



**HAL**  
open science

## Remaillage de surfaces déformables

David Lopez, Nicolas Ray, Dmitry Sokolov

► **To cite this version:**

David Lopez, Nicolas Ray, Dmitry Sokolov. Remaillage de surfaces déformables. Journées Françaises d'Informatique Graphique (JFIG2020), Nov 2020, Nancy, France. hal-02992630

**HAL Id: hal-02992630**

**<https://inria.hal.science/hal-02992630v1>**

Submitted on 6 Nov 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Remaillage de surfaces déformables

David Lopez<sup>1</sup>, Nicolas Ray<sup>1</sup> and Dmitry Sokolov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> équipe PIXEL, LORIA-INRIA Nancy Grand-Est  
lopez.d4vid@gmail.com nicolas.ray@inria.fr dmitry.sokolov@loria.fr

Nous proposons une technique de remaillage adaptée au suivi de surfaces déformables. Elle est fondée sur l'optimisation de diagrammes de Voronoï et fournit à chaque pas de temps de la déformation une représentation explicite de la surface.

## 1 Introduction

À l'instar de la surface libre d'un liquide, une surface déformable voit sa géométrie et sa topologie évoluer au cours du temps ; à chaque pas de temps, les sommets de la surface sont déplacés suivant un champ de vitesse<sup>1</sup>. Dès lors, les éléments constitutifs du maillage (arêtes et facettes) sont tous potentiellement contractés ou dilatés et requièrent une ré-évaluation. Ce remaillage est délicat : le nombre, la position et la combinatoire des sommets est discutée (SECTION 3) sachant qu'il est impératif de préserver la topologie du modèle (remaillage homéomorphe) et de minimiser l'erreur d'approximation.

## 2 État de l'art

**Surfaces dynamiques** : Les méthodes eulériennes telles que Level Set [4] sont populaires pour leur simplicité d'implémentation et leur gestion implicite des changements topologiques (fusion de volumes ou détachement de gouttelettes). À l'opposé, les méthodes lagrangiennes comme "El Topo"[2] fournissent des surfaces explicites précises : ces maillages peuvent être directement utilisées (rendu...) mais imposent une maintenance délicate. Enfin, une alternative tire partie des deux points de vue

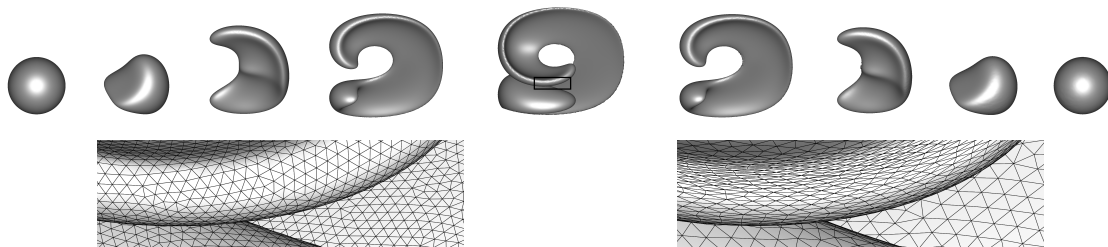
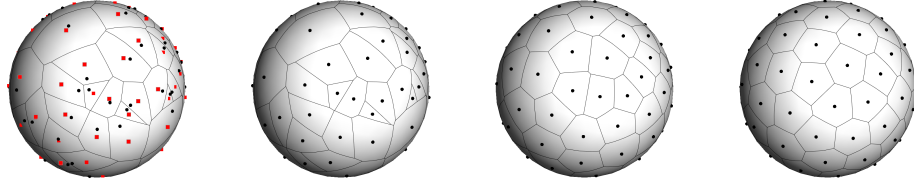


FIGURE 1. Enright's test at steps 0, 50, 75, 100, 150, 200, 225, 250 and 300 (top) and details of the isotropic and anisotropic 150th step mesh (resp. bottom right and left).

---

1. La question de la simulation physique n'est pas abordée ici, nous supposons avoir un champ de vitesse défini en tout point de l'espace. Les résultats présentés s'appuient sur des tests synthétiques spécifiques au domaine : les tests d'Enright [4] et Curlnoise[2] (voir respectivement les FIGURES 1 et 7).



**FIGURE 2.** À gauche, diagramme de Voronoï d'un ensemble de graines (points) restreint à une sphère; les barycentres des cellules sont représentées à l'aide de carrés rouges. Les trois autres vignettes sont les résultats respectifs de 2, 5 et 20 itérations de l'algorithme de Lloyd.

et exploite plusieurs représentations pour parvenir à un résultat; ces méthodes mixtes s'appuient sur une capture spatiale (e.g. grille eulérienne sous-jacente) pour maintenir une représentation explicite de l'interface [5, 10]. Pour un état des lieux plus approfondi, nous renvoyons le lecteur vers les publications de référence ou une synthèse comme celle de Listy et Anoop [7].

**Remaillage fondé sur les diagrammes de Voronoï :** La présente solution de remaillage est fondée sur les diagrammes de Voronoï restreints barycentriques [11, 6].

Étant donné une surface polygonale variété  $M$  et un ensemble d'échantillons  $X$ , le diagramme de Voronoï de  $X$  restreint à  $M$  est défini par  $\text{Vor}_{X|M} = \{\Omega_{i|M}\}$  avec  $d(a, b)$  dénote la distance euclidienne séparant  $a$  et  $b$  :

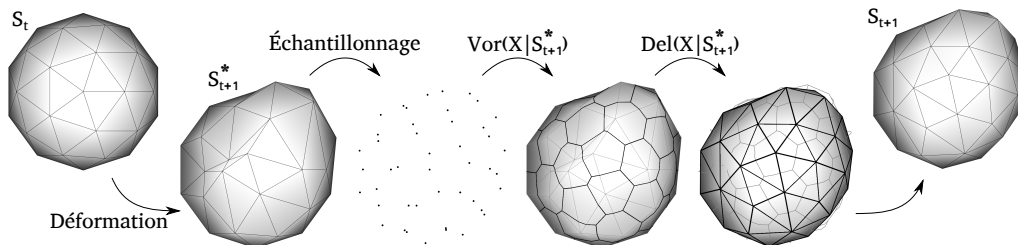
$$\Omega_{i|S} = \{p \in S \mid d(p, x_i) < d(p, x_j) \forall x_i, x_j \in X\}$$

Un diagramme de Voronoï est qualifié de barycentrique lorsque chaque générateur coïncide avec le barycentre de sa cellule. Une telle configuration peut être atteinte à partir d'un échantillonnage aléatoire en repositionnant itérativement les graines au barycentre de leur cellule (algorithme de Lloyd [8], FIGURE 2). Cette solution converge vers une solution stable.

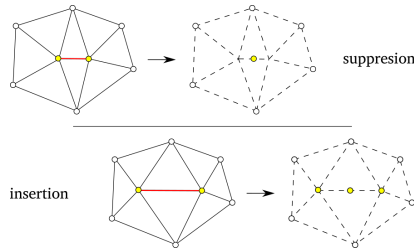
Dans le cas général, la génération de la triangulation duale ( $\text{Del}_{P|S}$ ) est mécanique : chaque cellule restreinte correspond à un sommet, une double intersection de cellules restreintes (voisinage) conduit à une arête et un triple voisinage renvoie une facette (FIGURE 3, 5<sup>ème</sup> vignette).

### 3 Méthode

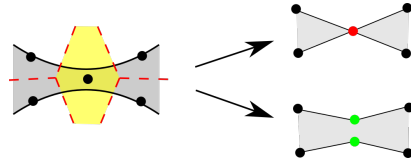
La FIGURE 3 illustre le déroulement d'un pas de temps; les points clés de chaque étape sont décrits dans les paragraphes suivants.



**FIGURE 3.** Pas de temps de la déformation : après avoir appliqué le champ de vitesse aux sommets de  $M_t$ , on définit un échantillonnage ( $X$ , SECTION 3.1); le diagramme de Voronoï restreint  $\text{Vor}_{X|M_{t+1}^*}$  permet de définir la triangulation duale ( $\text{Del}_{X|M_{t+1}^*}$ , SECTION 3.2). La position des sommets est finalement affinée pour parfaire la nouvelle approximation ( $M_{t+1}$ , SECTION 3.3).



**FIGURE 4.** Événements géométriques : effondrement d’une arête trop courte (en haut) et morcellement d’une arête trop longue (en bas).



**FIGURE 5.** Différence entre la prise en compte d’une cellule restreinte et de chaque composante connexe; la première conduit à un sommet dual non variété (haut), la seconde solution offre une correction automatique (bas).

### 3.1 Optimisation de l’échantillonnage

Les sommets de la surface déformée sont autant d’échantillons potentiels : leur candidature est évaluée en fonction de la déformation locale (contraction ou dilatation de la portion de surface avoisinante). Cet ajustement est suivi d’une optimisation de leur répartition sur le domaine surfacique (lissage).

**Ajustement du nombre d’échantillons :** La littérature suggère un seuillage de la longueur des arêtes : un événement géométrique est déclenché lorsque l’une d’entre elles est hors norme<sup>2</sup>(FIGURE 4). Cette technique est aisément transposable au voisinages mis en exergue par le diagramme de Voronoï restreint.

**Optimisation de leur répartition :** Un repositionnement au barycentre permet d’harmoniser la position des échantillons sur l’ensemble du domaine. Plusieurs options s’offrent alors à l’utilisateur, suivant qu’il veuille générer un maillage isotrope [11] ou anisotrope [6, 9].

Dans tous les cas, le nombre d’itérations nécessaire à l’algorithme de Lloyd est très faible car l’initialisation est bonne (optimisation à chaque pas de temps de la déformation).

### 3.2 Analyse de la décomposition en cellules restreintes

L’échantillonnage que nous venons de définir permet de décomposer le domaine surfacique. Dans de bonnes conditions, la réalisation géométrique duale de cette partition est une variété triangulée.

Pour s’assurer d’une construction valide, nous nous appuyons sur l’étude théorique de Edelsbrunner et Shah[3]. Il en ressort qu’une partition valide est formée de composantes connexes (FIGURE 5) semblables à un disque topologique<sup>3</sup> et admettant au moins trois voisins distincts et non-redondants.

Les configurations moins favorables font l’objet d’un traitement supplémentaire visant à ajuster localement l’échantillonnage afin d’obtenir une décomposition adéquate. Une première tentative s’applique à identifier la nature de la difficulté et d’éventuellement proposer une correction minimale; par défaut, une solution fondée sur un raffinement local converge<sup>4</sup> (ré-échantillonnages successifs en faisant croître le nombre de points).

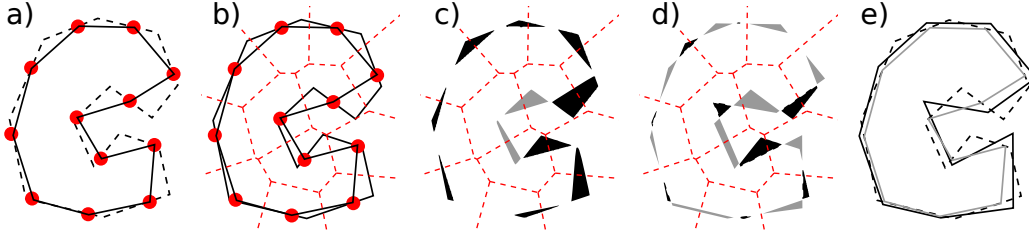
### 3.3 Minimisation de l’erreur d’approximation

Les opérations géométriques (modification de la position ou de la combinatoire d’un sommet) engendrent de petites erreurs d’approximations qu’il convient de maîtriser : leur accumulation au fil des pas de temps peut s’avérer désastreuse. De la même manière, l’application à une simulation d’écoulement fluide ne s’accommoderait pas de variations de volume d’origine géométrique. Aussi,

2. Intervalle de validité défini par l’utilisateur à l’initialisation.

3. Un seul bord et présentant une caractéristique d’Euler égale à 1.

4. La convergence est garantie par la théorie d’ $\varepsilon$ -échantillonnage de Amenta *et al.* [1]



**FIGURE 6.** Minimisation des différences locales de volume : (a) une surface échantillonnée ( $M_{t+1}^*$ , en pointillés) et son remaillage ( $M_{t+1}$ , trait plein), (b) superposition de ces deux domaines avec le diagramme de Voronoï des sommets de  $M_{t+1}$ , (c) les variations de volumes mesurées sont surlignées (gain en noir et perte en gris), (d) puis minimisées, (e) superposition de la surface de référence, du remaillage et du résultat optimisé (respectivement en pointillés, en trait plein gris et en noir).

nous proposons d’optimiser la position des sommets de la nouvelle représentation ; une illustration 2D est donné en FIGURE 6).

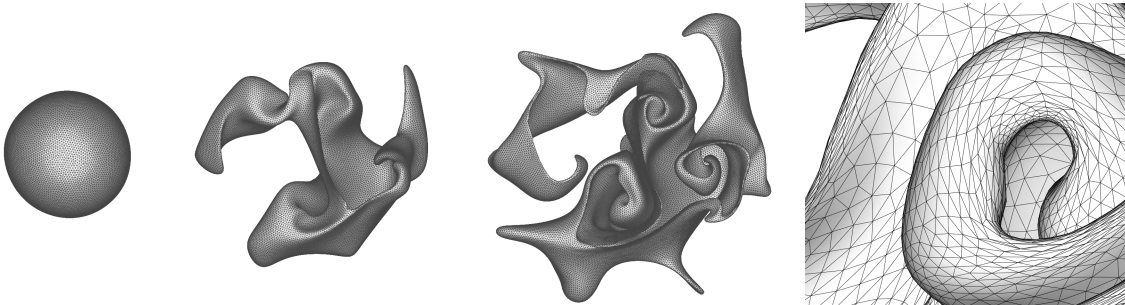
L’optimisation s’appuie sur la partition selon Voronoï restreint à la surface de référence et à la nouvelle construction (*i.e.*  $\text{Vor}_{V_{t+1}|M_{t+1}^*}$  et  $\text{Vor}_{V_{t+1}|M_{t+1}}$ ). Pour chaque sommet de la nouvelle modélisation ( $v \in V_{t+1}$ ), il est donc possible de mettre en évidence deux composantes connexes associées (cas général) ; le volume les séparant modélise l’erreur induite localement. Pour éviter les compensations hasardeuses, la minimisation vise la globalisation des résultats (somme des carrés des volumes signés locaux).

## 4 Résultats

Les captures d’écran des tests d’Enright et de Curlnoise sont présentées respectivement dans les figures 1 et 7. Les détails du maillage dans la première figure montrent l’aptitude de la méthode à fournir indifféremment des maillages isotropes ou anisotropes. Les seconds permettent d’obtenir des résultats plus fins dans lesquels la morphologie des facettes est adaptée à la géométrie de la surface.

### **Contributions :**

- La reformulation des contraintes théoriques énoncées par Edelsbrunner et Shah [3] en terme de composantes connexes et de nombre minimal de voisinage restreints non redondants. Les systèmes de correction permettent d’atteindre un résultat topologiquement valide et orienté.
- Une technique de minimisation de l’erreur particulièrement adaptée aux problème de suivi de surface pour les simulations d’écoulement de fluides incompressibles.



**FIGURE 7.** Aperçu des résultats obtenus au test Curlnoise.

## Remerciements

Ce travail est en partie soutenu par le Conseil européen de la recherche (projet GOODSHAPE, ERC-StG-205693) et l'ANR (projet MORPHO).

## Références

1. Nina Amenta and Marshall Bern. Surface reconstruction by voronoi filtering. In *Proceedings of the fourteenth annual symposium on Computational geometry*, SCG '98, pages 39–48, New York, NY, USA, 1998. ACM.
2. Tyson Brochu and Robert Bridson. Robust topological operations for dynamic explicit surfaces. *SIAM J. Sci. Comput.*, 31(4) :2472–2493, 2009.
3. H. Edelsbrunner and N.R. Shah. Triangulating topological spaces. *International Journal of Computational Geometry and Applications*, 7(4) :365–378, 1997.
4. Douglas Enright, Duc Nguyen, Frédéric Gibou, and Ronald Fedkiw. Using the particle level set method and a second order accurate pressure boundary condition for free surface flows. In *Proc. of the 4th ASME-JSME Joint Fluids Eng. Conf.*, June 2003.
5. James Glimm, John W. Grove, Xiao Lin Li, Keh ming Shyue, Yanni Zeng, and Qiang Zhang. Three-dimensional front tracking. *SIAM J. Sci. Comput.*, 19(3) :703–727, 1998.
6. Bruno Lévy and Nicolas Bonneel. Variational anisotropic surface meshing with voronoi parallel linear enumeration. In Xiangmin Jiao and Jean-Christophe Weill, editors, *Proceedings of the 21st International Meshing Roundtable*, pages 349–366. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
7. Stephen Listy and Jose Anoop. An overview of surface tracking and representation in fluid simulation. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 6(11), 2015.
8. Stuart P. Lloyd. Least squares quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-28(2) :129–137, March 1982.
9. David Lopez and Bruno Lévy. Dynamic Mesh Optimization for Free Surfaces in Fluid Simulation. In *IMR - 21th international meshing roundtable - 2012*, pages 1–5, San José, États-Unis, October 2012. Xiangmin Jiao and Jean-Christophe Weill.
10. C. Wojtan, M. Müller-Fischer, and T. Brochu. Liquid simulation with mesh-based surface tracking. In *ACM SIGGRAPH 2011 Courses*. ACM, 2011.
11. Dong-Ming Yan, Bruno Lévy, Yang Liu, Feng Sun, and Wenping Wang. Isotropic remeshing with fast and exact computation of restricted voronoi diagram. In *Proceedings of the Symposium on Geometry Processing*, SGP '09, pages 1445–1454, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2009. Eurographics Association.