



Graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe

Jean-Claude Bermond, Jean-Claude Meyer

► To cite this version:

Jean-Claude Bermond, Jean-Claude Meyer. Graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 1973, 52 (9), pp.299-308. hal-02373326

HAL Id: hal-02373326

<https://inria.hal.science/hal-02373326>

Submitted on 20 Nov 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

GRAPHE REPRÉSENTATIF DES ARÊTES D'UN MULTIGRAPHE

PAR J. C. BERMOND ET J. C. MEYER

1. INTRODUCTION — La terminologie et les définitions sont celles de Berge [2]. Rappelons qu'un *multigraphe* $H = (X, E)$ est défini par un ensemble fini X de points appelés *sommets* et par une famille finie E constituée par des parties à deux éléments de X et des couples (x, x) où $x \in X$. Les éléments de E sont appelés *arêtes* de H et si $x \in X, y \in X$, on écrira $xy \in E$ ou $xy \notin E$ suivant que la partie $\{x, y\}$ ou le couple (x, x) est une arête ou n'est pas une arête de H . Une arête du type xx est appelée *boucle* et une arête xy qui apparaît plusieurs fois dans la famille E est appelée *arête multiple*. Si $xy \in E$, x et y sont appelés *extrémités* de l'arête xy . Deux sommets $x \in X, y \in X$, sont *adjacents* (ou reliés), si $xy \in E$. Deux arêtes sont *adjacentes*, si elles ont au moins une extrémité commune.

Un *sous-multigraphe* d'un multigraphe $H = (X, E)$ engendré par un ensemble $A \subset X$ est le multigraphe ayant pour sommets les points de A et pour arêtes, les arêtes de H ayant leurs extrémités dans A .

Un *multigraphe partiel* d'un multigraphe $H = (X, E)$ engendré par une sous-famille F de E est le multigraphe ayant pour sommets les points de X et pour arêtes la famille F .

Un *sous-multigraphe partiel* d'un multigraphe H est un sous-multigraphe d'un multigraphe partiel de H .

Un *graphe simple* est un multigraphe sans boucles ni arêtes multiples.

Un graphe simple $G = (X, E)$ est *complet* si pour tout $x \in X$ et pour tout $y \in X, x \neq y, xy \in E$. Une *clique* d'un graphe simple G est un sous-graphe complet de G .

Étant donnés deux graphes simples $G = (X, E)$ et $G' = (X', E')$,

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad X' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_n\},$$

on dit que G et G' sont *isomorphes* et on note $G \simeq G'$ s'il existe une bijection φ de X sur X' telle que $x_i x_j \in E$ si et seulement si $\varphi(x_i) \varphi(x_j) \in E'$.

On appelle *graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe* H un graphe simple dont les sommets représentent les arêtes de H , deux sommets étant adjacents s'ils représentent des arêtes adjacentes. Ce concept remonte à Whitney [7].

Diverses caractérisations des graphes représentatifs des arêtes d'un graphe simple ont été données. On peut les résumer dans le théorème suivant (pour une démonstration, voir Beineke [1] ou Berge [2], chap. 17).

Un triangle d'un graphe simple est dit *normal* si tout sommet du graphe est adjacent à un nombre pair de sommets du triangle; dans le cas contraire il est dit *spécial*.

La condition (v) est due à Krausz [5], la condition (iii) à Van Rooij et Wilf [6], la condition (ii) à Beineke [1] et Robertson (non publiée).

THÉORÈME 1. — *Pour un graphe simple G , les conditions suivantes sont équivalentes :*

- (i) G est le graphe représentatif des arêtes d'un graphe simple.
- (ii) G n'a pas comme sous-graphe un des neuf graphes de la figure 1.
- (iii) G n'a pas comme sous-graphe le graphe G_1 de la figure 1 et si abc et bcd sont deux triangles spéciaux distincts, alors a et d sont adjacents.
- (iv) La famille des cliques maximales de G , qui ne sont pas des triangles normaux recouvre chaque sommet deux fois au plus, et chaque arête une fois au plus; en outre, G n'a pas comme sous-graphe le graphe G_1 de la figure 1.
- (v) Il existe une partition $\mathcal{X}$ des arêtes de G en cliques de sorte que chaque sommet appartienne à au plus deux cliques de $\mathcal{X}$.

En ce qui concerne les graphes représentatifs des arêtes d'un multigraphe, il existe une caractérisation dans le cas des multigraphes sans boucles ni triangles (Berge [2], p. 392). Une caractérisation en termes d'exclusion de sous-graphes est proposée en exercice dans Harary ([4], exercice 8.14, p. 83) comme étant due à Geller, mais, comme le montre notre théorème 2, elle est fausse. Dans cet article nous donnons essentiellement une caractérisation exacte en termes d'exclusion de sous-graphes (théorème 2), pour laquelle nous utiliserons la condition de Beineke [théorème 1 (ii)]. Auparavant, nous généralisons le résultat de Krausz [théorème 1 (v)]. Enfin nous donnons une caractérisation en termes de cliques maximales.

La remarque suivante nous permettra dans la suite de nous restreindre aux multigraphes sans boucles.

REMARQUE. — *Tout graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe avec boucles est aussi représentatif des arêtes d'un multigraphe sans boucles.*

En effet, si G est le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe avec boucles, G est aussi le graphe représentatif des arêtes du multigraphe obtenu en remplaçant chaque boucle par une arête pendante.

2. PREMIÈRE CARACTÉRISATION.

PROPOSITION 1. — *Un graphe simple G est le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe sans boucles si et seulement si il existe une famille $(E_i \mid i \in I)$ de cliques avec les propriétés :*

- (1) *toute arête de G appartient à au moins une des E_i ;*
- (2) *tout sommet de G appartient à exactement deux E_i .*

DÉMONSTRATION :

Condition nécessaire. — Soit G le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe sans boucles H . A chaque sommet x_i de H associons la clique E_i de G engendrée par les sommets de G représentant les arêtes de H ayant une extrémité au point x_i .

Si u est un sommet de G , u représente une arête $x_i x_j$ de H avec $x_i \neq x_j$ et u appartient aux deux cliques E_i et E_j et à elles seules.

Si e est une arête de G d'extrémités u et v , les sommets u et v représentent deux arêtes de H adjacentes, qui ont donc au moins une extrémité commune x_i et e appartient à la clique E_i .

Condition suffisante. — Si on considère le multigraphe H ayant pour sommets les $E_i, i \in I$, et où les deux sommets E_i et $E_j, i \neq j$ sont joints par k arêtes avec $k = |E_i \cap E_j|$, on vérifie en utilisant les propriétés (1) et (2) que G est isomorphe au graphe représentatif des arêtes de H .

3. THÉORÈME PRINCIPAL.

DÉFINITION. — Soit $G = (X, E)$ un graphe simple. Sur X on définit la relation d'équivalence R :

$$x \in X, y \in X, x R y \Leftrightarrow \{u \in X \mid ux \in E\} \cup \{x\} = \{v \in X \mid vy \in E\} \cup \{y\}.$$

Le *graphe réduit* de G est le graphe simple $G' = (X', E')$ défini par :

- $X' = X/R$;
- $\bar{x} \in X', \bar{y} \in X', \bar{x} \bar{y} \in E' \Leftrightarrow xy \in E$, pour $x \in \bar{x}$ et $y \in \bar{y}$.

On dit qu'un *graphe simple est réduit* s'il est isomorphe à son graphe réduit.

NOTATION. — Pour noter qu'un graphe est isomorphe à un des graphes G_i des figures 1 ou 2, nous écrirons celui-ci sous la forme d'une suite $a_1 a_2 \dots a_k$

de ses sommets rangés de sorte que la bijection φ réalisant l'isomorphisme vérifie $\varphi(a_1) = x_1, \varphi(a_2) = x_2, \dots, \varphi(a_k) = x_k$, où les x_j sont précisés sur la figure représentant G_i .

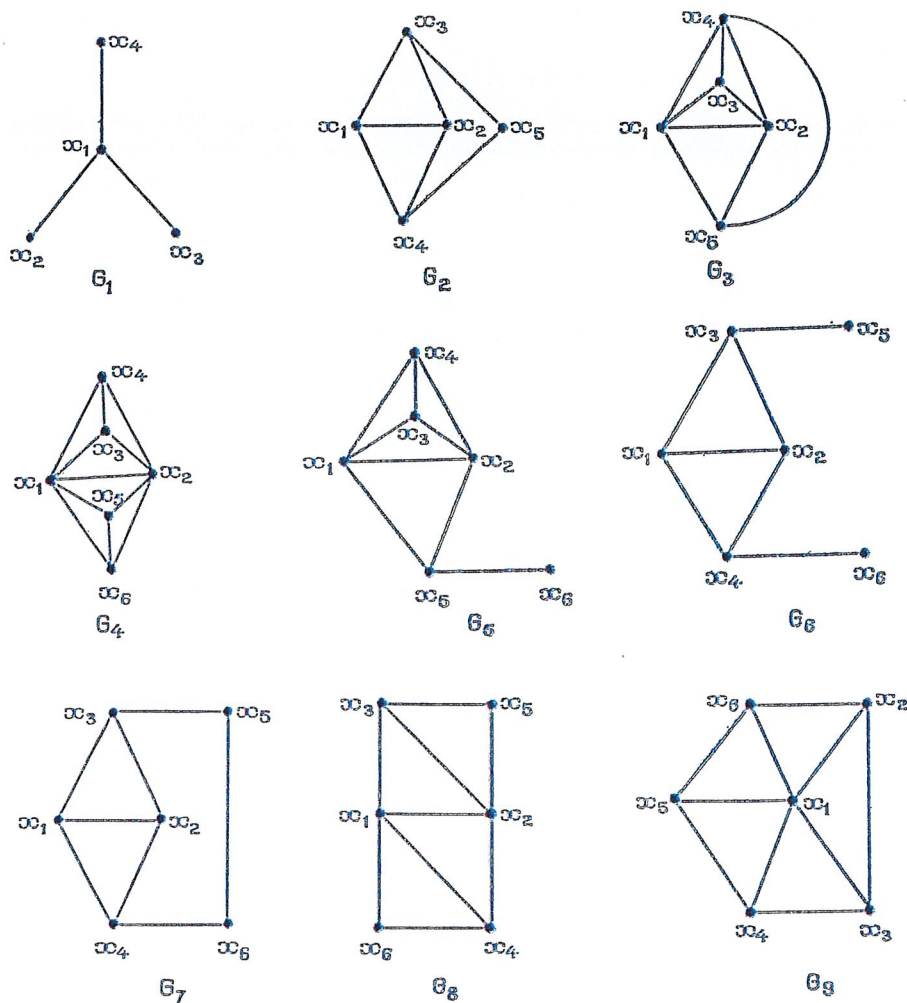


Fig. 1

LEMME. — Soit G un graphe réduit. Si G a comme sous-graphe un des neuf graphes de la figure 1, G a comme sous-graphe un des sept graphes de la figure 2.

DÉMONSTRATION. — Posons $G = (X, E)$. Si G contient comme sous-graphe l'un des graphes G_1, G_8 ou G_9 , il n'y a rien à démontrer. On supposera donc que G n'a comme sous-graphe aucun de ces trois graphes.

Nous utiliserons la remarque suivante : si S est un sous-graphe de G et si a et b sont deux sommets équivalents dans S , il existe $x \in X$ adjacent

à un seul des points a ou b car G est réduit et par raison de symétrie on peut supposer que $xa \in E$ et $xb \notin E$.

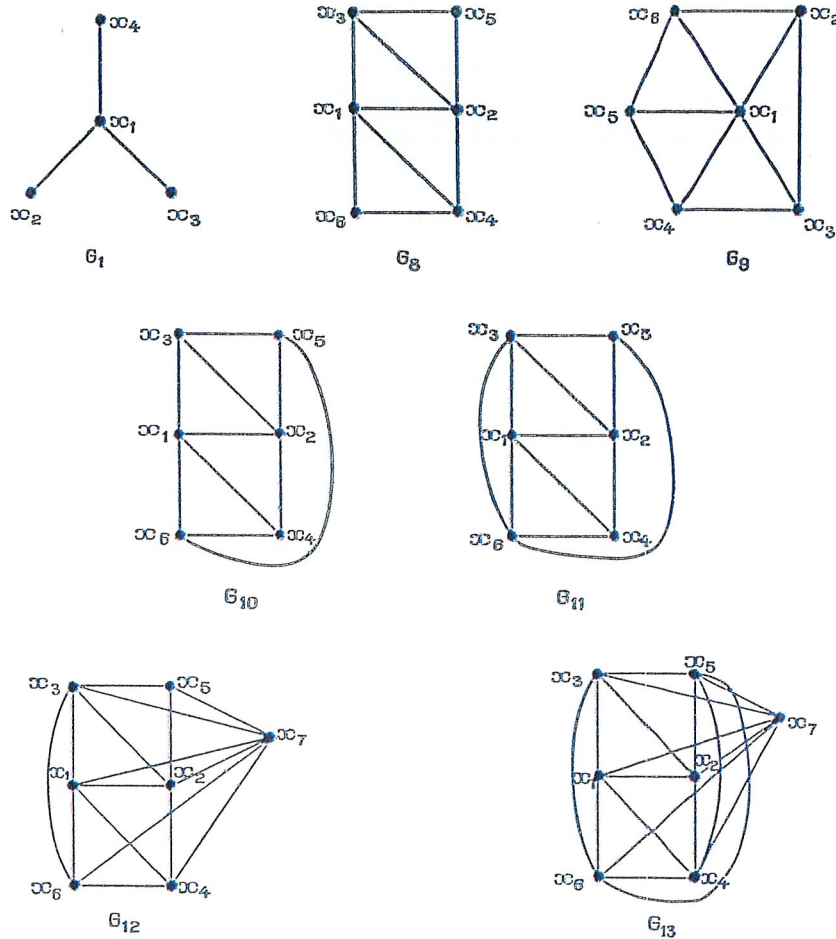


Fig. 2

1° Supposons que G contienne $abcde \simeq G_2$.

D'après la remarque ci-dessus, il existe $x \in X$ tel que $xa \in E$ et $xb \notin E$. $xc \in E$ ou $xd \in E$ sinon $axcd \simeq G_1$. Par raison de symétrie, on supposera que $xc \in E$. Alors $xe \in E$ sinon $cxbe \simeq G_1$. Mais alors $acxbed \simeq G_{10}$ ou G_{11} suivant que $xd \notin E$ ou $xd \in E$.

2° Supposons que G contienne $abcde \simeq G_3$.

D'après la remarque, il existe $x \in X$ tel que $xa \in E$ et $xb \notin E$. $xc \in E$ ou $xe \in E$ sinon $acex \simeq G_1$. Par raison de symétrie, on supposera que $xc \in E$.

Premier cas : $xd \in E$. — D'après la remarque, il existe $y \in X$ tel que $ya \in E$ et $yd \notin E$.

(α) $xy \notin E$: Alors $yb \in E$ sinon $axyb \simeq G_4$.

(i) $xe \notin E$: Alors $ye \in E$ sinon $axey \simeq G_4$. $yc \in E$ sinon $bdcexy \simeq G_8$, mais alors $bdcexya \simeq G_{12}$.

(ii) $xe \in E$: Alors $yc \in E$ ou $ye \in E$ sinon $acey \simeq G_1$; on supposera par raison de symétrie que $yc \in E$. Mais alors $dbceyx \simeq G_{12}$ si $ye \notin E$ et $debxye \simeq G_{11}$ si $ye \in E$.

(β) $xy \in E$:

(i) $xe \notin E$.

(a) $yc \notin E$: Alors $ye \in E$ sinon $acye \simeq G_4$. $yb \in E$ sinon $acbeyx \simeq G_9$, mais alors $bdcexy \simeq G_{10}$.

(b) $yc \in E$: Si $ye \in E$, alors $cdbxey \simeq G_{10}$ ou G_{11} suivant que $yb \notin E$ ou $yb \in E$. Si $ye \notin E$, alors $yb \in E$ sinon $cdbxey \simeq G_8$, mais, dans ce cas, $cdbxeya \simeq G_{12}$.

(ii) $xe \in E$: $yc \in E$ ou $ye \in E$ sinon $acey \simeq G_1$ et par raison de symétrie on supposera que $yc \in E$.

(a) $ye \notin E$: Alors $dxceyba \simeq G_{12}$ si $yb \notin E$ et $dxceyb \simeq G_{11}$ si $yb \in E$.

(b) $ye \in E$: Alors $dcxbye \simeq G_{11}$ si $yb \notin E$ et $dcxbyea \simeq G_{13}$ si $yb \in E$.

Deuxième cas : $xd \notin E$. — Si $xe \in E$, alors $bdcex \simeq G_2$ et on est ramené au cas où G contient un sous-graphe isomorphe à G_2 . On supposera donc que $xe \notin E$. D'après la remarque, il existe $y \in X$ tel que $yb \in E$ et $yd \notin E$.

(α) $ya \in E$: Alors $xy \in E$ sinon $adxy \simeq G_1$.

On ne peut avoir :

— $yc \notin E$ et $ye \notin E$, car dans ce cas $acey \simeq G_4$.

— $yc \notin E$ et $ye \in E$, car dans ce cas $acdeyx \simeq G_9$.

— $yc \in E$ et $ye \notin E$, car dans ce cas $bcydxe \simeq G_8$.

Donc $yc \in E$ et $ye \in E$, mais alors $bcydxea \simeq G_{12}$.

(β) $ya \notin E$: Alors $yc \in E$ ou $ye \in E$ sinon $bcey \simeq G_1$.

(i) $yc \notin E$, donc $ye \in E$. $xy \in E$ sinon $abecyx \simeq G_8$ et, dans ce cas, $abecyx \simeq G_{10}$.

(ii) $yc \in E$: $xy \in E$ sinon $cdxy \simeq G_1$. $ye \in E$ sinon $acxdye \simeq G_8$ et, dans ce cas, $acxdye \simeq G_{10}$.

3° Supposons que G contienne $abcdef \simeq G_4$.

D'après la remarque, il existe $x \in X$ tel que $xa \in E$ et $xb \notin E$. Une au moins des arêtes de chaque couple suivant appartient à E : (xc, xe) , (xc, xf) , (xd, xe) , (xd, xf) , sinon G aurait un sous-graphe isomorphe à G_4 , ce qui implique que l'on ait au moins

$$xc \in E \text{ et } xd \in E.$$

ou

$$xe \in E \text{ et } xf \in E.$$

Par raison de symétrie on supposera que $xc \in E$ et $xd \in E$. Mais alors $acbdx \simeq G_3$ et on est ramené au cas où G contient un sous-graphe isomorphe à G_3 .

4° Supposons que G contienne $abcdef \simeq G_5$.

D'après la remarque, il existe $x \in X$ tel que $xa \in E$ et $xb \notin E$.

(α) $xc \notin E$: Alors $xe \in E$ sinon $acxe \simeq G_1$. $xf \in E$, sinon $exbf \simeq G_1$. Dans ce cas, $aexbfc \simeq G_8$.

(β) $xd \notin E$: On se ramène au cas (α) en échangeant c et d .

(γ) $xc \in E$ et $xd \in E$: Alors $acbdx \simeq G_3$ et on est ramené au cas où G contient un sous-graphe isomorphe à G_3 .

5° Supposons que G contienne $abcdef \simeq G_6$ ou G_7 .

D'après la remarque, il existe $x \in X$ tel que $xa \in E$ et $xb \notin E$. $xc \in E$ ou $xd \in E$ sinon $axcd \simeq G_1$. Par raison de symétrie, on supposera que $xc \in E$. Alors $xe \in E$ sinon $cxbe \simeq G_1$. $xd \in E$ sinon $acxbed \simeq G_8$. Alors $xf \in E$ sinon $dfbx \simeq G_1$ et $xaef \simeq G_1$ si $abcdef \simeq G_6$ et $xcefd a \simeq G_6$ si $abcdef \simeq G_7$.

THÉORÈME 2. — Pour un graphe simple G , les conditions suivantes sont équivalentes :

- (i) G est le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe.
- (ii) G n'a pas comme sous-graphe un des sept graphes de la figure 2.
- (iii) Le graphe réduit de G est le graphe représentatif des arêtes d'un graphe simple.

DÉMONSTRATION :

(i) $\Rightarrow$ (ii) : Si G est le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe H , tout sous-graphe de G est le graphe représentatif des arêtes d'un sous-multigraphe partiel de H . Il suffit donc de montrer que les sept graphes de la figure 2 ne sont pas des graphes représentatifs des arêtes de multigraphes. Tout d'abord, d'après le théorème 1 (ii), ils ne sont

pas représentatifs des arêtes de graphes simples, car G_{10} et G_{11} ont pour sous-graphe $x_1x_3x_2x_6x_5 \simeq G_2$ et G_{12} et G_{13} ont pour sous-graphe $x_3x_2x_5x_7x_1 \simeq G_3$. Ils ne sont pas représentatifs des arêtes de multigraphes; en effet, on vérifie que deux points quelconques d'un même graphe G_i de la figure 2 ne sont pas équivalents dans G_i .

(ii) $\Rightarrow$ (iii) : Soit G' le graphe réduit de G . Tout d'abord si H' est un sous-graphe de G' , il existe un sous-graphe H de G isomorphe à H' . En effet, si l'ensemble des sommets de H' est $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p\}$, soit $x_i \in \bar{x}_i$ pour $i = 1, 2, \dots, p$. Le sous-graphe de G engendré par $\{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ est isomorphe à H' .

Donc si G ne contient comme sous-graphe aucun des sept graphes de la figure 2, G' ne contient comme sous-graphe aucun de ces sept graphes et d'après le lemme, G' ne contient comme sous-graphe aucun des neuf graphes de la figure 1. G' est alors, d'après le théorème 1 (ii), représentatif des arêtes d'un graphe simple.

(iii) $\Rightarrow$ (i) : Soit G' le graphe réduit de G . Si G' est le graphe représentatif des arêtes d'un graphe simple H' , G est le graphe représentatif des arêtes du multigraphe H défini par :

- les sommets de H sont ceux de H' ;
- deux sommets a et b de H sont adjacents dans H si et seulement si ils le sont dans H' et dans ce cas le nombre d'arêtes reliant a et b dans H est égal à la cardinalité de la classe $\bar{x}$, où $\bar{x}$ est le sommet de G' qui représente l'arête ab de H' .

4. AUTRE CARACTÉRISATION.

DÉFINITION. — Une clique C d'un graphe simple $G = (X, E)$ est *normale*, s'il existe une partition de C en sous-cliques K_1, K_2, K_3 vérifiant les propriétés :

(1) Si $x \in X - C$, ou bien x n'est relié à aucun point de C , ou bien il existe $i = 1, 2$ ou 3 tel que x soit relié à tous les points de $C - K_i$ et à aucun point de K_i .

(2) Si $x \in K_i, y \in K_j, i \neq j$, x n'est pas équivalent à y dans G .

Il est immédiat de voir qu'une clique d'un graphe simple G est normale si et seulement si elle induit dans le graphe réduit de G un triangle normal.

PROPOSITION 2. — Soit G un graphe simple. G est le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe si et seulement si G ne contient comme sous-graphe ni G_1 ni G_{11} et si la famille des cliques maximales de G qui ne sont pas des cliques normales recouvre chaque sommet de G deux fois au plus.

DÉMONSTRATION. — Soit $G' = (X', E')$ le graphe réduit de G .

Remarquons qu'une clique est maximale dans G si et seulement si elle induit dans le graphe G' une clique maximale de G' .

Condition nécessaire. — Supposons que G soit le graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe. D'après le théorème 2, G ne contient comme sous-graphe ni G_1 ni G_{11} et G' est le graphe représentatif des arêtes d'un graphe simple. D'après le théorème 1 (iv), la famille de cliques maximales de G' qui ne sont pas des triangles normaux recouvre chaque sommet de G' deux fois au plus et donc la famille des cliques maximales de G qui ne sont pas normales, recouvre chaque sommet de G deux fois au plus.

Condition suffisante. — Il nous suffit de montrer, d'après le théorème 2, que G' est le graphe représentatif des arêtes d'un graphe simple et pour cela d'après le théorème 1 (iv), il nous suffit de montrer que :

- (1) G' ne contient pas comme sous-graphe le graphe G_1 .
- (2) La famille des cliques maximales de G' qui ne sont pas des triangles normaux recouvre chaque sommet de G' deux fois au plus.
- (3) La famille des cliques maximales de G' qui ne sont pas des triangles normaux recouvre chaque arête de G' une fois au plus.

Les propriétés (1) et (2) sont directement entraînées par les hypothèses faites sur G . Montrons la propriété (3) en raisonnant par l'absurde.

Supposons que dans $G' = (X', E')$ l'arête xy soit recouverte par deux cliques maximales distinctes C_1 et C_2 , C_1 et C_2 n'étant pas des triangles normaux. G' étant réduit il existe (d'après la remarque du lemme) $z \in X'$ tel que $zx \in E'$ et $zy \notin E'$. Une clique maximale contenant xz est nécessairement un triangle normal, sinon il existerait, dans G' , trois cliques maximales distinctes qui ne sont pas des triangles normaux recouvrant x . Soit xzt ce triangle normal.

Premier cas : $t \notin C_1 \cup C_2$. — xzt étant un triangle normal, $yt \in E'$, xyt étant une clique contenant x est un triangle normal. C_1 et C_2 étant deux cliques maximales distinctes, il existe $u \in C_1$ et $v \in C_2$ avec $uv \notin E'$. xyt étant un triangle normal, $ut \notin E'$ et $vt \notin E'$. Mais alors $xuvt \simeq G_1$, ce qui est impossible.

Deuxième cas : $t \in C_1 \cap C_2$. — C_1 et C_2 étant deux cliques maximales distinctes, il existe $u \in C_1$ et $v \in C_2$ avec $uv \notin E'$. Le triangle xzt étant normal, $uz \notin E'$ et $vz \notin E'$, mais alors $xuvz \simeq G_1$, ce qui est impossible.

Troisième cas : $t \in C_1 \cup C_2$ et $t \notin C_1 \cap C_2$. — On supposera que $t \in C_1$, alors $t \notin C_2$. C_2 étant une clique maximale, il existe $u \in C_2$ tel que $ut \notin E'$. Le triangle xtz étant normal $uz \in E'$. Le triangle xuz contenant x est normal.

C_2 n'étant pas un triangle normal, il existe $v \in X'$ tel que v soit relié à un ou trois des points x, y, u .

(α) v est relié à un seul des points x, y, u .

Les triangles xuz et xzt étant normaux, on a :

- si v est joint à x , $vz \in E'$ et $vt \notin E'$, mais alors $xvzt \simeq G_1$;
- si v est joint à y , $vz \notin E'$ et $vt \notin E'$, mais alors $yutv \simeq G_1$;
- si v est joint à u , $vz \in E'$ et $vt \in E'$, mais alors $zuxvzt \simeq G_{11}$ et le cas (α) est impossible.

(β) v est relié à x, y et u .

Les triangles xuz et xzt étant normaux, $vz \notin E'$ et $vt \in E'$. Les points y et v étant équivalents dans le graphe $xytuvz$ et G' étant réduit, il existe, d'après la remarque du lemme, $r \in X'$ tel que $ry \in E'$ et $rv \notin E'$.

$rt \in E'$ ou $ru \in E'$, sinon $yrtu \simeq G_1$; on peut supposer par raison de symétrie que $rt \in E'$. Alors $rz \in E'$, sinon $trvz \simeq G_1$. xzt étant normal, $rx \notin E'$. xuz étant normal, $ru \in E'$. Mais alors $ytrvzu \simeq G_{11}$, ce qui est impossible.

REMARQUE. — En utilisant le résultat de [3] (le carré de tout graphe représentatif des arêtes d'un multigraphe connexe est hamiltonien), cet article donne des conditions suffisantes pour qu'un graphe simple connexe ait un carré hamiltonien.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] L. W. BEINEKE, *Characterizations of Derived Graphs* (*J. Comb. Theory*, vol. 9, n° 2, 1970, p. 129-135).
- [2] C. BERGE, *Graphes et hypergraphes*, Dunod, Paris, 1970.
- [3] J. C. BERMOND et P. ROSENSTIEHL, *Le carré du graphe des arêtes d'un multigraphe connexe est pancyclique* (à paraître).
- [4] F. HARARY, *Graph Theory*, Addison Wesley, Reading, Mass., 1969.
- [5] J. KRAUSZ, *Démonstration nouvelle d'un théorème de Whitney sur les réseaux* (*Mat. Fiz. Lapok*, vol. 50, 1943, p. 75-85).
- [6] A. VAN ROOIJ et H. WILF, *The interchange graph of a finite graph* (*Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, vol. 16, 1965, p. 263-269).
- [7] H. WHITNEY, *Congruent graphs and the connectivity of graphs* (*Amer. J. Math.*, vol. 54, 1932, p. 150-168).

J. C. BERMOND,
C. M. S., 54, boulevard Raspail,
75-Paris, 6^e.

J. C. MEYER,
Université Paris-Sud,
Centre d'Orsay, Bât. 425,
91-Orsay.