Identification géométrique de mécanismes parallèles par vision

P Renaud, Nicolas Andreff, P. Martinet, Grigoré Gogu, M. Dhome

▶ **To cite this version:**

P Renaud, Nicolas Andreff, P. Martinet, Grigoré Gogu, M. Dhome. Identification géométrique de mécanismes parallèles par vision. RFIA conference, RFIA'04, Jan 2004, Toulouse, France. hal-02466519

HAL Id: hal-02466519
https://inria.hal.science/hal-02466519

Submitted on 4 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification géométrique de mécanismes parallèles par vision

Vision-based kinematic calibration of parallel mechanisms

P. Renaud[1] N. Andreff[1,2] P. Martinet[2] G. Gogu[1] M. Dhome[2]

[1] LaRAMA, IFMA - Université B. Pascal
[2] LASMEA, Université B. Pascal - CNRS

Campus des Cézeaux, 63175 Aubière Cedex
Pierre.Renaud@ifma.fr

Résumé

Dans cet article nous présentons l'utilisation d'un outil de métrologie par vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles. La vision permet d'obtenir simultanément la position et l'orientation de l'effecteur du mécanisme. Un outil de métrologie par vision permet donc l'utilisation de la méthode du modèle géométrique inverse, particulièrement efficace en simulation. Dans cet article les conditions d'identifiabilité des paramètres par vision sont analysées. L'identification d'un mécanisme parallèle H4 est alors présentée, en analysant l'identifiabilité de deux modèles. Des résultats expérimentaux montrant la nette amélioration de la précision du mécanisme et l'influence du choix du modèle sont enfin décrits, avant de conclure sur l'identification d'une telle classe de mécanismes.

Mots Clefs

Mécanisme parallèle, identification, vision.

Abstract

In this article we present the use of a vision-based measuring device for the kinematic calibration of parallel mechanisms. Vision enables one to perform simultaneously position and orientation measurements of the mechanism end-effector. A vision-based measuring device therefore allows one to use the inverse kinematic model method, particularly efficient in simulation. In this article the parameter identifiability conditions are analyzed. The kinematic calibration of a H4 parallel mechanism is then presented, with parameter identifiability study. Experimental results are finally presented with an influence analysis of the identification model.

Keywords

Parallel mechanisms, calibration, computer vision.

1 Introduction

Un mécanisme parallèle est un mécanisme où l'organe terminal, l'effecteur, est connecté à la base par l'intermédiaire de plusieurs chaînes cinématiques, contrairement à un mécanisme sériel. Leur répétabilité peut être nettement supérieure à celle de ces derniers [1], mais le grand nombre d'éléments et de liaisons limite souvent leurs performances en terme de précision [2]. Afin d'y remédier, une identification géométrique peut être réalisée. Elle consiste à déterminer les paramètres géométriques décrivant au mieux le comportement du mécanisme et à modifier en conséquence la loi de commande. Les algorithmes proposés pour réaliser l'identification de structures parallèles peuvent être classés en trois catégories : les méthodes basées sur l'utilisation directe d'un modèle géométrique, celles reposant sur l'utilisation de contraintes cinématiques des éléments de la structure, et les méthodes basées sur l'installation de capteurs proprioceptifs redondants.

L'utilisation de capteurs proprioceptifs redondants sur les articulations passives du mécanismes, *i.e.* non actionnées, permet d'obtenir une solution unique du modèle géométrique direct [3], et de procéder à l'identification géométrique [4, 5, 6], ou d'améliorer leur précision [7]. Sur un plan pratique, l'installation de tels capteurs doit cependant être prévue dès la conception du mécanisme. De plus, cette instrumentation n'est pas possible pour toutes les liaisons.

Les méthodes basées sur des contraintes cinématiques de l'organe terminal ou des jambes du mécanisme [8, 9, 10, 11] remédient à ce problème. Cependant, les méthodes reposant sur des contraintes de l'organe terminal ne sont pas efficaces sur le plan numérique [4], et la réalisation de dispositifs précis de blocage en position ou orientation d'éléments du mécanisme semble difficile à envisager pour des structures de grande tailles.

Le modèle géométrique direct, qui exprime l'état de l'effecteur en fonction de celui des actionneurs, existe ra-

rement pour des mécanismes parallèles sous une forme analytique [1]. L'usage d'un tel modèle sous une forme numérique approchée peut engendrer des instabilités numériques lors de l'identification [4]. En revanche, le modèle géométrique inverse, exprimant l'état des actionneurs en fonction de celui de l'effecteur, peut généralement être exprimé sous une forme analytique simple. L'identification peut alors être réalisée en comparant les variables articulaires mesurées et les estimations correspondantes obtenues à partir d'une mesure de pose de l'organe terminal et du modèle géométrique inverse. Chaque chaîne cinématique peut de plus être identifiée indépendamment [12]. La méthode du modèle géométrique inverse semble donc actuellement la plus efficace.

La principale limitation de cette méthode est la nécessité d'une mesure précise de la pose de l'effecteur (*i.e.* une mesure simultanée de sa position et de son orientation). Parmi les dispositifs de mesure proposés, seuls quelques-uns ont été utilisés pour conduire l'identification d'une structure parallèle [13, 14, 15, 16]. Les outils de mesure sont soit très onéreux, soit difficiles à utiliser, ou disposent de volumes de mesure limités. *A contrario*, un outil de métrologie par vision permet de mesurer la pose précisément [17], pour un faible coût et de manière aisée. L'utilisation d'un tel outil et de la méthode du modèle géométrique inverse peut donc être une voie efficace pour la réalisation de l'identification géométrique.

Dans cet article, nous analysons les difficultés d'identifiabilité des paramètres géométriques liées à l'utilisation de la vision. La mesure de pose n'étant en effet pas directement exprimée dans les repères permettant l'estimation des variables articulaires du mécanisme, l'identifiabilité du modèle obtenu en prenant en compte les paramètres *externes* nécessaires au recalage des mesures peut s'avérer délicate à obtenir. Dans la première partie, le principe de l'identification par utilisation du modèle géométrique inverse est rappelé, avant d'expliciter les causes de perte d'identifiabilité des paramètres du mécanisme. Dans la partie suivante, le cas d'un mécanisme parallèle H4 est détaillé, avant de donner quelques résultats expérimentaux. L'influence du choix du modèle pour l'identification et le gain de précision sont évalués. Finalement des conclusions sont tirées sur l'utilisation d'un outil de métrologie par vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles.

2 Méthode d'identification

2.1 Utilisation du modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse est le modèle permettant d'exprimer les variables articulaires pilotés $\mathbf{q}$ à partir des paramètres géométriques ξ_g et de la pose $\mathbf{X}$ de l'effecteur, définie à partir de la transformation ${}^{B}T_{E}$ entre le repère lié à la base R_B et le repère lié à l'effecteur R_E :

$$\mathbf{q} = f(\mathbf{X}, \xi_g) \tag{1}$$

A l'aide des capteurs proprioceptifs intégrés au mécanisme et d'une mesure de la pose $\mathbf{X}$, il est possible pour obtenir ξ_g de minimiser par rapport à ce dernier une fonction d'erreur établie en comparant les valeurs articulaires mesurées $\tilde{\mathbf{q}}$ et les valeurs estimées pour un ensemble de N poses différentes de l'effecteur, c'est-à-dire résoudre :

$$\xi_g = \underset{\xi}{\operatorname{Argmin}} \sum_{i=1}^{N} \|f(\mathbf{X}, \xi_g) - \tilde{\mathbf{q}}\|^2 \tag{2}$$

2.2 Identifiabilité

L'outil de métrologie par vision consiste en une caméra, qui sera fixée à la base du mécanisme, et une mire, fixée sur l'effecteur (figure 1). Grâce à l'observation de cette dernière avec la caméra, il est possible d'exprimer la transformation ${}^{C}T_{M}$ entre les repères R_C lié à la caméra et R_M lié à la mire [18].

La définition de la pose $\mathbf{X}$ est distincte de la pose mesurée ${}^{C}T_{M}$. Les paramètres à identifier sont donc les paramètres géométriques du modèle du mécanisme ξ_g mais également les paramètres *externes* ξ_e (paramètres des transformations base-caméra ${}^{B}T_{C}$ et mire-effecteur ${}^{M}T_{E}$) permettant de calculer :

$${}^{B}T_{E} = {}^{B}T_{C}\,{}^{C}T_{M}\,{}^{M}T_{E} \tag{3}$$

et ainsi $\mathbf{X}$, qui est extrait de ${}^{B}T_{E}$.

Le critère à minimiser s'exprime sous la forme :

$$\chi^2(\xi) = \epsilon^T \epsilon \tag{4}$$

avec $\epsilon = \tilde{\mathbf{q}} - f(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_\mathbf{g})$ et $\xi = \xi_e \cup \xi_g$.

La minimisation de ce critère par optimisation non-linéaire nécessite un rang maximal de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$

$$\mathbf{J}_\xi = \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} \tag{5}$$

Pour les mécanismes sériels, des méthodes ont été développées pour estimer l'identifiabilité des paramètres, c'est-à-dire le rang de $\mathbf{J}_\xi$ [19, 20].

Pour les mécanismes parallèles, Khalil et Besnard [10] ont proposé de faire appel à une analyse numérique de la matrice $\mathbf{J}_\xi$ pour évaluer son rang, et si besoin la modifier pour assurer son identifiabilité. Nous distinguons ici tout d'abord les causes de perte d'identifiabilité, et notamment les conséquences de l'utilisation d'un capteur extéroceptif.

Nous souhaitons avoir la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ de rang plein. Une perte d'identifiabilité peut être due à :

- un couplage de l'influence des paramètres géométriques ;
- un couplage de l'influence des paramètres externes ;
- un couplage de l'influence des paramètres géométriques et externes.

Couplage entre paramètres géométriques. Une perte de rang de la matrice jacobienne se produit s'il existe un jeu de constantes λ_α telles que :

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{g\alpha}}(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_g) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{6}$$

Cette relation pourra être vérifiée si le paramétrage du mécanisme n'est pas minimal. Une vérification numérique, par décomposition QR [21], permet de détecter ce type de perte d'identifiabilité. Notons qu'elle est sans conséquence sur l'amélioration de la précision du mécanisme.

Couplage entre paramètres externes. Une perte de rang de la matrice jacobienne se produit s'il existe un jeu de constantes λ_α telles que :

$$\sum_\alpha \left(\lambda_\alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{e\alpha}}(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_g) \right) = 0 \ , \forall \mathbf{X} \tag{7}$$

avec $\epsilon = \tilde{\mathbf{q}} - f(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_g)$, d'où

$$\sum_\alpha \left(\lambda_\alpha \frac{\partial f}{\partial \xi_{e\alpha}} \right) = 0, \ \forall \mathbf{X} \tag{8}$$

$$\sum_\alpha \left(\lambda_\alpha \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X_i}} \frac{\partial \mathbf{X_i}}{\partial \xi_{e\alpha}} \right) \right) = 0, \ \forall \mathbf{X} \tag{9}$$

soit en permutant les sommations :

$$\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X_i}} \sum_\alpha \left(\lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{X_i}}{\partial \xi_{e\alpha}} \right) \right) = 0, \ \forall \mathbf{X} \tag{10}$$

La condition (10) peut être réécrite sous la forme :

$$\mathbf{J_q} \left(\sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi_{e\alpha}} \right) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{11}$$

La matrice jacobienne du modèle géométrique inverse par rapport à la pose $\mathbf{J_q}$ a son déterminant nul uniquement pour une position singulière. Un couplage des paramètres externes pour la méthode utilisant le modèle géométrique inverse implique donc, si on identifie simultanément l'ensemble du mécanisme, un couplage des paramètres externes par rapport à la pose. Ce type de perte d'identifiabilité se produit par conséquent si la pose de l'organe terminal $\mathbf{X}$ est invariante par un changement de certains paramètres de ξ_e. Les paramètres en cause peuvent être déterminés à partir de la condition (11) de manière analytique. Un exemple sera donné pour le mécanisme H4. Nous pouvons remarquer que le problème revient alors à savoir si l'on peut, connaissant $\mathbf{X}$ et ${}^C T_M$, déterminer les deux transformations ${}^C T_B$ et ${}^E T_M$. La question a été résolue par Zhuang [22], qui montre que l'effecteur doit disposer d'au moins deux degrés de liberté en rotation par rapport à sa base. Des difficultés d'identifiabilité sont donc à attendre pour des mécanismes destinés par exemple à la manipulation, qui ne disposent que d'un degré de liberté en rotation. Notons enfin que ce type de perte d'identifiabilité est sans conséquence sur l'amélioration de la précision du mécanisme.

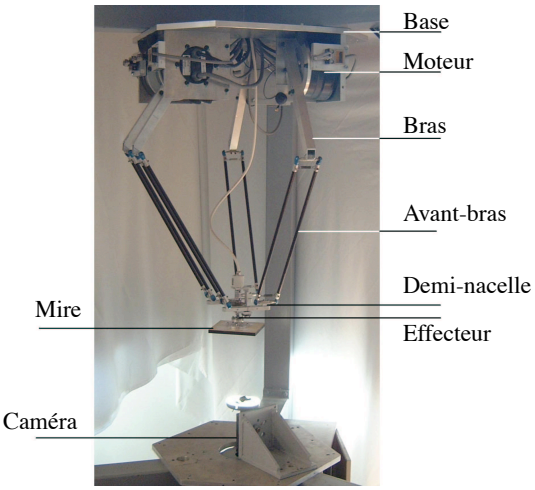

FIG. 1 – Mécanisme H4 avec l'outil de métrologie par vision en place.

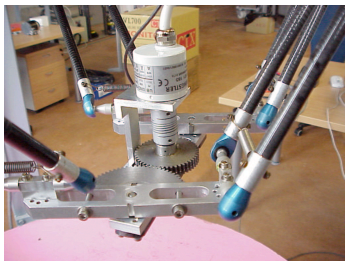

FIG. 2 – Mécanisme d'amplification du débattement angulaire de l'effecteur.

Couplages entre paramètres géométriques et externes. Une perte de rang de la matrice jacobienne se produit s'il existe deux jeux de constantes λ_α, μ_β telles que :

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{e\alpha}} + \sum_\beta \mu_\beta \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{g\beta}} = 0, \forall \mathbf{X} \tag{12}$$

Ce type de couplage peut *a priori* se produire. Il dépend de la géométrie du mécanisme et de son paramétrage. Les repères liés à la caméra et à la mire ne sont pas matérialisables facilement. Il est donc très difficile d'évaluer ${}^C T_B$ ou ${}^E T_M$ par une mesure. Si ce type de couplage se produit, nous ne pourrons donc pas extraire directement les paramètres géométriques définissant le modèle de la commande.

3 Modélisation du mécanisme H4

3.1 Présentation du mécanisme

Le mécanisme H4, développé au LIRMM [23], est un mécanisme parallèle composé de quatre chaînes cinématiques (figure 1), actionnées par quatre moteurs situés entre la base et les bras. Les avant-bras liant les bras et la nacelle sont composés de deux barres. L'effecteur a quatre degrés de liberté (trois translations et une rotation) si les chaînes fermées formées par les quatre paires de

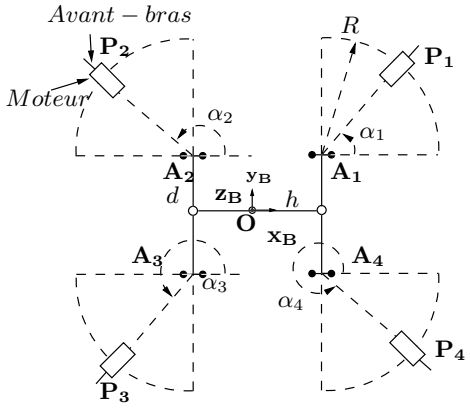

FIG. 3 – Paramétrage de l'implantation des bras sur la base pour le modèle 12.

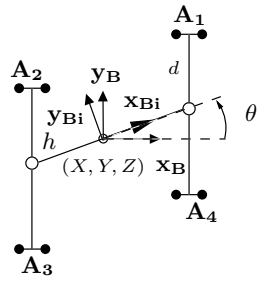

FIG. 4 – Paramétrage de la nacelle pour le modèle 12.

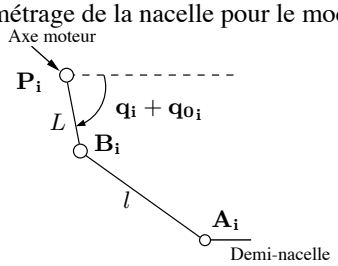

FIG. 5 – Paramétrage des bras et avant-bras pour le modèle 12.

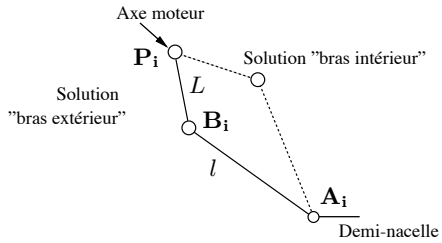

FIG. 6 – Choix de la valeur des variables articulaires.

barres constituent des parallélogrammes spatiaux [23]. Les deux demi-nacelles sont liées par une bielle sur laquelle est monté en liaison pivot l'effecteur. Un mécanisme amplificateur permet d'accroître sa capacité en rotation (figure 2). Dans la suite, nous considérerons pour simplifier les écritures que le rapport d'amplification est égal à l'unité, sans perte de généralité.

Par la suite, les parallélogrammes sont supposés parfaits. La validité de cette hypothèse sera discutée avec les résultats expérimentaux. Deux modèles sont proposés pour l'identification du mécanisme. Il sera ensuite possible de générer des variantes de ces modèles en bloquant certains paramètres géométriques à leur valeur *a priori*.

3.2 Modèle 12

Hypothèses. Pour ce modèle, les hypothèses formulées lors de la conception du mécanisme [24] sont conservées. Les centres $\mathbf{P_i}, i \in [1,4]$ des liaisons entre la base et les bras (figure 3) sont en effet supposés situés dans un même plan, à égale distance R des centres de liaison correspondants $\mathbf{A_i}$ sur la nacelle lorsque celle-ci est considérée fixée sur la base dans sa configuration en "H". Toujours dans cette position, la nacelle permet de définir le repère de base $R_B(\mathbf{O}, \mathbf{x_B}, \mathbf{y_B}, \mathbf{z_B})$. La position des centres de liaisons $\mathbf{P_i}, i \in [1,4]$ est alors définie par les angles $\alpha_i, i \in [1,4]$. Les quatre bras sont supposés de même longueur L, et les avant-bras de longueur l (figure 5). En considérant les dimensions de la nacelle h et d (figure 4), la géométrie du mécanisme est définie par neuf paramètres. Avec cette modélisation, le paramètre d n'a cependant pas d'influence sur le comportement du mécanisme [24]. En ajoutant les offsets articulaires $\mathbf{q_{0i}}, i \in [1,4]$, douze paramètres définissent la géométrie du mécanisme : $R, L, l, h, \alpha_i, \mathbf{q_{0i}}, i \in [1,4]$. Le repère lié à la bielle liant les deux demi-nacelles est défini par l'axe de la liaison pivot avec l'effecteur et sa direction, ainsi que par la direction de la bielle. Le repère lié à l'effecteur est défini de telle manière qu'il soit confondu avec le repère lié à la bielle lorsque la nacelle est dans sa configuration en "H".

Modèle géométrique inverse. Un modèle implicite peut être obtenu immédiatement en exprimant la longueur l des avant-bras en fonction de la pose de la bielle (X, Y, Z, θ), des variables articulaires $\mathbf{q_i}, i \in [1,4]$ et des douze paramètres :

$$L^2 - l^2 - \|\mathbf{P_iA_i}\|^2 = -2.(\mathbf{P_iA_i}_x.l.cos(\alpha_i).cos(q_i) + \mathbf{P_iA_i}_y.l.sin(\alpha_i).cos(q_i) - \mathbf{P_iA_i}_z.l.sin(q_i)) \quad (13)$$

Le modèle géométrique est alors obtenu en isolant les variables articulaires dans la relation précédente [24] :

$$\mathbf{q_i} = 2.Atan(\frac{N \pm \sqrt{N^2 + M^2 - G^2}}{G + M}) \quad (14)$$

avec

$$\begin{aligned} G &= L^2 - l^2 - (P_i - A_i)^2 \\ M &= -2.l.(\mathbf{P_iA_i}_x.cos(\alpha_i) + \mathbf{P_iA_i}_y.sin(\alpha_i)) \\ N &= 2.l.\mathbf{P_iA_i}_z \end{aligned} \quad (15)$$

La variable articulaire doit être sélectionnée parmi les deux solutions. Ces deux solutions correspondent aux deux montages possibles des avant-bras (figure 6). On conserve donc

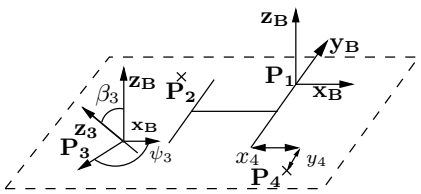

FIG. 7 – Définition du repère de base et paramétrage des liaisons entre base et bras pour le modèle 31.

la solution correspondante au bras "vers l'extérieur", qui correspond au montage utilisé.

3.3 Modèle 31

Hypothèses. Le modèle 12 correspond au modèle utilisé pour la conception du mécanisme. Un modèle plus particulièrement destiné à l'identification est donc mis en place. Le mécanisme est toujours considéré à quatre degrés de liberté, et la nacelle plane de dimensions h et d. En revanche, aucune hypothèse n'est faite sur la position et l'orientation des axes des liaisons pivots entre la base et les bras, ni sur la longueur des bras et avant-bras.
L'orientation du repère lié à la base du mécanisme est définie comme précédemment par la configuration en "H" de la nacelle. Le vecteur $\mathbf{z_B}$ est construit normal au plan de la nacelle. Comme aucune hypothèse n'est faite sur la position relative des centres de liaisons $\mathbf{P_i}$, le repère lié à la base est défini à partir du point $\mathbf{P_1}$ (figure 7). Les autres centres $\mathbf{P_i}, i \in [2,4]$ sont définis d'une manière similaire à celle employée pour le modèle 12. Chaque axe de liaison pivot entre base et bras est défini par deux angles (ψ, β), définis commes les deux premiers angles d'Euler, par rapport au repère lié à la base. Le troisième angle d'Euler correspond alors à la somme de l'angle imposé $\mathbf{q_i}$ et de l'offset articulaire $\mathbf{q_{0i}}$. Trente-et-un paramètres définissent la géométrie du mécanisme.

Modèle géométrique inverse. Le modèle implicite s'obtient aussi immédiatement que celui du modèle 12 :

$$\|L_i \mathbf{V_i} + \mathbf{W_i}\|^2_{R_B} = {l_i}^2 \tag{16}$$

avec

$$\mathbf{V_i} = \begin{pmatrix} sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})cos(\beta_i)sin(\psi_i) - cos(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})cos(\psi_i) \\ -sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})cos(\beta_i)cos(\psi_i) - cos(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})sin(\psi_i) \\ -sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})sin(\beta_i) \end{pmatrix}_{R_B} \tag{17}$$

$$\mathbf{W_i} = \begin{pmatrix} X - x_i + (1+\epsilon_{1i} - \epsilon_{2i}cos(\theta))h \\ Y - y_i + d - \epsilon_{2i}hsin(\theta) \\ Z - z_i \end{pmatrix}_{R_B} \tag{18}$$

et $\epsilon_{1i} = \pm 1$, $\epsilon_{2i} = \pm 1$ selon la chaîne cinématique considérée.
En développant l'expression (16), une équation trigonométrique apparaît :

$$S_i sin(\mathbf{q_i} + \mathbf{q_{0i}}) + C_i cos(\mathbf{q_i} + \mathbf{q_{i0}}) = T_i \tag{19}$$

avec

$$\begin{aligned} S_i &= L_i \left(\mathbf{W_{i}}_x cos(\beta_i) sin(\psi_i) - \mathbf{W_{i}}_y cos(\beta_i) cos(\psi_i) \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{W_{i}}_z sin(\beta_i) \right) \\ C_i &= L_i \left(-\mathbf{W_{i}}_x cos(\psi_i) - \mathbf{W_{i}}_y sin(\psi_i) \right) \\ T_i &= \left(l_i^2 - L_i^2 - \left(\mathbf{W_{i}}_x^2 + \mathbf{W_{i}}_y^2 + \mathbf{W_{i}}_z^2 \right) \right) / 2 \end{aligned} \tag{20}$$

En utilisant la tangente de l'angle moitié, le modèle géométrique inverse devient la solution d'une équation du second degré en $u = tan((\mathbf{q_i} + \mathbf{q_{0i}})/2)$:

$$(T + C)u^2 - 2Su + (T - C) = 0 \tag{21}$$

d'où le modèle géométrique inverse :

$$\mathbf{q_i} + \mathbf{q_{0i}} = 2Atan\left(\frac{S_i \pm \sqrt{C_i^2 + S_i^2 - T_i^2}}{T_i + C_i}\right) \tag{22}$$

Comme pour le modèle 12 la solution correspondant à l'assemblage du mécanisme est facilement déterminée.

4 Couplage vision-identification

4.1 Paramètres externes à identifier

La mire est considérée fixée à l'effecteur et la caméra à la base du mécanisme (figure 1). Pour faciliter l'observation de la mire avec la caméra, le dispositif expérimental est conçu pour que le plan de la mire soit parallèle au plan de la nacelle. La transformation ${}^M T_E$ est donc définie par 4 paramètres : (x_{ME}, y_{ME}, z_{ME}) qui définissent la position du centre de R_E par rapport à celui de R_M, et ψ_{ME} qui définit la matrice de passage de R_E à R_M.
L'outil de métrologie par vision fournit la pose complète de la mire par rapport à la caméra, ce qui permet de déterminer immédiatement l'axe de rotation $\mathbf{z_B}$ de l'effecteur dans le repère caméra. Un seul paramètre ψ_{BC} est donc nécessaire pour définir la matrice de rotation du repère de base R_B au repère de la caméra R_C. La transformation ${}^B T_C$ est définie par 4 paramètres : (x_{BC}, y_{BC}, z_{BC}) qui définissent la position du centre de R_C par rapport à celui de R_B et ψ_{BC}.

4.2 Identifiabilité des paramètres

Paramètres géométriques. En déterminant les valeurs singulières de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ du modèle inverse par rapport aux paramètres à partir d'un jeu de poses générées aléatoirement, on vérifie que l'ensemble des paramètres des modèles 12 et 31 est identifiable (tableau 1). Le paramètre d, qui n'intervient pas dans le modèle 12, reste cependant difficilement identifiable avec le modèle 31 : sa prise en compte engendre une augmentation d'un facteur trois du conditionnement de $\mathbf{J}_\xi$.

Paramètres externes. Le mécanisme dispose de quatre degrés de liberté. La transformation entre le repère de base et le repère lié à l'effecteur est donc de la forme :

$${}^B T_E = \begin{pmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta) & 0 & x_{BE} \\ sin(\theta) & cos(\theta) & 0 & y_{BE} \\ 0 & 0 & 1 & z_{BE} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{23}$$

	Modèle 12	Modèle 31
$\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$	257	421 (sans d) 1900 (avec d)

TAB. 1 – Estimations du conditionnement de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ pour les deux modèles (jeu de 100 poses aléatoirement choisies dans l'espace de travail).

On peut alors montrer qu'il est possible d'identifier ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}$, ${}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M}$ mais qu'en revanche certains paramètres de ${}^{R_C}\mathbf{t}_{R_B}$ et ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$ ne peuvent être identifiés que par leur combinaison :

$$ {}^{R_C}\mathbf{t}_{R_B\,l} + {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,l3}\,{}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M\,3}\ ,\forall\ l \in [1,3] \qquad (24) $$

ce que l'on constate également à partir de la simulation de l'identification du mécanisme. Afin de supprimer cette perte d'identifiabilité, nous emploierons la valeur *a priori* de ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M\,3}$. Seuls sept paramètres externes doivent donc être identifiés.

Couplages paramètres géométriques/externes. Pour le modèle 12, l'estimation des valeurs singulières de la matrice jacobienne du modèle inverse par rapport aux paramètres à partir des valeurs *a priori* des paramètres géométriques ne laisse pas apparaître de couplage entre des paramètres géométriques et externes. 19 paramètres sont donc à identifier.
Pour le modèle 31, 38 paramètres géométriques et externes sont à identifier. En introduisant les paramètres externes dans le modèle 31, nous pouvons cependant remarquer que la largeur d de la nacelle intervient de manière identique au paramètre y_{BC}. Seule leur somme est donc identifiable. Nous pouvons également remarquer qu'une rotation simultanée des bras et des repères liés à la caméra, la mire et à l'effecteur laisse invariante le modèle inverse du mécanisme. L'ensemble des paramètres associés ne peut donc être également identifié indépendamment. Cette perte d'identifiabilité apparaît clairement en récrivant le modèle implicite dans le repère lié à la caméra :

$$ \|L_i\mathbf{V_i} + \mathbf{W_i}\|^2_{R_C} = {l_i}^2 \qquad (25) $$

avec

$$ \mathbf{W_i}_{R_C} = \begin{pmatrix} X_{CM} \\ Y_{CM} \\ Z_{CM} \end{pmatrix}_{R_C} - \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix}_{R_C} + {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E} \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_C} + \epsilon d\mathbf{x_H}_{R_C} \qquad (26) $$

où ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E}$ désigne la matrice de rotation du repère R_C au repère R_E lié à l'effecteur. Cette matrice est connue à partir de la mesure extéroceptive au décalage angulaire ψ_{ME} près entre le repère lié à la mire et le repère lié à l'effecteur. Le vecteur $\mathbf{x_H}$ est un vecteur colinéaire au coté du "H" que forme la nacelle. Il est invariant dans le déplacement de l'effecteur. Les paramètres (x'_i, y'_i, z'_i) ne peuvent être distingués du terme $\epsilon d\mathbf{x_H}$ lors de l'identification. Seule leur somme (x''_i, y''_i, z''_i) est identifiable. En exprimant le modèle dans le repère lié à la caméra, 36 paramètres sont donc identifiables : $(x''_i, y''_i, z''_i, \psi_i, \beta_i, q_{i0}, l_i, L_i, h, \psi_{ME}, x_{ME}, y_{ME})_{i\in[1,4]}$.
Deux couplages entre paramètres géométriques et externes se produisent.
Dans le cas d'un jeu de poses généré aléatoirement par simulation, le modèle géométrique inverse écrit à partir de la relation (25) permet de réduire par cinq le conditionnement $\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$ obtenu avec le modèle 31 initial. Nous utiliserons donc cette forme dans la suite.

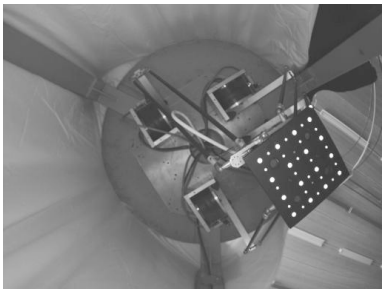

FIG. 8 – Une image acquise lors de l'expérimentation

5 Dispositif expérimental

La caméra utilisée a une résolution de 1024×768 pixels sur 8bits, et l'objectif une focale de $3.8mm$. Chaque image (Figure 8) est transférée à un PC *via* un port IEEE1394, et 10 images sont utilisées pour chaque pose afin de réduire l'influence des bruits haute-fréquence dans l'image. Après correction des distorsions radiales et tangentielles, les poses sont mesurées avec une précision de l'ordre de $0.2mm$ et $0.03°$ pour chaque composante en translation et rotation de ${}^{C}T_{M}$.
Un volume de travail de $200 \times 200 \times 150mm^3$ est parcouru en acquérant 81 poses régulièrement réparties dans l'espace opérationnel : trois orientations différents ($-20°$, $0°$, $20°$) sont utilisées pour 27 positions de l'effecteur.

6 Résultats

6.1 Critères d'évaluation de l'identification

Critère 1 - Analyse des résidus. Les paramètres identifiés peuvent tout d'abord être utilisés pour calculer la valeur de la fonction d'erreur à partir de mesures non utilisées durant l'identification. Une réduction des erreurs commises dans l'estimation des variables articulaires à partir de la mesure extéroceptive doit être constatée en utilisant les paramètres identifiés à la place des paramètres estimés *a priori*. On définit à partir de $F_V(\xi)$, la fonction d'erreur calculée avec les N poses de validation :

– V_1 l'erreur moyenne commise dans l'estimation des variables articulaires :

$$ V_1 = \frac{1}{4N}\sum_{i=1}^{4N} F_{V\,i}(\xi) \qquad (27) $$

FIG. 9 – Validation de l'identification par contrainte cinématique sur l'effecteur - Configuration 1.

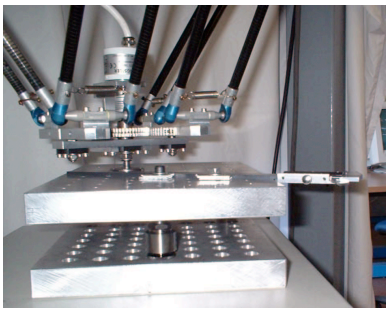

FIG. 10 – Validation de l'identification par contrainte cinématique sur l'effecteur - Configuration 2.

– V_2 l'erreur quadratique moyenne :

$$V_2 = \sqrt{\frac{1}{4N} F_V^T(\xi) F_V(\xi)} \tag{28}$$

Critère 2 - Evaluation de rectitude. Lors de l'expérimentation, une contrainte cinématique est imposée au niveau de l'effecteur. Dans le cas présent, il est déplacé selon une trajectoire rectiligne, dans deux directions (figure 9 & 10). Pour chaque position de mesure des variables articulaires, il est possible de déterminer *a posteriori* la position de l'effecteur à l'aide des paramètres initiaux ou identifiés et d'un modèle géométrique direct numérique. L'ensemble de points obtenu doit être réparti selon une droite que l'on estime par une méthode des moindres carrés. L'écart quadratique moyen des points par rapport à la droite, qui correspond à l'estimation de la rectitude R de la droite reconstituée, permet d'estimer la pertinence des paramètres. Notons que l'acquisition des mesures peut être faite avant d'avoir obtenu la valeur des paramètres à identifier, donc en même temps que l'acquisition des mesures par vision. Il est par ailleurs important de noter que cette évaluation est indépendante de l'outil de métrologie par vision.
On définit V_3 comme la valeur moyenne de rectitude obtenue à partir des deux configurations de mesure :

$$V_3 = \frac{1}{2}(R_{Config.1} + R_{Config.2}) \tag{29}$$

6.2 Influence des poses sur l'identification

Influence du nombre de poses. Dans un premier temps nous analysons l'influence du nombre de poses et du choix des poses sur l'identification, dans le cas du modèle 12. Pour ce dernier, 19 paramètres (12 paramètres géométriques et 7 paramètres externes) sont à identifier. Au moins cinq poses sont donc nécessaires. L'identification est réalisée en utilisant des jeux de 6, 15 et 71 poses choisis aléatoirement parmi les 81 poses enregistrées. Dans chacun des trois cas, l'identification est réalisée 100 fois afin d'évaluer la variabilité des résultats.
Les valeurs des paramètres identifiés sont proches des valeurs initiales. Une variation assez forte (plusieurs millimètres) est tout de même à remarquer pour la longueur des avant-bras. Nous reviendrons sur cet écart dans la discussion du choix du modèle.
Les écarts-types estimés des valeurs identifiées des paramètres sont quasiment divisés par trois en utilisant un jeu de 15 poses au lieu de 6. Le gain en utilisant 71 poses n'est en revanche ensuite que de l'ordre de 30%. De la même manière, les valeurs moyennes et écarts-types des indicateurs V_1, V_2 et V_3 diminuent fortement en utilisant un jeu de 15 poses au lieu de 6, puis plus faiblement en utilisant 71 poses au lieu de 15. Un jeu de 15 poses (soit trois fois la taille minimale du jeu de poses pour l'identification) semble représenter un bon compromis entre la performance de l'identification et l'effort expérimental.
Pour ce mécanisme, l'utilisation d'un jeu de six poses se révèle déjà suffisante pour améliorer le comportement du mécanisme dans la majorité des cas. L'utilisation d'un jeu de 15 poses permet une amélioration de l'ordre de 98% de V_2 et de 68% de V_3 : la rectitude moyenne passe de $1.8mm$ à $0.56mm$.

6.3 Influence du modèle sur l'identification

Comme nous l'avons remarqué précédemment, les modèles 12 et 31 peuvent être déclinés en différentes variantes, selon l'information *a priori* utilisée. Nous avons évalué finalement huit variantes, décrites dans le tableau 2.
Un jeu de 71 poses est choisi aléatoirement, et utilisé pour identifier l'ensemble des modèles. Dans le tableau 3 sont indiquées les valeurs correspondantes du conditionnement $\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$, et des critères V_1, V_2 et V_3.
La comparaison des modèles a été effectuée pour 25 jeux de 71 poses générés à partir des 81 poses acquises lors de l'expérimentation. Les performances comparées des modèles restent semblables. La valeur moyenne du critère V_3 sur l'ensemble de ces jeux est représentée en figure 11 en fonction du modèle identifié.
Comme on peut s'y attendre, l'écart quadratique moyen n'est pas un indicateur fiable de la performance du modèle pour l'identification. L'augmentation de la complexité du modèle permet en effet de s'adapter au mieux aux données, quitte à s'éloigner des valeurs réelles. Dans le cas présent, la complexité du modèle permet la réduction de l'erreur quadratique, mais pas systématiquement celle de la recti-

Dénomination	Modèle de référence	Nbre de param. géom.	Nbre de param. externes	Nbre total de param.	Information *a priori* ajoutée au modèle de référence
A	12	10	7	17	Largeur nacelle h Longueur avant-bras l
B	12	11	7	18	Largeur nacelle h
C	12	11	7	18	Longueur avant-bras l
D	12	12	7	19	-
E	31	25	3	28	Longueur L identique des quatre bras Largeur nacelle h Longueur avant-bras l
F	31	28	3	31	Largeur nacelle h Longueur avant-bras l
G	31	29	3	32	Longueur avant-bras l
H	31	33	3	36	-

TAB. 2 – Modèles identifiés avec l'information *a priori* utilisée. Le modèle de référence est le modèle à partir duquel est construit le modèle.

	A	B	C	D
$\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$	115	160	116	161
V_1 (rad)	1.6E-4	5.1E-5	1.3E-4	-2.5E-5
V_2 (rad)	1.4E-3	1.3E-3	1.2E-3	1.2E-3
V_3 (m)	6.1E-4	5.4E-4	6.2E-4	5.5E-4
	E	F	G	H
$\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$	187	192	194	220
V_1 (rad)	2.5E-4	2.3E-4	1.9E-4	-3.0E-5
V_2 (rad)	9.8E-4	8.5E-4	7.1E-4	6.1E-4
V_3 (m)	7.9E-4	8.8E-4	8.8E-4	7.7E-4

TAB. 3 – Valeurs du conditionnement $\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$ et des critères V_1, V_2 et V_3 pour un jeu de 71 poses.

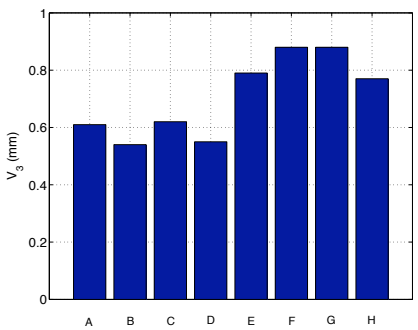

FIG. 11 – Valeur moyenne de V_3 en fonction du modèle identifié.

tude évaluée.

Remarquons par ailleurs que le conditionnement varie environ d'un facteur 2 entre les modèles A et H. La variation la plus forte du conditionnement est due à la prise en compte de la longueur des avant-bras (modèle A par rapport à B, C/D, G/H). Il s'agit d'une dimension facilement mesurable, donc qui peut être remplacée par une valeur *a priori* fiable. Sa suppression du jeu de paramètres à identifier n'est cependant pas évidente : la rectitude évaluée est en effet meilleure avec les modèles B, D et H, pour lesquels l est identifié, qu'avec les modèles A, C et G. L'identification du paramètre tend à améliorer les résultats alors qu'elle entraîne une augmentation du conditionnement, et que la valeur identifiée semble très éloignée de la valeur réelle (écart de plusieurs millimètres). Cette tendance résulte probablement de la possibilité dans ce cas de mieux compenser un défaut de modèle. L'analyse du déplacement de la mire dans le volume de travail montre notamment qu'une variation de l'axe de rotation de l'ordre de $0.1°$ se produit. Cette variation est légèrement supérieure au bruit de mesure de l'outil de métrologie par vision, et donc significative. Elle est le signe que l'hypothèse faite sur la géométrie des parallélogrammes n'est pas tout à fait respectée. La modélisation du défaut d'orientation de l'effecteur nécessite la modélisation complète des avant-bras, comme Visher l'a fait pour le Delta [25]. Ses travaux montrent cependant la difficulté d'identification des paramètres associés, et dans notre cas l'amplitude des défauts nous a paru trop faible par rapport à la précision de mesure pour envisager une telle modélisation. Il est donc logique que les modèles les plus performants soient ceux où l'on identifie la longueur équivalente des avant-bras, même si cette dernière est éloignée de la valeur mesurable.

Les variantes basées sur le modèle 31 s'avèrent moins performantes lors de l'évaluation de rectitude. Le nombre de paramètres est peut être alors trop élevé pour permettre leur identification. Finalement, les modèles B et D sont les modèles les plus intéressants à identifier : ils permettant une nette amélioration des critères d'évaluation de l'identification, tout en limitant la complexité du modèle géométrique.

6.4 Gain de précision du mécanisme

La loi de commande utilise le modèle 12. Les paramètres identifiés avec le modèle D peuvent donc être implantés dans cette dernière. Pour évaluer le gain de précision du mécanisme, on impose une trajectoire carrée de coté $100mm$ dans un plan à z constant. Un stylet est placé perpendiculairement au plan défini par l'extrémité de l'effecteur (figure 12). Sur l'extrémité de l'effecteur est disposée une plaque permettant de relever le tracé du stylet, et donc le mouvement relatif de l'effecteur par rapport à la base du mécanisme.

Dépouillement. Le tracé est réalisé sur une surface réputée parallèle au plan de l'effecteur. Par conséquent, si le mécanisme est contraint à rester à une altitude z

FIG. 12 – Plaque et stylet permettant le tracé de la trajectoire.

Tracé	Coté 1	Coté 2	Coté 3	Coté 4
1	6.8	3.6	3.8	6.9
2	6.9	3.6	3.8	6.7
3	0.6	-0.2	0.4	-0.4

TAB. 4 – Ecarts dimensionnels mesurés sur les tracés. Les tracés 1 et 2 sont effectués avec les paramètres initiaux, le tracé 3 avec les paramètres identifiés.

constante par le biais de la commande, et que le modèle implanté dans la commande est correct, on doit obtenir en se plaçant perpendiculairement au plan défini par la plaque la trajectoire imposée en x et y au niveau de la commande.

Résultats. Le premier effet constaté de la modification des paramètres géométriques est une nette variation de la position de l'effecteur pour une même valeur de pose au niveau de la commande. Le décalage résultant est de l'ordre de 25mm en translation et 1° en rotation.

La commande n'assure que le respect des coordonnées des points rentrés, mais pas la nature de la trajectoire. Il s'agit donc uniquement de déterminer les distances relatives entre les 4 points définissant le carré. L'extraction des résultats reste délicate, et la précision des mesures est de l'ordre de $0.5mm$. Dans le tableau 4 figurent les écarts par rapport à la valeur nominale de $100mm$. La répétabilité du mécanisme a d'abord été vérifiée par le tracé consécutif de deux courbes en conservant les mêmes paramètres de commande (tracés 1 & 2). Les erreurs commises dans les dimensions du carré sont très fortement diminuées après identification : initialement de l'ordre de $5mm$, elles sont après correction de la loi de commande de l'ordre de $0.5mm$.

La modification des paramètres définissant les points d'implantation des bras avec la base implique également une modification des axes $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$. Ceci peut être observé par les tracés relevés avec le stylet, qui montre une rotation du carré d'environ 6°.

7 Conclusion

Dans cet article l'efficacité de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles a été mise en évidence. Plusieurs expérimentations indépendantes conduites sur le mécanisme H4 montrent un net gain de sa précision. L'utilisation d'un capteur extéroceptif ne permet pas cependant nécessairement l'identification de l'ensemble des paramètres géométriques. Le second modèle introduit ne permet ainsi que l'identification simultanée de certains paramètres géométriques avec des paramètres externes liés à l'implantation du capteur.
L'étude de l'influence du choix du modèle pour l'identification a montré les limites de l'augmentation de la complexité du modèle. Dans le cas présent, les modèles les plus simples se sont avérés les plus efficaces. Une voie pour l'amélioration de l'identification par vision va consister à développer des outils de choix de la modélisation optimale pour l'identification. La vision peut également permettre d'observer les chaînes cinématiques liant l'effecteur à la base. Une autre voie de développement de l'identification par vision des mécanismes parallèles va donc consister à utiliser des informations sur ces chaînes.

Remerciements

Nous remercions vivement F. Marquet, F. Pierrot pour leur aide et leurs conseils durant les expérimentations au LIRMM. Ce travail a été soutenu par le projet CPER Auvergne 2001-2003 et par le programme CNRS-ROBEA MAX.

Références

[1] J.P. Merlet. *Les Robots Parallèles*. Hermès, Paris, 1997.

[2] J. Wang and O. Masory. On the accuracy of a Stewart platform - Part I : The effect of manufacturing tolerances. In *Proc. of ICRA93*, pages 114–120, 1993.

[3] L. Tancredi, M. Teillaud, and J.-P. Merlet. Forward kinematics of a parallel manipulator with additional rotary sensors measuring the position of platform joints. In J.-P. Merlet and B. Ravani, editors, *Computational Kinematics*, pages 261–270, Dordrecht, 1995.

[4] D. Daney. *Etalonnage géométrique des robots parallèles*. PhD thesis, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2000.

[5] C. Wampler and T. Arai. Calibration of robots having kinematic closed loops using non-linear least-squares estimation. In *IFToMM*, pages 153–158, Nagoya, September 1992.

[6] H. Zhuang. Self-calibration of parallel mechanisms with a case study on Stewart platforms. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 13(3) :387–397, 1997.

[7] F. Marquet, O. Company, S. Krut, and F. Pierrot. Enhancing parallel robots accuracy with redundant sensors. In *Proc. of ICRA02*, Washington, May 2002.

[8] D. Daney. Self calibration of Gough platform using leg mobility constraints. In *Proc of the* 10^{th} *world congress on the theory of machine and mechanisms*, pages 104–109, 1999.

[9] Z. Geng and L.S. Haynes. An effective kinematics calibration method for Stewart platform. In *Proc. of Fifth International Symposium on Robotics and Manufacturing*, pages 87–92, Hawaï, 1994.

[10] W. Khalil and S. Besnard. Self calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, pages 1758–1763, 1999.

[11] H. Zhuang and Z.S. Roth. Method for kinematic calibration of Stewart platforms. *J. of Robotic Systems*, 10(3) :391–405, 1993.

[12] H. Zhuang, J. Yan, and O. Masory. Calibration of Stewart platforms and other parallel manipulators by minimizing inverse kinematic residuals. *J. of Robotic Systems*, 15(7) :395–405, 1998.

[13] H. Zhuang, O. Masory, and J. Yan. Kinematic calibration of a Stewart platform using pose measurements obtained by a single theodolite. In *Proc. of IROS95*, pages 329–334, Pittsburgh, 1995.

[14] Z.J. Geng and L.S. Haynes. A "3-2-1" kinematic configuration of a Stewart platform and its application to six degrees of freedom pose measurements. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 11(1) :23–34, 1994.

[15] G. Fried, K. Djouani, Y. Amirat, and C. François. A 3-d sensor for parallel robot calibration. a parameter perturbation analysis. In *Recent Advances in Robot Kinematics*, pages 451–460, 1996.

[16] P. Vischer and R. Clavel. Kinematic calibration of the parallel delta robot. *Robotica*, 16 :207–218, 1998.

[17] P. Renaud, N. Andreff, M. Dhome, and P. Martinet. Experimental evaluation of a vision-based measuring device for parallel machine-tool calibration. In *Proc. of IROS02*, Lausanne, October 2002.

[18] J.M. Lavest and M. Dhome. Comment calibrer des objectifs à très courte focale. In *Actes de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA2000)*, pages 81–90, Paris, 2000.

[19] W. Khalil, M. Gautier, and C. Enguehard. Identifiable parameters and optimum configurations for robots calibration. *Robotica*, 9 :63–70, 1991.

[20] M.A. Meggiolaro and S. Dubowsky. An analytical method to eliminate the redundant parameters in robot calibration. In *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3609–3615, 2000.

[21] S. Besnard and W. Khalil. Identifiable parameters for parallel robots kinematic calibration. In *Proc of the 2001 IEEE Int Conf on Robotics and Automation*, pages 2859–2866, Seoul, Korea, 2001.

[22] H. Zhuang and Z.S. Roth. *Camera-Aided Robot Calibration*. CRC Press, 1996.

[23] F. Pierrot, F. Marquet, O. Company, and T. Gil. H4 parallel robot : Modeling, design and preliminary experiments. In *Proc. of ICRA01*, pages 3256–3261, Seoul, Korea, 2001.

[24] O. Company. *Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts*. PhD thesis, Université de Montpellier II, Décembre 2000.

[25] P. Visher. *Improve the Accuracy of Parallel Robot*. PhD thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 1996.