



**HAL**  
open science

## Les mondes possibles et les mondes multiples

Gilles Dowek

► **To cite this version:**

| Gilles Dowek. Les mondes possibles et les mondes multiples. 2010. hal-04046910

**HAL Id: hal-04046910**

**<https://inria.hal.science/hal-04046910>**

Preprint submitted on 27 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Les mondes possibles et les mondes multiples \*

Gilles Dowek

*Je tiens à remercier Pablo Arrighi pour de nombreuses discussions sur l'interprétation de la théorie quantique.*

En essayant de comprendre comment définir une notion d'algorithme non déterministe opérant sur les nombres réels, j'ai été mené à considérer une notion d'*indice*, qui fait fonction de source de non-déterminisme, et qui peut donc être comparée à la notion de variable cachée ou à celle de monde possible. Cela m'a mené à essayer de comprendre les différences entre les notions *mondes possibles*, utilisée dans les modèles de Kripke de la logique modale, et de *mondes multiples*, utilisée dans l'interprétation d'Everett de la physique quantique, qui sont, l'une et l'autre, de lointaines descendantes de la notion de *mondes possibles* introduite par Leibniz.

Une différence surprenante est que l'utilisation de la notion de mondes possibles en logique modale ne semble ne poser de problème à personne, alors que l'utilisation de la notion de mondes multiples en physique quantique est très controversée : l'interprétation d'Everett a ses partisans et ses détracteurs, qui semblent avoir des points de vue irréconciliables. Cela mène à s'interroger sur les raisons pour lesquelles l'utilisation de notions similaires est controversée ici et non là.

## La notion de mondes possibles

Le papier avec lequel nous emballons les cadeaux que nous offrons change d'aspect avec les modes et les époques, mais une chose ne change jamais : son opacité. Ainsi, une personne qui reçoit un cadeau le tient entre ses mains pendant quelques instants avant de savoir ce qu'il est. Pendant ces quelques instants, elle peut imaginer différents cadeaux possibles : peut-être un vélo, peut-être un poisson rouge, peut-être une montgolfière, ... Elle peut donc imaginer que les faits « ce cadeau est un vélo », « ce cadeau est un poisson rouge », ... sont le cas. Un monde étant un ensemble de faits, celui qui reçoit un cadeau imagine donc différents mondes possibles : un monde dans lequel ce cadeau est un vélo, un monde dans lequel ce cadeau est un poisson rouge, ... En revanche, il lui est impossible d'imaginer un monde dans lequel les vélos sont des poissons rouges.

---

\*exposé au séminaire Philosophie et Mathématiques, le 12 avril 2010.

Cette pluralité de mondes possibles permet de distinguer ce qui est *possible*, c'est-à-dire vrai dans un monde au moins, de ce qui est *nécessaire*, c'est-à-dire vrai dans tous.

## La notion de mondes possibles en logique classique

En logique classique, un *modèle* d'un langage est un ensemble muni de suffisamment d'opérations pour qu'il soit possible d'associer, à chaque terme du langage, un élément de cet ensemble et à chaque proposition du langage une valeur de vérité : 0 ou 1. Les propositions auxquelles on associe la valeur 1 sont dites *valides* dans ce modèle. Cette notion de modèle est définie de manière à ce que, quand une proposition  $A$  est démontrable à partir d'un ensemble d'axiomes  $\mathcal{T}$ , alors elle est valide dans tous les modèles dans lesquels ces axiomes sont valides également. Cette notion est aussi définie de manière à ce que la valeur de vérité d'une proposition  $\text{non } A$  soit l'« opposée » de celle de la proposition  $A$  — si l'une est 0 l'autre est 1, et vice-versa. Ainsi, quand  $\mathcal{T}$  est un ensemble d'axiomes et  $A$  une proposition, si  $A$  est démontrable à partir de ces axiomes de  $\mathcal{T}$ , alors  $A$  est valide dans tous les modèles dans lesquels les axiomes de  $\mathcal{T}$  sont valides, si  $\text{non } A$  est démontrable à partir de ces axiomes, alors  $\text{non } A$  est valide dans tous les modèles dans lesquels ces axiomes sont valides, mais si  $A$  n'est pas démontrable et si  $\text{non } A$  ne l'est pas non plus, alors chaque modèle doit faire un choix entre  $A$  et  $\text{non } A$ . De plus, le théorème de complétude de Gödel indique que, dans ce cas, il existe toujours des modèles des axiomes dans lesquels la proposition  $A$  est valide et d'autres dans lesquels la proposition  $\text{non } A$  est valide.

Sauf dans les cas exceptionnels où un ensemble d'axiomes est complet, c'est-à-dire qu'il permet toujours de démontrer une proposition ou sa négation, la validité dans un modèle ne permet donc pas de caractériser la démontrabilité à partir de cet ensemble d'axiomes : un ensemble d'axiomes est naturellement associé, non à un modèle unique, mais à une pluralité de modèles, qui tranchent de manières différentes les propositions laissées indéterminées par les axiomes. C'est uniquement cet ensemble de modèles qui caractérise la démontrabilité : une proposition est démontrable, si elle est valide dans tous ces modèles, sa négation est démontrable si elle n'est valide dans aucun et elle n'est pas tranchée par les axiomes si elle est valide dans certains modèles, mais non dans tous.

Bien avant la logique modale, la notion de modèle de la logique classique mène donc naturellement à cette idée de pluralité des modèles d'une théorie, de pluralité des mondes possibles.

## La notion de mondes possibles en logique modale

La logique modale ne fait qu'utiliser cette idée pour étendre le langage des propositions avec des modalités de possibilité et de nécessité. Chaque modèle classique est appelé un *monde possible* et un ensemble de mondes possibles est

appelé un *modèle*.

La proposition « Il est possible que  $A$  » est valide dans un monde  $M$  s'il existe un monde  $M'$  dans lequel la proposition  $A$  est valide. De même, la proposition « Il est nécessaire que  $A$  » est valide dans un monde  $M$  si la proposition  $A$  est valide dans tous les mondes  $M'$ . Cette notion de modèle correspond une logique modale particulière, appelée  $S5$ . On peut la raffiner en introduisant une relation sur les mondes, ce qui donne d'autres notions de modèle, qui correspondent à d'autres logiques modales.

Pourquoi peut-on dire que cette notion de mondes possibles ne pose pas de problème en théorie des modèles de la logique modale ? Parce que cette notion de modèle n'est qu'une notion parmi d'autres et que ces notions sont équivalentes. Par exemple, si on a deux modèles classiques  $M_4$  et  $M_5$  qui partagent le même ensemble, mais dont les opérations sont telles que la proposition  $A$  est valide dans  $M_4$  mais pas dans  $M_5$ , on peut associer, à cette proposition  $A$ , une valeur de vérité, qui est l'ensemble des entiers  $n$  tels que la proposition  $A$  soit valide dans le modèle  $M_n : \{4\}$ . En faisant de même pour les autres propositions on introduit quatre valeurs de vérité  $\emptyset$ ,  $\{4\}$ ,  $\{5\}$  et  $\{4, 5\}$ , et on peut vérifier que la valeur de vérité d'une proposition de la forme  $A$  et  $B$  est l'intersection des valeurs de vérité de  $A$  et de  $B$ , la valeur de vérité d'une proposition de la forme  $A$  ou  $B$  est la réunion des valeurs de vérité de  $A$  et de  $B$ , ... La valeur de vérité d'une proposition est donc un ensemble de mondes possibles : ce ne sont plus les mondes qui sont des ensembles de faits, mais, de manière duale, les faits qui sont des ensembles de mondes.

Autrement dit, on peut remplacer cette idée de pluralité des mondes possibles par une autre idée, selon laquelle la valeur de vérité d'une proposition n'est pas nécessairement 0 ou 1, mais un élément de l'algèbre de Boole des parties de l'ensemble  $\{4, 5\}$  et, de manière plus générale, d'une algèbre de Boole quelconque. Cette remarque mène à deux notions de modèles pour les logiques classique et modales, l'une fondée sur l'idée de pluralité des mondes, l'autre sur l'idée de pluralité des valeurs de vérité.

Il serait aussi saugrenu, de défendre que les modèles mondains ou algébriques, sont les « bons » modèles de la logique modale, que de défendre que les ensembles de suites de Cauchy ou les coupures de Dedekind sont les « bons » réels. Ces deux notions de modèles sont équivalentes et, en fonction du résultat que l'on cherche à montrer, on utilise l'une ou on utilise l'autre.

## La question du temps

Avant de passer à la physique, nous devons encore faire un détour pour discuter des relations entre cette notion de pluralité des mondes et la notion de temps. Les relations entre temps et mode ont été observées depuis longtemps, et de même que quand des propositions sont indéterminées, on peut imaginer des mondes possibles distincts, dans lesquels cette proposition est valide ou non, quand une proposition est vraie aujourd'hui et fausse demain — comme la proposition « Nous sommes le 12 avril 2010 » —, il est possible de considérer

comme un monde l'ensemble des faits qui sont vrais aujourd'hui et comme un autre l'ensemble des faits qui seront vrais demain. De ce point de vue, la logique temporelle n'est qu'une logique modale comme une autre et les modalités temporelles comme « Demain », « Toujours », ... sont des modalités comme les autres.

Cependant, dans la phrase « Le nez de Cléopâtre, s'il eût été plus court, toute la face de la terre aurait été changée », Pascal ne nous dit pas uniquement que si le nez de Cléopâtre eût été plus court, le monde aujourd'hui serait différent, mais que toute l'histoire du monde aurait été changée. Ainsi, nous pouvons aussi considérer qu'un monde possible ne se limite pas à un ensemble de faits synchroniques mais, appeler monde possible, un scénario possible pour l'histoire du monde. Il devient alors possible de dire non seulement qu'un fait est possible ou nécessaire, mais qu'une succession de faits est possible ou nécessaire.

C'est dans ce cadre que nous nous plaçons dans la suite de cet exposé.

## La notion de mondes possibles en physique

En physique quantique, quand un système peut être dans deux états  $\mathbf{0}$  et  $\mathbf{1}$ , alors toute combinaison linéaire de ces états  $\lambda \mathbf{0} + \mu \mathbf{1}$ , avec  $|\lambda|^2 + |\mu|^2 = 1$ , est également un état possible du système, et, sauf si l'un des coefficients est nul, la mesure de l'état de ce système peut donner le résultat  $\mathbf{0}$  ou le résultat  $\mathbf{1}$ . Pour décrire une telle situation, nous pouvons utiliser la notion de mondes possibles et imaginer que l'état d'un système dont une mesure peut donner le résultat  $\mathbf{0}$  ou le résultat  $\mathbf{1}$  peut se décrire en imaginant deux mondes possibles, l'un dans lequel le résultat de la mesure est  $\mathbf{0}$ , l'autre dans lequel le résultat de la mesure est  $\mathbf{1}$ .

Mais, comme nous l'avons remarqué, ce n'est qu'une description, parmi d'autres, de cette situation. Une description alternative, et équivalente, serait d'associer à la proposition « le résultat de la mesure est  $\mathbf{0}$  » une valeur de vérité autre que 0 ou 1 — par exemple, un ensemble de mondes possibles, le coefficient  $\lambda$ , ou la probabilité  $|\lambda|^2$ .

Nous commençons ici à reconnaître la notion de mondes multiples de l'interprétation d'Everett. Il y a néanmoins un certain nombre de différences qui apparaissent dès à présent. Au lieu de mesurer l'état du système dans la base  $B = (\mathbf{0}, \mathbf{1})$ , nous pouvons le mesurer dans la base  $B' = (\frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{0} + \mathbf{1}), \frac{\sqrt{2}}{2}(-\mathbf{0} + \mathbf{1}))$  et l'ensemble des mondes possibles semble donc dépendre de la base dans laquelle la mesure est effectuée.

Il y a au moins trois manières de résoudre ce problème. Le premier est de supposer que les deux mondes possibles n'apparaissent qu'au moment de la mesure. La mesure ramifie un monde possible en deux. Cela est cohérent avec l'idée que c'est la mesure elle-même qui est source d'indétermination.

Une deuxième est d'utiliser le fait que dans certaines situations une base privilégiée émerge. Ainsi au niveau macroscopique, la base (« chat vivant », « chat mort ») et non la base ( $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (« chat vivant » + « chat mort »),  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (- « chat vivant » + « chat mort »)) émerge comme la base privilégiée du chat de Schrödinger, que

celui-ci soit mesuré ou non. On peut donc considérer une pluralité de mondes, relativement à cette base privilégiée, même avant de faire la mesure.

Enfin, il est possible d'utiliser l'idée de mondes possibles davantage, pour rendre compte, non seulement du non-déterminisme de la mesure, mais aussi de celui du choix de la base  $B$  ou  $B'$ , dans laquelle la mesure est faite. Il y a alors, non pas deux, mais quatre mondes possibles, dans lesquels

- la mesure est faite dans la base  $B$  et le résultat est  $\mathbf{0}$ ,
- la mesure est faite dans la base  $B$  et le résultat est  $\mathbf{1}$ ,
- la mesure est faite dans la base  $B'$  et le résultat est  $\frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{0} + \mathbf{1})$ ,
- la mesure est faite dans la base  $B'$  et le résultat est  $\frac{\sqrt{2}}{2}(-\mathbf{0} + \mathbf{1})$ .

Bien entendu, ces deux formes de potentialités sont différentes, et on peut, par exemple, discuter de la possibilité de quantifier par des probabilités le choix de la base.

Dans la vocabulaire positiviste en vogue dans les années 1930, on dirait volontiers que le choix de la base relève du libre arbitre de l'observateur, mais on peut aussi imaginer que ce choix est effectué par l'appareil de mesure lui-même, qui peut, par exemple, utiliser un générateur de nombres aléatoires, lui même fondé sur une mesure quantique, pour décider d'effectuer la mesure dans une base ou une autre — et c'est sans doute ce que nous ferions, si nous devions effectuer un grand nombre de mesures dans une base et dans l'autre pour déterminer expérimentalement des propriétés statistiques de ces mesures. Mais, quoi qu'il en soit, l'une comme l'autre forme de potentialité peut se modéliser en utilisant la notion de pluralité des mondes.

## Mondes possibles et variables cachées

La notion de mondes possibles est cas particulier de la notion de variable cachée. Quand l'information dont nous disposons sur un système physique ne suffit pas à prédire son évolution — par exemple si le résultat d'une mesure est  $\mathbf{0}$  ou  $\mathbf{1}$  — nous pouvons imaginer qu'il y a une propriété de ce système qui nous échappe et qui détermine son évolution : une variable cachée. Naturellement, dès que nous donnons un nom aux mondes possibles dans lesquels le résultat de la mesure est  $\mathbf{0}$  ou  $\mathbf{1}$ , le nom de ce monde fonctionne exactement comme la valeur d'une variable cachée : c'est l'information qui manque pour prédire le résultat de la mesure. Nous pouvons donc toujours formuler une théorie de la potentialité en utilisant la notion de mondes possibles et utiliser ces mondes possibles comme la valeur d'une variable cachée. Il est donc toujours possible de compléter une théorie en introduisant des variables cachées. Cela est non seulement vrai mais irréfutable, ce qui est la principale faiblesse de cette notion.

En revanche, ne pouvons pas toujours compléter une théorie avec des variables cachées locales, comme le montre la violation des inégalités de Bell par la théorie quantique. L'expérience de Bell consiste à fabriquer une paire de particules intriquées puis à mesurer le spin de la première particule ou bien selon un axe  $z$  ou bien selon un axe  $x$ , puis le spin de la seconde selon un axe  $z'$  ou selon un axe  $x'$ . On peut s'arranger pour placer les axes de manière à ce que

quand on mesure les spins selon l'axe  $z$  et  $z'$  les résultats soient, selon la théorie quantique,  $(+1, +1)$  avec une probabilité  $1/4 + p$ ,  $(+1, -1)$  avec une probabilité  $1/4 - p$ ,  $(-1, +1)$  avec une probabilité  $1/4 - p$ ,  $(-1, -1)$  avec une probabilité  $1/4 + p$ , où  $p = \sqrt{2}/8$ . Les probabilités sont les mêmes si on mesure les spins selon les axes  $z$  et  $x'$  ou selon les axes  $x$  et  $z'$ , mais si on mesure les spins selon les axes  $x$  et  $x'$ , alors les probabilités sont  $(+1, +1)$  avec une probabilité  $1/4 - p$ ,  $(+1, -1)$  avec une probabilité  $1/4 + p$ ,  $(-1, +1)$  avec une probabilité  $1/4 + p$ ,  $(-1, -1)$  avec une probabilité  $1/4 - p$ . Ainsi, la corrélation entre le résultat des mesures selon  $z$  et  $z'$ , définie comme l'espérance de leur produit, est  $c(z, z') = \sqrt{2}/2$ . De même  $c(x, z') = c(x', z) = \sqrt{2}/2$ , mais  $c(x, x') = -\sqrt{2}/2$  et donc  $c(z, z') + c(x, z') + c(x', z) - c(x, x') = 2\sqrt{2}$ , alors qu'un simple argument combinatoire montre que si chaque particule portait une variable cachée indiquant le résultat des mesures des deux particules selon  $z$ ,  $x$ ,  $z'$  et  $x'$ , cette grandeur ne pourrait dépasser 2.

Comment se fait-il que nous puissions rendre compte des prédictions de la théorie quantique avec des variables cachées non locales, et non avec des variables cachées locales? Qu'est-ce qui nous empêche d'équiper localement, avant le début de l'expérience, chaque particule avec des variables, qui prennent la valeur que prennent les variables cachées non locales dans la première théorie?

Nous pouvons comprendre cela, en faisant entrer les choix des observateurs dans l'expérience. Si nous remplaçons les deux observateurs par des systèmes physiques qui déterminent, à l'aide d'un générateur de nombres aléatoires, lui-même fondé sur une mesure quantique, si la mesure du spin est effectuée selon un axe ou l'autre, alors nous nous apercevons que chacune des particules devait porter localement non seulement une variable déterminant le résultat des mesures selon les axes  $z$ ,  $x$ ,  $z'$  et  $x'$ , mais aussi le résultat des générateurs aléatoires.

La question de la localité des variables cachées est donc un problème de compositionnalité des systèmes quantiques.

## Mondes possibles et mondes réels

Jusqu'à ce point de l'exposé, nous sommes partis de la notion logique de monde possible et nous avons tenté de comprendre comment utiliser cette notion, peu sujette à la polémique, en physique. Il est temps de comparer le point auquel nous sommes parvenus à la notion, plus controversée, de mondes multiples afin de tenter de cerner les différences et donc les questions sur lesquelles la controverse porte.

### L'interaction

Une première différence est que, selon les partisans de l'interprétation d'Eve-rett, les mondes multiples ne sont pas des mondes possibles mais des mondes réels. Quelle signification, les tenants de cette interprétation donnent-ils au mot « réel » quand ils disent que les mondes multiples sont réels? Pour le com-

prendre, nous pouvons nous arrêter sur l'explication de l'expérience des fentes de Young, que donne cette interprétation. Ici, la notion de mondes multiples est convoquée pour expliquer, non le non-déterminisme de la mesure, mais le fait que, dans l'expérience de Young avec un seul électron, cet électron puisse passer par les deux fentes à la fois et interférer.

Dans cette explication, le fait que l'électron puisse passer par une fente et l'autre mène à considérer deux mondes dans lesquels l'électron passe par une fente ou bien par l'autre. Mais le fait que la théorie prédise, et l'expérience mette en évidence, des interférences, montre que ces deux mondes ont interagi. Autrement dit, l'état du monde réel est influencé par l'état passé du monde réel, mais aussi par l'état passé des autres mondes possibles, ce qui contraint à les considérer comme réels.

Deux objections peuvent être apportées à cet argument. La première est qu'il est habituel dans certains domaines des sciences humaines de considérer que des événements factuels sont conséquences d'événements contra-factuels. Ainsi, le fait que certaines personnes jouent au loto est une conséquence de l'événement, hélas souvent contra-factuel, que le tirage du lendemain soit la combinaison jouée. Mais cet argument est de peu de valeur, car ce qui détermine le comportement du joueur n'est pas simplement qu'il soit possible que le tirage du lendemain soit la combinaison jouée, mais le fait que le joueur le sache, ce qui, quelque soit la manière dont on considère cet état cognitif, est factuel.

La seconde est que, en logique modale, la valeur de vérité d'une proposition dans un monde donné dépend aussi des autres mondes possibles. Ainsi, la valeur de la proposition « Il est possible que  $A$  » est valide dans un monde  $M$  s'il existe un monde  $M'$  dans lequel la proposition  $A$  est valide. Cependant, cette objection aussi peut être écartée, car les seules propositions qui sont dans ce cas sont celles qui contiennent des modalités, ce qui n'est pas le cas de la proposition énoncée au présent de l'indicatif « Des interférences apparaissent ».

Sur ce point particulier, il semble donc qu'on ne puisse que donner raison aux partisans de l'interprétation de la physique quantique en termes de mondes multiples, quand ils disent que ces mondes ne peuvent pas être de simples mondes possibles, car l'idée même d'une interférence entre un électron factuel et un électron contra-factuel est absurde.

## Le monde en tant que lieu

Un argument, souvent utilisés par les partisans de l'interprétation de la théorie quantique en termes de mondes multiples, mais dont il est difficile de savoir s'il faut l'interpréter métaphoriquement ou au pied de la lettre, est que la révolution des mondes multiples est de la même nature que les révolutions qui se sont produites quand Copernic a montré qu'il existe d'autres planètes semblables à la Terre, quand Bessel a montré qu'il existe d'autres étoiles semblables au Soleil et quand Hubble a montré qu'il existe d'autres galaxies semblables à la Voie lactée. L'idée qu'il existe autre chose, autre part, est une idée qui a toujours été l'objet de réticences et de résistances et ce sont ces mêmes résistances qui s'exprimeraient, une fois de plus, contre cette idée de multiplicité des mondes.

Derrière cet argument, nous voyons s'esquisser une autre définition du mot « réel » : est réel ce qui est quelque part.

Néanmoins, cet argument porte en lui sa limite, car le point commun entre ces trois décentrement de la Terre, du Soleil et de la Voie lactée est que, chaque fois, le problème central que les astronomes ont cherché à résoudre a été celui de la distances de ces autres planètes, étoiles et galaxies : les mesures de Picard, Cassini et Richer ont déterminé la distance des planètes au Soleil de manière absolue, alors que Kepler ne connaissait que ces distances relativement à la distance de la Terre au Soleil, les mesures de Bessel ont déterminé la distance de l'étoile 61 de la constellation du Cygne, ce qui a confirmé l'intuition de Wright, quant à Hubble, il a d'abord déterminé la distance d'Andromède pour en déduire que cet objet avait la même taille que la Voie lactée. Cette question de la mesure de leur distance a donc été indissociable de la découverte de ces ailleurs. Mais on peine à trouver des tentatives de déterminer, de manière similaire, les distances entre les mondes multiples que suppose l'interprétation d'Everett de la théorie quantique. Et de fait, ces mondes multiples ne sont pas un peu plus loin dans le même espace que le notre, mais de même que le champ de température et le champ de pression dans une montgolfière sont des fonctions définies sur le même espace, ces mondes multiples partagent, avec notre monde, le même espace.

Les partisans de l'interprétation d'Everett voient parfois une confirmation de cette interprétation dans la possibilité d'utiliser le principe de superposition, en calcul quantique, pour faire plusieurs calculs sur une même machine : où ces différents calculs pourraient-ils avoir été effectués, sinon dans des mondes différents ? Mais en interrogeant le lieu du calcul, ils ruinent l'argument : mondes multiples ou non, le lieu où ce calcul a été effectué est le même : dans cette machine.

## Différentes abstractions d'une même réalité

Nous sommes parvenus à trois conclusions sur lesquelles les partisans et les adversaires de l'interprétation de la physique quantique en termes de mondes multiples semblent pouvoir s'accorder : premièrement, une description de la physique quantique en termes de mondes possibles est possible, comme pour toute théorie faisant intervenir une notion de potentialité, deuxièmement ces mondes possibles sont réels puisqu'ils interagissent, troisièmement ces mondes multiples ne sont pas ailleurs, mais ici.

De ce fait, la chose qui se rapproche le plus des mondes multiples en physique classique n'est pas la pluralité des étoiles ou des galaxies, mais la possibilité de définir plusieurs champs : un champ de température, un champ de pression, un champ électrique, un champ magnétique, . . . sur le même espace. Pour filer la métaphore informatique, on peut imaginer que le champ de pression et le champ électromagnétique interagissant peu, on construise un ordinateur barométrique fait de tuyaux et de valves et de clapets et un autre électronique fait de semi-conducteurs. En réalisant une unique machine faite de tuyaux réalisés dans des matériaux semi-conducteurs on pourrait superposer les deux machines et exécuter deux calculs dans le même espace. De cette machine, certains auraient

une abstraction particulière qui ignore le champ électromagnétique et ne considère que le champ de pression, alors que d'autres en auraient une abstraction différente qui ignore le champ de pression et ne considère que le champ électromagnétique. Cette machine n'est pas tout à fait une machine de science fiction. Deux signaux sinusoïdaux d'amplitudes variables mais de fréquences fixes et différentes peuvent être ajoutés et, à partir du signal obtenu, on peut extraire les signaux initiaux. C'est ainsi que l'on transmettait différents signaux radios dans le même espace, à l'époque de la modulation d'amplitude et, modulo quelques détails qui nous pouvons négliger ici, que nous transmettons aujourd'hui des milliers de conversations téléphoniques dans le même espace.

Cet idée de mondes possibles partageant le même espace et le même temps est mieux rendue par le vocabulaire qui suppose un multivers unique que par celui qui suppose des univers multiples. Car, le fait que les différents mondes possibles soient au même lieu mène naturellement à l'idée chacun de ces mondes est une abstraction particulière d'une même réalité.

## Le rejet des descriptions alternatives

Si nous nous accordons sur l'idée que la physique quantique peut être décrite en termes de mondes multiples que tous ces mondes ont le même degré de réalité, qu'ils sont tous ici et que chacun est une abstraction de la réalité, nous pouvons alors nous demander si une telle description est l'unique description possible de la réalité. Et la réponse est bien sur négative. Comme nous l'avons vu, si nous considérons une famille de mondes possibles  $(M_i)_{i \in I}$  nous pouvons associer à chaque proposition  $A$  l'ensemble des indices  $i$  dans tels que la proposition  $A$  soit valide dans le monde  $M_i$ , c'est-à-dire un élément de l'algèbre de Boole des parties de l'ensemble  $I$  et obtenir une formulation équivalente de la même théorie. Dire que l'électron passe par la fente de gauche dans l'univers  $M_4$  et par la fente de droite dans l'univers  $M_5$  est la même chose que dire que la valeur de vérité de la proposition « l'électron passe par la fente de gauche » est  $\{4\}$  c'est-à-dire une valeur de vérité intermédiaire entre l'élément minimum de l'algèbre de Boole et son élément maximum.

Et cette formulation n'est plus très éloignée de formulations plus traditionnelles selon lesquelles quand le vecteur d'état d'un système est  $\mathbf{u} = \lambda \mathbf{0} + \mu \mathbf{1}$  la réponse à la question : «  $\mathbf{u}$  est-il égal à  $\mathbf{0}$  ? » n'est ni oui ni non, mais  $\lambda$  ou  $|\lambda|^2$ , cette idée de proposition partiellement vraie et partiellement fausse est déjà dans le principe de superposition.

Roland Omnès a insisté sur le fait que la théorie des mondes multiples prédit les mêmes résultats expérimentaux que la formulation traditionnelle de la théorie quantique. L'indiscernabilité expérimentale de ces deux théories est donc un exemple de la sous-détermination de la théorie par les observations, remarquée par Quine et Duhem.

Ce point de vue est cependant rejeté par les partisans de la théorie des mondes multiples, car excessivement positiviste : la prédiction des résultats expérimentaux n'est pas un critère suffisant — sinon nous n'aurions rien à reprocher à l'astronomie de Ptolémée —, l'économie de moyens, la cohérence interne

de la théorie, voire son élégance ou sa faculté à se laisser imaginer — se laisser mettre en images — est un critère tout aussi important.

Mais il y a une différence entre l’astronomie de Ptolémée et la théorie quantique, c’est que si l’astronomie de Ptolémée explique, ou tout au moins prédit, le mouvement des astres, elle n’explique, ni ne prédit, ni le déplacement du plan d’oscillation du pendule de Foucault, ni le sens de rotation des cyclones et anticyclones. En revanche, c’est pour l’ensemble de tous les énoncés d’observation que les deux formulations de la théorie quantique sont équivalentes.

De plus, quand on a pris conscience que n’importe quelle théorie à mondes multiples peut-être reformulée comme une théorie à valeurs de vérité multiples et vice-versa, et que cette reformulation est à peu près triviale, il devient difficile d’argumenter que l’une est meilleure que l’autre, en terme d’économie de moyens ou de cohérence interne.

## Des utilisations de la notion de mondes possibles

J’ai défendu ailleurs l’idée que, pour certaines logiques, les modèles algébriques avaient certains avantages sur les modèles mondains. Je voudrais ici montrer ici que, dans d’autres cas, les modèles mondains présentent certains avantages.

Il est possible d’équiper un modèle de la logique modale, c’est-à-dire un ensemble de mondes, un ensemble de modèles classiques, d’une distribution de probabilité. On peut alors non seulement introduire dans le langage des modalités de possibilité et de nécessité, mais aussi de probabilité : si  $A$  est une proposition, on peut introduire non seulement des propositions « il est possible que  $A$  » et « il est nécessaire que  $A$  », mais aussi une proposition « la probabilité de  $A$  est supérieure à  $1/3$  ». Une constante  $X$  qui désigne un nombre entier ou un nombre réel a une dénotation qui dépend du monde  $w$  dans lequel on l’interprète, c’est donc essentiellement une fonction de l’ensemble  $\Omega$  des mondes dans l’ensemble des nombres entiers, ou des nombres réels : une *variable aléatoire*. Et on peut donc considérer la proposition «  $X \leq 10$  », dont la valeur de vérité dépend du monde dans lequel on l’interprète, et la proposition « la probabilité que  $X \leq 10$  est supérieure à  $1/3$  », dont la valeur de vérité, dans n’importe quel monde, est la mesure de l’image réciproque de l’ensemble  $\{x \mid x \leq 10\}$  par la fonction qui à chaque monde  $w$  associe la dénotation de la constante  $X$  dans  $w$ . On retrouve donc ici les notions habituelles de variable aléatoire et d’événement liée à la valeur d’une variable aléatoire

Pourtant, cette manière d’aborder la théorie des probabilités est insuffisante, en particulier parce que, si on peut parler d’une variable aléatoire et de sa valeur, il est impossible de parler, dans ce langage, de son espérance ou de sa variance. Pour pouvoir le faire, il faut effectuer un plongement de cette théorie et de ses modèles dans une autre théorie, par exemple la théorie des ensemble — où comme on disait naguère encore, se placer au méta-niveau — et être capable de parler non seulement des événements, mais aussi des mondes possibles, non

seulement de la valeur d'une variable aléatoire, mais aussi de cette variable en tant que fonction. Et on retombe alors sur la formalisation traditionnelle de la théorie des probabilités. Parler de la valeur d'une variable aléatoire ne demande donc pas d'explicitier les mondes possibles, mais il semble que cette explicitation soit nécessaire pour parler de son espérance ou de sa variance.

La même situation se présente en calculabilité. Quand un algorithme qui associe des éléments d'un ensemble  $B$  aux éléments d'un ensemble  $A$  est non déterministe, c'est-à-dire qu'il peut donner plusieurs valeurs de sortie pour chaque valeur d'entrée, il se formalise, non sous la forme d'une fonction de l'ensemble  $A$  dans l'ensemble  $B$ , mais sous la forme d'une relation entre ces ensembles. La calculabilité d'une telle relation peut alors se définir de deux manières. La première de demander que la fonction caractéristique partielle de cette relation soit calculable, c'est-à-dire qu'il existe un algorithme déterministe qui prenne en argument un élément  $x$  de  $A$  et un élément  $y$  de  $B$ , indique que  $y$  est une valeur de sortie possible de l'algorithme non déterministe pour l'entrée  $x$ , si c'est le cas, et poursuive son calcul à l'infini sinon. La seconde est de demander qu'il existe un ensemble  $\Omega$  et un algorithme déterministe de  $\Omega \times A$  dans  $B$  tel que  $x$  et  $y$  soient en relation si et seulement s'il existe un  $w$  dans  $\Omega$  tel que l'image du couple  $w, x$  soit  $y$ .

Ces deux définitions sont équivalentes quand l'égalité sur les éléments de  $B$  est décidable. Mais quand ce n'est pas le cas, comme par exemple quand  $B$  est la droite réelle, alors la première définition mène à une notion très pauvre et la bonne notion est la seconde. Cette définition demande donc d'explicitier un ensemble  $\Omega$  de mondes, une variable cachée, une source de non-déterminisme.

La notion de mondes possibles donc peut être utilisée ou non pour formaliser la physique quantique. Plus que chacune des formulations de la théorie, c'est leur équivalence qui importe. Plus que des critères esthétiques, historiques ou moraux, ce sont des critères pratiques qui doivent nous guider notre choix d'une formalisation ou d'une autre, en fonction du problème que nous cherchons à résoudre.