürer avec la traduction que Jeanne Peiffer a faite de son *Underweysung der messung* [Pei95].

⁹ Il semble que ce soit le premier qui ait fait allusion à des caractères typographiques et non lapidaires, comme l'atteste le fait qu'il a décrit non seulement des capitales, mais aussi des « lettres initiales » (c.-à-d. des letrines) et, pour les Fraktur, des lettres minuscules (figure 13).

¹⁰ Dürer a très probablement eu connaissance de l'œuvre de Pacioli et de celle de Fanti lors d'un séjour à Venise ou par le biais de la bibliothèque de Hartmann Schedel (voir figure 30) à Nuremberg.

¹¹ Ce cercle n'apporte rien de plus que le carré ; Dürer est d'ailleurs l'un des rares (avec Tornellio) à supprimer ce cercle (voir figure 30).

incrémentale annonce certaines formes de « copier-coller » des systèmes électroniques de dessin de caractères mais surtout la méthode de Coueignoux¹².

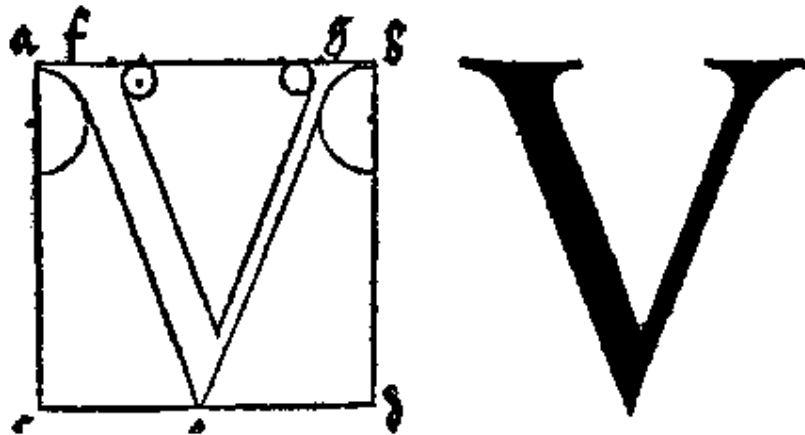


Figure 11 — Le V de Dürer ; d'après [Pei95, page 297]

- En fait, Dürer ne définit pas un alphabet (ou une police) mais trois¹³ car il propose deux variantes pour ses lettres. Pour le A par exemple (figure 12), il termine sa description par :

Item tu peux également terminer le haut de cette lettre par le côté du carré ou la rendre pointue par un empattement comme celui des pieds, mais en disposant l'élément le plus saillant à gauche. Il faudra cependant resserrer un peu les deux traits en haut.

Item tu peux obtenir l'a encore autrement, en en rendant la tête pointue. Ainsi les traits se resserreront d'avantage en haut. Abaisse alors un peu plus la barre horizontale et double son épaisseur. Tu pourras terminer la lettre en en tronquant le jambage en haut ou en l'élevant vers l'avant [Pei95, p. 280].



Figure 12 — Les A de Dürer ; d'après [Pei95]

C'est un peu le principe de Metafont de Knuth [Knu82] car ces variantes concernant les terminaisons (sommet du A, empattements supérieurs du N, etc.) reviennent à modifier quelques « paramètres » de l'algorithme de construction.

¹² Coueignoux est un Français qui a été professeur à l'École des mines de Saint-Étienne et est allé aux Etats-Unis où il a été l'un des premiers scientifiques du XX^e siècle à s'intéresser à la construction des lettres. Sa méthode [Cou75] consistait à décomposer les lettres en éléments (patins, fûts, hampes, etc.) et à les assembler. Cette méthode a été reprise récemment par Roger Hersch et son équipe à Lausanne [Her98].

¹³ Voire quatre, car le modèle qu'il donne lors de la construction [Pei95, p. 280] n'est pas le même que celui qu'il redonne dans l'alphabet complet [*idem*, p. 296].

- Dürer utilise donc cercles et droites. Mais il est bien conscient¹⁴ des limites de cette approche et montre la difficulté mathématique à résoudre les problèmes de continuité de premier ordre en écrivant des phrases comme « [Les panses du B] seront ainsi plus renflées en haut qu'en bas, comme c'est le cas à la plume. Aussi ces panses ne seront-elles pas rondes, puisque tu dois déplacer le compas sur une ligne oblique, *puis compléter le tracé à la main* ». Ceci est encore plus vrai pour le O (voir ci-dessous annexe A.1).

Dans ce même livre III, Dürer consacre une dizaine de pages à la description de caractères gothiques *textura*. Ici, pas de règles ni compas, mais simplement l'empilement de carrés, parfois tournés de 45° ou tronqués (figure 13). Il décrit essentiellement les minuscules (avec une hauteur d'*x* de 6 carrés) en suivant non pas l'ordre alphabétique mais celui de complexité croissante : *i* (servant de base à presque tous les autres caractères), *n*, *m*, *r*, etc. pour terminer par les plus compliquées (*a*, *z*, *g* et *s*). Il donne enfin une figure contenant aussi des initiales (letrines) mais ne décrit pas du tout comment en obtenir les courbes, se contentant de dire qu'elles doivent excéder les lettres brèves (minuscules) d'un tiers de hauteur. Ces dessins font penser à ceux d'un Italien, Ugo da Capri¹⁵ dont les losanges sont incurvés (figure 14).

Signalons qu'une fonte a été numérisée en Metafont à partir des constructions de Dürer auxquelles l'auteur a ajouté des variantes (*sans-serif*, etc.) [Hoe90,And01].

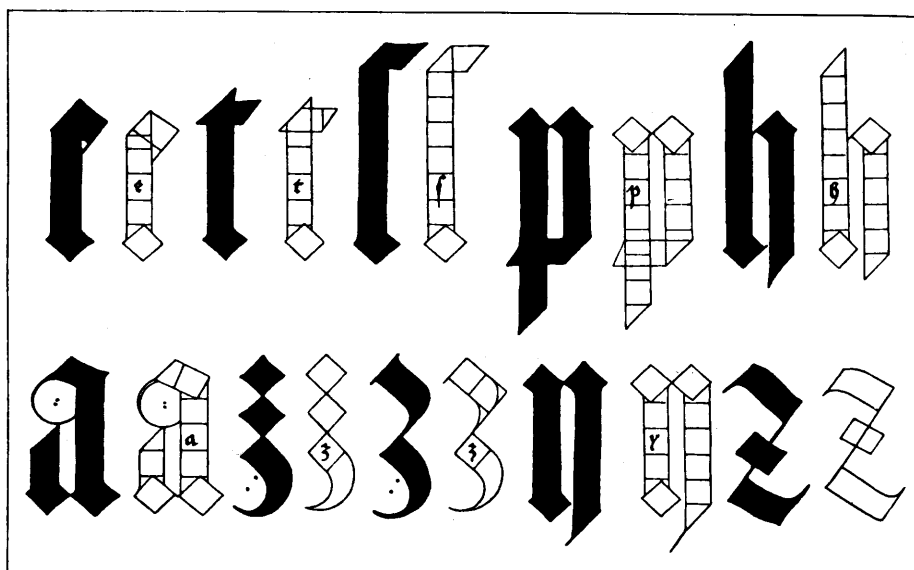


Figure 13 — Quelques bas de casse des *Frakturs* de Dürer ; d'après [Bla80]

¹⁴ Ou bon pédagogue : Jeanne Peiffer [Pei95 p. 122] dit, à propos des *Instructions pour la mesure*, « ni discours mathématique abstrait, ni corpus de règles pratiques, c'est, si l'on veut, une encyclopédie mathématique à l'intention des peintres, composée et rédigée par l'un d'entre eux. »

¹⁵ Graveur et peintre (1568-1623) qui publia un *Thesaurus de Scrittori* [Dru80, p. 122].



Figure 14 — Ugo da Capri (vers 1620)

1.5 2.5 Geofroy Tory

Geofroy Tory (Bourges 1480, Paris 1533), humaniste français qui a eu bien sûr plusieurs métiers (professeur de littératures grecque, latine et hébraïque, correcteur, libraire, imprimeur du roi, etc.), est surtout connu pour son apport, avec Estienne, Dolet, etc., à l'orthographe française (on lui doit notamment l'introduction des voyelles accentuées, de la cédille et de l'apostrophe !). En 1524 il démarre la rédaction d'un livre qui ne sera imprimé qu'en 1529 : *Champfleury* [Tor29] de sous-titre : *Auquel est contenu Lart & Science de la deue & vraye Proportion des Lettres Attiques, qu'on dit autrement Lettres Antiques, & vulgairement Lettres Romaines proportionnées selon le Corps & Visage humain*. Cet ouvrage de 80 feuillets (soit 160 pages) fait penser au Livre III de Dürer, étant comme lui consacré exclusivement à la description des 24 capitales (il manque nos J, U et W, mais il y a aussi le Æ). Mais Tory donne parfois des descriptions mêlées de symbolique (figure 7).

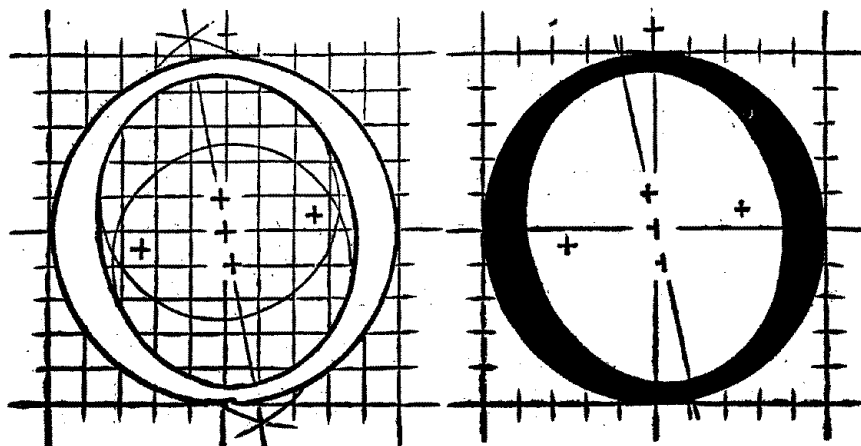


Figure 15 — O de Tory, 1529 ; [Tor29, feuillet LI V°]

La première partie (premier livre) est en fait un mélange de traité de grammaire française et de mythologie. Dans le second livre, il explique le principe de ses constructions, décrivant enfin chaque lettre dans le troisième livre tout en glosant sur la prononciation de celles-ci. Ces constructions sont basées sur la droite et le cercle dont Tory commence par rappeler (et commenter) quelques propriétés issues des recherches d'Euclide et de Bouille¹⁶. Chaque lettre est inscrite dans un carré de 10×10 carreaux¹⁷ (qu'il appelle corps¹⁸). Tory a eu connaissance du *Divina proportione* de Pacioli qu'il cite (feuillet xiii) et critique abondamment, par exemple : « A son .XXXIII. feuillet, le premier B est meilleur que le second, en tant que le second a la panse d'enhault trop petite, & la basse trop grande. Les deux blancs au .XXXII. feuillet, & les quatre du .XL. feuillet, sont tous faultz aussi, par le traict de ladicté panse basse. » [feuillet xiii]. Il cite aussi Sigsmunde Fante (Gismondo Fanti [Fan14]) et Dürer qu'il ne semble pas avoir lu (« Je ne scay si Albert Durer en baille bonne raison, ... ») mais ce serait possible puisque l'ouvrage de ce dernier a été traduit en latin à Paris dès 1532 [Dür05].

Contrairement à Dürer, Tory ne fait rien « à la main » et approche donc les courbes par plusieurs arcs de cercle. Typiquement, le O (voir figure 32 ce qu'en faisait Dürer) est approché par cinq arcs de cercle (quatre pour l'intérieur et un pour l'extérieur – figure 15) et le S que Tory dessine à l'aide de 8+1 cercles (figure 16). Il dit, ce que confirme Knuth¹⁹ quatre cents ans plus tard, « Le S selon le dict Paciolus, est la plus difficile à faire de toutes les lettres. »

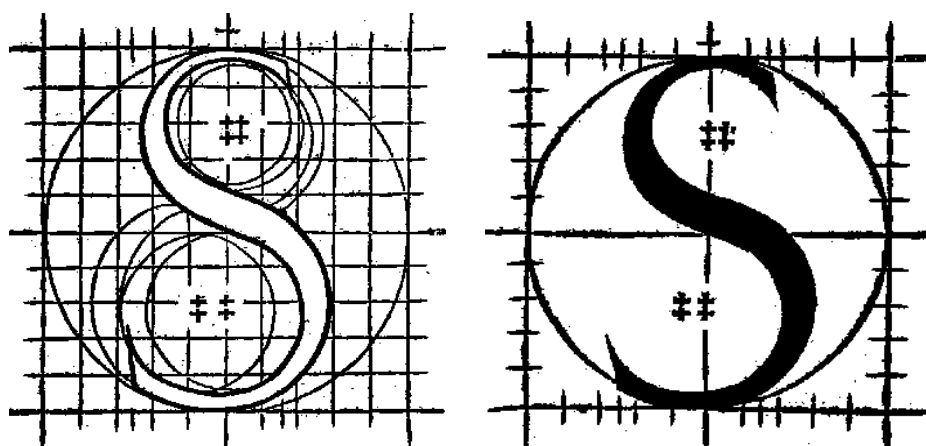



Figure 16 — S de Tory, 1529 ; [Tor29, feuille LVI R°]

¹⁶ Bouille, géomètre français du XV^e siècle.

¹⁷ Notons une grossière erreur : Tory divise son carré en 10×10 carreaux et en déduit que le carré contient 400 carreaux !

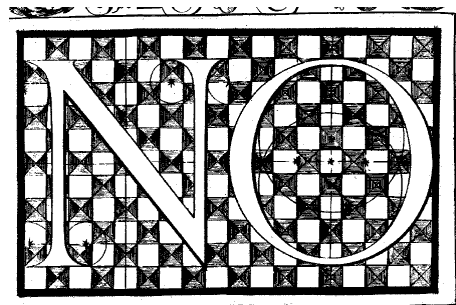
¹⁸ Sans doute une allusion au corps des types ? Tory emploie toutefois l'expression « cette lettre a tant de corps de hauteur et tant de largeur » en utilisant donc « corps de hauteur » pour le corps et « largeur » pour la chasse. Contrairement à Dürer, Tory donne (dans le texte, [Tor29, feuillet XII]) à ses lettres des chasses variables : 3 pour I, 7 pour B, 8 1/2 pour T, 9 pour C, etc., 10 pour la majorité des lettres, 11 pour N, 13 pour M et 13 pour la seule queue du Q (soit 22 en tout pour Q), mais ce Q « veult toujours apres luy V » ce qui permet de faire une

belle ligature 

¹⁹ *The most difficult symbol by far, at least for me, was the letter S [...] at one point I even felt it would be easier to rewrite all my books without using any S's!* [Knu80, Knu83 p. 48].

1.6 2.6 Pierre Le Bé

Citons un autre Français, Pierre le Bé²⁰, qui cinquante ans après Tory publia aussi des lettres, tant romaines que de forme, ..., avec leurs vraies porporcions réduites au pied de compas ([Leb01] et figure 17). Notons que le dessin de ses lettres fait déjà penser à Garamond plus qu'à Dürer !



La lettre O. est pareillement autant haute que large, ronde par dehors & par dedans de forme ovalique, cinq tours de compas embellissent grandement. Les centres ont été marquez.

Figure 17 — Pierre Le Bé, *Béle prerie...* (1601) ; d'après [Tsi74]

1.7 2.7 Autres Italiens

Beaucoup d'autres dessinateurs italiens se sont aussi intéressés à ce type de construction, par exemple Fanti [Fan14], Horfei [Mor68] Luca da Fano (figure18), Rossi²¹ (figure19-gauche), Ferdinando Ruano (qui en 1554 dessina une chancelière : [Mor25] et figure 19-droite), Verini (figure 30 et [Ver26]).

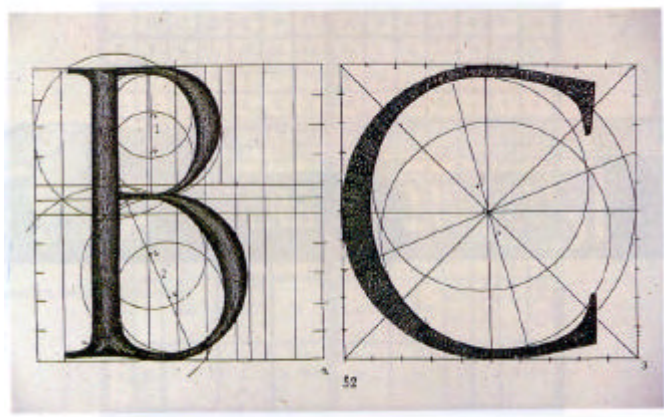


Figure18 — Luca da Fano ; extrait de [Dem90]

²⁰ Pierre Le Bé (15??, 16??) « de Bar-sur-Aude » n'est pas très bien connu. Il ne semble pas avoir fait partie de la famille des Le Bé dont Guillaume (Troyes?, Paris 1598) qui fût un grand typographe et dont la fille Lucrece épousa l'éditeur de musique Ballard. Voir [How38] sur cette famille Le Bé et [Tsi74] sur la *Béle prerie*.

²¹ Marco Antonio Rossi, auteur en 1598 d'un *Giordo de Scrittori* (Jardin des calligraphes) [Dru92, p. 122].

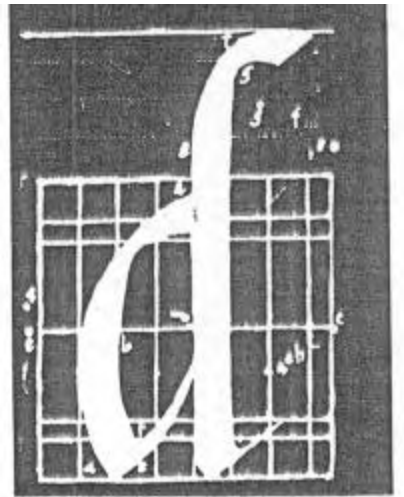
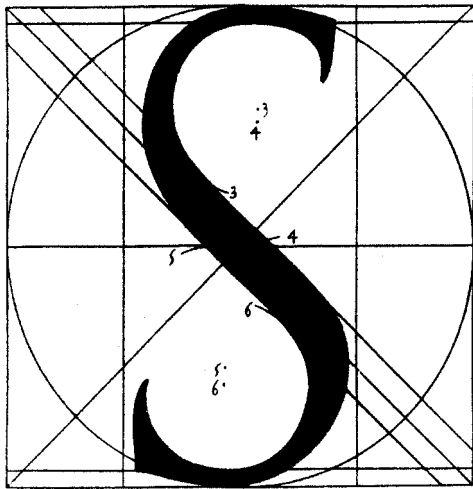


Figure 19 — à gauche Rossi, *Giordo de Scrittori* (Jardin des calligraphes), 1598, d'après [Dru80] ; à droite : Ferdinando Runo ; extrait de [Mor25]

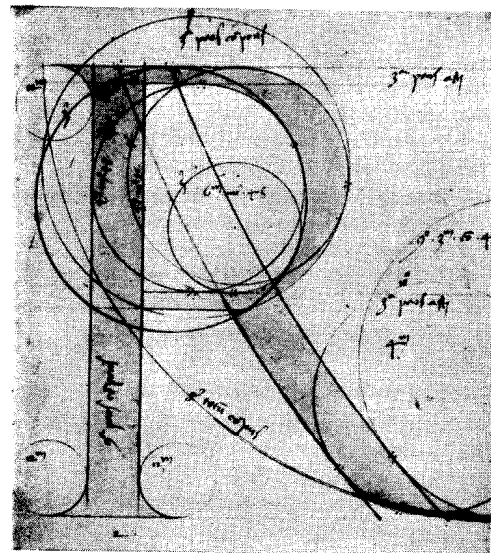
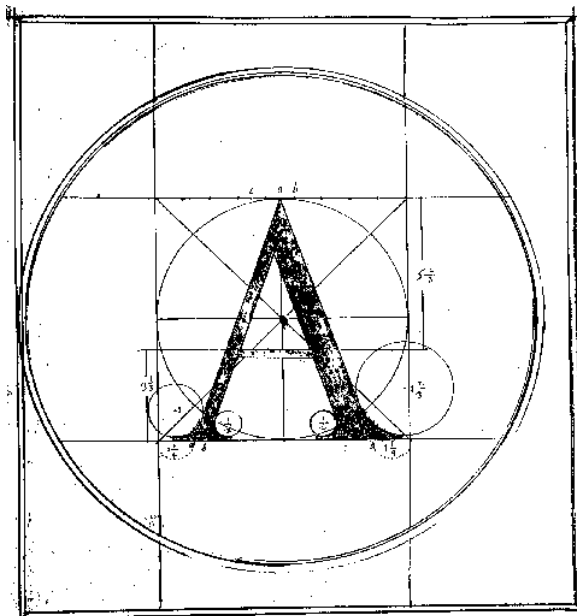


Figure 20 — à gauche : Palatino, 1543, d'après [War52] ;
à droite anonyme, <1500 ; d'après [And71].

Faisons une mention spéciale à Giovambastita Palatino²² qui a aussi, vers 1543, écrit un manuscrit, publié seulement au XX^e siècle, sur les modèles de lettres majuscules [Pal43]. Voir figure 20-gauche.

²² Palatino est surtout connu par son livre *Libro Nuovo* [Pal40] qui lui a valu le surnom de « calligraphe des calligraphes ». Palatino est aussi le nom d'une fonte, dessinée par Herman Zapf en hommage à cet auteur de la Renaissance et gravée pour le plomb en 1948, disponible désormais dans toute imprimante PostScript !

1.8 2.8 Retour sur la colonne Trajan

La colonne Trajan²³ est un monument romain en bronze (comme celle de la place Vendôme à Paris) érigé en hommage à l'empereur du même nom (elle date de 113 av. J.C.). Elle est célèbre pour sa décoration en spirale²⁴ ; elle repose sur un socle en pierre où se trouve une inscription gravée (figure 2) qui sert d'archétype²⁵ pour la capitale romaine, dont se sont donc inspirés les auteurs de la Renaissance.

Il est intéressant de signaler que de récentes études [Cat61] ont montré qu'on pouvait décrire ses lettres aussi à l'aide d'arcs de cercles, laissant supposer qu'effectivement cette technique avait été utilisée à l'époque. On remarquera que les Romains utilisaient le même type d'approximation que Tory pour les contours tant intérieur qu'extérieur (figure 21).

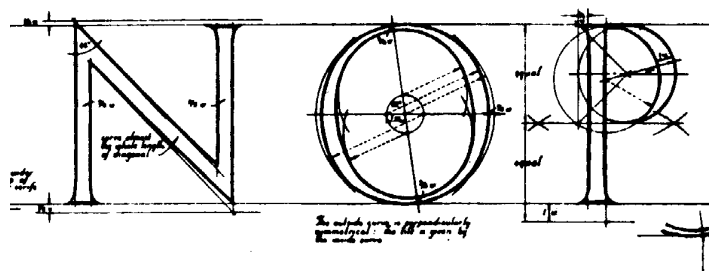


Figure 21 — Construction des capitales de la colonne Trajan ; d'après [Bla80]

3. Les travaux de l'Académie française

Plus d'un siècle a passé... et pendant ce siècle beaucoup de choses ont évolué (mais en continuité, sans cassure). La typographie a pris ses distances avec les modèles latino-géométriques (mais sans doute en s'en inspirant) et les grands noms seront ceux de Manuce, Plantin, Le Bé, Estienne puis l'école hollandaise qui supplante l'école française. De 1550 à 1650 c'est le développement des imprimeries et maisons d'éditions (l'Imprimerie royale est créée en 1640), mais aussi le développement des dictionnaires et des premières encyclopédies. En effet c'est la période où se développent les arts et les métiers techniques et la première moitié du XVII^e siècle voit la parution de divers ouvrages d'histoire naturelle ou de « théâtres de machines ». C'est dans ce contexte que Richelieu crée en 1635 l'Académie française et qu'en 1675 Colbert y lance le projet d'une grande encyclopédie pour la *Description des Arts et Métiers*²⁶. Mais ce n'est qu'en 1693 que le projet démarre vraiment par la création de la

²³ Le typographe américain Goudy a dessiné un caractère de titrage du même nom, copie quasi-conforme de ceux de cette colonne, aujourd'hui disponible sous forme vectorielle [And01].

²⁴ Voir par exemple <http://cheiron.mcmaster.ca/~trajan/>

²⁵ Depuis la fin du XIX^e siècle lorsqu'elle a été redécouverte par les Anglais !

²⁶ Disons le de suite, cette encyclopédie aura été un échec commercial bien que Réaumur en ait été le principal rédacteur en chef dans le premier quart du XVIII^e siècle. Quand, en 1745, deux libraires, Le Breton et Sellius, lancent, sur le modèle de dictionnaires anglais, le projet d'un *Dictionnaire des Arts et Métiers* et en confient la direction à d'Alembert et à Diderot, l'Académie se réveille et publie quelques volumes de cette *Description des Arts et Métiers* (dont il n'existe aujourd'hui que de très rares exemplaires !). *L'Encyclopédie* a abondamment puisé dans la *Description*, notamment certains textes et surtout l'esprit « texte et planches » (avec d'ailleurs les mêmes graveurs). Sur les débuts de *L'Encyclopédie* voir [Pin93].

Commission Bignon²⁷. Cette commission comprenait l'abbé Bignon, Jacques Jaugeon, Gilles Filleau des Billettes et le Père Sébastien Truchet (nous reviendrons sur ce dernier en section 3.3). Ils se mirent au travail et rapidement plusieurs descriptions, illustrées, de métiers furent prêtes (mais publiées que bien plus tard donc). En 1699, Louis XIV les fit entrer à l'Académie. Ils commencèrent leur travail par « l'art qui conservera tous les autres » : l'impression et donc la typographie. Trois inventions sont redevables à cette équipe et notamment au père Truchet (voir [And99] sur son apport dans ce domaine).

1.9 3.1 Le point typographique

En cette fin du XVII^e siècle, les forces de corps²⁸ ne se mesuraient pas : on leur donnait des noms (tout comme aujourd'hui encore on nomme les graisses : gras, maigre, demi-gras sans qu'il y ait vraiment de mesure). Ces noms étaient souvent basés sur ceux des livres où ces caractères avaient été employés la première fois. Par exemple, on désignait par « Cicéro » la force des caractères utilisés pour les *Épîtres* de Cicéron ou par « Saint-Augustin » celle des caractères composant la *Cité de Dieu* de ce Père de l'Église. Ils pouvaient aussi venir de leur allure : le « pica » anglais par exemple viendrait du latin *pica* (la pie) car le premier livre imprimé ainsi utilisait des noirs et blancs très tranchés, comme le plumage de cet oiseau ! D'autres noms sont issus soit de l'origine des caractères (par exemple « Parisienne »), soit de leur fonction (« Canon » français, « *brevier* » anglais ou « *Missal* » allemand), soit de leur taille relative (« Petit-Romain », « Gros-Canon ») car il y avait une échelle implicite entre ces forces (un « Gros-Romain » par exemple étant deux fois plus grand qu'un « Petit-Romain »). Mais, d'une fonderie à l'autre, les tailles variaient énormément et il était très difficile de mélanger les types issus de fonderies différentes, voire d'une même fonderie !

Cette commission, dont surtout Truchet, étudia (avec l'emploi d'un de ces microscopes qui venaient d'être inventés) les caractères connus à l'époque et propose trois projets successifs de systèmes de quantification des types où la succession des corps est liée à des incréments réguliers, basés sur la « ligne », une unité d'orfèvrerie qui valait 1/12 du pouce officiel : on n'est qu'au XVII^e siècle et le système métrique n'est pas encore adopté²⁹. Les unités de longueur de l'époque comprennent notamment la toise formée de 2 aulnes (à peu près notre mètre) de 3 pieds chacune ; le pied (0,32484 m) était divisé en 12 pouces (2,707 cm), chaque pouce était divisé en 12 lignes (de 2,26 mm) et chaque ligne en 12 lignes secondes ou points (de 0,188mm). Le problème est que ces valeurs variaient d'un lieu à l'autre, celles données ici étant celles dites du roi. Bien sûr, pieds et pouces anglais étaient légèrement différents !

Le premier projet date de 1694 ; il repose sur quelques principes :

- on mesure les types et cette mesure est basée sur une unité légale ;
- le point n'est pas une unité de longueur : 11,7 points, par exemple, n'a pas de sens ;

²⁷ L'essentiel de ce qui suit est extrait des travaux d'André Jammes [Jam61] et de James Mosley [Mos97].

²⁸ La taille (la hauteur selon un axe des *y* sur le papier) des types, c'est-à-dire celle de la pièce de métal servant à l'impression et non la taille de l'image imprimée (la différence est que le corps est en général plus grand que l'« œil » de la lettre à cause des espaces au-dessus et au-dessous de celle-ci).

²⁹ Voir [Gue00] sur la mise en place de ce système qui ignore le point typographique ! Notons que le père Mouton proposa à l'Académie une unité de longueur, la virga, égale à la millième partie de la distance découpée sur le méridien terrestre par une minute d'angle et ceci dès 1670, peu avant donc que Truchet n'entre à l'Académie !

- on donne une règle permettant de définir l'échelle des corps possibles : les corps se déduisent du corps précédent en ajoutant un incrément qui suit une progression ; les corps sont 7,5 9 10,5 12 puis 15 18 21 24, etc. (tableau 1), la taille réelle du type correspondant étant donc 7,5 lignes secondes, 9 lignes secondes, etc.

Tableau 1 : progression de l'échelle des corps selon Truchet

| Progression : | +1,5 | +3 | +6 | +12 | +24 |
|---------------|------|----|----|-----|-----|
| | 7,5 | 15 | 30 | 60 | 120 |
| | 9 | 18 | 36 | 72 | 144 |
| | 10,5 | 21 | 42 | 84 | 168 |
| | 12 | 24 | 48 | 96 | 192 |

Cette double progression est bien exprimée par Truchet dans une planche des *Descriptions* (figure 22).

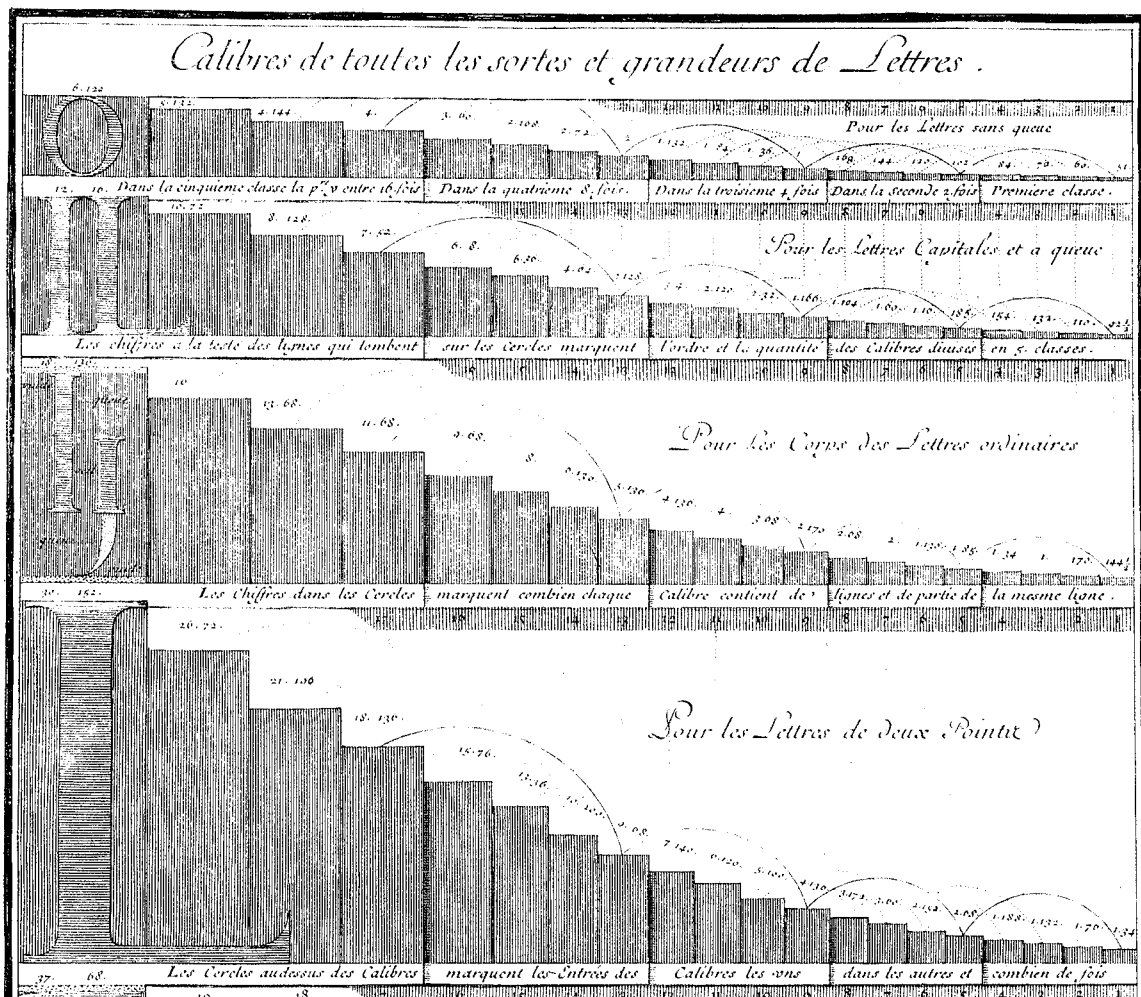


Figure 22 — Échelle géométrique des points typographiques par Truchet (1694) [Mos97]

Nous donnons cette dernière règle ici en termes mathématiques modernes :

- Les corps des types s'expriment en multiples c_i de la ligne seconde du pouce du roi soit $1/12 \times 1/12$ du pouce (soit aujourd'hui 0,1879583 mm).
- Les valeurs des corps sont définies par la suite :

$$c_0=7,5$$

$$c_i=c_{i-1} + 1,5 \times 2^{i-4}$$

Le second projet (1695) était basé sur le 1/24 de ligne, mais le troisième utilisa une unité beaucoup plus petite, le 1/204 de ligne, soit aujourd'hui 0,011057 mm. Ceci correspond donc, en gros, à une définition de 2300 dpi ! Si cette valeur nous fait rêver, elle fait toujours rire les graveurs de poinçons car aucun outil mécanique ne permet (même en cette fin du XX^e siècle) de respecter cette précision. En revanche, la finesse de cette définition permet aujourd'hui de faire des calculs corrects sans erreurs d'arrondi ! Une cinquantaine d'années plus tard, Pierre-Simon Fournier, dit le Jeune, emploiera sept parties là où Truchet en propose 204 et dit « Ces règles renvoient à l'idée des infiniment petits, où l'imagination seule peut atteindre ? Faut-il donc tant de carrés pour former un O qui est rond ? » [Fou64].

Mais, cette invention n'a pas eu de suite immédiate. Sans doute était-elle « trop académique » ? Il aurait fallu re-graver tous les poinçons et re-fabriquer tous les types ! D'ailleurs, le système que proposait Truchet n'étant pas exactement identique à celui utilisé alors (c'est-à-dire que la rigueur de son système ne décrivait pas exactement la réalité de l'époque), celui-ci inventa de nouveaux noms pour les forces de caractères, tels que « La Petite Royale » (corps 12), « Le Bourbon » (corps 36), etc.

Par ailleurs, les membres de la Chambre syndicale des imprimeurs ne connurent probablement pas ces recherches car ils firent signer par le roi une ordonnance (datée du 28 février 1723) précisant la hauteur en papier des types, mais aussi le rapport officiel entre les anciennes forces de corps ! Fournier, lui, connût les travaux de Truchet (puisqu'il s'en moquât) et reprit l'idée de proportions, mais cette fois en adaptant l'échelle aux corps existants. C'est le point Fournier de 1737, malheureusement pas basé sur une unité légale ! Notons que le point Fournier était plus proche du pica que de celui de Truchet. Didot à son tour reprit l'idée de Truchet et normalisa le point en 1783 (point didot, basé sur le 1/72 du pouce français mais avec pratiquement les mêmes progressions que Truchet). Comme pour le point de Truchet, il fallu re-graver des poinçons ce qui explique que certains imprimeurs aient conservé le point Fournier jusqu'au XX^e siècle ! Enfin le point pica anglo-saxon ne fut adopté qu'à la fin du XIX^e siècle (1/72,27 du pouce américain) et se trouve d'ailleurs remplacé maintenant par le point de la PAO (1/72 pouce) lequel est ravalé à une longueur³⁰.

1.10 3.2 Le Romain du roi

Trois membres de la Commission Billon (Truchet, Jaugeon et Des Billettes) se lancent aussi dans la conception « de nouvelles lettres françaises, que l'on a tâché de rendre les plus agréables à l'œil qu'il fût possible. » Ces caractères rompent avec la tradition du Garamond et

³⁰ On trouvera dans [Boa96] une chronologie détaillée de l'histoire du point typographique et diverses valeurs de ces points à l'URL <http://www.cl.cam.ac.uk/~mgk25/metric-typo.html>.

leur originalité a été expliquée par André Jammes [Jam61] et Stanley Morison [Mor68] : ce sont des caractères influencés par l'idée que « l'imprimerie n'est pas une branche de l'écriture mais de la gravure » (voir ci-dessus notre section 1). Or, justement, ce qu'ont produit ces trois académiciens, ce sont ces caractères des planches (gravées par Simoneau, figures 23 et 24) du *Romain du roi* et que Grandjean utilisera pour faire les poinçons des caractères³¹ qui ont notamment servi à composer l'ouvrage *Médailles sur les principaux événements du règne de Louis le grand* en 1702. Bien qu'habituellement attribué à Jaugeon (le seul membre de la commission Bignon qui fût de culture typographique), ce caractère doit beaucoup à l'apport du « mécanicien » qu'était Truchet. D'ailleurs les manuscrits conservés sont tous de la main de Truchet.

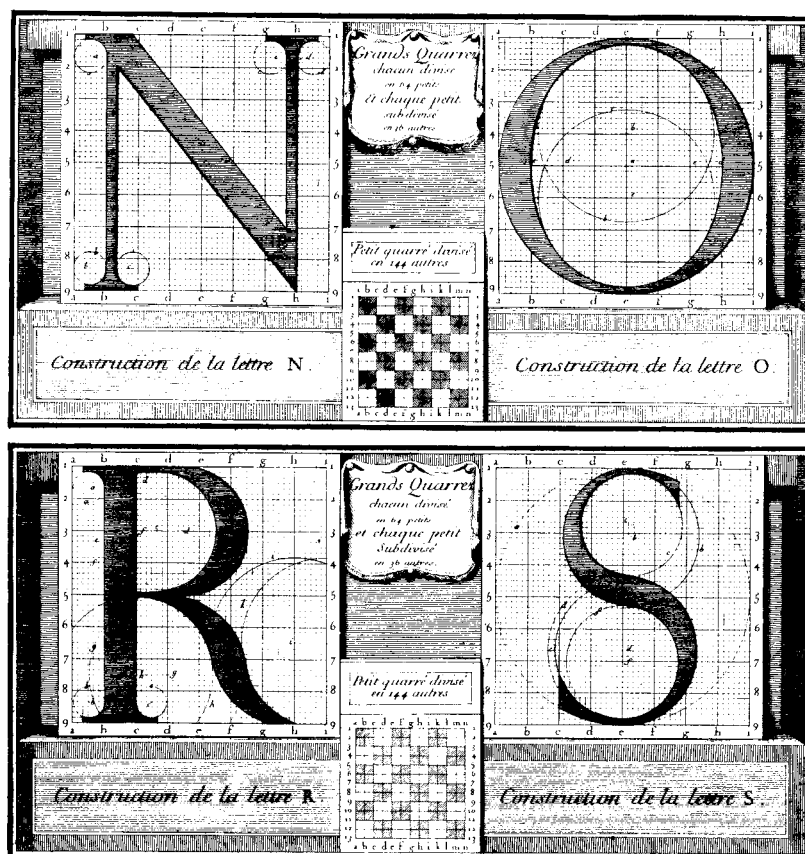


Figure 23 — Capitales du *Romain du roi* ; d'après [Jam61]

À part la présence de minuscules et son axe vertical, le romain proposé par Truchet n'est pas fondamentalement différent dans sa conception géométrique des caractères de Tory (ci-dessus section 2.5). Le O du *Romain du roi* (figure 23) est construit exactement comme le O de Tory (Annexe A.2) ; le contour intérieur, par exemple, est tracé à l'aide de quatre arcs de cercles. Mais la grande nouveauté est l'utilisation d'une grille qui permet de placer rigoureusement les œils des lettres par rapport à la ligne de base et à la surface du caractère. Par ailleurs, Truchet distingue cinq classes de caractères (trois sont visibles en figure 22) selon

³¹ Ce caractère a récemment été numérisé pour l'Imprimerie nationale par Franck Jalleau sous le nom de Grandjean-IN.

qu'il s'agit de capitales, letrines, etc. Enfin, outre ces dessins, Truchet fournit ce qu'on appellerait aujourd'hui une FM (*font metric*) : liste des divers paramètres (talus, chasse, etc.) caractérisant les dimensions des lettres d'une police.

Truchet invente aussi quelque chose de nouveau : le concept de caractère « penché » : jusqu'alors on connaissait les caractères droits ou romains et les caractères italiques, un italique n'étant pas obtenu en « penchant » un romain (comparez par exemple « fa » et « *fa* » !). Le principe qu'applique Truchet est de faire une transformation affine³² sur l'espace du caractère (c'est-à-dire sur la grille qui se trouve elle aussi déformée ; voir figure 24). En fait, dans le détail ce n'est pas tout à fait vrai : les cercles ne sont pas transformés en ellipses et le dessin des lettres est parfois légèrement modifié (voir par exemple le « a » du romain qui devient un « *a* » en penché, figure 24) !

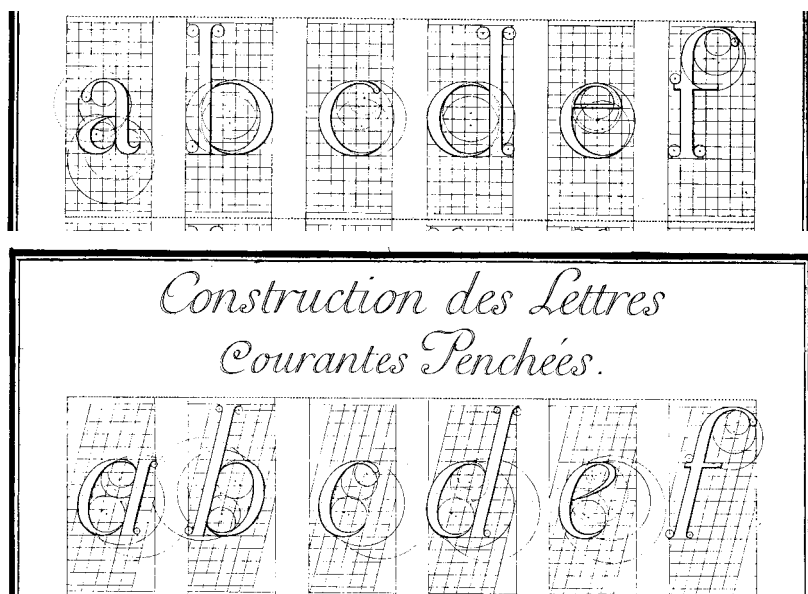


Figure 24 — Bas-de-casse romains et penchés du *Romain du roi* ; d'après [Jam61]

1.11 3.3 Truchet et les pavages

Signalons, quitte à nous éloigner un peu de notre propos, que s'il a donc fait œuvre de typographe, le Père Truchet est connu aussi pour bien d'autres choses : ce religieux des Carmes a été horloger, grand spécialiste des canaux, inventeur d'innombrables machines (canons, machines à transplanter les arbres, cadrans solaires, etc.) dont les fameux tableaux mécaniques de Marly, etc. [Ler29].

Mais pour les mathématiciens, son nom reste désormais attaché aux **pavages de Truchet**³³ [And99,Esp98,Smi87]. Il a été le premier à écrire sur leurs combinaisons [Tru04]. En utilisant

³² Pour un angle d'inclinaison de 10 degrés, on utilise aujourd'hui en PostScript la matrice $(1 \ 0 \ \tan(10) \ 1 \ 0 \ 0)$.

³³ Ou plutôt de *Truchet tilings* puisqu'ils sont mieux connus aux USA qu'en France ! Il faudrait en fait parler de pavages SLPT (Smith Lewthwaite Pickover Truchet).

des tuiles carrées (qui formaient le pavage d'une chapelle près d'Orléans) formées de deux triangles (l'un noir l'autre blanc) que l'on peut par rotation mettre dans quatre positions différentes, il assemble ces tuiles pour couvrir une surface de façon harmonieuse mais systématique (figure 25). Truchet a donc été un précurseur des cristallographes du XIX^e siècle dont les travaux revus dans l'esprit de la théorie des groupes de Galois conduisirent aux recherches mathématiques actuelles sur les quasicristaux.

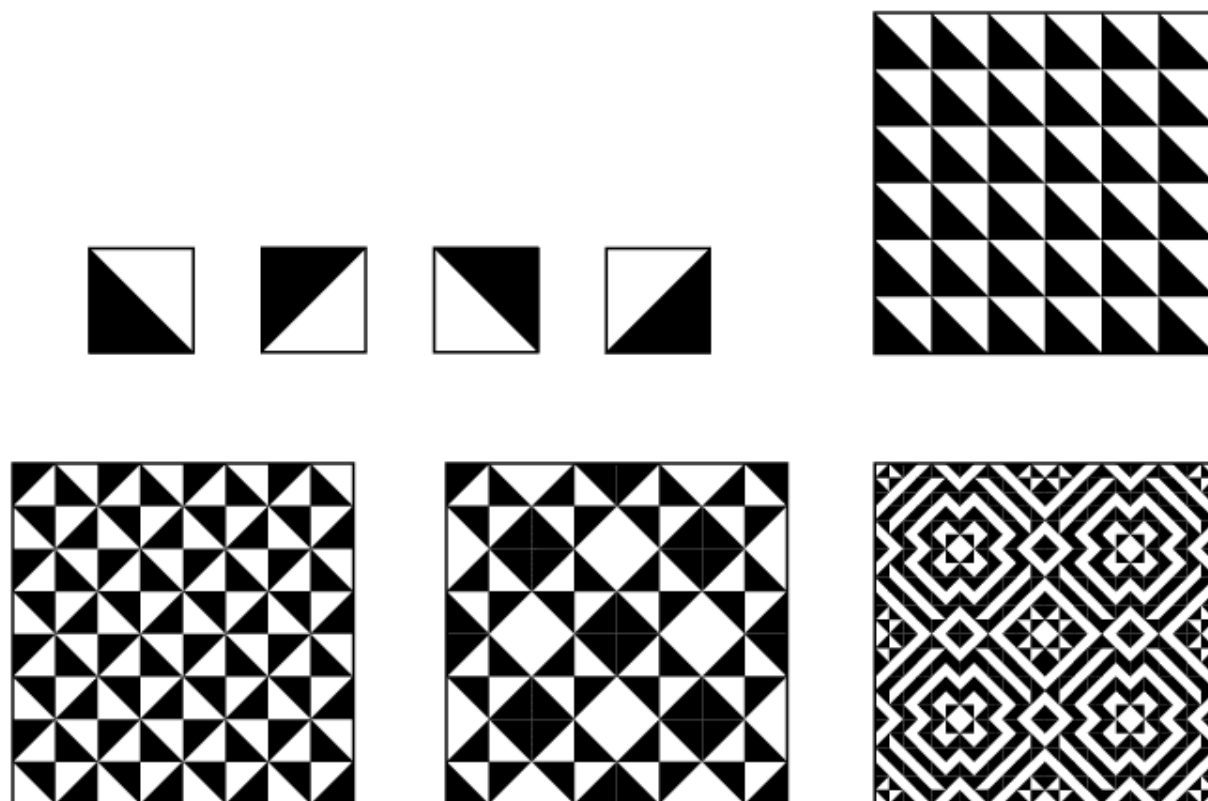


Figure 25 — Pavages de Truchet : en haut à gauche, les quatre orientations de la tuile de base ; à droite, pavage obtenu avec la seule première tuile ; en bas, trois pavages de Truchet (celui de droite a été dessiné par le Père Douat, en 1722) ; d'après Girou [Esp98]

4. Modèles géométriques des caractères aujourd'hui

Terminons en montrant que le modèle de Truchet n'est pas très différent de celui des fontes vectorielles utilisées aujourd'hui en PAO³⁴. En effet, les imprimantes à laser ou les photocomposeuses peuvent être assimilées à une grille de « points » carrés (avec une définition de, par exemple, 1200 dpi, *dots per inch*, points par pouce). Le principe est alors de

³⁴ Il n'existe pas d'ouvrage de synthèse en français sur ce sujet. On trouvera dans [And97] une introduction à ces techniques et une bibliographie essentiellement anglo-saxonne, dont [Her93].

projeter sur cette grille les contours du caractère et de noircir³⁵ les points intérieurs (figures 26 et 29), comme avec un pochoir.

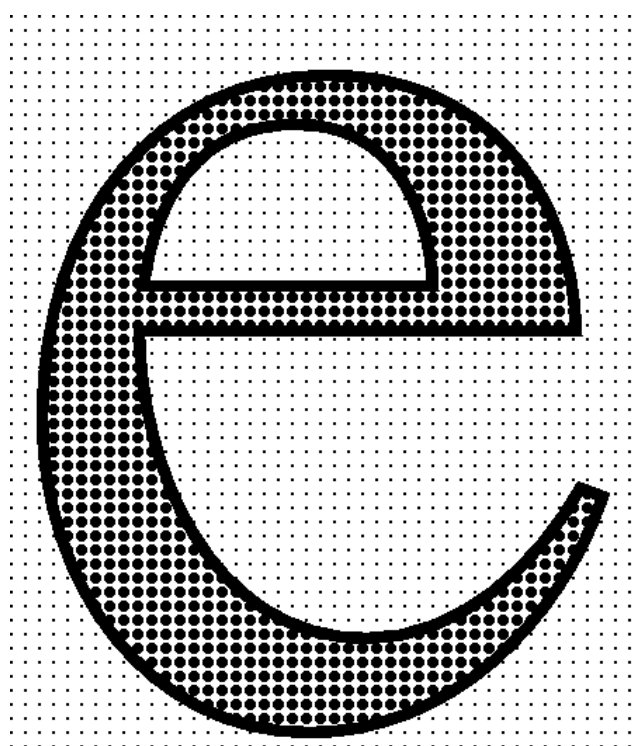


Figure 26 — Les points intérieurs d'un caractère sont noircis

Un caractère peut donc être défini par un ensemble non connexe de contours (*outlines* en anglais) orientés (ce qui définit l'intérieur et l'extérieur des zones à noircir ; voir figure 4). Ces « contours » peuvent être des courbes quelconques que l'on approche par des courbes plus simples. Le problème est donc de trouver une approximation qui soit peu coûteuse en place, peu coûteuse en temps de calcul et qui donne une bonne qualité pour le résultat final. Il faut aussi trouver des algorithmes qui, partant d'une courbe dont on connaît le contour, soient capables de colorier la surface correspondante.

On a d'abord utilisé, vers les années 1970, des vecteurs (figure 27-a) mais les tables prenaient trop de place en mémoire et la méthode donnait rarement des courbes bien lissées. On a ensuite remplacé ces vecteurs (qui sont des courbes du premier degré) par des morceaux de courbes algébriques, notamment par des arcs de cercle (figure 27-b), tout comme donc pendant la Renaissance : un arc peut être défini par son centre, le rayon et les angles des points d'extrémité et de départ (soit 5 réels). Des fontes entières ont été codées ainsi, notamment par Bitstream. URW a ensuite utilisé des quadratiques (coniques).

Mais les raccords entre morceaux de courbes ne sont pas toujours fameux avec des courbes du second degré (ou alors il faudrait en utiliser beaucoup). Maintenant, les caractères sont définis par des morceaux de courbes qui se mettent bout à bout et qui ont une certaine continuité à leurs jonctions (continuité d'ordre 1, tangente commune, d'ordre 2, etc.) : des *splines*, dont les courbes de Bézier.

³⁵ Cette opération nécessite aussi l'utilisation de diverses techniques pour supprimer le crénelage (*anti-aliasing*), mettre les contours à l'échelle du corps et adapter les contours à la grille. Voir [And97,Her93].

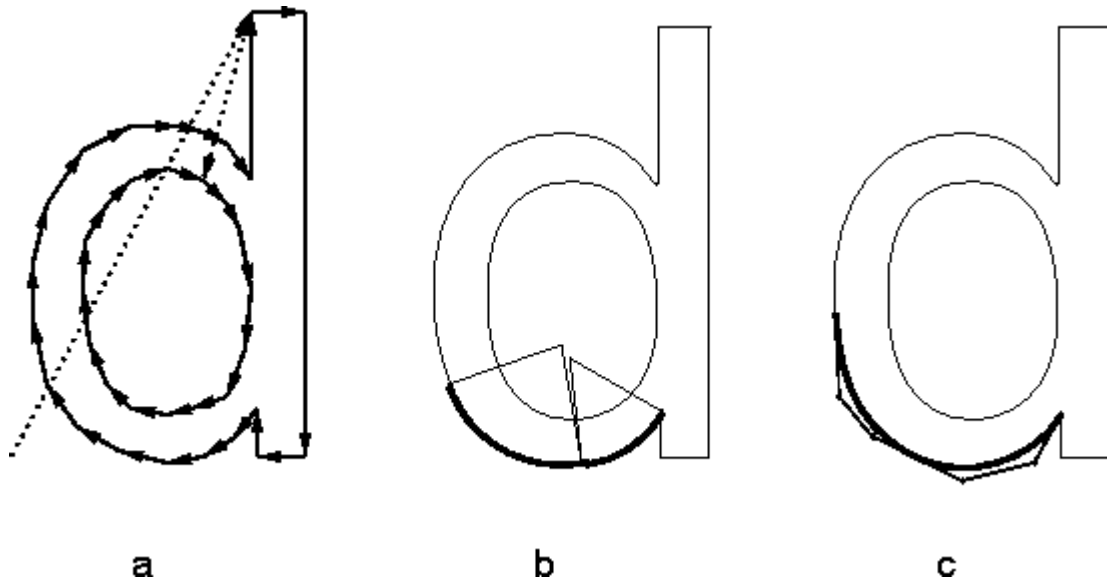


Figure 27 — Approximations des contours d'un « d » à l'aide de vecteurs (a), d'arcs de cercles (b) et de courbes de Bézier (c).

Les courbes de Bézier sont définies paramétriquement par des polynômes du troisième degré (plus précisément des polynômes de Bernstein) :

$$P(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1t(1-t)^2 + 3P_2t^2(1-t) + P_3t^3 \text{ avec } t \in [0,1] \text{ et } P(t) = (x(t), y(t))$$

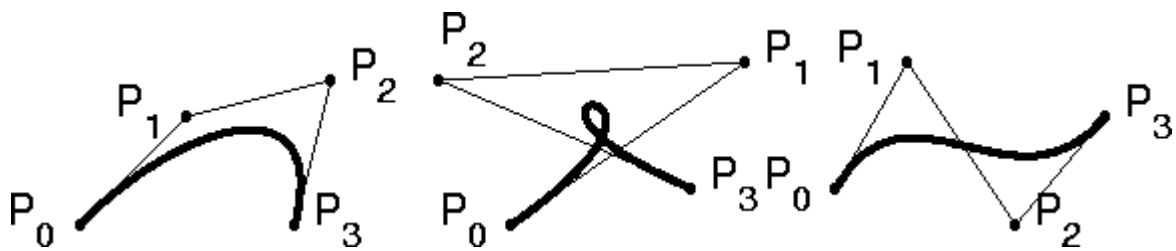


Figure 28 — Trois courbes de Bézier

Ces polynômes ont des propriétés intéressantes pour les graphiques :

1. Étant donné 4 points P_0, P_1, P_2 et P_3 , il existe une seule courbe de Bézier passant en P_0 et en P_3 et ayant P_0P_1 , et P_2P_3 comme tangentes. Il suffit donc de 8 coordonnées pour définir une courbe dont on a déjà une idée de la forme par son enveloppe $P_0P_1 - P_1P_2 - P_2P_3$!
2. En déplaçant un seul point P , on obtient des variations subtiles. C'est ce qu'utilisent les typographes pour affiner leurs tracés.
3. Il existe une méthode simple de construction (issue du théorème de Casteljou) qui, basée sur des divisions successives par 2, est rapide en ordinateur.
4. Ces courbes se raccordent facilement entre elles pour former des *splines* de tangentes communes (continuité du premier ordre). Ceci permet de subdiviser le contour d'un

caractère en peu de courbes tout en assurant l'impression d'arrondi ou continu : en figure 29 le contre-poinçon (le contour intérieur) du « e » n'est défini qu'avec 2 courbes de Bézier (passant par les points 9, 10 et 11 et ayant une tangente commune en 10) et un segment de droite (9-11).

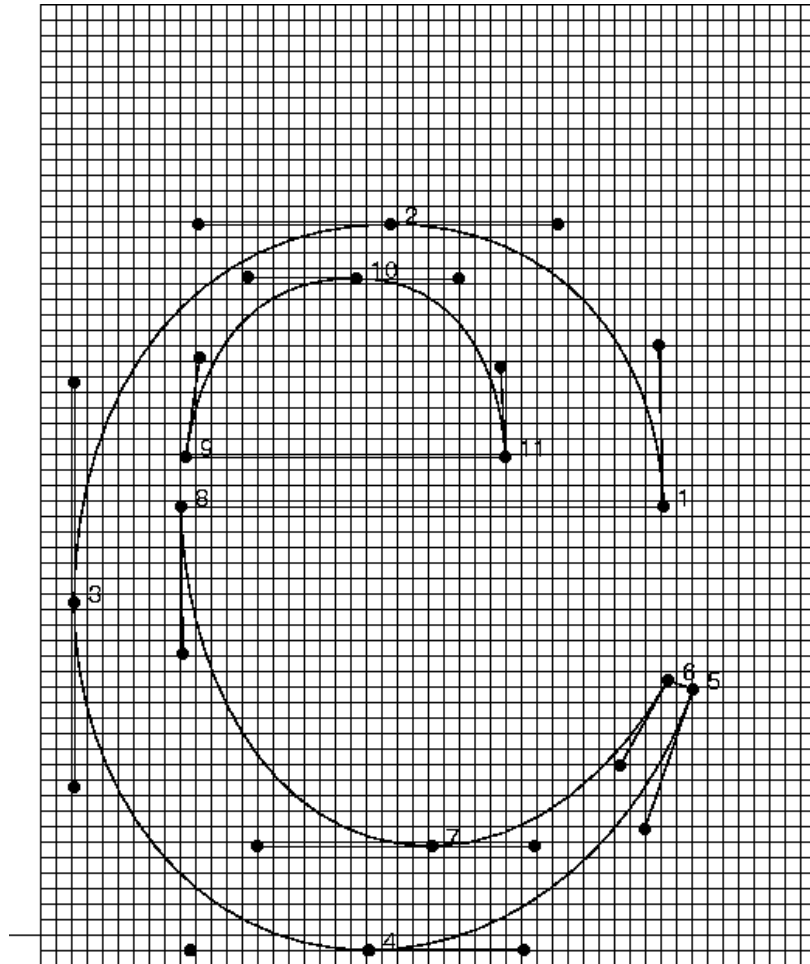


Figure 29 — Projection de contours (ici définis par des courbes de Bézier) sur la grille d'une imprimante

On verra en annexe A.3 comment un O peut ainsi être approché par des Bézier.

5. Conclusion

Bien que célèbres et importants, les modèles que nous venons de parcourir sont toutefois un peu déroutants.

1.12 5.1 Du point de vue de la typographie

Même si quelques inscriptions lapidaires ont pu être attestées comme basées sur de tels modèles, aucun caractère typographique n'a été directement gravé et fondu à partir de ces dessins, sauf le *Romain du roi* (ou *Grandjean*). Or ce caractère est froid, figé, sans vie : c'est plutôt un caractère de titrage et on imagine mal aujourd'hui un roman composé avec. C'est qu'un caractère n'est pas qu'une affaire de géométrie tout comme un vin n'est pas qu'une affaire de chimie !

Par ailleurs, Herman Zapf a fait remarquer que ces caractères de la Renaissance ne respectent pas les habitudes typographiques [Zap53] : il n'y a pas de correction optique³⁶, les graisses et épaisseurs sont souvent mauvaises, les axes sont trop inclinés, il n'y a en général pas d'indication de chasse, etc. Mais, il est probable que c'est en étudiant ces caractères des XV et XVI^e siècles que les générations suivantes de typographes³⁷ touchèrent à une quasi-perfection.

1.13 5.2 Du point de vue des mathématiques

Là aussi, on est un peu déçu ! D'abord, tous ces humanistes se sont comportés en utilisateurs des mathématiques alors connues (et donc des constructions à la règle et au compas), mais pas en tant que chercheurs : aucune découverte mathématique n'est issue de ces travaux. Ensuite, tous les auteurs font essentiellement de l'à-peu-près, excepté peut-être Tornellio (et plus tard Palatino), encore que Knuth ait montré des lacunes (voir note 5). Dürer semble être le seul à être conscient de ses limites et à recommander d'ajuster à la main ce qu'il ne sait (ou veut) décrire mathématiquement. Il n'y a pas de honte à ça, comme le dit à la fin du XVIII^e siècle Mascheroni au chapitre « Problèmes résolus par approximation » de sa *Géométrie du compas* [Mas98] : « Pourtant, lorsqu'on n'a pas besoin d'avoir toute la trace de la courbe [...], il vaudra mieux, dans beaucoup de cas, préférer à l'exactitude théorique de ces méthodes l'approximation pratique suffisante d'une construction faite avec la règle et le compas. »

Remerciements. Je tiens à remercier ici les nombreuses personnes qui m'ont fourni documents ou conseils, notamment Fernand Baudin, Jean Fontaine, Denis Girou, Sabine Millecamps, Jeanne Peiffer et Jean-François Porchez ainsi que Pascale Laurent et Anne Jaigu, bibliothécaires à l'Irisa, qui ont été capables de dénicher des documents très rares. Je remercie

³⁶ Si un O s'appuie exactement sur la ligne de base, il donne l'impression de flotter ; de même un A doit voir sa pointe plus haut que normal de façon à ne pas paraître trop petit. Le dessinateur doit donc compenser ces effets (par exemple la base du « e » de la figure 29 est 1 carré en-dessous de la ligne de base). Voir [Her93].

³⁷ Celle qui a dessiné les humanes et garaldes encore marquées par la calligraphie ; puis la génération des didones qui s'en démarque. Voir section 1 et, par exemple, [Bla98, Bri96, Her93 p.32-46].

particulièrement Paul Pichaureau qui a corrigé une première version de cet article comme une copie de bac (et s'il reste des erreurs, c'est que je les ai introduites depuis !).

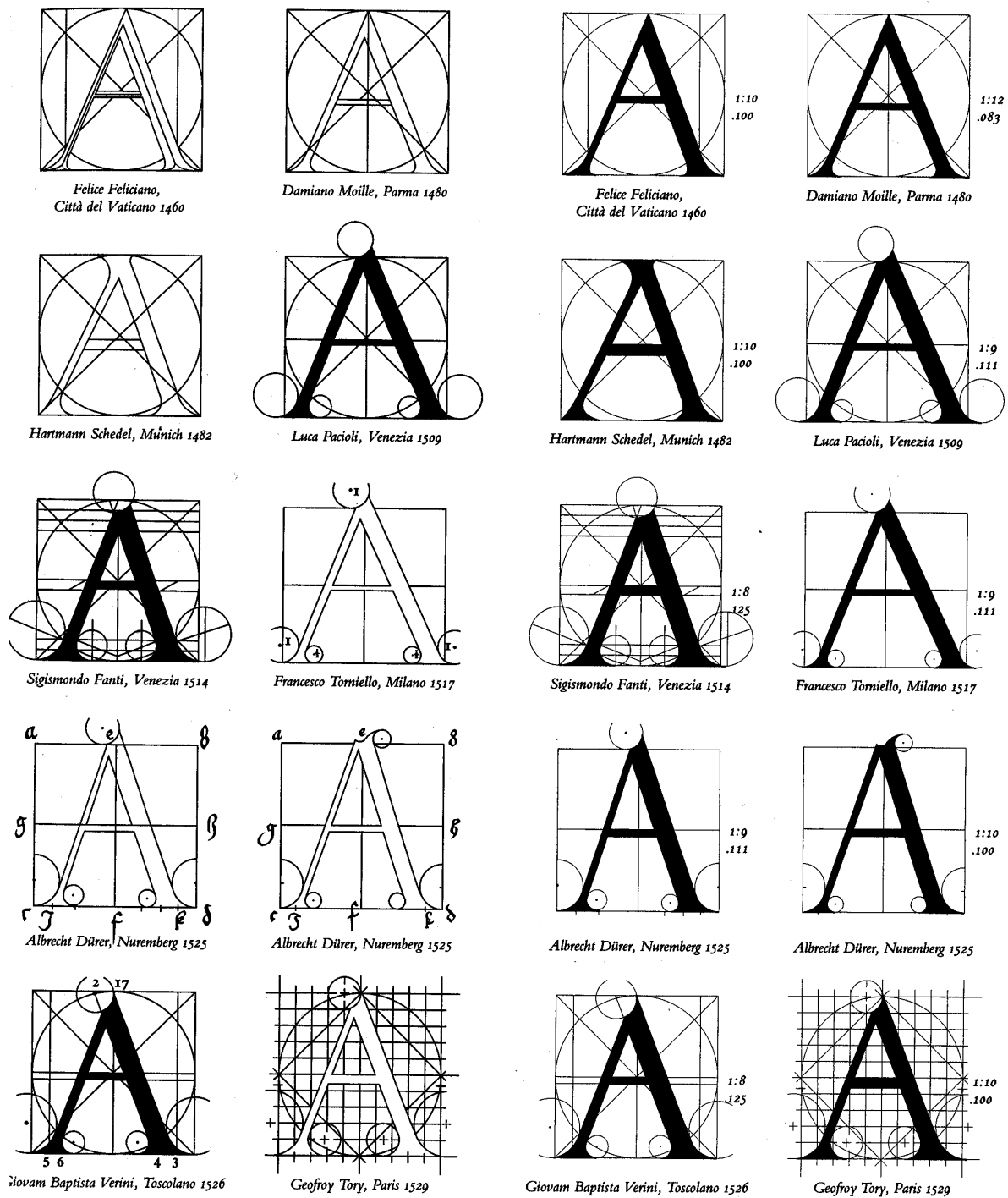


Figure 30 — Comparaison de divers modèles de la Renaissance ; d'après [Tuf94, p.113]

Bibliographie

- [And01] André J. (2001) « Fontes numériques basées sur des caractères de la Renaissance », *Lettre GUTenberg* 20 (à paraître).
- [And71] Anderson D. (1971) "Cresci and his Capital Alphabets", *Visible Language*, vol. 5, n° 4, p. 331-352.
- [And97] André J. (1997) « Caractères numériques : introduction », *Cahiers GUTenberg*, n° 26, p. 5-44. <http://www.gutenberg.eu.org/pub/GUTenberg/publicationsPDF/26-andre.pdf>
- [And99] André J. and Girou D. (1999) « Father Truchet, the typographic point, the Romain du roi, and tilings », *TUGboat*, vol. 20, n° 1, p 8-14. Voir aussi la page : <http://www.irisa.fr/faqtypo/truchet/truchet.html>
- [Bec92] Bechtel G. (1992) *Gutenberg*, Fayard.
- [Bla80] Blanchard G. (1980) *Pour une sémiologie de la typographie*, thèse, École pratique des hautes études en sciences sociales, Paris 1980. Les illustrations ont été publiées (sous ce titre) par Rémy Magermans, Andenne (Belgique), 1979 ; l'ensemble est disponible en italien : Blanchard G. (1989), *L'eredità Gutenberg*, Gianfranco Altieri editore.
- [Bla90] Blakwell L. (1994) *Typographie du XX^e siècle*, Flammarion.
- [Bla98] Blanchard G. (1998) *Aide au choix de la typo-graphie*, Atelier Perrousseaux éd.
- [Boa96] Boag A. (1996) « Typographic measurement: a chronology », *Typography papers*, n° 1, p. 106-121.
- [Brin96] Bringhurst R. (1996) *The elements of typographic style*, 2nd edition, Hartleys & Marks publishers, Vancouver.
- [Cal95] Calvet L.-J. (1995) *Histoire de l'écriture*, Hachette Pluriel, n° 887.
- [Cat61] Cattich E.M. (1961) *Letters redrawn from the Trajan inscription in Rome*, Catfish press, Davenport (USA).
- [Cou75] Coueignoux P. (1975) *Generation of roman printed fonts*, PhD, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Usa). Voir aussi "Character generation by computer", *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 16, 1981, p. 240-269.
- [Dam80] Da Moile D. (1480) *Alphabetum*, Parma.
- [Dem94] De Macchi P. (1994) *L'avventura Didot: caratteri da stampa e nuove tecnologie*, De Macchi Progetti Grafici, Turin.

- [Det89] Detrie Th. and Valentine E. (1989) "The Workshop as a Format for Letterform Design Education – Das Seminar als Modell für die Ausbildung in Schriftgestaltung", *Typografische Monatsblätter – Revue Suisse de l'Imprimerie*, TM6, p. 2-24.
- [Dre94] Dreyfus J. (1994) *Into Print – selected writings on printing history typography and book production*, The British Library.
- [Dru80] Druet F. et Grégoire H. (1980) *La civilisation de l'écriture*, Fayard.
- [Dür05] Dürer A. (1505) *Underweysung der messung mit dem zirckel und richtscheyt...* Traduit en latin : *Institutiones geometricae* (Paris, 1532). Traduction française : voir [Est87] et [Pei95].
- [Esp98] Esperet Ph. Et Girou D., « Coloriage du pavage dit de Truchet », *Cahiers GUTenberg*, n° 31, p. 5-18.
- [Est87] Dürer A., *Des proportions des lettres*, traduction partielle de [Dür 05] par Estève S. (1987), Éditions de l'École Estienne, Paris.
- [Fan14] Fanti Sigismundo (1514) *Liber elementorum Theorica et practica de modo scribendi*, Venice.
- [Fel60] Feliciano F. (~1460) Manuscrit conservé au Vatican (Vat. 6852), publié en allemand par Schöne R. (1872) *Ephemeris Epigraphica I*, Berlin, p. 255 sqq ; et en anglais par Boothroyd R.H. et Mardersteig G. (1960), *Alphabetum romanum*, Officina Bodoni, Vérone.
- [Fie97] Field J.V. (1997), "Rediscovering the Archimedean polyhedra: Piero delle Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci, Albrecht Dürer, Daniele Barbaro, and Johannes Kepler", *Arch. Hist. Exact Sci.*, vol. 50, n° 3-4, p. 241-289.
- [Fou64] Fournier P.S. (1764) *Manuel typographique...*, Paris. Réédition : *The Manuel Typographique of Pierre-Simon Fournier le jeune, together with Fournier on Typefounding, an English Translation of the Text by Harry Carter*, avec introduction et notes par Mosley J. (1998) Lehrdruckerei Technische Hochschule Darmstadt.
- [Goi82] Goines D.L. (1982) *A Constructed Roman Alphabet, a Geometric Analysis of the Greek and Roman Capitals and of the Arabic Numerals*, David R. Godine ed., Boston.
- [Gue00] Guedj D. (2000) *Le mètre du monde*, éditions du Seuil, Paris.
- [Her93] Hersch R.D. ed. (1993) *Visual and Technical Aspects of Type*, Cambridge University Press.

- [Her98] Hertz J., Hu Ch., Gonczarowski J., and Hersch R.D. (1998), "A Window-Based Method for Automatic Typographic Parameter Extraction", *Electronic Publishing, Artistic Imaging, and Digital Typography* (Hersch R.D., André J., and Brown H. eds), Lectures Notes in Computer Science, 1375, Springer-Verlag, p.44-54.
- [Hoe90] Hoenig A. (1990) "A constructed Dürer Alphabet", *TUGBoat*, vol 11, n° 3, p. 435-438.
- [Hor90] Horfei L. (1590?) *Alfabeto delle maiuscole antiche*, Vat. Lat. 5541.
- [How38] Howe E. (1938) "The Le Bé Family", *Signature*, n° 8.
- [Jam61] Jammes A. (1961) *La réforme de la typographie royale sous Louis XIV – le Grandjean*, Librairie Paul Jammes, Paris. Réédité sous le titre *La naissance d'un caractère : Le Grandjean*, Editions Promodis, Paris, 1985.
- [Jea87] Jean G. (1987), *L'écriture, mémoire des hommes*, Découverte Gallimard, n° 24.
- [Knu79] Knuth D.E. (1979) "Mathematical Typography", *Bulletin of the American Mathematical Society* (new series), 1, p. 367-372. Reproduit dans Knuth D.E. (1979) *TeX and METAFONT – New directions in typesetting*, American Mathematical Society and Digital Press, USA, puis dans Knuth D.E. (1999) *Digital Typography*, CSLI Lectures Notes, 78, p. 19-65.
- [Knu80] Knuth D.E. (1980) "The Letter S", *The Mathematical Intelligence*, 2, p. 114-122. Reproduit dans Knuth D.E. (1979) *TeX and METAFONT – New directions in typesetting*, American Mathematical Society and Digital Press, USA, puis dans Knuth D.E. (1999) *Digital Typography*, CSLI Lectures Notes, 78, p.263-284.
- [Knu82] Knuth D.E. (1982) "The concept of a meta-font", *Visible language*, vol. 16, n° 1, p. 3-27. Traduit en français : « Le concept de Metafonte », *Communication et langage*, n° 55.
- [Knu86] Knuth D.E. (1986) *Computer Modern Typeface*, Addison-Wesley, Reading (USA).
- [Leb01] Le Bé P. (1601) *Bèle prerie où chacun peut voir les lettres, tant romaines que de forme, en leur fleur et perfection, avec leur vraye proporcion, réduites au pied de compas*. Voir [Tsi74].
- [Ler29] Lery E. (1929) « Le P. Sébastien Truchet, Membre honoraire de l'Académie des Sciences (1657-1749) », *Revue de l'histoire de Versailles et de Seine-et-Oise*, p. 220-241.
- [Man98] Mandel L. (1998) *Écritures, miroir des hommes et des sociétés*, Atelier Perrrousseau éd.

- [Mar00] Martin H.-J. (2000) *La naissance du livre moderne – mise en page et mise en texte du livre français (XIV^e XVII^e siècles)*, Editions du cercle de la librairie.
- [Mar59] Mardersteig G. (1959) *Leon Battista Alberti e la rinascita del carattere lapidario romano*, Padoue.
- [Mar71] Mardersteig G. (1971) *The alphabet of Francesco Torniolo da Novara (1517) followed by a Comparison with the Alphabet of Fra Luca Pacioli*, Officina Bodoni, Vérone.
- [Mas98] Mascheroni L. (an VI, 1798) *Géométrie du compas*, traduction française de M. Carette, Duprat éd. Réédité par Monom, Paris, 1998.
- [Mor25] Morison S. (1925), "On script types", *The Fleuron, a journal on typography...*, vol.4, p. 1-42.
- [Mor68] Morison S. (1968) "On some Italian Scripts of the XV and XVI Centuries" *Letter Forms, typographic and scriptorial: two essays on their classification, history, and bibliography*, Typophiles, pp. 95-129. Réédité par Harley & Marks, 1996.
- [Mos97] Mosley J. (1997) « French academicians and modern typography: designing new types in the 1690s » *Typography papers*, n° 2, p. 5-30, Reading.
- [Pac09] Pacioli L. (1509) *Divina proportione [...]*, Venise. Traduction française par G. Duchesne, M. Giraud et M.T. Sarrade : *Divine proportion*, Librairie du Compagnonnage, Paris (1980).
- [Pal40] Palatino G. (1540), *Libro Nuovo*. Réédité dans Ogg. O (1953), *Three Classics of Italian Calligraphy*, Dover Publications, New York.
- [Pal43] Palatino G. (1543) *Libro primo del le lettere maiuscole antiche romane*, Kunstbibliothek, Berlin (ms OS5280). Voir [War52].
- [Pap98] Paput C. (1998) *La gravure du poinçon typographique — the punchcutting*, TVSO éditions.
- [Pei95] Dürer A. *Géométrie*, Présentation, traduction de l'allemand de [Dür05] et notes par Jeanne Peiffer (1995), Le Seuil.
- [Pin93] Pinault M. (1993) *L'Encyclopédie*, Que Sais-je? n° 2791.
- [Smi87] Smith C. and Boucher P. (1987) "The Tiling Patterns of Sebastian Truchet and the Topology of Structural Hierarchy", *Leonardo*, vol. 20, n° 4, p. 373-385.

- [Sou91] Southall R. (1991) "Character Description Techniques in Type Manufacture", *Raster Imaging and Digital Typography II* (Morris R.A. & André J. eds.), Cambridge University Press, p. 16-27.
- [Spe73] Speziali, P. (1973) « Luca Pacioli et son œuvre », *Sciences of the Renaissance (Tours, 1965)*, Vrin éd., p. 93-106.
- [Tor29] Tory G. (1529) *Champfleury. Art et science de la vraie proportion des lettres*, Gilles de Gourmont imprimeur. Réédité par Bibliothèque de l'image, Paris, 1998, avec une introduction de Paul-Marie Grinevald.
- [Tru04] Truchet S. (1704) « Mémoire sur les combinaisons », *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, p. 363-372. Extraits republiés dans [Smi87].
- [Tsi74] Tschichold J. (1974) *Ein Buchstabenbuch von Pierre Le Be, Paris 1601 = A book of letter forms by Pierre Le Be, Paris 1601 : complete full size reproduction [of Bele Prerie, Paris, 1601]*, Bad Cannstatt Cantz.
- [Tuf97] Tufte E. (1997) *Visual Explanations – Images and Quantities, Evidence and Narrative*, Graphic Press, Cheshire, Connecticut.
- [Ver26] Verini G.B. (1526) *Luminario*, Toscolano.
- [War52] Wardrop J. (1952) « CIVIS ROMANVS SVM Giovanbattista Palatino and his circle », *Signature* 14, p. 3-39.
- [Zap53] Zapf H. (1953) « Vom Formgesetz der Renaissance-Antiqua », *Der Polygraph*, Heft 21. Traduit en français : Herman Zapf (2000), « Typographie des caractères romains de la Renaissance », *Cahiers GUTenberg*, n° 37-38, p. 44-53.

Annexe A : dessiner un O à l'aide de cercles ?

Une telle question peut évidemment paraître surprenante à qui n'a jamais bien regardé un O majuscule d'imprimerie : un O n'est pratiquement jamais (sauf dans quelques caractères comme *Avant-Garde*) fait de deux cercles concentriques. Par ailleurs, il n'y a pas toujours symétrie verticale, mais souvent un axe oblique. Voici quelques exemples de O : aucun n'utilise de cercle (du moins pour le contour intérieur) : *Vendôme* (axe de droite à gauche), *Helvetica* (axe vertical) et *Garamond* (axe de gauche à droite).

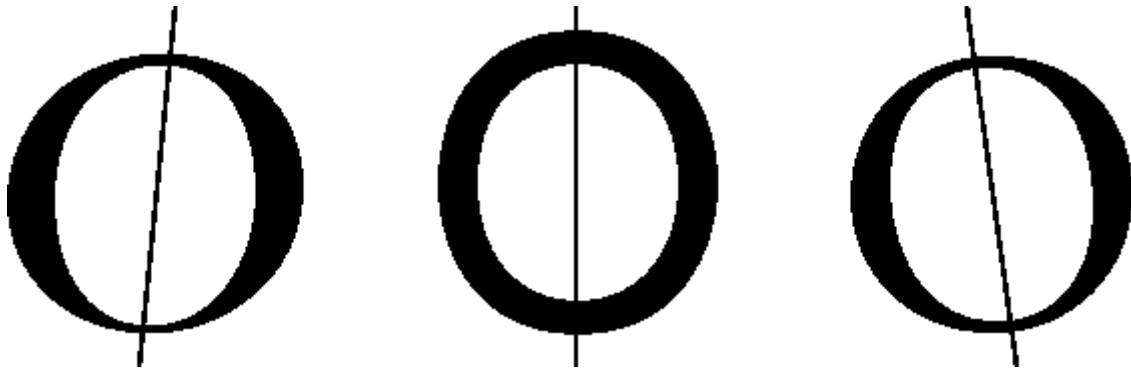


Figure 31 — De gauche à droite : *Vendôme*, *Helvetica* et *Garamond*

Nous avons choisi le O car c'est un cas limite : les divers caractères de la Renaissance sont en fait décrits soit à l'aide de fûts et traverses droites ne posant pas de problèmes (mis à part ceux d'épaisseur et de patins, ou *serifs*, en général dessinés à l'aide de petits cercles, figure 30), soit de panses à l'aide de ces droites et d'arcs de courbes. Les contours du O n'ont que des courbes ce qui permet de bien voir l'approximation faite par les dessinateurs. Notons que d'autres signes (comme le S ou le 8) n'ont pas non plus de droites, mais leurs points d'inflexion compliquent un peu le problème (voir cependant les travaux de Knuth [Knu80]).

Il nous semble que l'on peut classer les divers méthodes en deux genres : celles qui approchent le contour intérieur du O avec un minimum de cercles et sacrifient la continuité (et dont nous prendrons Dürer comme modèle) et celles qui utilisent plus de cercles et obtiennent un résultat convenable (Tory sera notre autre modèle).

1.14 A.1 Méthode de Dürer

Dürer (tout comme Feliciano bien avant lui : figure 8 section 2.1), définit le contour extérieur du O par un cercle mais n'utilise pour le contour intérieur que deux cercles décalés, tangents intérieurement au carré de construction et se croisant sur l'axe du O. Il donne la description suivante [Pei95, p. 291] :

« Forme la lettre *o* dans son carré comme suite. Mènes-y une diagonale *cb* et divise-la par un point *e* en deux parties égales. Reporte la largeur du trait épais de la lettre en plein milieu sur la diagonale à l'aide de deux points *f*, *g* situés de part et d'autre du point *e*. Ces deux points seront les centres de deux cercles, dont chacun touche deux côtés du carré. Trace à la main, là où les deux cercles se croisent, les parties plus fines du trait de la lettre, dans leur juste forme. Comme c'est représenté [ci-dessous]. » (figure 32-gauche)

La dernière phrase « Trace à la main... » montre bien que Dürer est conscient³⁸ de ne pas résoudre correctement le problème de la continuité.

³⁸ ... ou ne veut pas : Dürer (qui a rédigé ce livre comme un artiste plus que comme un géomètre, voir note 13) sous-entend peut-être que le lecteur saura faire la jonction à la règle et au compas, problème non insoluble avec les connaissances de l'époque comme nous allons le voir.

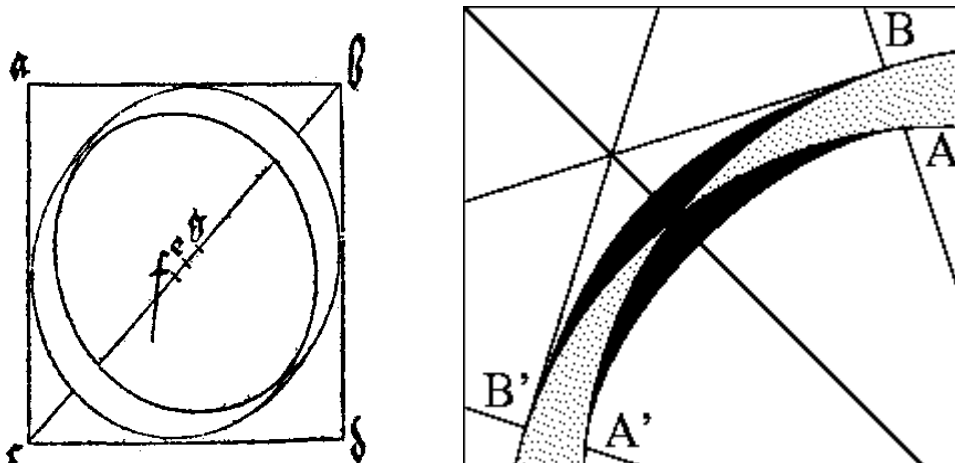


Figure 32 — À gauche, méthode de Dürer pour dessiner un O ; d'après [Pei95, p. 291]. À droite, détail montrant en gris la zone délimitée par les cercles et en noir ce que Dürer recommande de faire à la main.

La figure 32-droite montre le tracé que Dürer ne décrit pas : nous avons choisi deux points (A et A') des cercles intérieurs (resp. extérieurs) symétriques par rapport à la diagonale (d'un angle θ arbitraire mais cohérent avec le dessin de gauche, environ 25°) et tracé les tangentes. Il est facile de trouver deux cercles de centre e qui soient tangents aux cercles de centre f et g en A (resp. B) et A' (resp. B'). En utilisant une courbe de Bézier, le résultat est encore meilleur. Il semble que si Dürer avait pris un angle θ plus grand, il serait tombé sur le modèle de Tory !

1.15 A.2 Méthode de Tory

Tory [Tor29, feuillet LI, recto] propose une solution qui tient bien mathématiquement. Cette solution a aussi été utilisée bien avant lui par Pacioli (figure 9), voire encore bien avant pour la colonne trajane (figure 21), et un siècle après lui par Truchet (figure 23). Elle consiste à approcher le contour intérieur par plusieurs arcs de cercles (4 chez Tory et Truchet, 6 ou 10 selon l'une ou l'autre des deux versions de Pacioli), symétriques selon l'axe d'obliquité. Le contour extérieur, chez Tory, est un cercle mais la même méthode que pour le contour intérieur aurait pu être employée (Truchet le fait). Avant d'en donner une construction possible (Tory se contente d'un dessin laissant quelques interprétations au lecteur !) par les seuls usage de la règle et du compas, voici une solution trigonométrique qui est celle que nous avons employée pour faire, en PostScript, la figure33.

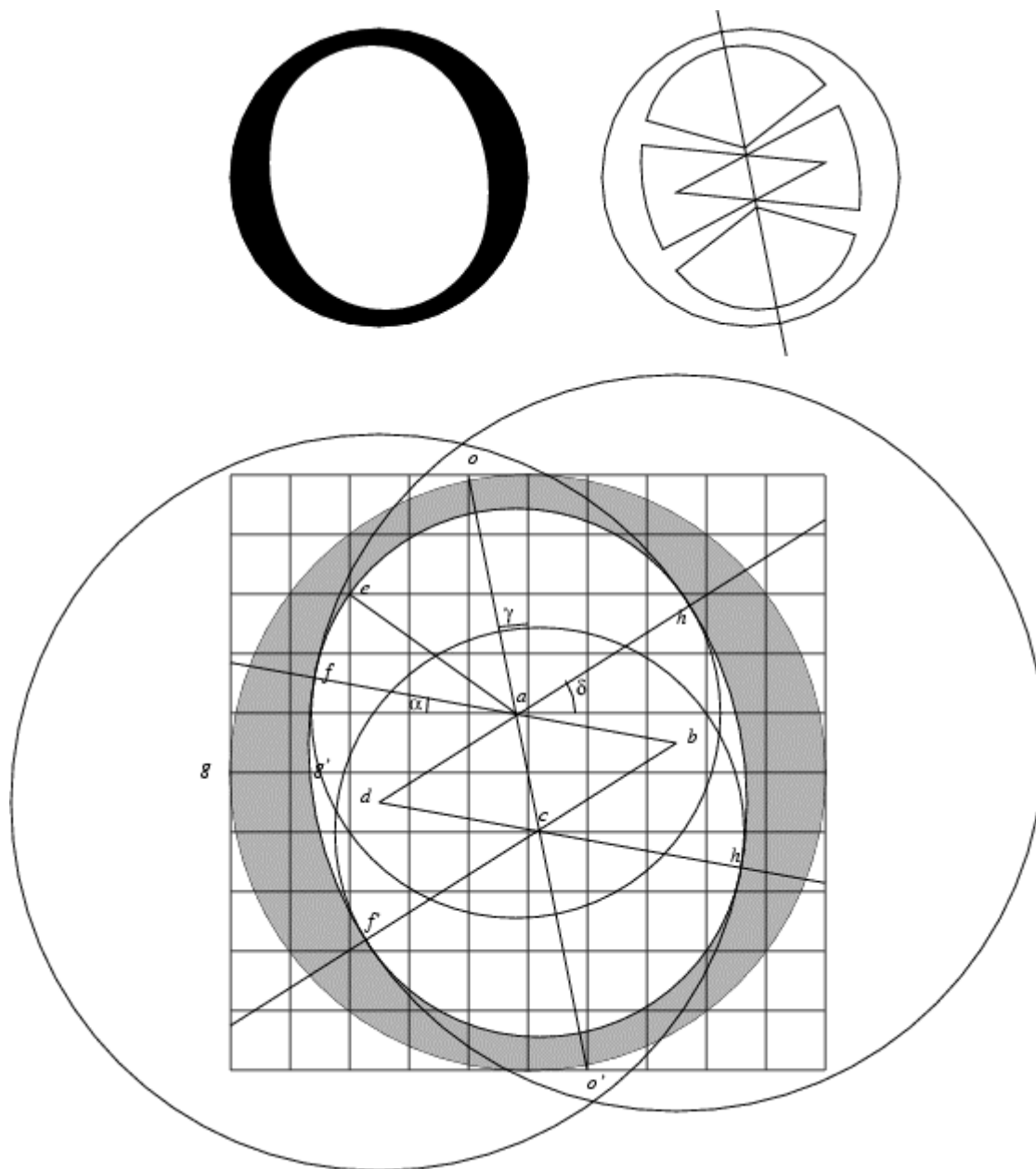
1.15.1 A.2.1 Interprétation trigonométrique de la solution de Tory

Tory décide donc d'approcher le contour intérieur du O à l'aide de 4 arcs de cercle. Selon l'axe d'obliquité oo' (figure 20), selon l'épaisseur désirée en gg' , etc. il y a une infinité de solutions ! Tory a donc sûrement fait des choix, dont celui initial de diviser le carré circonscrit, comme celui des autres lettres, en 10×10 corps ou carreaux (d'où la grille de 10 de la figure 33 et de nos coordonnées données dans ce système).

Le premier choix est de tracer le contour extérieur à l'aide d'un cercle, de centre (5,5) et de rayon 5. Ensuite, de faire passer l'axe d'obliquité par les points oo' de coordonnées (4,10) et (6,0).

Par tâtonnements, il a pu décider qu'une bonne forme serait obtenue par 4 arcs de cercle (figure 33 haut droite) de centres respectifs en a sur l'axe oblique à $+1$ corps en y du centre du cercle extérieur, donc en $(4.8, 6)$, en b sur l'axe perpendiculaire, à $2,5$ du centre extérieur, donc en $(7.5, 5.5)$ et en c et d (se déduisant des précédents par symétrie selon l'oblique).

Reste alors à déterminer les rayons et angles des extrémités de ces arcs. Un autre choix³⁹ semble avoir été fait par Tory : le cercle de centre a passe par le point e de coordonnées $(2,3)$. Enfin, bien qu'il ne l'ait probablement pas exprimé ainsi, Tory cherche une continuité du premier degré aux jonctions des arcs de cercle, ce qui veut dire tangentes communes, donc (puisque nous avons des cercles) que les segments ab , ac , cd et bd soient des rayons respectivement communs aux arcs successifs.



³⁹ À moins qu'il n'ait choisi l'épaisseur gg' . Les calculs devraient conduire aux mêmes arcs bien sûr !

Figure 33 — Construction du O de Tory (1529)

Dès lors, tout est calculable :

$$af = ae = \sqrt{(x_a - x_e)^2 + (y_a - y_e)^2} \quad \text{rayon des cercles de centre } a \text{ ou } c$$

$$ab = \sqrt{(x_a - x_c)^2 + (y_a - y_c)^2}$$

$$bf = ab + af \quad \text{rayon des cercles de centre } b \text{ ou } d$$

$$\alpha = \arctan((y_b - y_a)/(x_b - x_a))$$

$$\gamma = \arctan(1/5) \quad \text{angle d'obliquité (environ } 11 \text{ d}^\circ)$$

$$\delta = 2\gamma + \alpha$$

Donc le contour intérieur est défini par les arcs de cercle :

- de centre a , de rayon ae , d'angle δ à $2\pi - \alpha$
- de centre b , de rayon bf , d'angle $2\pi - \alpha$ à $2\pi + \delta$
- de centre c , de rayon ae , d'angle $2\pi + \delta$ à $-\alpha$
- de centre a , de rayon bf , d'angle $-\alpha$ à δ

Ceci peut facilement s'écrire en PostScript⁴⁰, ce qui donne la figure 33.

1.15.2 A.2.2 Construction à la règle et au compas

Tory ne connaissait pas la trigonométrie mais cet algorithme peut s'exprimer en terme de règle et de compas. Voici donc ce qu'il aurait pu écrire s'il avait, comme Dürer, explicité chacune des opérations (avec les mêmes notations qu'en figure 33).

- Trace une grille de 10×10 carreaux
- Trace le cercle inscrit de centre (5,5) et de rayon 5
- Trace l'axe d'obliquité passant par les points o (4,10) et o' (6,0)
- Soit a et c les intersections de cet axe avec les ordonnées 6 et 4.
- Marque les centres b (7.5, 5.5) et d (2.5, 4.5)
- Marque le point e en (2,3)
- Trace le cercle de centre a et de rayon ae
- Trace la demi-droite passant par b et a et coupant ce cercle ; soit f ce point.
- Trace le cercle de centre b et de rayon b_f

⁴⁰ Il est cocasse d'utiliser en PostScript des arcs de cercle pour approcher une courbe qui se définirait mieux avec des courbes de Bézier (voir section 4). En effet, la notion d'arc de cercle n'est définie que dans des espaces euclidiens, or les courbes de Bézier et les segments de droite, notions affines, sont les seules connues de PostScript. Lorsqu'on y utilise une fonction de tracé d'arc, celui-ci est en fait approché par des courbes de Bézier !

- Trace la demi-droite bc qui coupe ce cercle en f'
- Trace le cercle de centre c et de rayon cf' (égal à af)
- Trace la demi-droite dc qui coupe ce dernier cercle en h'
- Trace le cercle de centre d et de rayon dh' (égal à bf)
- Trace la demi-droite da qui coupe ce dernier cercle et le cercle de centre a en h
- Gomme tout, sauf
 - le cercle exinscrit de centre $(5,5)$
 - l'arc hf du cercle de centre a
 - l'arc ff' du cercle de centre b
 - l'arc $f'h'$ du cercle de centre c
 - l'arc $h'h$ du cercle de centre d
- Et peint l'intérieur.

1.16 A.3 Approximation d'un O par des Bézier

Voici, pour conclure, comment le O d'une fonte vectorielle est défini par des courbes de Bézier. Il s'agit du caractère *Apoline*, dessiné par Jean-François Porchez (à qui on doit aussi le caractère *Le Monde*, créé pour le journal du même nom). Comme on le voit (figure 34), quatre courbes de Bézier suffisent à définir le contour intérieur (et quatre aussi pour le contour extérieur qui n'est pas un cercle non plus). Notons que l'axe ici est vertical (et les tangentes donc verticales ou horizontales). La solution de Tory aurait été bonne s'il avait connu les *splines* !

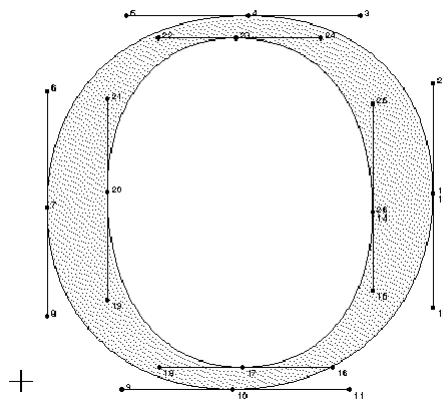


Figure 34 — Le O de l'*Apoline* de J.F. Porchez (1998)