HAL open science

Méthodes multi-niveaux pour la restauration d'images hyperspectrales

Guillaume Lauga, Elisa Riccietti, Nelly Pustelnik, Paulo Gonçalves

To cite this version:

Guillaume Lauga, Elisa Riccietti, Nelly Pustelnik, Paulo Gonçalves. Méthodes multi-niveaux pour la restauration d'images hyperspectrales. 2023. hal-04067225v1

HAL Id: hal-04067225

https://inria.hal.science/hal-04067225v1

Preprint submitted on 13 Apr 2023 (v1), last revised 28 Jun 2023 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Méthodes multi-niveaux pour la restauration d'images hyperspectrales

Guillaume LAUGA[1] , Elisa RICCIETTI[1] , Nelly PUSTELNIK[2] , Paulo GONÇALVES[1,3]

[1]Univ Lyon, Ens de Lyon, Univ Lyon 1, CNRS, Inria, LIP, Lyon, France.

[2]Univ Lyon, Ens de Lyon, Univ Claude Bernard, CNRS, Laboratoire de Physique, Lyon, France.

[3]CPE Lyon, Villeurbanne, France.

Résumé – Cet article présente un nouvel algorithme proximal multi-niveau dont la construction est spécifique à la restauration d'images hyperspectrales. Deux méthodes d'approximation de la fonction objectif dédiée à ce problème sont proposées. Dans les deux cas, les garanties de convergence associées sont équivalentes à celles de l'état de l'art. Ces deux méthodes sont comparées à FISTA en qualité de reconstruction à temps de calcul équivalent pour un problème d'inpainting démontrant l'intérêt de l'approche proposée pour de très grands volumes de données.

Abstract – This paper presents a new multi-level proximal algorithm whose construction is specific to hyperspectral image restoration. Two methods for approximating the objective function associated with this problem are proposed. In both cases, the associated convergence guarantees are equivalent to those of the state of the art. Finally, these two methods are compared to FISTA in terms of reconstruction quality at equivalent computation time on an inpainting problem showing the interest of the proposed approach on high dimensional data.

1 Introduction

L'imagerie hyperspectrale est une technique d'acquisition qui capture simultanément des données sur une large gamme de longueurs d'onde proches deux-à-deux. Ce type d'acquisition fournit une multitude d'informations sur la composition de la scène ou de l'objet observé et est largement utilisée dans des domaines tels que l'agriculture [11] ou encore l'analyse d'oeuvres d'art [8, 14].

Cependant cette information fait face à deux limitations principales pouvant impacter son utilisation dans des applications pratiques : un coût mémoire important et des données souvent affectées par différents types de dégradations qui compromettent la qualité des données. La restauration d'images hyperspectrales (IHS) consiste alors à réduire ces facteurs de dégradation afin d'exploiter un maximum de l'information disponible. De par le grand volume de données impliqué, cette restauration est très coûteuse numériquement et motive le développement de méthodes permettant le passage à une telle échelle (voir [16] pour une revue de l'état-de-l'art).

Dans cet article, nous proposons un algorithme proximal multi-niveau adapté à la restauration d'images hyperspectrales. Notre approche basée sur [10] permet de bénéficier d'une part de la vaste littérature dédiée aux algorithmes multi-niveaux en optimisation lisse [13] et de la combiner aux performances de reconstruction et garanties théoriques des méthodes de reconstruction d'images reposant sur des algorithmes proximaux [3]. À temps de calcul égal, la restauration obtenue par cet algorithme est significativement meilleure que celle obtenue par les méthodes d'optimisation standards [1]. Dans cet article, la spécificité liée au traitement d'images hyperspectrales se traduira par une étude de l'opérateur de transfert de la résolution fine à la résolution grossière.

Dans la section 2, nous introduisons le modèle direct et la formulation inverse reposant sur une approche par moindres carrés pénalisés par une régularisation NLTV (variation totale non locale) qui fait partie des pénalisations de l'état-de-l'art [2]. Dans cette section, nous présentons également notre algorithme multi-niveau et ses garanties de convergence. La section 3 se concentre ensuite sur le choix de l'opérateur de transfert des échelles fines aux échelles grossières. Enfin, la section 4 illustre numériquement les performances de la méthode proposée IML FISTA (*Inexact MultiLevel fast iterative soft thresholding algorithm*) dans le cadre de la restauration d'IHS pour différents choix d'opérateurs de transfert.

2 Algorithme multi-niveau

Modèle direct – Notre objectif est de retrouver une IHS à L-bandes de bonne qualité notée $\widehat{x} \in \mathbb{R}^N$ (où $N = N_b \times L$) à partir d'une version corrompue z de l'IHS vraie $\overline{x}$, dégradée par un opérateur linéaire déterministe et du bruit de mesure, formellement $z = \mathrm{A}\bar{x} + \epsilon$, où $\mathrm{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ modélise l'opérateur de dégradation linéaire, et ϵ le bruit additif gaussien. Dans cette étude, nous nous concentrons sur un opérateur linéaire de dégradation qui modélise un sous-échantillonnage aléatoire dans la dimension spatiale des IHS (i.e., $M << N$).

Notations – On note $x^{(i,b)} = x^{(i_1,i_2,b)}$ le pixel $i = (i_1, i_2) \in \{1, \ldots, N_r\} \times \{1, \ldots, N_c\}$ de la bande $b \in \{1, \ldots, L\}$ de l'IHS x. Chaque bande est de taille $N_b = N_r \times N_c$, x peut donc être représentée sous la forme d'un hypercube (voir Figure 1). On note $\lambda^{(b)}$ la longueur d'onde associée à la bande b. On note aussi $\mu(\lambda)$ la moyenne des couples $\lambda^{(b+1)} - \lambda^{(b)}$ pour tous b et $\sigma(\lambda)$ l'écart type associé.

Les variables aux niveaux fin et grossier seront respectivement indexées par h ($F_h := F$, $x_h := x$, etc.) et par H.

Approche variationnelle – Ce problème est connu pour être

Ce travail est financé par l'ANR (Agence Nationale de la Recherche) à travers le projet ANR-19-CE48-0009 Multisc'In et par le GdR ISIS à travers le projet MOMIGS. Les auteurs remercient le Centre Blaise Pascal à l'ENS de Lyon (Lyon, France) pour les moyens de calcul. La plateforme exploite la solution SIDUS [15] développée par Emmanuel Quemener.

mal posé. Nous proposons de le résoudre par formulation des moindres carrés régularisés, avec la fonction de régularisation nous permettant de choisir les propriétés que nous souhaitons imposer à la solution. Formellement, nous estimons

$$\widehat{x} \in \underset{x\in\mathbb{R}^{N_h}}{\text{Argmin}}\, F_h(x) := f_h(\mathrm{A}_h x) + g_h(\mathrm{D}_h x), \qquad (1)$$

où $f_h : \mathbb{R}^{M_h} \to]-\infty, +\infty]$ et $g_h : \mathbb{R}^{N_h \times \widetilde{K} \times L_h} \to]-\infty, +\infty]$ sont convexes, semi-continues inférieurement et propres. De plus, $f_h \circ \mathrm{A}_h$ est supposée différentiable de gradient β_{f_h}-Lipschitz et on prendra dans la suite $f_h(\cdot) = \|\cdot - z_h\|_2^2$.

Un choix classique pour la régularisation est de construire l'opérateur D_h à partir de différences finies entre les pixels d'une même image ou entre les pixels de plusieurs bandes [2]. Ainsi pour tout $x \in \mathbb{R}^{N_h}$,

$$(\mathrm{D}_h x)^{(i)} = \left[\omega^{(i,j)}(x^{(i,b)} - x^{(j,b)})\right]_{j\in\mathcal{N}_i, 1\leq b\leq L_h} \in \mathbb{R}^{\widetilde{K}\times L_h}$$

où $\mathcal{N}_i$ est l'ensemble des indices des pixels considérés comme similaires à $x^{(i,b)}$ tel que $|\mathcal{N}_i| = \widetilde{K}$ et où $\omega^{(i,j)}$ mesure cette similarité [2]. La fonction g_h est séparable et s'écrit

$$(\forall x \in \mathbb{R}^{N_h}) \quad g_h(\mathrm{D}_h x) = \sum_{i=1}^{N_h} \|(\mathrm{D}_h x)^i\|_*, \qquad (2)$$

où la norme nucléaire $\|\cdot\|_*$ nous permet de prendre en compte la forte corrélation entre les bandes pour améliorer la reconstruction.

IML FISTA – L'algorithme IML FISTA que nous proposons combine les méthodes d'accélération inertielles de type FISTA [1] et multi-niveau [10] pour construire les itérations de minimisation suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{y}_{h,k} &= \mathrm{ML}(y_{h,k}) \\ x_{h,k+1} &\approx_{\epsilon_{h,k}} \mathrm{prox}_{\tau g_h(\mathrm{D}_h\cdot)}\left(\bar{y}_{h,k} - \tau\nabla(f_h\circ\mathrm{A}_h)(\bar{y}_{h,k})\right), \\ y_{h,k+1} &= x_{h,k+1} + \alpha_{h,k}(x_{h,k+1} - x_{h,k}), \end{aligned} \qquad (3)$$

où $\tau > 0$ et $\alpha_{h,k}$ sont fixés de manière classique pour garantir la convergence (voir [1, 10]) et les erreurs commises en calculant l'opérateur proximal sont sommables [1, 10]. Pour $x \in \mathbb{R}^{N_h}$, $\mathrm{prox}_{g_h\circ\mathrm{D}_h}(x) = x - D_h\widehat{u}$ où $\widehat{u}$ est estimé avec une erreur $\epsilon_{h,k}$ via :

$$\widehat{u} \in \underset{u\in\mathbb{R}^{K_h}}{\text{Argmin}} \frac{1}{2}\|\mathrm{D}_h^* u - x\|^2 + \gamma g_h^*(u). \qquad (4)$$

Une étape multi-niveau (ML) consiste à mettre à jour la variable $y_{h,k}$ à certaines itérations avec une correction issue de modèles grossiers qui approximent la fonction objectif F_h pour obtenir une meilleure variable $\bar{y}_{h,k}$. La version détaillée de cette étape ainsi que les variables en jeu sont présentées dans l'Algorithme 1. Elle repose sur quelques points clés :

- la construction de la fonction objectif au niveau grossier F_H et le design des itérations $\Phi_{H,m-1} \circ .. \circ \Phi_{H,0}$ afin de permettre une minimisation utile au niveau fin.
- le design de l'opérateur de transfert du niveau fin (resp. grossier) au niveau grossier (resp. fin) I_h^H (resp. I_H^h).

Algorithme 1 : ML (MultiLevel)

```
for k = 0, ..., n do
    if r < p then
        r = r + 1
        x_{H,k,0} = I_h^H y_{h,k}
        x_{H,k,m} = Φ_{H,m-1} ∘ .. ∘ Φ_{H,0}(x_{H,k,0})
        Set τ̄_{h,k} > 0
        ȳ_{h,k} = y_{h,k} + τ̄_{h,k} I_H^h (x_{H,k,m} − x_{H,k,0})
    end
    else
        ȳ_{h,k} = y_{h,k}
    end
end
```

La construction des modèles grossiers repose sur un lissage de la fonction $g_h \circ \mathrm{D}_h$ à travers l'enveloppe de Moreau de g_h (notée ${}^{\gamma_h}g_h$) qui permet d'en exprimer explicitement son gradient. Ainsi à l'itération k de l'algorithme le modèle grossier est :

$$F_H = f_H \circ \mathrm{A}_H + {}^{\gamma_H}g_H \circ \mathrm{D}_H + \langle v_{H,k}, \cdot\rangle, \qquad (5)$$

avec :

$$\begin{aligned} v_{H,k} =& I_h^H\left[(\nabla(f_h\circ\mathrm{A}_h) + \nabla({}^{\gamma_h}g_h\circ\mathrm{D}_h)(y_{h,k})\right] \\ &- (\nabla(f_H\circ\mathrm{A}_H) + \nabla({}^{\gamma_H}g_H\circ\mathrm{D}_H))(I_h^H y_{h,k}). \end{aligned} \qquad (6)$$

Le terme $v_{H,k}$ impose la cohérence du premier ordre entre les versions lissées des fonctions au niveau fin et au niveau grossier. Sous l'hypothèse que le modèle grossier décroît avec les itérations $\Phi_{H,m-1} \circ .. \circ \Phi_{H,0}$ alors nous avons les résultats suivants qui garantissent une décroissance de la fonction objectif au niveau fin :

Lemme 1 (Direction de descente pour la fonction objectif lissée [10]). *Soit $I_h^H = \nu(I_H^h)^T$ pour $\nu > 0$ et soit $x_{H,k,m}$ tel que F_H définie en* (5) *vérifie $F_H(x_{H,k,m}) \leq F_H(x_{H,k,0})$. Alors $I_H^h(x_{H,k,m} - x_{H,k,0})$ est une direction de descente pour $f_h \circ \mathrm{A}_h + {}^{\gamma_h}g_h \circ \mathrm{D}_h$ en $y_{h,k}$.*

Une recherche de pas linéaire sur $\bar{\tau}_{h,k}$ permet d'assurer que :

$$(f_h\circ\mathrm{A}_h + {}^{\gamma_h}g_h\circ\mathrm{D}_h)(\bar{y}_{h,k}) \leq (f_h\circ\mathrm{A}_h + {}^{\gamma_h}g_h\circ\mathrm{D}_h)(y_{h,k}),$$

avec $\bar{y}_{h,k} = y_{h,k} + \bar{\tau}_{h,k} I_H^h(x_{H,k,m} - x_{H,k,0})$.

Lemme 2 (Décroissance au niveau fin [10]). *Sous les hypothèses du Lemme 1 nous obtenons :*

$$F_h(y_h + \bar{\tau}_{h,k} I_H^h(s_{H,m} - s_{H,0})) \leq F_h(y_h) + O(\gamma_h). \qquad (7)$$

Tel que construit, et dans les deux configurations de réduction de la dimension du problème que nous présentons section 3, notre algorithme garantit que chaque correction grossière va faire décroître la fonction objectif au niveau fin à $O(\gamma_h)$ près.

Théorème 1 (Convergence [10]). *Considérons la suite $(x_{h,k})_{k\in\mathbb{N}}$ générée par les itérations de FISTA* (3) *et l'Algorithme 1. Sous l'hypothèse qu'un nombre fini de corrections grossières a été utilisé et que les erreurs commises en calculant l'opérateur proximal de $g_h \circ \mathrm{D}_h$ sont sommables, alors :*

- *La suite $(x_{h,k})_{k\in\mathbb{N}}$ converge vers un minimiseur x^* de F_h.*
- *La suite $(k^2\,(F_h(x_{h,k}) - F_h(x^*)))_{k\in\mathbb{N}}$ appartient à $\ell_\infty(\mathbb{N})$.*

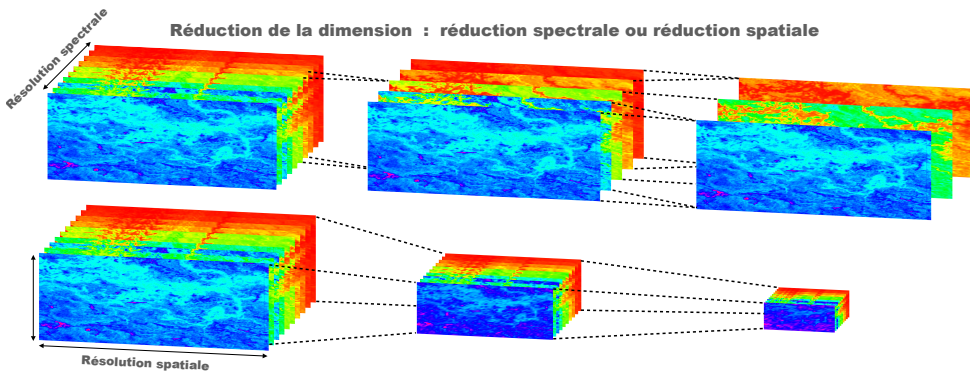

FIGURE 1 : Description des deux méthodes de réduction de la dimension pour l'imagerie hyperspectrale. En haut la fusion de bandes proches dans le plan spectral. En bas la réduction de la résolution bande par bande.

3 Diminution de la résolution spectrale ou de la résolution spatiale

Les IHS présentent naturellement une redondance de l'information spatiale et/ou spectrale [9, 7, 6]. Nous proposons dans cette contribution d'exploiter ces deux corrélations pour définir des approximations grossières du problème (1).

Réduction selon la dimension spectrale et construction de I_h^H associée – Cette méthode vise a réduire la dimension d'une IHS en réduisant le nombre de bandes. La faible différence de longueur d'onde entre deux bandes successives suggère une forte corrélation entre celles-ci. Cette similarité peut être difficile à mesurer dans notre cas (pour une revue des méthodes voir [7]) car l'IHS observée est très dégradée. Nous avons donc fait le choix d'une heuristique simple pour inférer cette corrélation, indépendante du contenu des bandes. Pour deux bandes b et $b+1$, si

$$\mu(\lambda) - \sigma(\lambda) \leq \lambda^{(b+1)} - \lambda^{(b)} \leq \mu(\lambda) + \sigma(\lambda) \qquad (8)$$

alors ces deux bandes sont a priori corrélées et seront agrégées au niveau grossier. Les bandes "éloignées" en longueur d'onde sont conservées telles quelles au niveau grossier. Il y aura donc L_H bandes au niveau grossier, de taille $N_{h,r} \times N_{h,c}$, avec $L_H \leq L_h$. L'Algorithme 2 détaille ce processus (voir aussi la partie haute de la Figure 1).

Algorithme 2 : Agrégation des bandes

$b, \ell = 1$
while $b \leq L_h - 1$ **do**
  if $\mu(\lambda) - \sigma(\lambda) \leq \lambda^{(b+1)} - \lambda^{(b)} \leq \mu(\lambda) + \sigma(\lambda)$ **then**
    $x_H^{(:,\ell)} = \frac{1}{2}(x_h^{(:,b)} + x_h^{(:,b+1)})$,
    $\ell = \ell + 1$
  end
  else
    $x_H^{(:,\ell)} = x_h^{(:,b)}$,
    $x_H^{(:,\ell+1)} = x_h^{(:,b+1)}$,
    $\ell = \ell + 2$
  end
  $b = b + 2$
end

Réduction selon la dimension spatiale et construction de I_h^H associée – Cette méthode vise a réduire la dimension d'une IHS en réduisant la taille des bandes, avec la procédure employée dans le cadre de la restauration d'images en couleur. La réduction de la dimension est réalisée canal par canal :

$$(\forall b = \{1, \ldots, L_h\}) \quad x_H^{(:,b)} = I_h^H(x_h^{(:,b)}) \qquad (9)$$

où le filtre $\mathbf{q} = (q_1, \ldots, q_f)$, e.g., associé à une ondelette de type « Symmlet 10 » de longueur $f = 20$, engendre :

$$I_h^H := \left(T^{\text{dec}}_{N_{H,c}}(\mathbf{q}) \otimes T^{\text{dec}}_{N_{H,r}}(\mathbf{q})\right)$$

avec $T^{\text{dec}}_{N_{H,c}}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{N_{H,c} \times 2N_{H,c}}$ la matrice de Toeplitz engendrée par le vecteur $\mathbf{q}$ et décimée d'un facteur 2 selon les lignes. De la même façon $T^{\text{dec}}_{N_{H,r}}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{N_{H,r} \times 2N_{H,r}}$. Ce processus est illustré en bas de la Figure 1. Cette formulation permet de ne conserver en mémoire qu'une seule paire de matrices de même taille qu'une bande (plutôt qu'une seule matrice de la taille de la bande au carré), et d'effectuer en parallèle le transfert d'information sur les L_h-bandes.

4 Résultats numériques

Données - Les expériences numériques sont effectuées sur trois IHS : une du Washington DC Mall [1], une du delta de l'Okavango au Botswana[2] (Figure 1) et une d'une gravure de St Christopher [3]. L'opérateur A modélise les pixels manquants : 50 % des pixels de chaque bande sont aléatoirement mis à 0. Un bruit gaussien de variance $\sigma = 0.01$ est ensuite ajouté sur chaque bande. A_h est donc une matrice de L_h blocs diagonaux où chaque bloc est un masque associé aux pixels d'une bande.

Paramètres de l'algorithme - Pour toutes nos expériences, nous utilisons une hiérarchie à 5 niveaux (voir ci-dessous). Nous imposons toujours 2 corrections grossières en début de l'optimisation, chacune avec 5 itérations de minimisation par niveau, car cette configuration a été identifiée comme étant bonne pour différents niveaux de dégradation [10].

Réduction spatiale - Pour la gravure de St Christopher, le premier niveau correspond à une IHS de taille $(512)^2 \times 33$, et le cinquième niveau à une IHS de taille $(32)^2 \times 33$ [10]. Le facteur de réduction est le même pour les autres IHS, soit un facteur global de réduction de 256.

L'opérateur A_H est construit en prenant une colonne sur deux et une ligne sur deux de A_h.

[1] Washington DC Mall : acquisition par HYDICE [12].
[2] Delta de l'Okavango : acquisition par le satellite NASA EO-1 [4].
[3] St Christopher : acquisition par les auteurs de [5].

Réduction spectrale - Pour le Washington DC Mall, le premier niveau correspond à une IHS de taille $(256)^2 \times 191$, et le cinquième niveau à une IHS de taille $(256)^2 \times 23$. Pour l'IHS du delta de l'Okavango, le premier niveau correspond à une IHS de taille $(256)^2 \times 145$, et le cinquième niveau à une IHS de taille $(256)^2 \times 12$. Pour l'IHS de St Christopher, le premier niveau correspond à une IHS de taille $(512)^2 \times 33$, et le cinquième niveau à une IHS de taille $(512)^2 \times 3$.

L'opérateur A_H est construit selon la procédure de l'algorithme 2 : les blocs de A_h sont fusionnés ou conservés pour définir A_H.

Pour les deux méthodes de transfert d'information, l'opérateur D_H est une version d'ordre réduite de D_h : $\mathrm{D}_H \in \mathbb{R}^{\tilde{K} L_H N_H \times N_H}$.

Impact du transfert d'information - La réduction de dimension étant plus faible pour le transfert d'information spectral, le coût d'une correction grossière est plus élevé. Ces corrections vont toutefois apporter une plus importante décroissance de la fonction objectif et améliorer la suite de l'optimisation.

Performance par rapport à FISTA - Dans les deux cas IML FISTA est bien meilleur que FISTA à *temps de calcul équivalent* : on peut observer des gains de plusieurs décibels sur le SNR des reconstructions (voir Table 1). Nous représentons en Figure 2 les courbes d'évolution des fonctions objectifs et une comparaison d'un canal de l'IHS de Washington DC, des courbes similaires ont été obtenues pour les autres IHS testées. IML FISTA Spec permet d'atteindre des restaurations de bonne qualité sur des problèmes d'inpainting en quelques dizaines de minutes pour une image de taille $(512)^2 \times 33$ au lieu de plusieurs heures de calcul avec FISTA.

TABLE 1 : Résultats de restauration à temps de calcul égal (environ 50 itérations) autour de la convergence pour les trois IHS en SNR (dB).

	FISTA	IML Spat	IML Spec
Washington DC	15.8	18.6	**19.5**
Delta de l'Okavango	18.7	23.0	**24.8**
St Christopher	21.7	32.7	**35.5**

5 Conclusion

Nous avons proposé un algorithme IML FISTA qui repose sur deux manières de réduire simplement la dimension des images hyperspectrales pour construire des approximations grossières de la fonction à minimiser. Cette procédure algorithmique multi-niveau permet d'accélérer la minimisation par rapport aux méthodes de l'état-de-l'art. Dans le contexte de l'inpainting les approximations spectrales permettent d'obtenir un gain bien plus significatif que celui des approximations spatiales bien que le facteur de réduction de la dimension soit moins important.

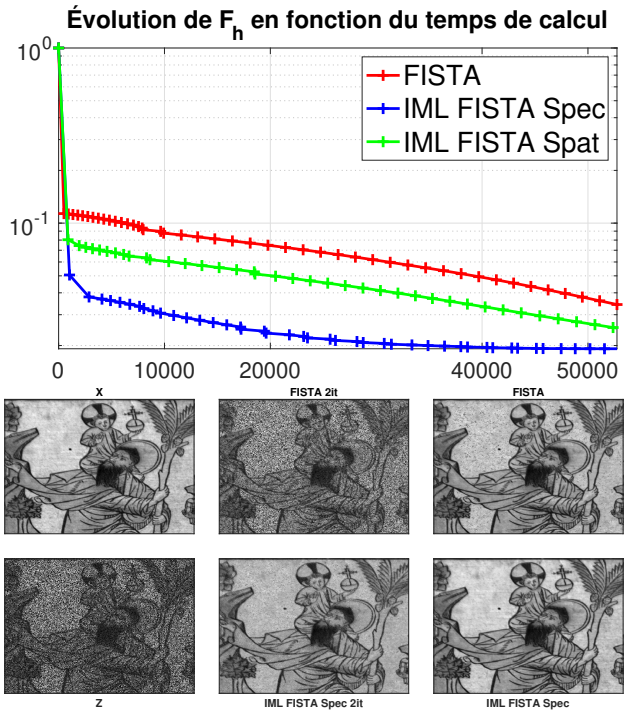

FIGURE 2 : Résultats pour l'IHS de St Christopher. En haut : évolution de la fonction objectif en fonction du temps de calcul (en secondes). En bas : reconstruction pour $b = 15$ après 2 itérations (milieu) obtenues par FISTA et IML FISTA Spectral et à temps de calcul égal ($\simeq 50000$ secondes), (droite).

Références

[1] J.-F. AUJOL et C. DOSSAL : Stability of Over-Relaxations for the Forward-Backward Algorithm, Application to FISTA. *SIAM Journal on Optimization*, 25(4):2408–2433, 2015.

[2] G. CHIERCHIA, N. PUSTELNIK, B. PESQUET-POPESCU et J.-C. PESQUET : A Non-Local Structure Tensor Based Approach for Multicomponent Image Recovery Problems. *IEEE Transactions on Image Processing*, 23(12):5531–5544, 2014.

[3] P. L. COMBETTES et J.-C. PESQUET : Proximal Splitting Methods in Signal Processing. *In Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, pages 185–212. Springer-Verlag, New York, 2011.

[4] M. A. FOLKMAN, J. PEARLMAN, L. B. LIAO et P. J. JARECKE : EO-1/hyperion hyperspectral imager design, development, characterization, and calibration. *Hyperspectral Remote Sensing of the Land and Atmosphere*, 4151:40–51, 2001.

[5] D. H. FOSTER, K. AMANO, S. M. C. NASCIMENTO et M. J. FOSTER : Frequency of metamerism in natural scenes. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23(10): 2359–2372, 2006.

[6] M. GOLBABAEE et P. VANDERGHEYNST : Hyperspectral image compressed sensing via low-rank and joint-sparse matrix recovery. *In 2012 IEEE ICASSP*, pages 2741–2744, Kyoto, Japon, 25 - 30 Mars 2012.

[7] S. JIA, G. TANG, J. ZHU et Q. LI : A novel ranking-based clustering approach for hyperspectral band selection. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(1):88–102, 2016.

[8] M. J. KHAN, H. S. KHAN, A. YOUSAF, K. KHURSHID et A. ABBAS : Modern trends in hyperspectral image analysis : A review. *IEEE Access*, 6:14118–14129, 2018.

[9] J. KHODR et R. YOUNES : Dimensionality reduction on hyperspectral images : A comparative review based on artificial datas. *International Congress on Image and Signal Processing*, Shangaï, Chine, 15-17 Octobre 2011.

[10] G. LAUGA, E. RICCIETTI, N. PUSTELNIK et P. GONÇALVES : IML FISTA : Inexact MultiLevel FISTA For Image Restoration. Preprint, 2023.

[11] B. LU, P. D. DAO, J. LIU, Y. HE et J. SHANG : Recent advances of hyperspectral imaging technology and applications in agriculture. *Remote Sensing*, 12(16):2659, 2020.

[12] P. A. MITCHELL : Hyperspectral digital imagery collection experiment (HYDICE). *In Geographic Information Systems, Photogrammetry, and Geological/Geophysical Remote Sensing*, volume 2587, pages 70 – 95. International Society for Optics and Photonics, SPIE, 1995.

[13] S. G. NASH : A Multigrid Approach to Discretized Optimization Problems. *Optimization Methods and Software*, 14(1-2):99–116, 2000.

[14] R. PILLAY, J. Y. HARDEBERG et S. GEORGE : Hyperspectral imaging of art : Acquisition and calibration workflows. *Journal of The American Institute for Conservation*, 2019.

[15] E. QUEMENER et M. CORVELLEC : SIDUS—the Solution for Extreme Deduplication of an Operating System. *Linux J.*, 2013(235), 2013.

[16] B. RASTI, P. SCHEUNDERS, P. GHAMISI, G. LICCIARDI et J. CHANUSSOT : Noise reduction in hyperspectral imagery : Overview and application. *Remote Sensing*, 10(3):482, 2018.