

Etude de sensibilité de différentes méthodes de séparation pour l'évaluation simultanée de l'émissivité et de la température par thermographie infrarouge multispectrale

Thibaud Toullier, Jean Dumoulin, Laurent Mevel

▶ To cite this version:

Thibaud Toullier, Jean Dumoulin, Laurent Mevel. Etude de sensibilité de différentes méthodes de séparation pour l'évaluation simultanée de l'émissivité et de la température par thermographie infrarouge multispectrale. 26eme congrès français de thermique – Thermique et Science de l'information, May 2018, Pau, France. pp.1-8. hal-01890285

HAL Id: hal-01890285 https://inria.hal.science/hal-01890285v1

Submitted on 8 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude de sensibilité de différentes méthodes de séparation pour l'évaluation simultanée de l'émissivité et de la température par thermographie infrarouge multispectrale

Thibaud TOULLIER^{1,2}, Jean DUMOULIN^{2,1}, Laurent MEVEL^{1,2}

¹ Inria, Équipe I4S, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes, France

² Ifsttar, COSYS-SII, Route de Bouaye, 44344, Bouguenais CEDEX, France

Résumé - Cette étude porte sur l'évaluation simultanée de l'émissivité et de la température de surface d'objets observés par thermographie infrarouge *in-situ*. La mesure de la température par thermographie infrarouge se heurte au manque de connaissances des propriétés radiatives de la scène réelle. Une cible virtuelle composée de quatre matériaux différents est définie. L'éclairement reçu depuis cette cible par une caméra infrarouge est estimé par la méthode des radiosités progressives mise en œuvre sur carte graphique. Ces simulations nous permettent d'évaluer la sensibilité de quatre méthodes de séparation de l'émissivité et de la température.

Nomenclature

λ	Longueur d'onde, μm	Méthode des radiosités
N	Nombre de bandes spectrales	$N_{ m \acute{e}l\acute{e}ment}$ Nombre total d'éléments dans la scène
$\Delta \lambda_i$	$i^{\rm ème}$ bande spectrale sur l'intervalle	A_k Aire de l'élément k
	$[\lambda_i, \lambda_{i+1}], i \in \llbracket 1; N rbracket$	$B_{k,\Delta\lambda_i}$ Radiosité de l'élément k sur $\Delta\lambda_i$
T	Température, K	$M_{k,\Delta\lambda_i}$ Exitance de l'élément k sur $\Delta\lambda_i$
ϵ	Emissivité	$\epsilon_{k,\Delta\lambda_i}$ Emissivité de l'élément k sur $\Delta\lambda_i$
S	Surface, m^2	$V_{k,i}$ Facteur d'occlusion entre les éléments k, j
L	Luminance énergétique, $W.m^{-2}.sr^{-1}$	GPGPU General-purpose processing on graphics
E	Eclairement énergétique, $W.m^{-2}$	processing units
Ι	Intensité énergétique, $W.sr^{-1}$	1 6

1. Introduction

L'apparition de nouveaux capteurs a permis le développement de nouvelles caméras infrarouges. L'utilisation de caméras infrarouges bas coût pour la surveillance de structures dans le génie civil est prometteuse grâce à ces nouvelles technologies. Cependant, une mesure précise de la température par thermographie infrarouge se heurte au manque de connaissance des propriétés radiatives de la scène. En effet, en première approximation, l'éclairement reçu au niveau du capteur à une longueur d'onde donnée dépend de la température de l'objet visé et de son émissivité à cette longueur d'onde. Cependant, le bilan radiatif effectué sur chaque bande spectrale conduit à un système sous-déterminé. Remonter à la température à partir d'une telle mesure nécessite donc la connaissance de l'émissivité de l'objet ou, à défaut, l'utilisation d'inférences et d'approximations sur le système observé [9]. Ainsi, afin de se soustraire au manque de connaissances sur l'émissivité, différentes méthodes de séparation de température et d'émissivité ont été développées dans la littérature. Ces méthodes ont suscité de nombreuses controverses, en particulier à cause de résultats sensibles aux matériaux utilisés ou à l'état de surface de l'objet [9]. L'objectif de cette étude est d'évaluer ces différentes méthodes à l'aide d'un jeu de données simulées. Nous présenterons dans un premier temps le logiciel réalisé sous OpenGL pour simuler la cible étudiée. Dans un second temps, différentes méthodes d'identification de la température et de l'émissivité seront présentées et évaluées. Enfin, des conclusions et perspectives seront proposées.

2. Simulation de l'éclairement d'une scène par la méthode des radiosités

2.1. Méthode des radiosités

Afin de simuler les données reçues par les capteurs de la caméra, un logiciel proposant une solution directe à l'équation de transfert radiatif (ETR) a été étudié et réalisé. Une approche basée sur la méthode des radiosités a été mise en place. La méthode des radiosités permet d'obtenir une approximation de la solution analytique par la résolution d'un système linéaire. Cette approche met en perspective la possibilité de considérer de multiples phénomènes physiques. Enfin, les progrès réalisés pendant ces deux dernières décennies dans les processeurs graphiques, d'un point de vue logiciel comme matériel permettent aujourd'hui d'étendre la résolution par la méthode des radiosités à de grands systèmes.

Le facteur de forme $F_{1\to 2}$ défini dans l'équation (1) permet de caractériser l'échange radiatif entre deux éléments diffus notés 1 et 2 [8]. Soient dA_1 et dA_2 deux éléments infinitésimaux, orientés de manière arbitraire et d'angles θ_1 et θ_2 entre les normales respectives des éléments et le segment de longueur r reliant les deux barycentres aux éléments. On appelle alors les facteurs de forme la fraction d'énergie quittant la surface dA_1 et arrivant à dA_2 . On observe que la formulation de ces facteurs de forme met en évidence la relation géométrique liant les deux surfaces.

$$F_{1\to 2} = \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos(\theta_1)\cos(\theta_2)}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$
(1)

On peut alors considérer que la radiosité B_k d'un élément k est donnée par son émission propre additionnée à la contribution de tous les autres éléments j sur la scène. Ainsi, pour une bande spectrale donnée et après discrétisation, on obtient un système d'équations linéaires :

$$B_{k,\Delta\lambda_i} = M_{k,\Delta\lambda_i} + (1 - \epsilon_{k,\Delta\lambda_i}) \sum_{j=1,j\neq k}^{j=N_{elements}} V_{kj} F_{k\to j} B_{j,\Delta\lambda_i}$$
(2)

où V_{kj} représente un facteur d'occlusion (présence d'autres éléments à l'intérieur de l'enceinte).

2.2. Mise en œuvre sur carte graphique

De multiples méthodes existent afin de calculer les radiosités. Une résolution directe par inversion de matrice est possible mais requiert beaucoup de mémoire et de temps pour de grands systèmes. En 1988, [3] ont introduit la méthode des radiosités progressives. Au lieu de résoudre entièrement le système et de devoir calculer l'ensemble des facteurs de formes pour former la matrice à inverser, une approximation de la solution est faite en ne résolvant qu'une partie du système à chaque itération. Ainsi, seulement une partie des facteurs de forme est calculée et stockée lors d'une itération et l'algorithme peut s'arrêter lorsque l'approximation de la solution est satisfaisante, selon un critère prédéfini (Algorithme 1). Un logiciel en C++ implémentant la méthode des radiosités a donc été réalisé. L'API OpenGL est utilisée pour le rendu graphique des données, permettant de charger une scène 3D préalablement réalisée avec un logiciel de conception assistée par ordinateur. L'utilisation d'OpenGL permet d'exploiter pleinement l'accélération matérielle pour le calcul des radiosités, notamment pour tenir compte de l'obstruction des objets avec un test de profondeur. Au lieu d'utiliser l'algorithme classique des hemicubes [4] pour le calcul des facteurs de forme, nous avons préféré utiliser un hémisphère pour réduire le nombre de rendus et éviter l'utilisation de *cubemaps* [7, 6].

En particulier, depuis la version 4.3 de cette API, les *compute shaders* sont apparus, permettant d'avoir une approche GPGPU tout en exploitant l'API OpenGL, ce qui représente une architecture intéressante pour les radiosités. Le calcul des radiosités est effectué dans une texture par un *Compute Shader*. L'affichage des valeurs de radiosités est alors réalisé en utilisant cette texture et en interpolant la valeur des faces sur les sommets correspondants. Le rendu est finalement fait en définissant un *Vertex Shader* et un





Fragment Shader exploitant le processus de rendu OpenGL « classique ». L'ensemble des calculs sont donc fait sur le GPU minimisant ainsi les transferts de mémoire CPU-GPU (voir figure 1).



Figure 1: Représentation des étapes principales de l'algorithme des radiosités progressives avec OpenGL

2.3. Conception d'une cible virtuelle

Dans le but d'évaluer la sensibilité des différents algorithmes et de façon analogue à la calibration colorimétrique, une cible (figures 2, 3) constituée de différents matériaux avec des propriétés radiatives bien définies dans une enceinte close a été simulée. Dans l'ensemble de l'étude, on considère que l'émissivité est constante sur une bande spectrale donnée et on se place dans un environnement ambiant à 20.0°C (figure 4). Les matériaux sont des couches minces, directement contrôlés en température sans phénomène de diffusion ou de convection thermique.





pour T = 313.15K dans la première bande.

Figure 2: Exemple du résultat d'une simulation Figure 3: Rendu dans le visible de la caméra, la cible et l'hémisphère pour l'environnement.



Figure 4: Emissivité spectrale des 4 matériaux de la cible sur la bande $[7.5\mu m; 13\mu m]$

3. Evaluation conjointe de l'émissivité et de la température en thermographie multispectrale

Comme énoncé dans l'introduction, les caméras infrarouges pour la surveillance thermique de structures dans le génie civil sont prometteuses. Cependant, une solution bas coût permettant d'obtenir des résultats avec une précision satisfaisante reste un défi. Nous nous interesserons ici à ce genre de capteur, situé dans le spectre $[7.5\mu m; 13\mu m]$ et possédant un nombre restreint de bandes (3 ici).

Etudions le cas simple d'une mesure entre un objet et un capteur, en négligeant les contributions environnementales. Dans une telle configuration, le flux recu par le capteur lors de la mesure pour une direction et une longueur d'onde données peut être exprimé à l'aide de la loi de Bouguer par :

$$\phi_{recu,capteur,\lambda} = E_{\lambda} * S_{capteur} = \frac{I_{\lambda} \cos(\theta_{capteur})}{d^2} S_{capteur}$$
(3)

Avec $I_{\lambda} = \frac{\phi_{emis,objet,\lambda}}{\Omega}$ et $\Omega = 2\pi (1 - \cos(\theta_{objet}))$ dans le cadre des hypothèses émises :

$$\phi_{recu,capteur,\lambda} = \frac{\cos(\theta_{capteur})S_{capteur}}{2\pi(1-\cos(\theta_{objet}))d^2}\phi_{emis,objet,\lambda} \tag{4}$$

On obtient alors l'éclairement depuis l'équation précédente en utilisant la loi de Planck :

$$E_{e,\lambda} = g(\theta_{capteur}, \theta_{objet}, d)\epsilon(\lambda) \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)}$$
(5)

avec $C_1 = \frac{2hc^2}{\lambda^5}$, $C_2 = \frac{hc}{k}$ et $g : (\theta_{capteur}, \theta_{objet}, d) \rightarrow \frac{S_{source} \cos(\theta_{capteur})}{2\pi(1-\cos(\theta_{objet}))d^2}$. En considérant la géométrie du problème connue, cette équation possède deux inconnues : l'émissivité et la température.



Figure 5: Ensemble de solutions possibles pour une mesure donnée (en jaune).

La figure 5 illustre ce problème d'une équation à deux inconnues par l'exemple : sur l'espace des solutions en bleu, un ensemble de solutions est représenté en jaune pour une mesure donnée.

En réécrivant cette équation pour N bandes spectrales, le système devient alors un système de Néquations à N + 1 inconnues. En effet, pour chaque mesure dans une bande spectrale, une nouvelle inconnue est ajoutée : l'émissivité de l'objet aux longueurs d'ondes concernées. Dans la suite, nous raisonnerons sur un spectre discrétisé, en considérant que les quantités précédentes ont été intégrées lors de la mesure sur un ensemble de bandes spectrales $\Delta \lambda_i, i \in [\![1; N]\!]$ données. Nous allons maintenant nous intéresser à quatre méthodes pour évaluer T et $\epsilon(\Delta \lambda_i)$ à partir de mesures et informations géométriques $\gamma_{\Delta \lambda_i}$ données.

3.1. Estimation par optimisation du problème non linéaire

Afin de pallier le système sous-déterminé, une première solution est d'utiliser un modèle pour l'émissivité. Différents modèles mathématiques [2, 8] ou physiques [5] ont déjà été abordés dans la littérature. En utilisant l'approximation de Wien (résultant en une erreur maximale de 1% [8]), l'équation (5) devient :

$$\ln(\gamma_{\lambda}C_{1}^{-1}\lambda^{5}) = \ln(\epsilon(\lambda)) - \frac{C_{2}}{\lambda T}$$
(6)

où $\gamma_{\lambda} = g^{-1}(\theta_{capteur}, \theta_{objet}, d)E_{e,\lambda}$. Ainsi, une première approche est de linéariser l'équation (6) en estimant le logarithme de l'émissivité par un polynôme. Cependant, cette méthode donne des résulats peu satisfaisants dans la majorité des cas [9]. La version non linéarisée du problème a donc été choisie en prenant la loi de Planck à la place de l'approximation de Wien dans l'équation (6), de modéliser l'émissivité par un polynôme puis d'optimiser le problème contraint suivant à l'aide de la fonction *fmincon* de MATLAB[®]:

$$\arg \min_{\epsilon_{\Delta\lambda_i}, T} \sum_{i=1}^{N} \left[\gamma_{\Delta\lambda_i} - \epsilon_{\Delta\lambda_i} * \int_{\Delta\lambda_i} B(\lambda, T) d\lambda \right]^2$$

$$\epsilon_{\Delta\lambda_i} = \sum_{j=0}^{M} a_j \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2} \right)^j; \quad 0 \le \epsilon_{\Delta\lambda_i} \le 1; \quad 200K \le T \le 400K$$
(7)

où $B(\lambda, T)$ représente la loi de Planck. L'optimisation est alors sensible au choix du degré du polynôme M comme le montre la figure 6 avec la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (RMSE).

3.2. Méthode Temperature-Emissivity Separation (TES)

De nombreuses méthodes de séparation d'émissivité et de température ont été développées dans le domaine de l'aéroporté et satellitaire. La méthode TES a été développée afin d'évaluer la température de surface par l'ASTER (Advanced Space-borne Thermal Emission and Reflection Radiometer) sur le satellite TERRA avec 5 bandes multispectrales. Une corrélation a ainsi été établie permettant de relier



Figure 6: Influence du degré du polynôme sur l'erreur (équilibre thermique atteint 333.15K)

le spectre relatif défini par $\beta(\lambda) = \tilde{\epsilon}(\lambda)/\hat{\epsilon}$ où $\tilde{\epsilon}(\lambda)$ a été estimé itérativement [9]. On estime alors une nouvelle emissivité selon l'équation (8). La température est alors déduite par régression selon l'équation (9)

$$\epsilon(\lambda) = \beta(\lambda) \frac{\epsilon_{min}}{\beta_{min}}, \quad \epsilon_{min} \approx 0.994 - 0.687 (\beta_{max} - \beta_{min})^{0.737}$$
(8)

$$T = B^{-1} \left[\frac{L(\lambda_m, T) - L_{env}(\lambda_m)}{\epsilon_{max}} + L_{env}(\lambda_m) \right], \quad \lambda_m = argmax(\epsilon(\lambda))$$
(9)

3.3. Estimation en considérant des mesures temporelles

Dans le cas de mesures *in-situ* long terme qui concernent certaines de nos applications, il est possible d'émettre l'hypothèse que sur un ensemble de mesures, la température ait varié mais que les conditions météorologiques soient sensiblement les mêmes et que l'émissivité n'ait pas changé. L'ajout de mesures à une nouvelle température permet alors d'obtenir un système de 2N équations à N + 2 inconnues auquel cas la résolution du système devient possible. Comme précédemment, nous allons transformer le système en un problème d'optimisation non linéaire en ajoutant cette fois-ci les nouvelles données en température. L'équation (7) devient alors :

$$\arg\min_{\epsilon_{\Delta\lambda_i}, T_1, T_2} \sum_{i=1}^{N} \left[\gamma_{\Delta\lambda_i, T_1} - \epsilon_{\Delta\lambda_i} * \int_{\Delta\lambda_i} B(\lambda, T_1) d\lambda \right]^2 + \left[\gamma_{\Delta\lambda_i, T_2} - \epsilon_{\Delta\lambda_i} * \int_{\Delta\lambda_i} B(\lambda, T_2) d\lambda \right]^2$$

$$\epsilon_{\Delta\lambda_i} = \sum_{j=0}^{M} a_j \left(\frac{\lambda_i + \lambda_{i+1}}{2} \right)^j; \quad 0 \le \epsilon_{\Delta\lambda_i} \le 1; \quad 200K \le T_1 \le 400K; \quad 200K \le T_2 \le 400K$$
(10)

3.4. Méthode Bayesiennes

De multiples méthodes Bayesiennes ont été développées afin de répondre au problème d'estimation conjointe de l'émissivité et de la température, en particulier dans le domaine de l'aéroporté. Une méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC) réalisée pour de l'imagerie hyperspectrale a été ajoutée à nos méthodes de test [1]. L'objectif de ces méthodes est d'échantillonner des distributions de probabilité établies en amont. Dans notre cas, avec γ un vecteur de mesures connu, on cherche à déterminer la distribution des quantités $p(T|\gamma)$ et $p(\epsilon|\gamma)$. Etant donné que la densité conjointe *a posteriori* de ϵ et T est difficile à calculer, un échantillonneur de Gibbs va permettre d'échantilloner la probabilité a posteriori $p(\epsilon, T|\gamma)$ à partir des probabilités conditionnelles $p(\epsilon|T, \gamma)$ et $p(T|\epsilon, \gamma)$. Ainsi, on suppose que l'émissivité possède une distribution gaussienne et que la température suit une loi uniforme (voir équation (11)). Les probabilités conditionnelles sont données dans [1].

$$\epsilon \approx \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\epsilon}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\epsilon}})$$

$$T \approx \mathcal{U}(T_{min}, T_{max})$$
(11)

On choisit ici T_{min} et T_{max} tels que $15 \leq |T_{min} - T_{max}| \leq 20$ et $T_{material} \in [T_{min}; T_{max}]$ où $T_{material}$ représente la température recherchée.

$$\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\epsilon}} = \begin{pmatrix} 0.6\\ 0.6\\ 0.6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\epsilon}} = \begin{pmatrix} 1 & 0.8 & 0.8\\ 0.8 & 1 & 0.8\\ 0.8 & 0.8 & 1 \end{pmatrix}$$
(12)

4. Comparaison des algorithmes

Les algorithmes ont été implémentés puis appliqués aux données simulées. Nous nous intéresserons à l'erreur faite en émissivité et température selon les propriétés des matériaux et selon leur température initiale. Les mesures ont été effectuées sur trois bandes spectrales : $\Delta\lambda_1 = [7.5\mu m; 9.5\mu m], \Delta\lambda_2 =$ $[9.5\mu m; 11\mu m], \Delta\lambda_3 = [11\mu m; 13\mu m]$ et les matériaux sont tous à la même température variant de 293.15K à 353.15K. La température environnante est à 293.15K.



Figure 7: Erreur faite sur l'estimation de l'émissivité des matériaux pour les 4 méthodes



Figure 8: Erreur faite sur l'estimation de la température des matériaux pour les 4 méthodes

Dans le cas de la résolution non linéaire contrainte du problème, le système est mal conditionné. La valeur finale dépend donc du point d'initialisation. Autrement dit, un point sera sélectionné sur la partie bleue de la figure 5 et se rapprochera le plus proche possible de la ligne jaune. Ainsi, la solution finale aura un biais qui sera dépendant de ce point initial. Nous réalisons donc plusieurs fois la résolution avec des points choisis aléatoirement sur l'ensemble de solution et retenons le résultat avec l'erreur de reprojection la plus faible. Pour la méthode multi-temporelle, il est à noter que l'approximation faite sur le système est

très forte. En réalité, on a une corrélation entre les deux mesures qui n'entraîne pas une simple résolution du problème [9]. Il est à noter que la comparaison avec l'algorithme TES n'est pas forcément juste. En effet, la relation empirique (8) s'applique selon une base de donnée d'un ensemble de matériaux réels. Cependant, les émissivités que nous avons choisi ici n'ont pas de signification physique. Quoiqu'il en soit, cette relation n'est pas universelle et peut engendrer d'importantes erreurs comme le montrent les résultats de la figure 7. On remarque finalement que l'algorithme MCMC donne de bons résultats, en particulier pour la température (voir figure 8). Cet algorithme reste sensible au choix des distributions choisies pour ϵ et T. La distribution $p(\epsilon)$ a été choisie de façon arbitraire ici mais elle pourrait cependant être déterminée selon une base de donnée de matériaux [1]. De plus amples informations sur la scène peuvent aussi améliorer l'algorithme, notamment pour estimer une bonne distribution de T (données météorologiques *in-situ* par exemple) et le modèle proposé [1] peut potentiellement être amélioré pour satisfaires ces nouvelles informations.

5. Conclusion

Une cible virtuelle constituée de matériaux aux diverses propriétés radiatives a été étudiée et simulée avec un logiciel conçu pour cette étude. L'identification simultanée de l'émissivité et de la température dépend de l'efficacité de la résolution du système d'équations associé qui est sous-déterminé. Ce problème ne peut pas être résolu sans l'introduction d'hypothèses *a priori* en lien avec la physique. Les différentes méthodes étudiées dans ce travail ne donnent pas, à ce stade, entière satisfaction, notamment pour une application multispectrale *in-situ* long terme. Les méthodes d'optimisation non-linéaires sont basées sur des approximations mathématiques arbitraires qui ne traduisent pas forcément la physique; la méthode TES utilise des modèles physiques qui ne peuvent s'appliquer que pour des cas restreints. Cependant, l'approche Bayesienne présente des résultats encourageants mais reste sensible aux modèles statistiques sous-jacents. Toutefois, une extension du modèle présenté pour des mesures *in-situ* long terme à bas coût semble possible en ajoutant de nouvelles informations issues d'une combinaison multi-capteur. Ainsi, les inférences statistiques pourraient être établies et adaptées en temps réel. De plus, il est à noter que la simulation a été effectuée dans des conditions favorables. La prochaine étape sera donc d'ajouter du bruit de mesure ainsi que des conditions environnementales variables.

Références

- [1] Joshua N. Ash and Joseph Meola. Temperature-emissivity separation for LWIR sensing using MCMC. volume 9840, page 984010. International Society for Optics and Photonics, May 2016.
- [2] P. B. Coates. Multi-wavelength pyrometry. *Metrologia*, 17(3):103, 1981.
- [3] Michael F. Cohen, Shenchang Eric Chen, John R. Wallace, and Donald P. Greenberg. A progressive refinement approach to fast radiosity image generation. ACM SIGGRAPH computer graphics, 22(4):75–84, 1988.
- [4] Michael F. Cohen and Donald P. Greenberg. The hemi-cube : A radiosity solution for complex environments. In *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, volume 19, pages 31–40. ACM, 1985.
- [5] Th. Duvaut. Comparison between multiwavelength infrared and visible pyrometry : Application to metals. *Infrared Physics & Technology*, 51(4) :292–299, March 2008.
- [6] Greg Coombe and Mark Harris. Chapter 39. Global Illumination Using Progressive Refinement Radiosity. In GPU Gems : Programming Techniques for High-Performance Graphics and General-Purpose Computation, volume 2.
- [7] Wolfgang Heidrich and Hans-Peter Seidel. *View-Independent Environment Maps*. The Eurographics Association, 1998.
- [8] J.R. Howell, R. Siegel, and M.P. Pinar. *Thermal Radiation Heat Transfer.* CRC Press, 5th edition, 2010.
- [9] Jean-Claude Krapez. Radiative Measurements of Temperature. In *Thermal Measurements and Inverse Techniques*, Heat transfer. CRC Press, Boca Raton, FL, 2011. OCLC : ocn587104377.