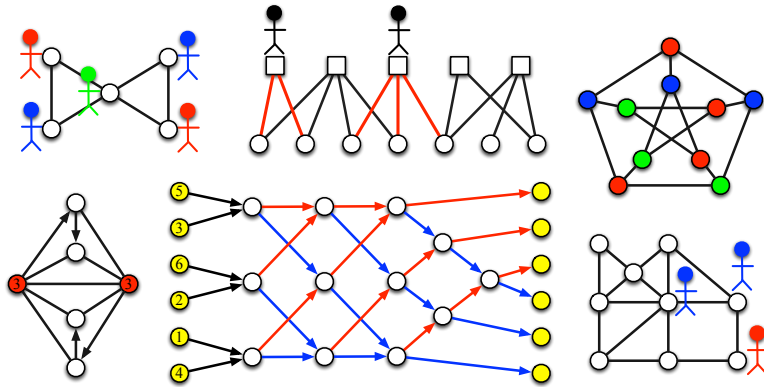


Graphes et Algorithmes

Jeux grandeur nature



Dorian Mazaauric

Inria Sophia Antipolis - Méditerranée
Équipe-projet Algorithmes et Biologie Structurale

Dorian.Mazaauric@inria.fr



En collaboration avec Laurent Giauffret
Direction des Services Départementaux
de l'Éducation Nationale (DSDEN)
des Alpes-Maritimes

Laurent.Giauffret@ac-nice.fr

Table des matières

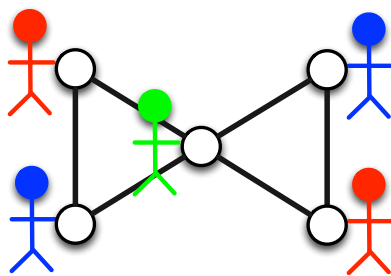
1	Introduction	5
1.1	Objectif de ce document	5
1.2	Qu'est-ce qu'un graphe?	6
1.3	Jeux grandeur nature	7
2	Jeux de position dans les graphes	9
2.1	Coloration des sommets	9
2.1.1	Règles du jeu et exemple	9
2.1.2	Lien avec l'allocation de fréquences dans les réseaux sans fil	11
2.1.3	Graphes pour jouer	12
2.1.4	Solutions des jeux	15
3	Jeux de mouvement dans les graphes	19
3.1	Parcours dans les graphes	19
3.1.1	Règles du jeu et exemple	19
3.1.2	Application au calcul de parcours de livreurs	23
3.1.3	Graphes pour jouer	24
3.1.4	Solutions des jeux	27
3.1.5	Déclinaison du jeu	34
4	Algorithmes dans les graphes	35
4.1	Trions!	35
4.1.1	Règles du jeu et exemple	36
4.1.2	Graphe orienté pour trier six nombres	40
4.1.3	Application des algorithmes de tri	43
4.1.4	Graphes orientés pour trier	44
5	Fiches à imprimer pour jouer	47
5.1	Coloration des sommets	47
5.2	Parcours dans les graphes	84
5.3	Trions!	106

Chapitre 1

Introduction

1.1 Objectif de ce document

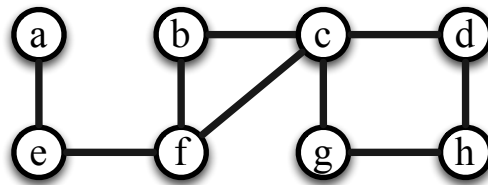
Ce document a pour vocation de présenter, d'expliquer et de jouer avec les graphes et les algorithmes. Ces notions sont centrales en informatique et sont très importantes pour un grand nombre d'applications concernant les réseaux de télécommunication (réseau sans fil, réseau optique, réseau du Web), les réseaux électriques, les réseaux routiers, en biologie (structurale) et pour résoudre un grand nombre de problèmes en général. L'objectif est de présenter des problèmes de graphes et des algorithmes sous la forme la plus simple et la plus ludique possible. Toutes les activités pourront être proposées sous la forme de jeux grandeur nature (plus de détails dans la suite du document). Dans l'exemple de jeu ci-dessous, cinq joueurs avec des chasubles de couleur doivent se positionner sur les cercles (sommets du graphe) de telle sorte que deux sommets reliés par un trait (arête du graphe) aient des joueurs avec des chasubles de couleur différente.



Ce problème sur les graphes est présenté sous la forme d'un *jeu de coloration des sommets* (Section 2.1). Une des applications possibles est liée à un *problème d'allocation de fréquences dans les réseaux sans fil*. Une couleur représente une fréquence et le graphe (les cercles et les traits, ou les sommets et les arêtes) modélise le réseau de télécommunication sans fil (Section 2.1.2).

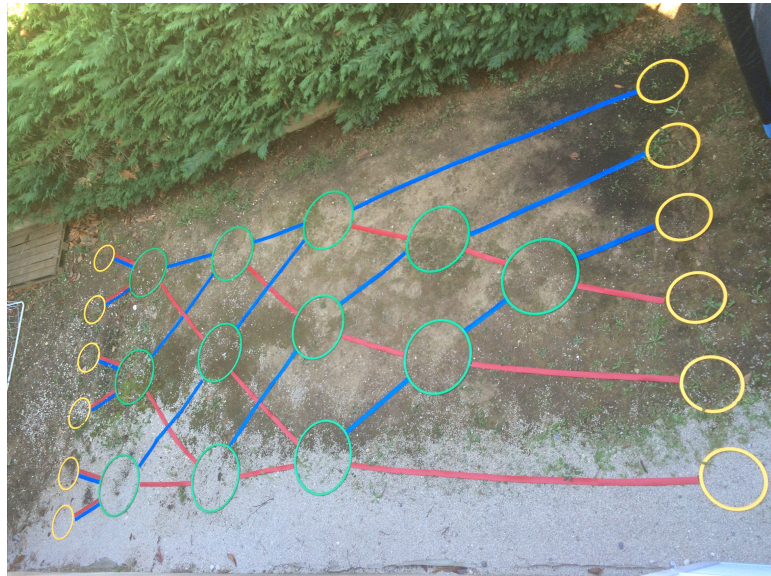
1.2 Qu'est-ce qu'un graphe ?

Les graphes sont utilisés dans toutes les activités proposées dans ce document. Cette notion est très importante car un graphe permet de représenter un grand nombre de concepts et de réseaux de manière simple. Un graphe est défini par un ensemble de sommets et un ensemble d'arêtes.



Les sommets sont les cercles avec une lettre à l'intérieur et les arêtes sont les traits (segments) qui relient un sommet à un autre. Donc notre exemple, il y a huit sommets et neuf arêtes. Le sommet *b* et le sommet *f* sont reliés par une arête. En illustration, nous pouvons voir les sommets comme des villes et les arêtes comme des routes reliant deux villes. Donc notre exemple, il y a huit villes et neuf routes. Il y a une route reliant la ville *b* et la ville *f*.

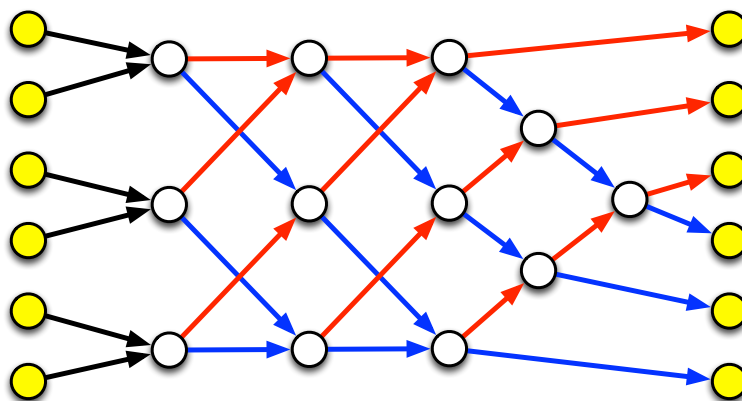
Toutes les activités expliquées dans ce document peuvent se décliner dans trois espaces : l'espace d'une feuille de papier, l'espace d'un plateau de jeu et l'espace grandeur nature. Par exemple, pour le troisième espace, il est possible d'utiliser des cerceaux et des lattes en plastique comme illustré dans la photographie ci-dessous.



1.3 Jeux grandeur nature

Ce document explique comment proposer différentes activités, liées aux graphes et aux algorithmes sur les graphes, sous la forme de jeux. Cela permettra aux enseignants, aux professeurs, aux écoliers, aux collégiens, aux lycéens, au grand public... d'appréhender des notions et des problèmes complexes, de manière simple et ludique. Les jeux pourront être proposés de manière conventionnelle (par exemple en imprimant les jeux et leurs solutions) ou en les construisant grandeur nature (par exemple en utilisant des cerceaux et des lattes en plastique, ou en dessinant sur le sol avec des craies).

Pour illustrer cela, dans l'activité *Trions!* (Section 4.1), il s'agira de jouer dans des graphes dans le but de trier une liste de nombres dans l'ordre croissant (initialement ces nombres sont dans un ordre quelconque). Les joueurs auront chacun un nombre attribué et des règles vont permettre aux joueurs de se déplacer dans le graphe et à la fin les nombres seront triés de manière croissante. Considérons par exemple six éléments à trier. Cette activité peut être présentée en imprimant le graphe ci-dessous ou en le construisant grandeur nature.



Les six joueurs se positionnent initialement sur les sommets jaunes de gauche. Ces joueurs vont ensuite se déplacer dans le graphe avant d'atteindre les six sommets jaunes de droite. La règle du jeu est la suivante : lorsque deux joueurs sont sur un même sommet blanc, alors le joueur avec le plus petit nombre suit le chemin rouge (flèche rouge) et le joueur avec le grand nombre suit le chemin bleu (flèche bleue). Si un joueur est seul sur un sommet blanc, alors il attend de ne plus d'être.

L'idéal est de construire ce graphe pour jouer grandeur nature (c'est l'objectif de ce document) comme illustré par les photographies suivantes et dans la vidéo <https://youtu.be/pd3EnV-gbbo>.



Et à la fin du jeu, les nombres (les joueurs) sont triés dans l'ordre croissant :

1, 2, 3, 4, 5 et 6!



Chapitre 2

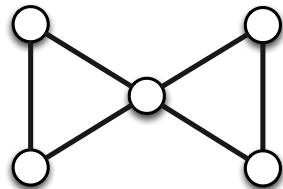
Jeux de position dans les graphes

2.1 Coloration des sommets

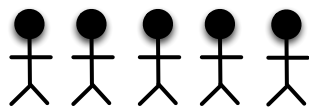
Nous expliquons tout d'abord les règles du *jeu de coloration des sommets* et décrivons une de ses applications possibles en lien avec un *problème d'allocation de fréquences dans les réseaux sans fil*. Nous présentons ensuite des graphes pour jouer et des solutions.

2.1.1 Règles du jeu et exemple

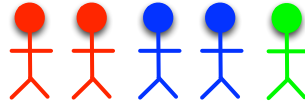
Grphe. Le jeu se déroule avec un graphe quelconque. Considérons par exemple le graphe suivant composé de cinq sommets.



Nombre de joueurs. Le nombre de joueurs est égal au nombre de sommets dans le graphe. Le jeu est collaboratif : tous les joueurs gagnent ou tous les joueurs perdent. Dans notre exemple, il y a cinq joueurs.

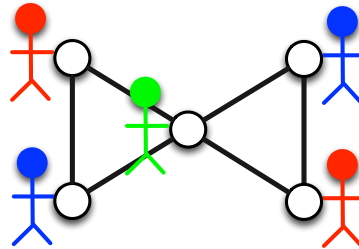


Accessoires. Chaque joueur a une chasuble de couleur. Les couleurs des chasubles sont fixées à l'avance. Pour les cinq joueurs précédents, nous pouvons avoir par exemple deux joueurs avec une chasuble rouge, deux joueurs avec une chasuble bleue et un joueur avec une chasuble verte.

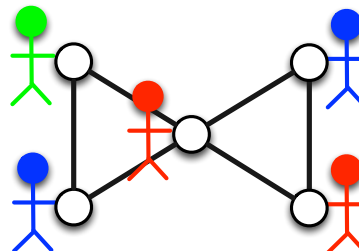


But du jeu. Les joueurs doivent se positionner sur les sommets du graphe (un joueur par sommet) de telle sorte que, pour chacune des arêtes du graphe, les deux joueurs aux deux extrémités de l'arête aient des chasubles de couleur différente.

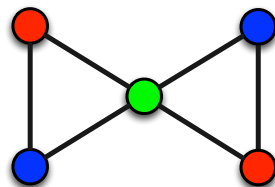
Exemple de solution. La figure suivante décrit une solution pour notre exemple.



Exemple de positionnement non valide. La figure suivante montre un positionnement non valide car les deux joueurs avec des chasubles rouges sont à deux extrémités d'une même arête. Pour ce graphe, le joueur avec une chasuble verte doit nécessairement se positionner sur le sommet central.



Comment lire les figures qui vont suivre ? Dans la suite, la couleur de chaque sommet représentera la couleur de la chasuble du joueur positionné sur ce sommet. La solution pour notre exemple est décrite dans la figure suivante.

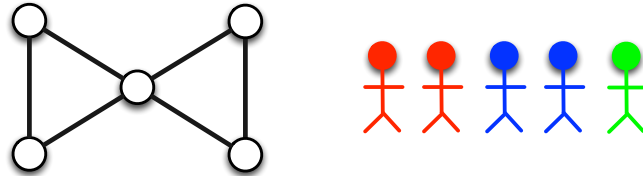


2.1.2 Lien avec l'allocation de fréquences dans les réseaux sans fil

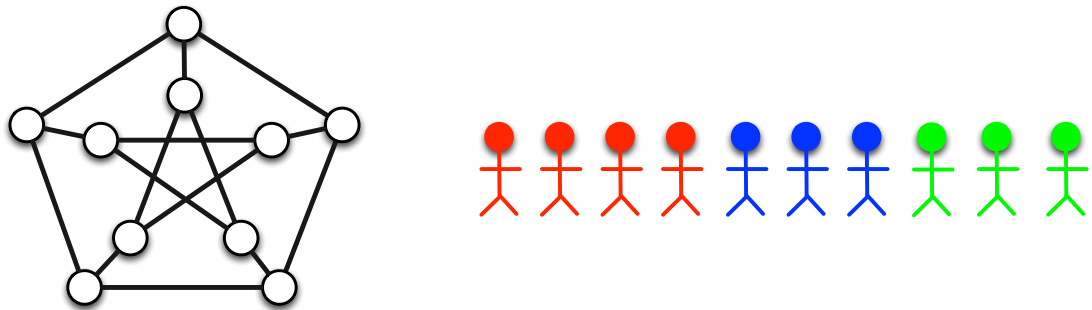
Nous expliquons une des applications en lien avec l'allocation de fréquence dans les réseaux de télécommunication sans fil. Dans ce type de réseaux, deux émetteurs trop proches ne peuvent pas émettre sur une fréquence identique. En effet, dans ce cas, il y aurait des interférences et certaines communications ne seraient alors plus effectuées correctement. Dans ce contexte, il faut alors attribuer une fréquence différente pour chacun des deux émetteurs. De plus, il n'est pas envisageable d'avoir un nombre de fréquences égal au nombre d'émetteurs. Il faut donc attribuer une fréquence à chaque émetteur en respectant toutes les contraintes d'interférence pour tous les émetteurs du réseau tout en minimisant le nombre de fréquences différentes pour y parvenir. Ce problème est modélisé par un problème de coloration de sommets dans un graphe construit à partir du réseau. Il y a un sommet par émetteur et il y a une arête entre deux sommets si et seulement si les deux émetteurs correspondants à ces deux sommets sont trop proches pour utiliser la même fréquence. Le problème revient alors à donner une couleur à chacun des sommets (deux sommets reliés par une arête ont des couleurs différentes) tout en minimisant le nombre total de couleurs utilisées. Les couleurs représentent dans ce contexte les fréquences. Par exemple, si le réseau correspond à notre graphe décrit précédemment, alors le plus petit nombre de couleurs (fréquences) permettant d'obtenir une solution valide est trois.

2.1.3 Graphes pour jouer

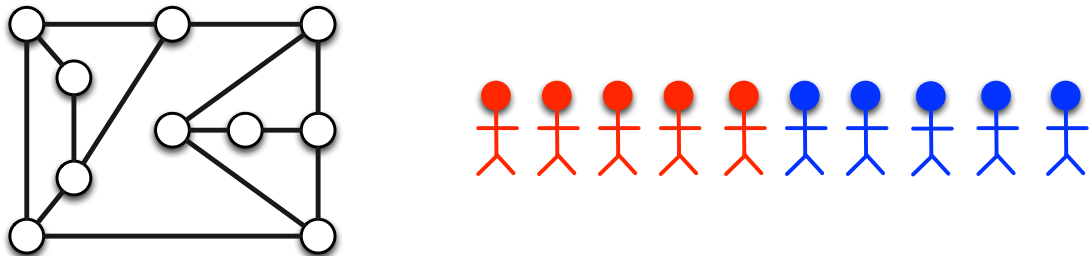
Jeu 1. Le graphe est composé de cinq sommets. Il y a deux joueurs avec une chasuble rouge, deux joueurs avec une chasuble bleue et un joueur avec une chasuble verte.



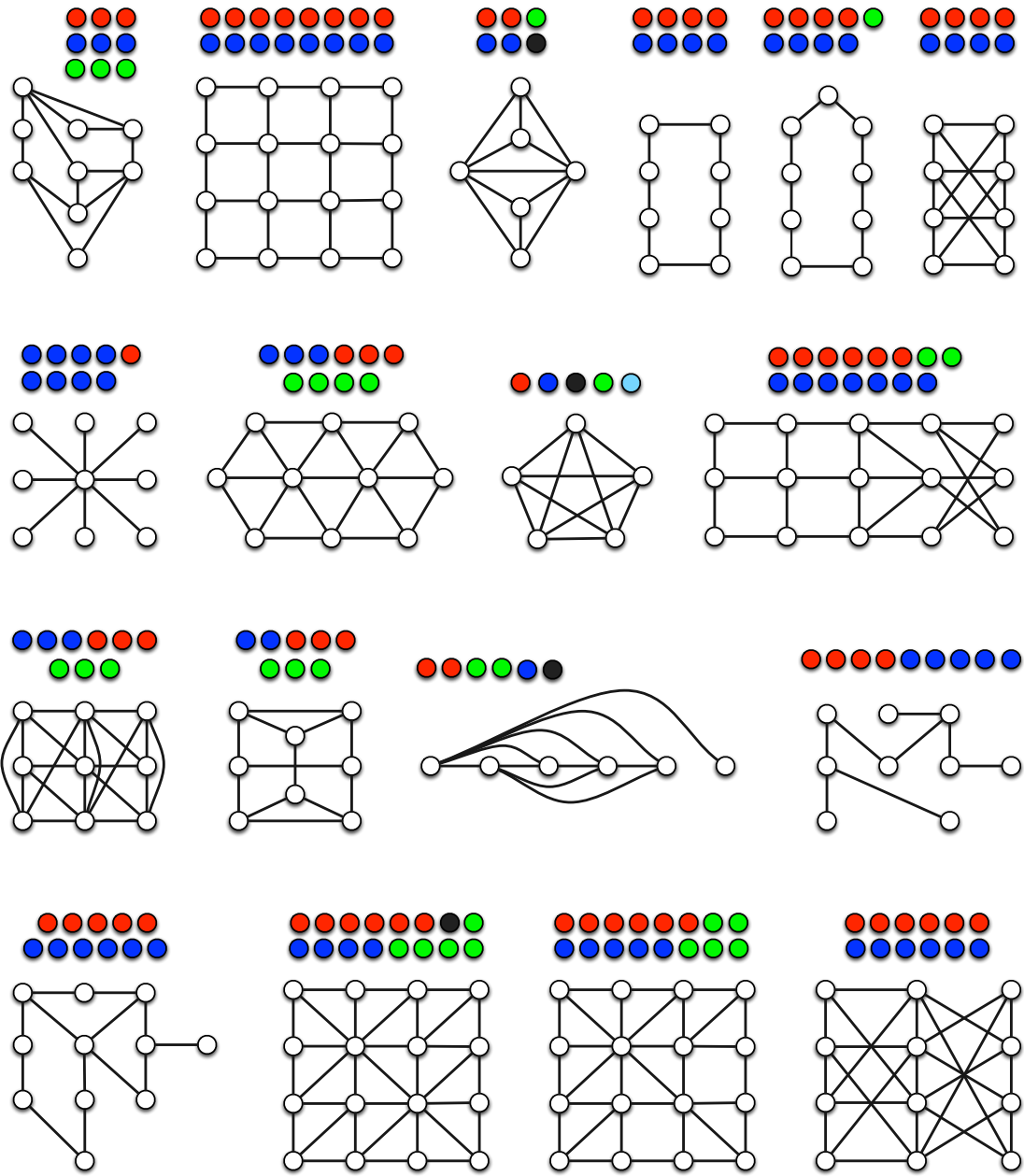
Jeu 2. Le graphe est composé de dix sommets. Il y a quatre joueurs avec une chasuble rouge, trois joueurs avec une chasuble bleue et trois joueurs avec une chasuble verte.



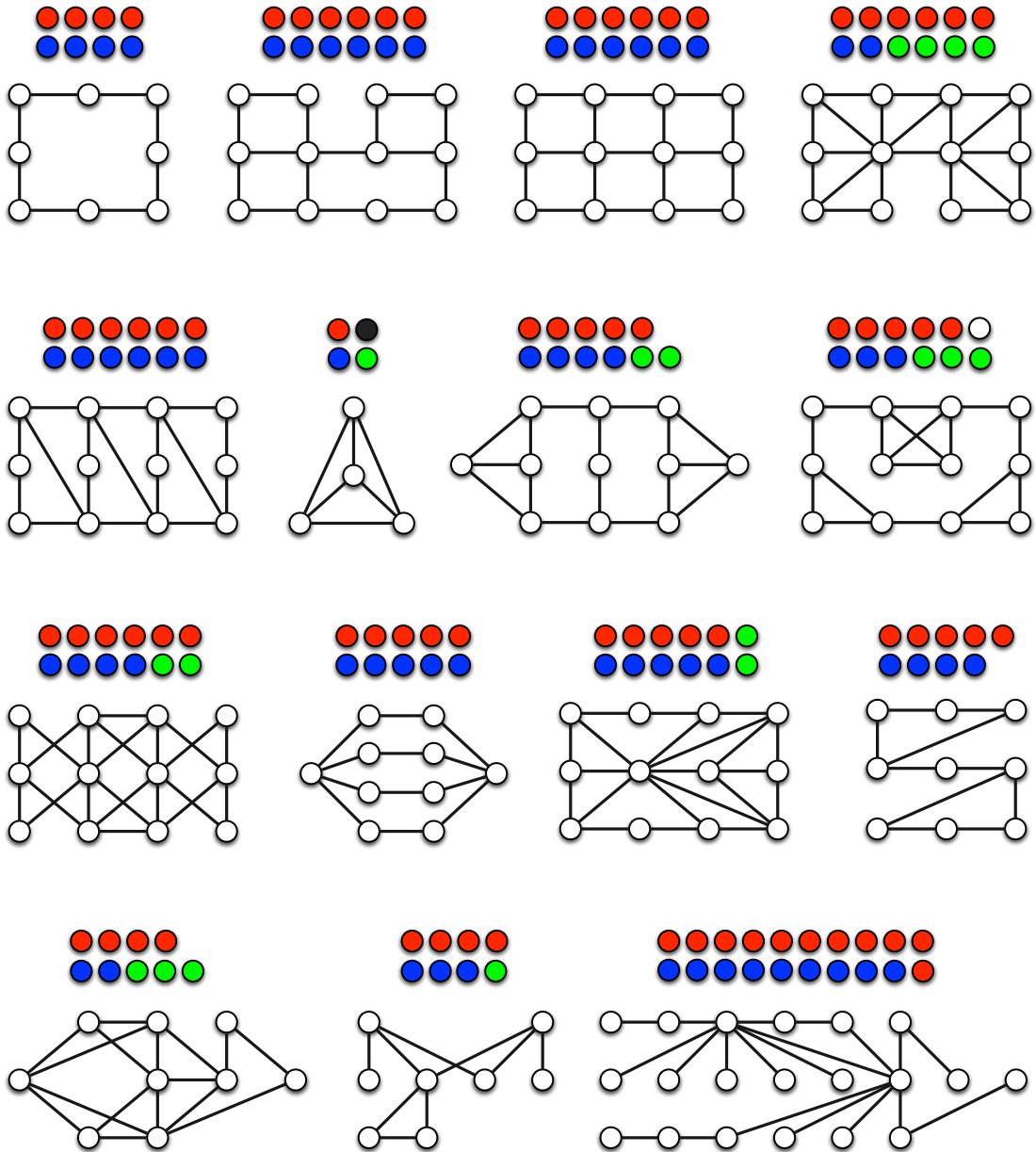
Jeu 3. Le graphe est composé de dix sommets. Il y a cinq joueurs avec une chasuble rouge et cinq joueurs avec une chasuble bleue.



Jeux 4 à 21. La figure suivante décrit dix-huit jeux de coloration des sommets. La répartition des couleurs des chasubles est représentée par les sommets de couleur situés au dessus de chacun des graphes.

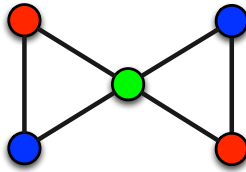


Jeux 22 à 36. La figure suivante décrit quinze jeux de coloration des sommets. La répartition des couleurs des chasubles est représentée par les sommets de couleur situés au dessus de chacun des graphes.

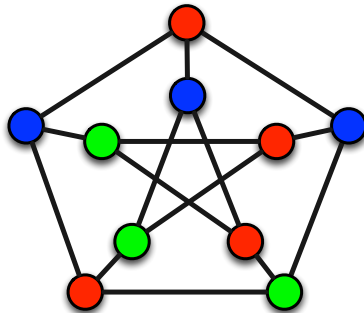


2.1.4 Solutions des jeux

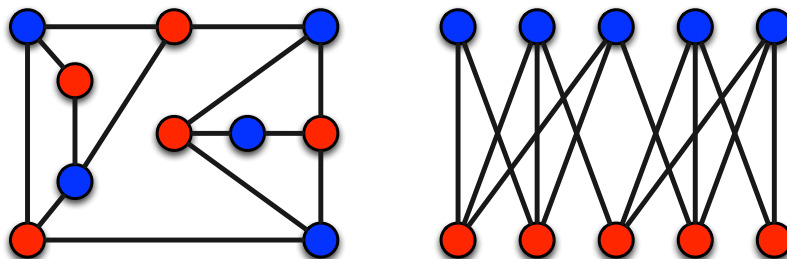
Solution du jeu 1.



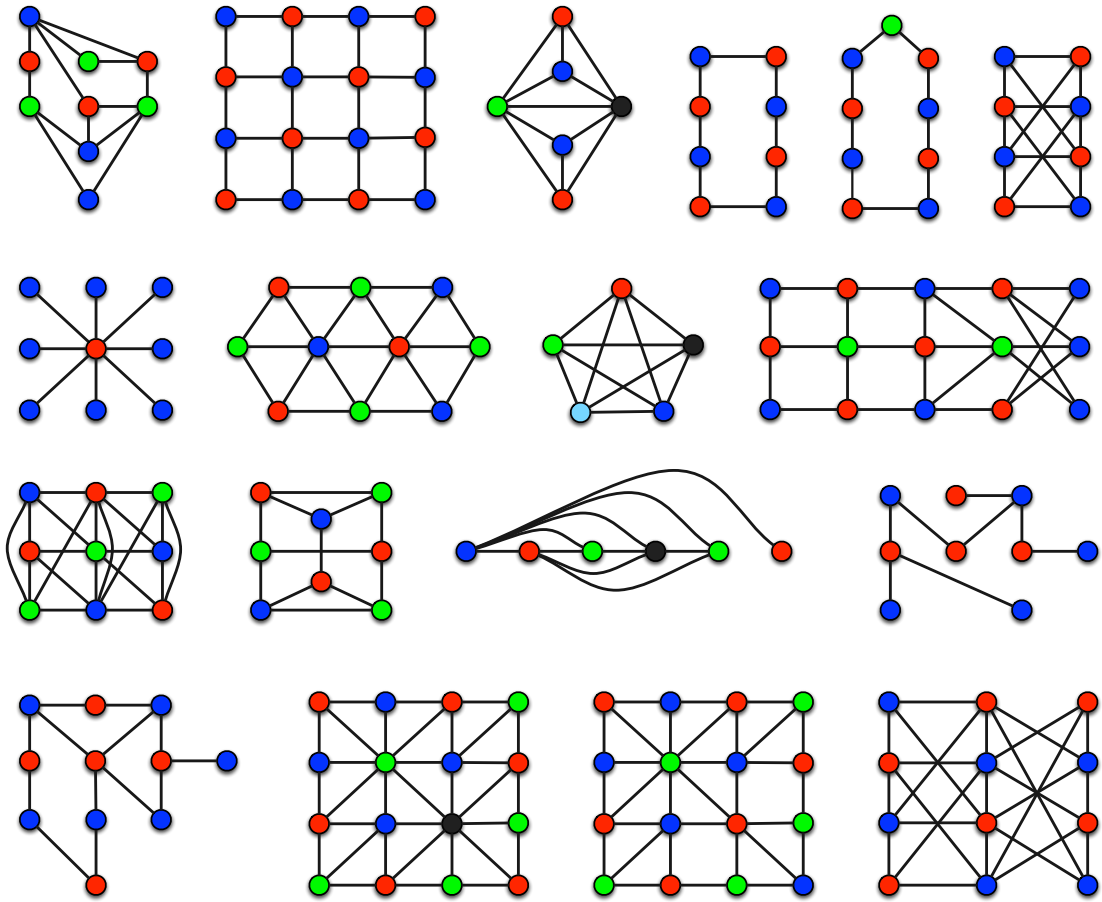
Solution du jeu 2. La figure suivante décrit une solution pour le jeu 2 de coloration des sommets. Les deux couleurs de chasubles des deux joueurs aux deux extrémités de chaque arête sont différentes. Notons qu'il n'y a pas de solution si, par exemple, cinq joueurs ont une chasuble rouge. En effet, en plus du nombre total de couleurs utilisées, la répartition des couleurs des chasubles est donc déterminante dans l'existence d'une solution pour le jeu de coloration des sommets. De plus, il n'y a pas de solution si le nombre total de couleurs utilisées est 2.



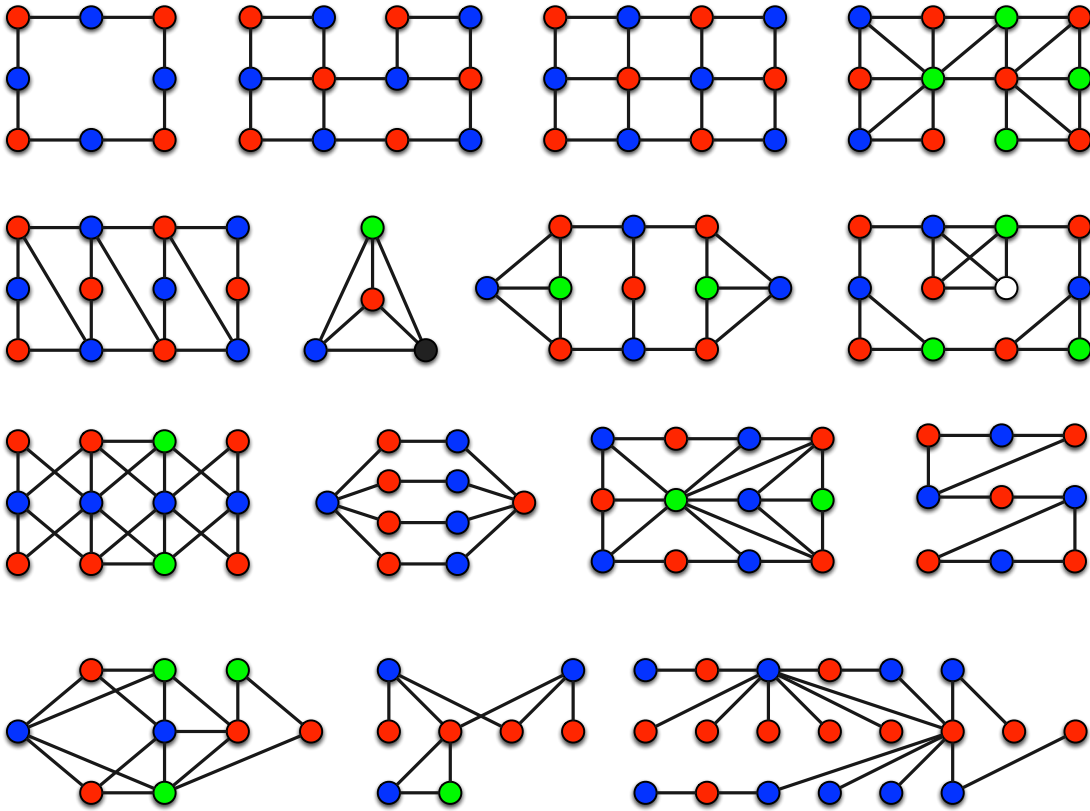
Solution du jeu 3. La figure suivante décrit une solution pour le jeu 3 de coloration des sommets. Un graphe pour lequel il existe une coloration des sommets avec deux couleurs, est un *graphe biparti*. Il peut être représenté par deux ensembles de sommets (pas nécessairement de même taille) tels que toutes les arêtes du graphe sont entre deux sommets n'appartenant pas au même ensemble. Le graphe de droite est une autre représentation (les sommets ont été déplacés) de cette solution.



Solutions des jeux 4 à 21.



Solutions des jeux 22 à 36.



Chapitre 3

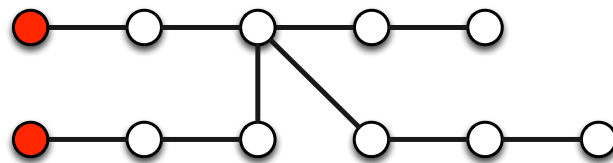
Jeux de mouvement dans les graphes

3.1 Parcours dans les graphes

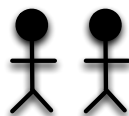
Nous présentons dans cette partie le *jeu du parcours* dans les graphes. Le but est que tous les sommets du graphe soient visités au moins une fois par un des joueurs. Nous expliquons tout d'abord les règles du jeu et des graphes pour jouer avec des solutions.

3.1.1 Règles du jeu et exemple

Graphe. Le jeu se déroule avec un graphe quelconque et un ensemble de points de départ représentés par des sommets rouges. Considérons le graphe suivant.



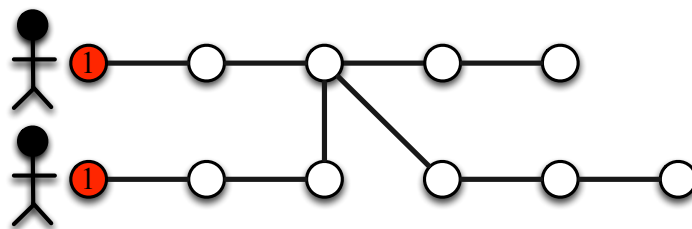
Nombre de joueurs. Le nombre de joueurs est égal au nombre de points de départ (plusieurs points de départ peuvent se trouver sur un même sommet). Dans notre exemple, il y a deux joueurs.



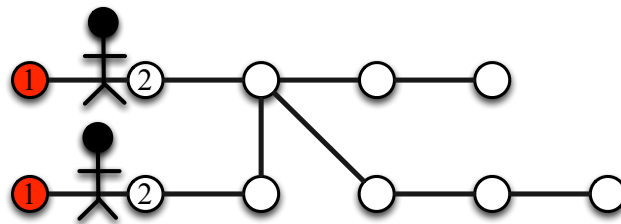
Accessoires. Chacun des joueurs a un certain nombre d'objets en sa possession. Dans l'exemple, les deux joueurs ont chacun six objets en leur possession.



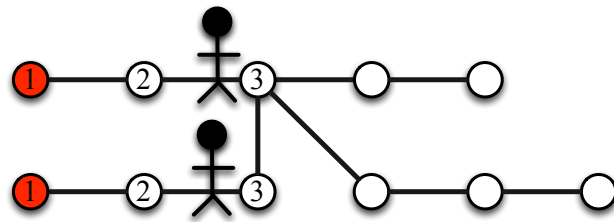
Déroulement du jeu. Au départ les joueurs occupent les sommets de départ (les deux sommets rouges dans l'exemple). Ils déposent un objet sur leur sommet de départ respectif.



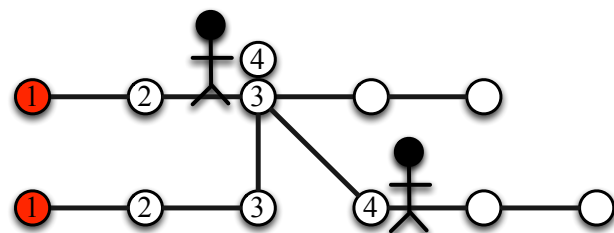
Les joueurs se déplacent, chacun leur tour, sur un sommet voisin et dépose obligatoirement un objet sur le sommet (même si ce sommet contient déjà un ou plusieurs objets). Les joueurs peuvent se retrouver sur un même sommet du graphe au cours du jeu. Le jeu s'arrête lorsque les joueurs n'ont plus d'objet. Pour notre exemple, la figure suivante représente la deuxième étape du jeu. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés.



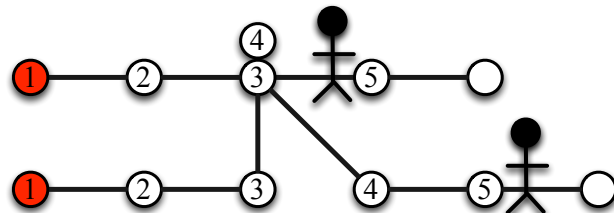
La figure suivante représente la troisième étape du jeu.



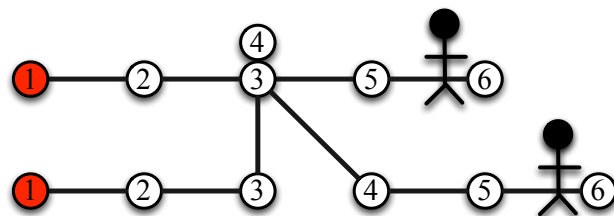
La figure suivante représente la quatrième étape du jeu.



La figure suivante représente l'avant-dernière étape du jeu.

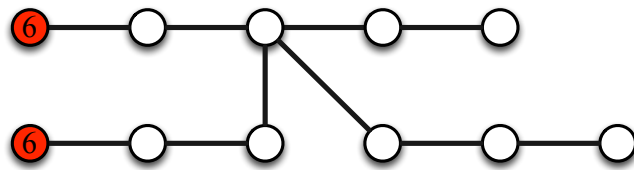


Enfin, la figure suivante représente la dernière étape du jeu. Les deux joueurs ont gagné car tous les sommets ont été visités par au moins un des deux joueurs (c'est-à-dire tous les sommets ont un objet posé dessus).

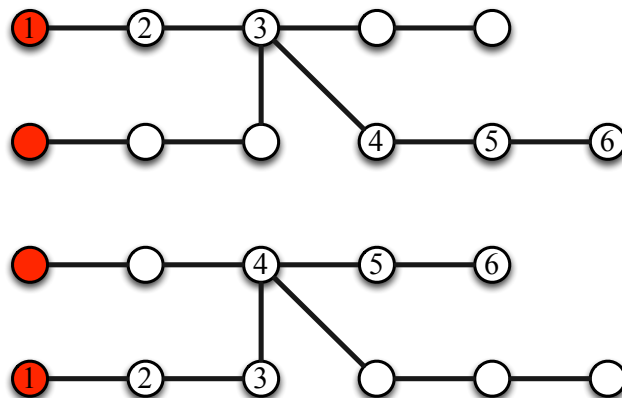


But du jeu. Lorsque le jeu est terminé (c'est-à-dire lorsque tous les objets ont été déposés sur les sommets), les joueurs ont gagné si et seulement si tous les sommets ont été visités par au moins un joueur (c'est-à-dire s'ils contiennent au moins un objet). Le cas échéant, tous les joueurs ont perdu. Pour notre exemple, les deux joueurs ont gagné car à la fin du jeu (lorsque tous les objets ont été posés) tous les sommets contiennent au moins un objet.

Comment lire les figures qui vont suivre ? Dans la suite, les entiers sur les sommets de départ représenteront le nombre d'objets que possède initialement le joueur partant de ce sommet.



Ensuite, les entiers sur les sommets représenteront les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés par les joueurs. Les deux parcours des deux joueurs dans notre exemple sont représentés dans les deux figures suivantes.

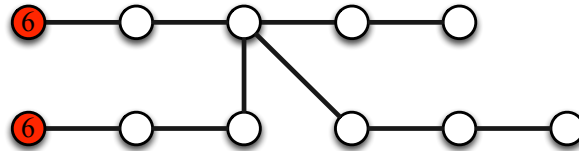


3.1.2 Application au calcul de parcours de livreurs

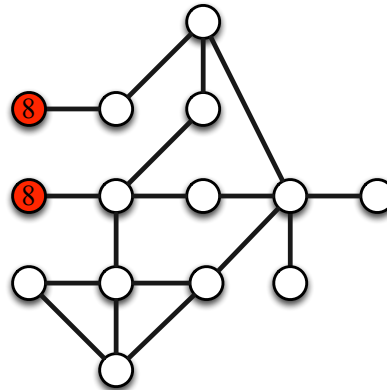
Dans la suite, nous décrivons une des applications possibles du problème de parcours dans les graphes (vous pouvez facilement en trouver d'autres). Les sommets rouges de départ peuvent représenter les positions de livreurs. Ces derniers doivent livrer une information (ou un bien) à toutes les destinations. Les destinations sont les sommets du graphe et les arêtes sont les possibles routes pour aller d'un sommet à un autre. Les livreurs peuvent parcourir un nombre limité de sommets (ce sont les nombres sur les sommets). Lorsqu'un livreur est sur un sommet, alors il livre l'information (ou le bien). Le problème est alors de trouver un parcours pour chacun des livreurs avec l'objectif d'effectuer une livraison à tout le monde. Cela correspond exactement au problème étudié précédemment de parcours dans les graphes.

3.1.3 Graphes pour jouer

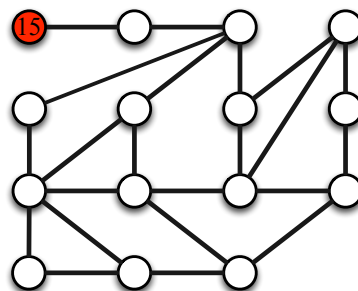
Jeu 1. Considérons le graphe suivant avec deux sommets de départ (sommets rouges) et six objets en possession de chacun des deux joueurs. Quelle est la solution pour ce jeu du parcours ?



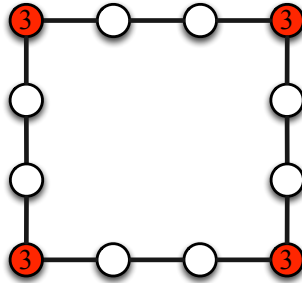
Jeu 2. Considérons le graphe suivant avec deux sommets de départ (sommets rouges) et huit objets en possession de chacun des deux joueurs. Est-ce qu'il existe une solution pour cette instance ? Si non, combien de sommets au minimum n'ont pas d'objet posé dessus à la fin de la partie ?



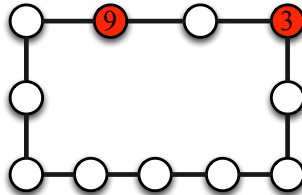
Jeu 3. Considérons le graphe suivant avec un joueur et quinze objets. Ce nombre d'objets est-il suffisant pour parcourir tout le graphe ?



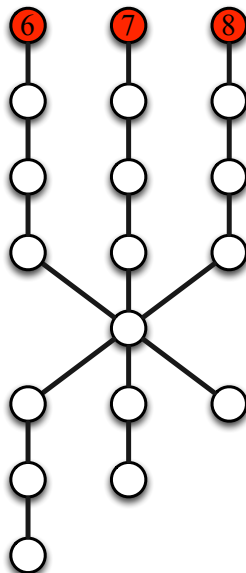
Jeu 4. Les sommets rouges représentent les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ).



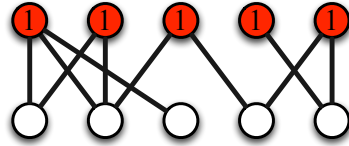
Jeu 5. Les sommets rouges représentent les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ).



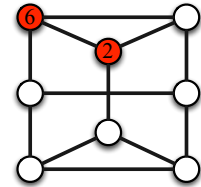
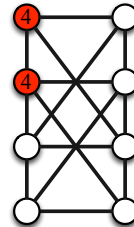
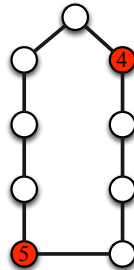
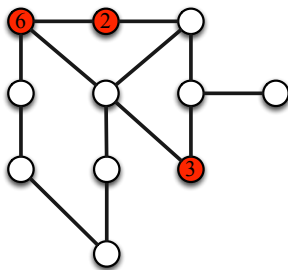
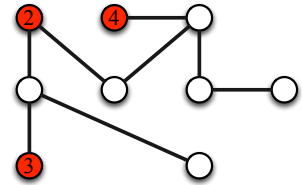
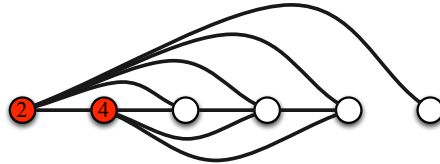
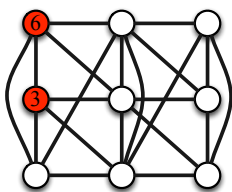
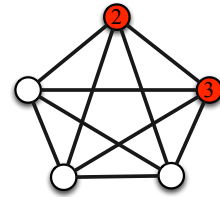
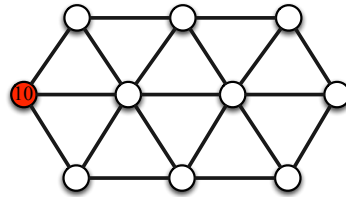
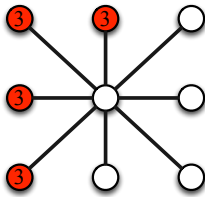
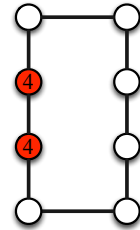
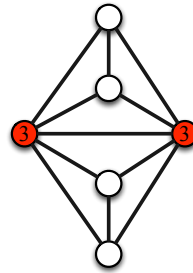
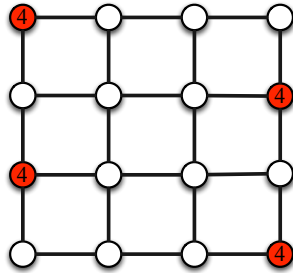
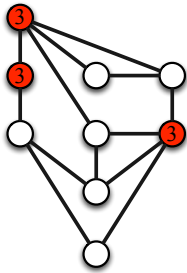
Jeu 6. Les sommets rouges représentent les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ).



Jeu 7. Les sommets rouges représentent les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ).

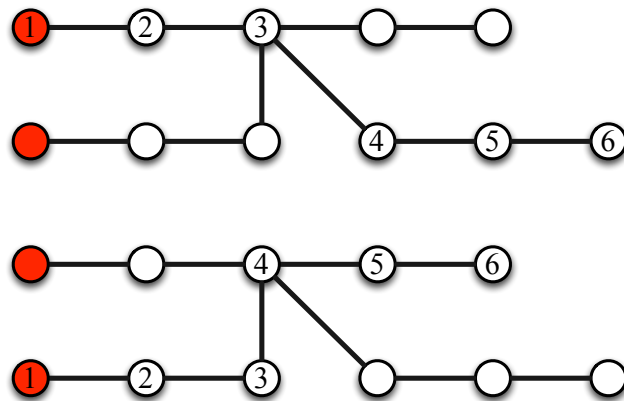


Jeux 8 à 21. Les figures suivantes décrivent quatorze jeux du parcours.

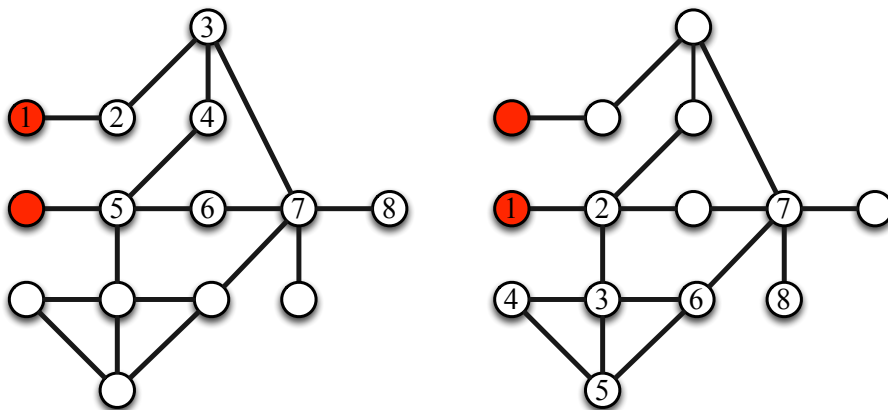


3.1.4 Solutions des jeux

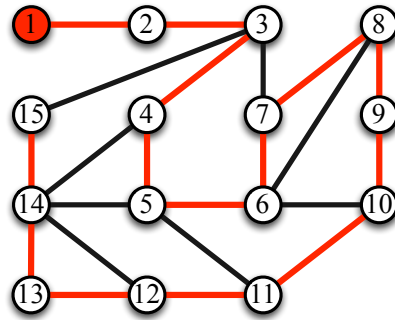
Solution du jeu 1. La figure suivante représente la solution (les parcours des deux joueurs) pour le jeu 1 du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés. En combinant ces deux parcours, tous les sommets du graphe contiennent au moins un objet à la fin de la partie.



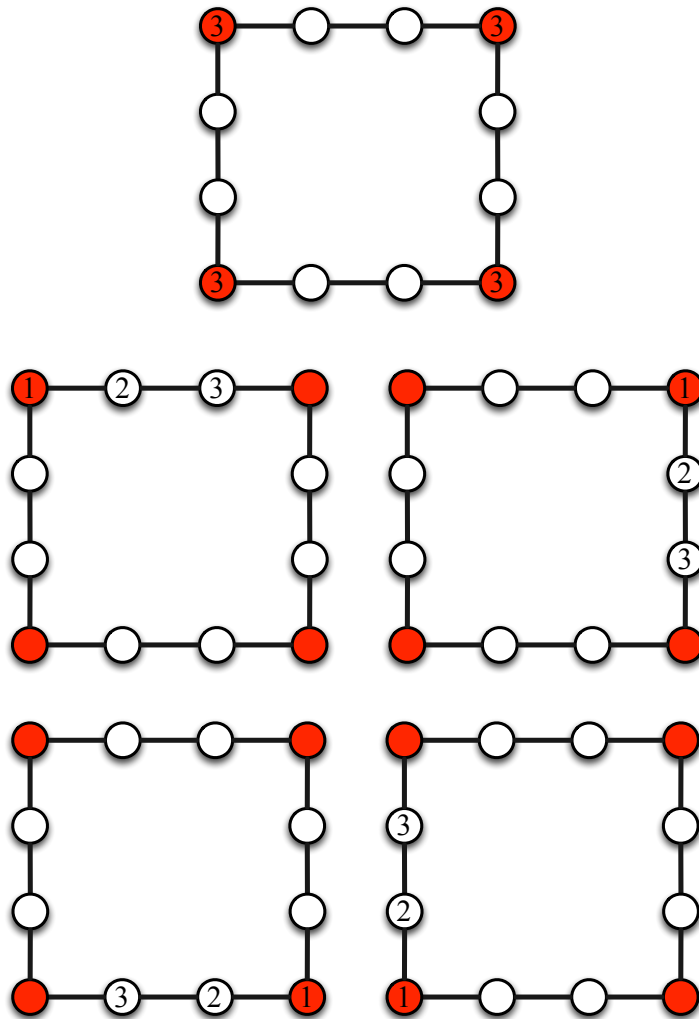
Solution du jeu 2. La figure suivante représente une solution possible (les parcours des deux joueurs) pour le jeu 2 du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés. En combinant ces deux parcours, tous les sommets du graphe contiennent au moins un objet à la fin de la partie.



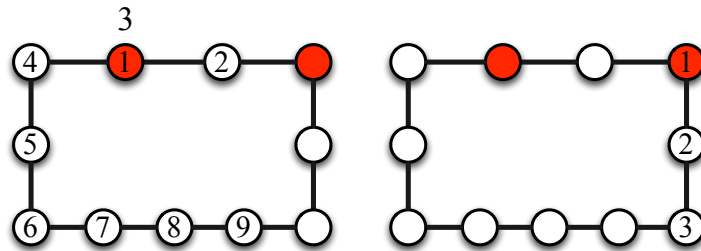
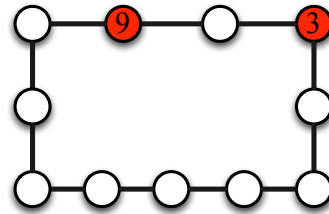
Solution du jeu 3. La figure suivante représente une solution possible pour le jeu 3 du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés. Dans le cas d'un seul joueur et si le nombre d'objets est égal au nombre de sommets, le problème revient à trouver un *chemin hamiltonien* (en partant du sommet fixé) dans le graphe. En effet, un chemin hamiltonien est un chemin qui passe pas tous les sommets une et une seule fois.



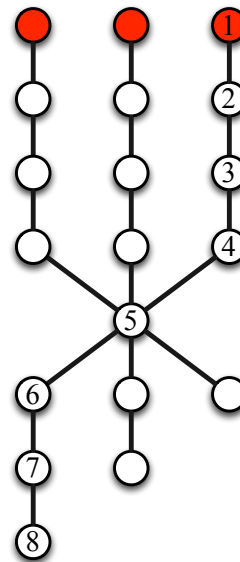
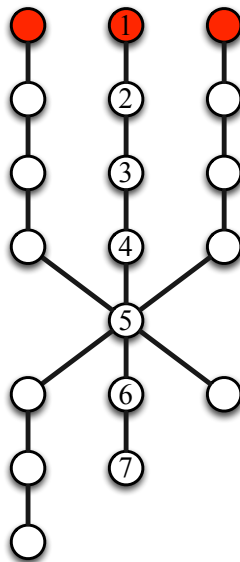
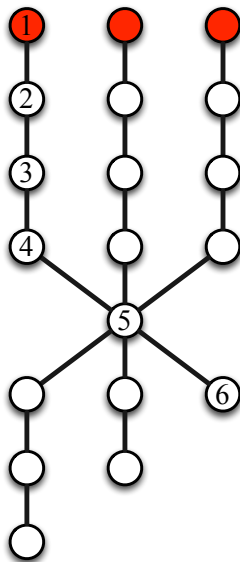
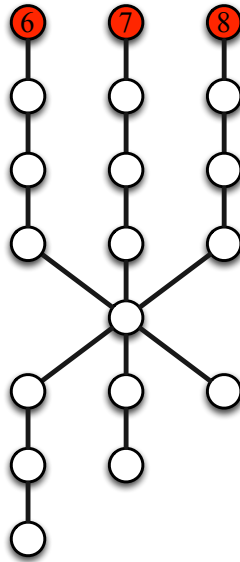
Solution du jeu 4. Le premier graphe représente les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ). Les autres figures représentent les parcours des différents joueurs et donc une solution pour le jeu du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés.



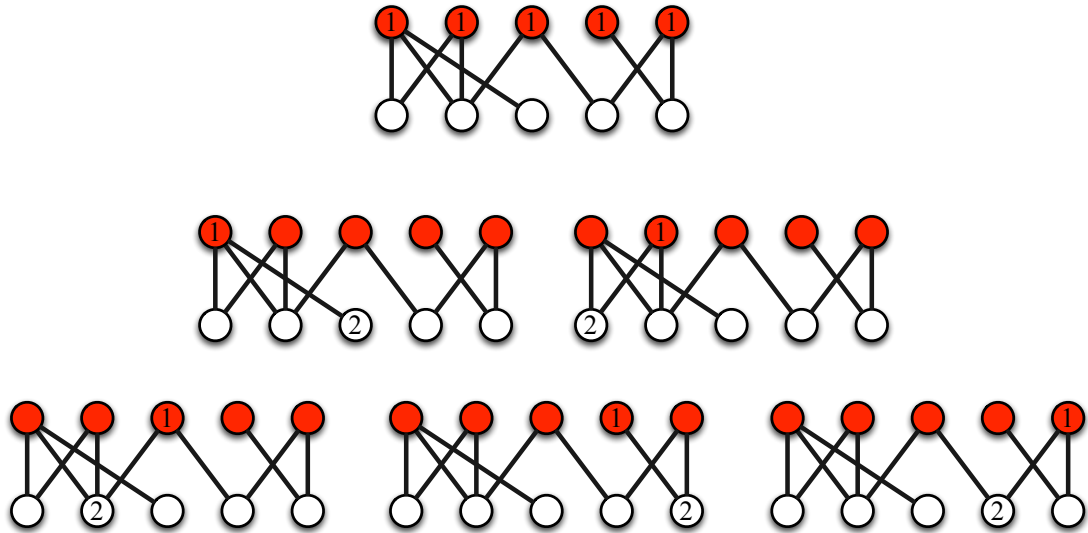
Solution du jeu 5. Le premier graphe représente les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ). Les autres figures représentent les parcours des différents joueurs et donc une solution pour le jeu du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés.



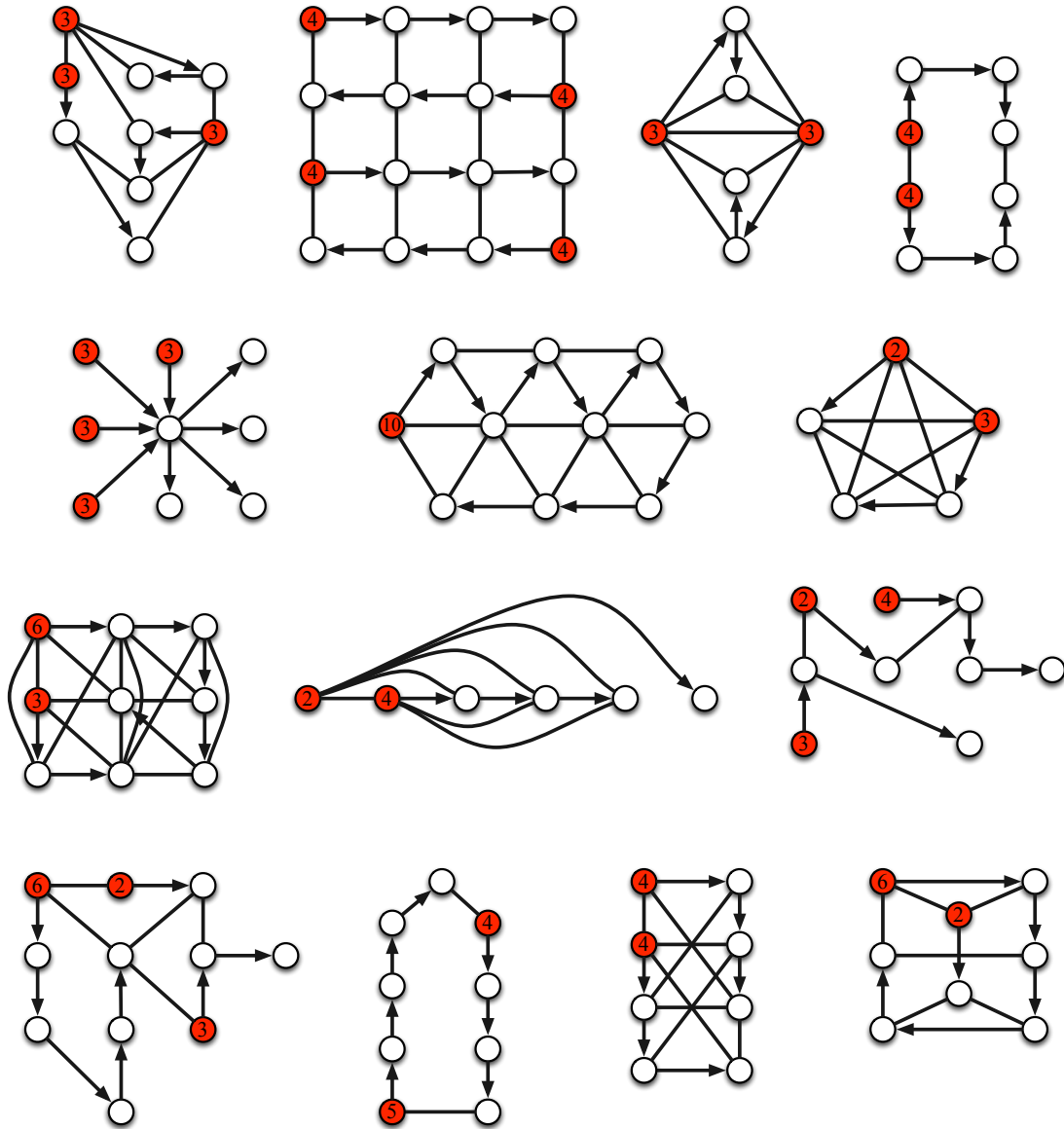
Solution du jeu 6. Le premier graphe représente les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ). Les autres figures représentent les parcours des différents joueurs et donc une solution pour le jeu du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés.



Solution du jeu 7. Le premier graphe représente les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ). Les autres figures représentent les parcours des différents joueurs et donc une solution pour le jeu du parcours. Les entiers sur les sommets représentent les étapes pour lesquelles des objets ont été déposés.

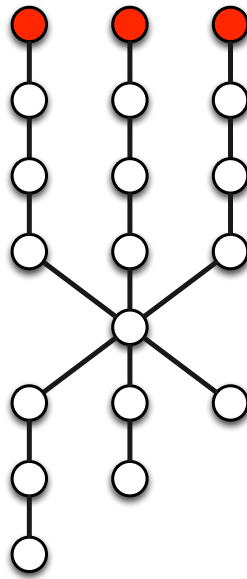


Solutions des jeux 8 à 21. Les sommets rouges représentent les points de départ et les nombres d'objets pour chacun des joueurs (il y a un joueur par point de départ). Les arcs (flèches) représentent les parcours des différents joueurs dans les graphes et donc des solutions pour les jeux.



3.1.5 Déclinaison du jeu

Une variante du jeu consiste à ne pas indiquer les nombres de départ (les nombres sur les sommets) et de faire calculer des nombres tels qu'il existe une solution de parcours. Par exemple, dans le graphe suivant, si nous mettons les nombres 6, 7 et 8, alors il y a une solution (c'est le jeu 6). Il y a évidemment d'autres solutions possibles. Une des questions intéressantes est alors de trouver des nombres permettant d'avoir une solution et tels que la somme de ces derniers soit la plus petite possible. Pour l'exemple, la somme optimale est 21 (qui correspond à la solution précédente).

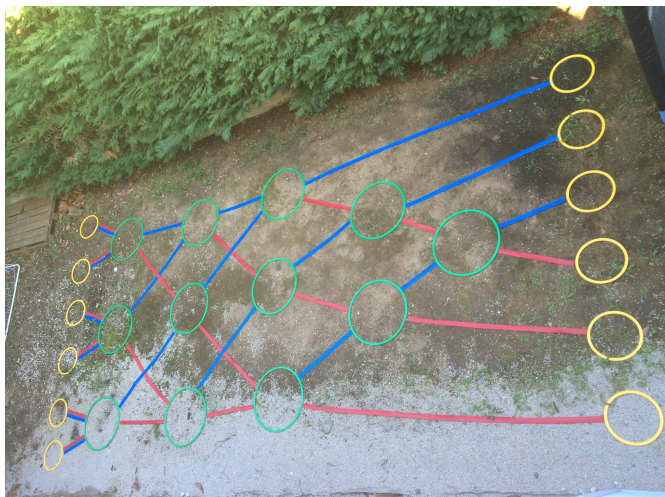


Chapitre 4

Algorithmes dans les graphes

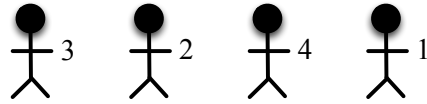
4.1 Trions !

Nous allons construire des graphes orientés permettant de trier une liste de nombres. Les joueurs auront chacun un nombre attribué et des règles vont permettre aux joueurs de se déplacer dans le graphe orienté et à la fin les nombres seront triés de manière croissante. Le jeu peut s'effectuer sans dévoiler initialement le principe de tri. Pour cela, il suffit d'expliquer les règles du jeu, d'effectuer le jeu et de faire remarquer ensuite que les nombres sont triés dans l'ordre croissant. Il est possible d'effectuer ce jeu pour trier des joueurs selon un autre ordre (par exemple selon l'ordre alphabétique sur les prénoms). L'esprit de ce document est de présenter des activités qui peuvent être proposées grandeur nature avec, par exemple, des cerceaux et des lattes en plastique. La figure suivante représente un graphe orienté pour trier six nombres (<https://youtu.be/pd3EnV-gbbo>).

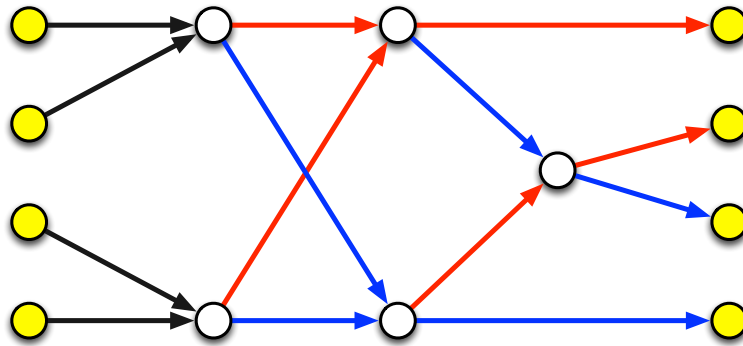


4.1.1 Règles du jeu et exemple

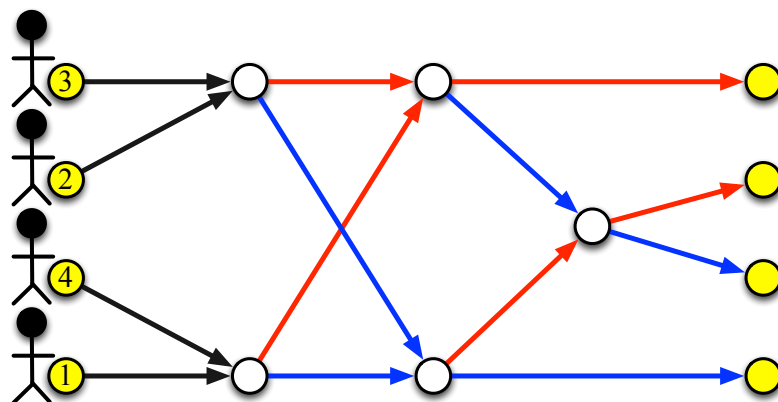
Joueurs. Initialement chaque joueur a un nombre attribué. Les nombres sont tous différents. Le jeu est collaboratif (il n'y a pas de gagnant ni de perdant). Par exemple, considérons quatre joueurs avec les nombres 1, 2, 3 et 4.



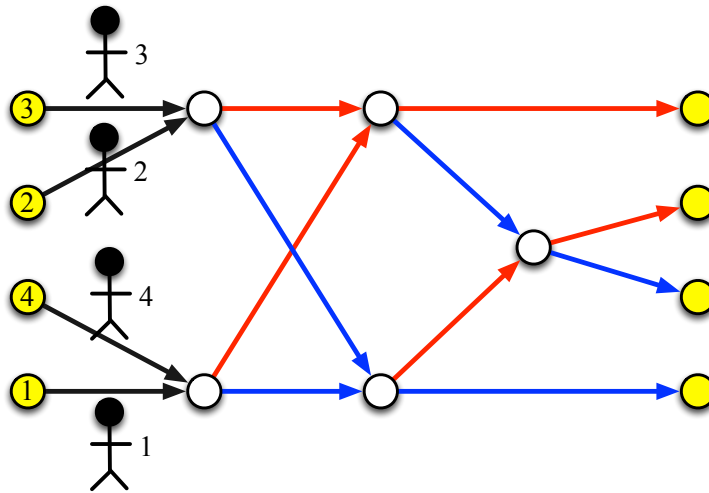
Graphe orienté. Pour trier quatre nombres, nous utiliserons le graphe orienté suivant. Les sommets jaunes de gauche sont les points de départ des joueurs et les sommets jaunes de droite sont les points d'arrivée des joueurs.



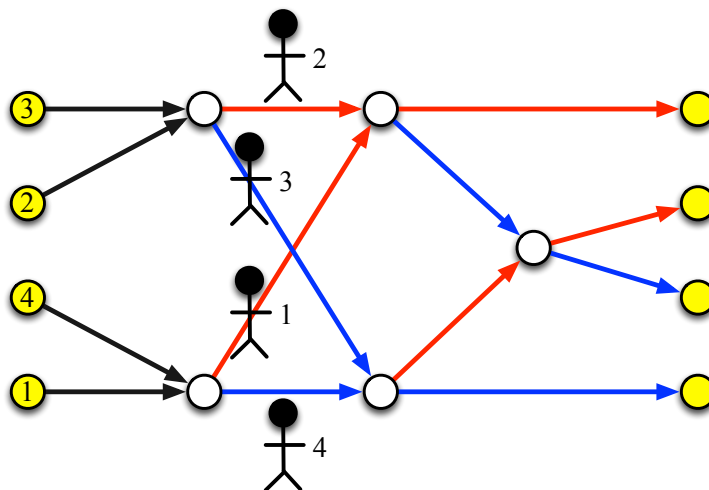
Avant le jeu. Les joueurs sont initialement positionnés sur les sommets jaunes de gauche. Les joueurs peuvent se positionner dans n'importe quel ordre (mais il y a un seul joueur par sommet). Dans notre exemple, l'ordre initial est 3, 2, 4 et 1.



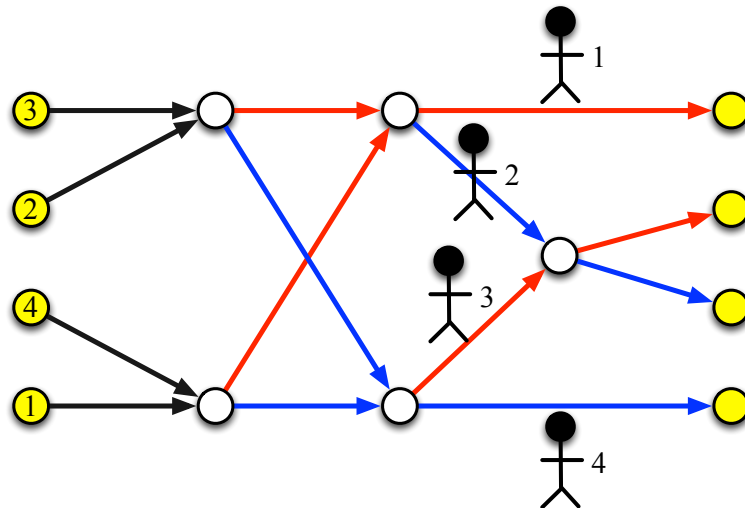
Déroulement du jeu. En premier lieu, les joueurs se déplacent sur l'arc sortant de leur sommet initial. Chaque joueur va rencontrer un autre joueur sur le prochain sommet.



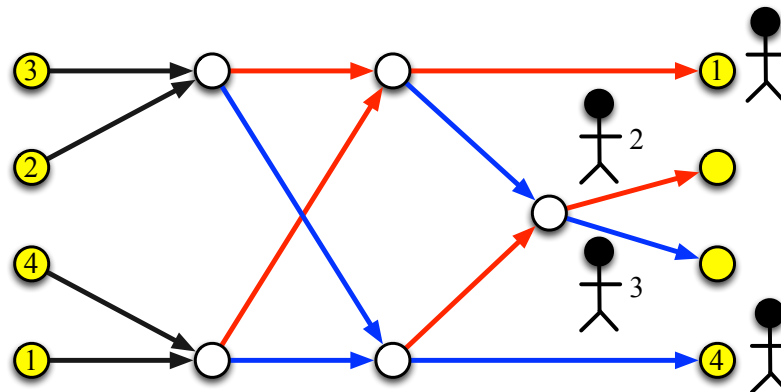
Sur chaque sommet où deux joueurs se rencontrent, ces deux derniers comparent leurs nombres. Les joueurs doivent toujours attendre d'être deux sur un sommet avant d'effectuer un déplacement. Le joueur avec le plus petit nombre se dirige sur l'arc rouge et le joueur avec le plus grand nombre se dirige sur l'arc bleu.



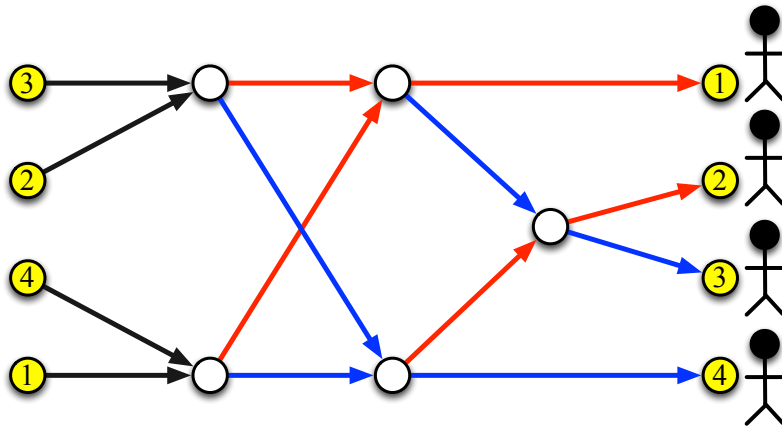
Pour chaque sommet où deux joueurs se rencontrent, les deux joueurs comparent leurs nombres. Les joueurs doivent toujours attendre d'être deux sur un sommet avant d'effectuer un déplacement. Le joueur avec le plus petit nombre se dirige sur l'arc rouge et le joueur avec le plus grand nombre se dirige sur l'arc bleu.



Si le prochain sommet d'un joueur est un sommet d'arrivée, alors ce joueur a fini le jeu. Dans notre exemple, c'est le cas pour les joueurs avec les nombres 1 et 4. Pour les autres joueurs, une comparaison est effectuée suivant le même principe que précédemment.



Lorsque tous les joueurs ont atteint un sommet d'arrivée, le jeu est terminé et les nombres sont triés de manière croissante (lecture de haut en bas sur la figure).

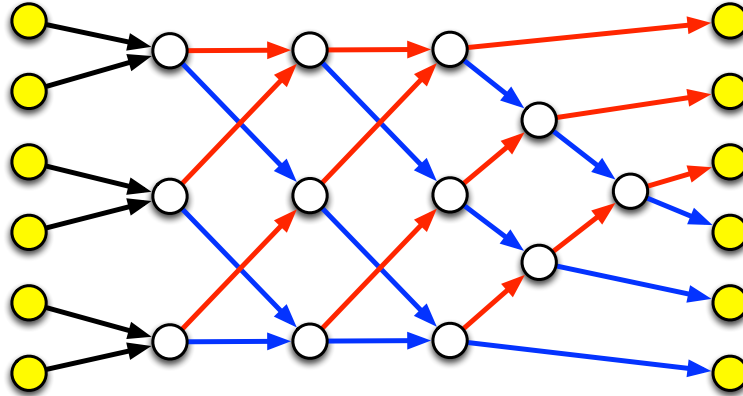


La photographie suivante illustre la fin du jeu pour trier six nombres.

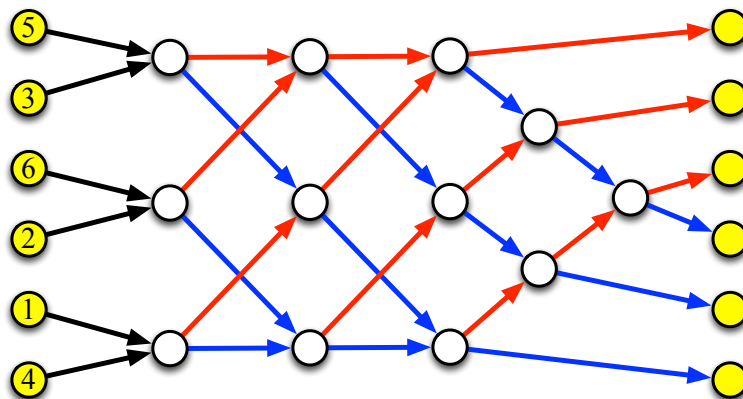


4.1.2 Graphe orienté pour trier six nombres

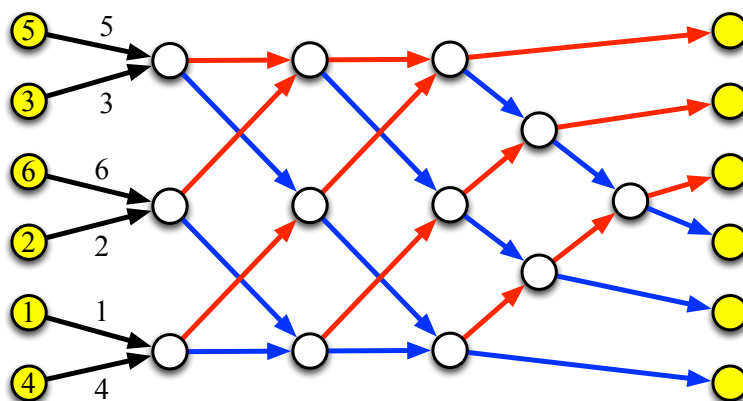
Nous donnons dans la suite un exemple de graphe orienté pour trier six nombres.



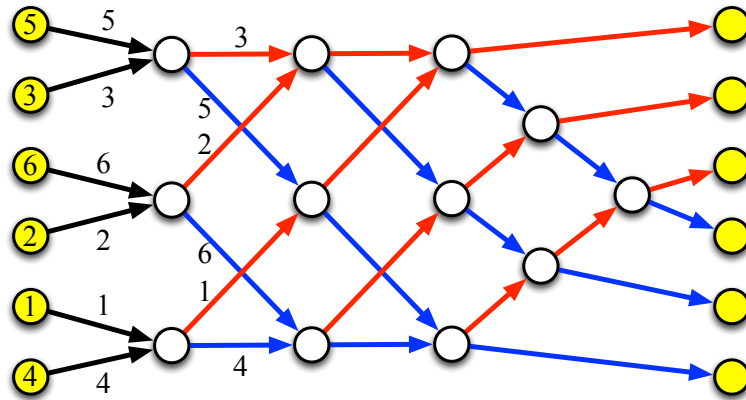
Les joueurs se positionnent sur les sommets de départ (sommets jaunes de gauche). L'ordre initial des nombres est 5, 3, 6, 2, 1 et 4.



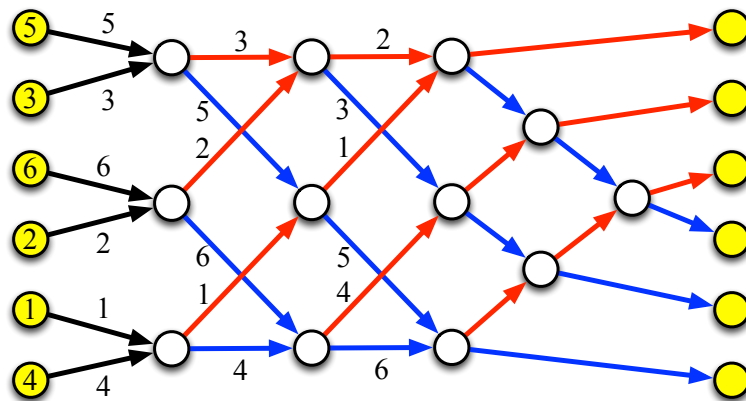
Les joueurs avancent vers le prochain sommet.



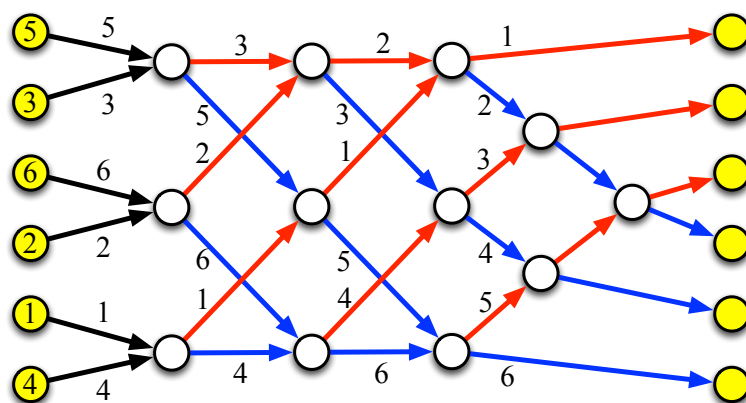
Les joueurs sur un même sommet comparent leurs nombres (le plus petit suit l'arc rouge et le plus grand suit l'arc bleu).



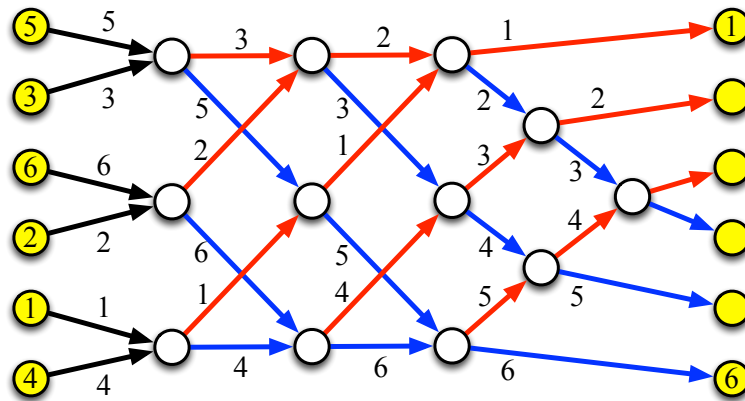
Différentes comparaisons sont à nouveau effectuées.



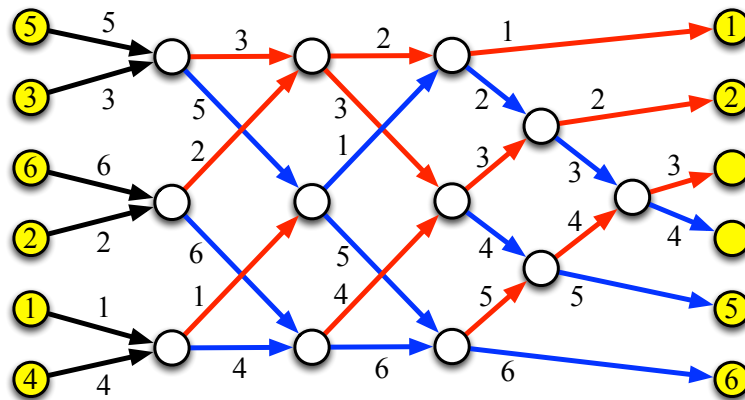
Des comparaisons sont une nouvelle fois effectuées.



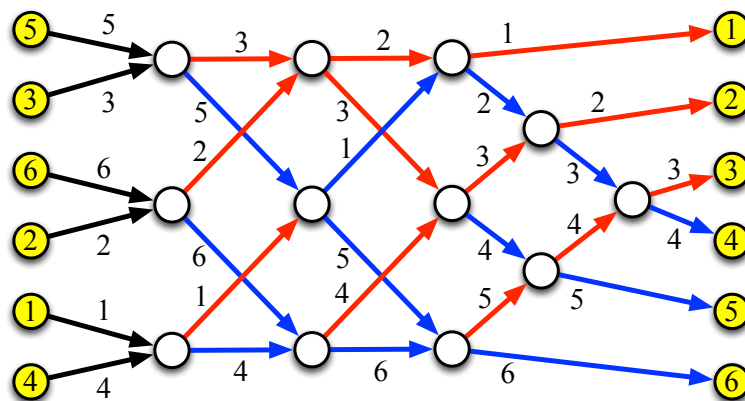
Il y a deux joueurs qui terminent le jeu en atteignant des sommets d'arrivée (sommets jaunes de droite).



Il reste deux joueurs qui n'ont pas terminé le jeu.



Tous les joueurs ont atteint un sommet d'arrivée (sommets jaunes de droite) et le jeu est terminé. Les nombres sont triés de manière croissante (lecture de haut en bas dans la figure).



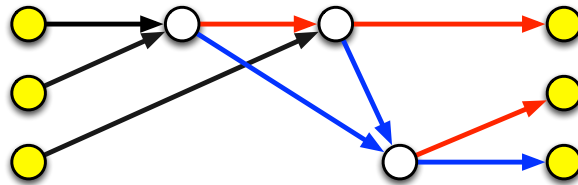
4.1.3 Application des algorithmes de tri

Le problème qui consiste à trier (des nombres, des noms, des prix, des distances...) est très important et les méthodes (algorithmes) pour trier un ensemble d'éléments sont très largement utilisées. Le jeu présenté précédemment permet de comprendre le principe d'un tri effectué par un ordinateur : succession de comparaisons de deux éléments. Les algorithmes utilisés dans les ordinateurs sont plus génériques car ils permettent de s'adapter au nombre d'éléments à trier. Mais le principe est similaire : succession de comparaisons deux à deux. L'avantage de l'ordinateur, par rapport à nous humains, est qu'il peut effectuer un très grand nombre de comparaisons par seconde. Ainsi, il est possible de trier un grand nombre d'éléments en très peu de temps. À titre de comparaison, le jeu décrit précédemment pour trier six éléments peut prendre quelques dizaines de secondes. Un ordinateur (ou un programme informatique) va utiliser ces algorithmes pour trier une colonne de nombres dans un logiciel tableur (de plus petit au plus grand), pour trier des biens à vendre dans un site Web marchand (de moins cher au plus cher), pour trier des mots (selon l'ordre alphabétique)... Vous trouverez plus de détails sur https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_tri.

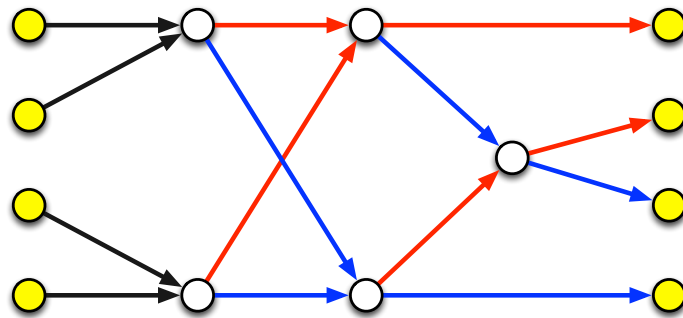
4.1.4 Graphes orientés pour trier

Dans cette section, nous présentons des graphes orientés pour trier des ensembles de nombres de différentes tailles. Ces tailles sont pour la plupart des nombres paires car cela permet à chaque joueur d'effectuer une comparaison lors de la première étape. Mais les réseaux de tri existent évidemment pour trier un ensemble de nombres de taille impaire.

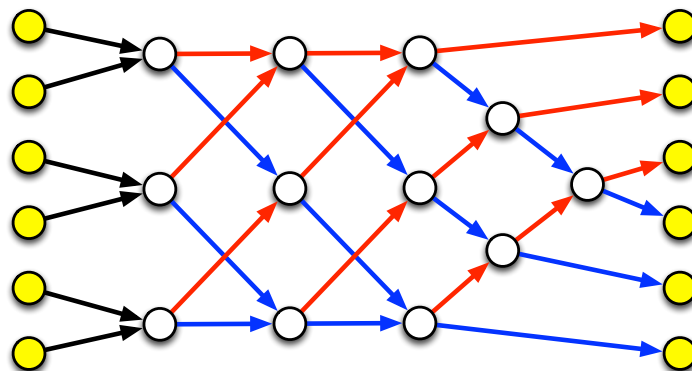
Graphe orienté pour trier trois nombres.



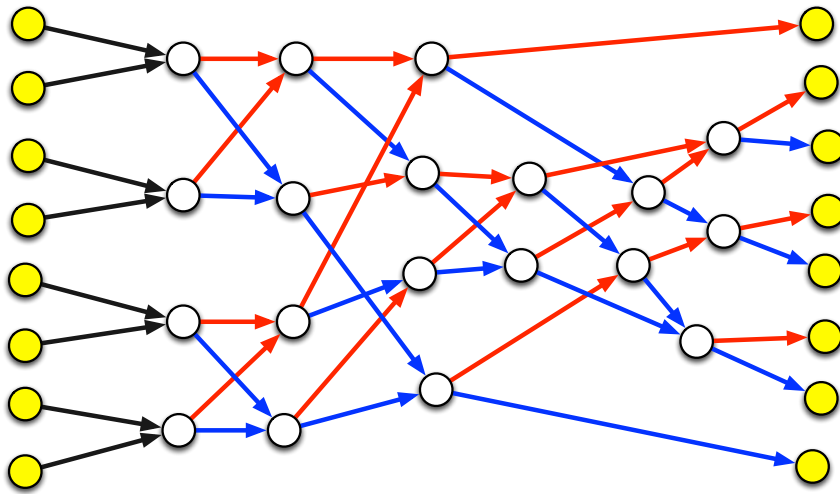
Graphe orienté pour trier quatre nombres.



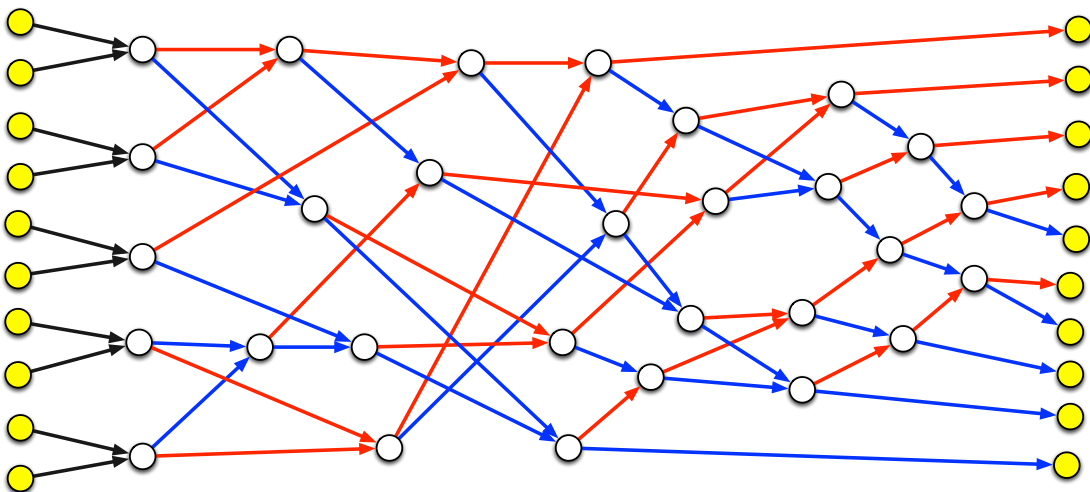
Graphe orienté pour trier six nombres.



Grphe orienté pour trier huit nombres.



Grphe orienté pour trier dix nombres.

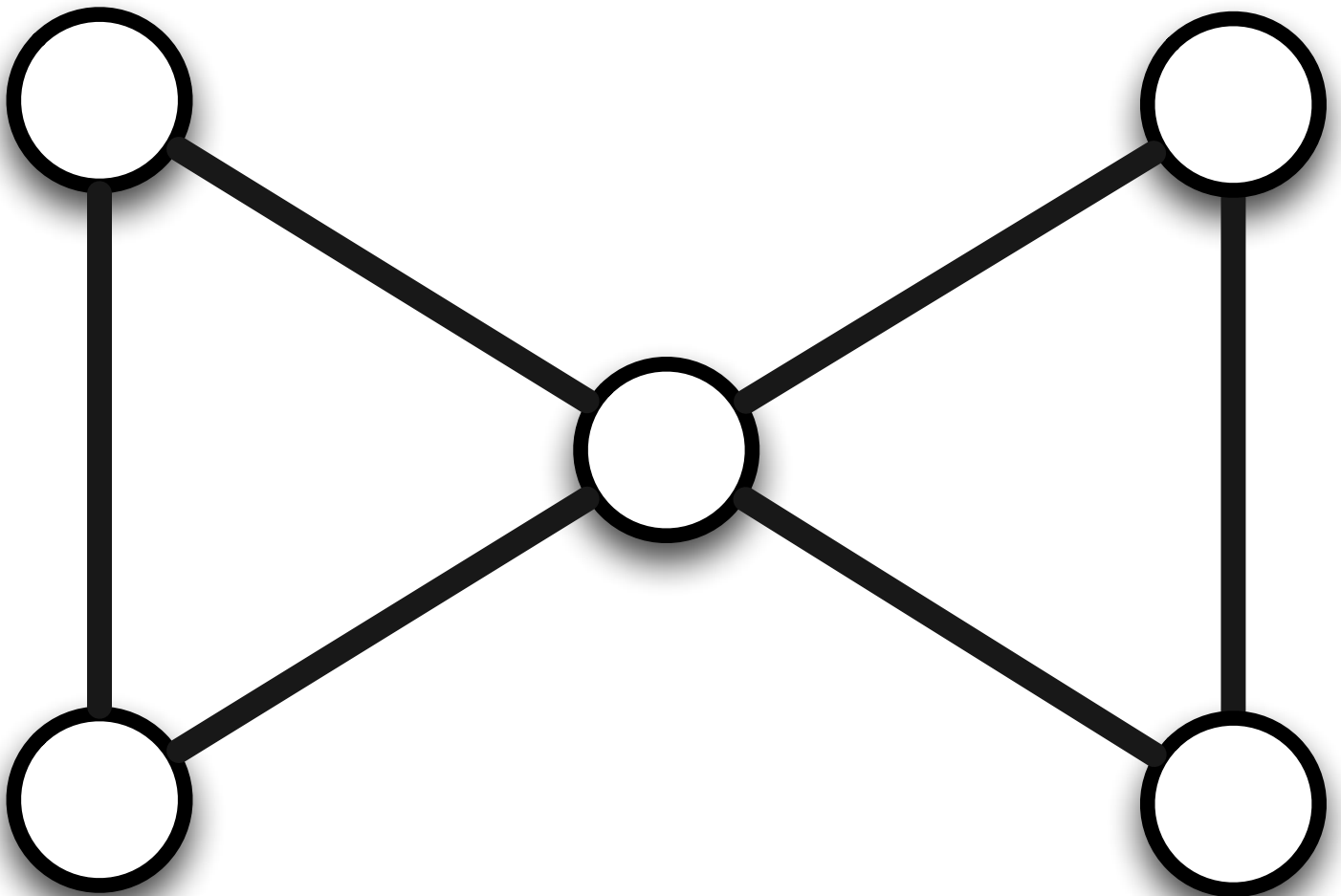
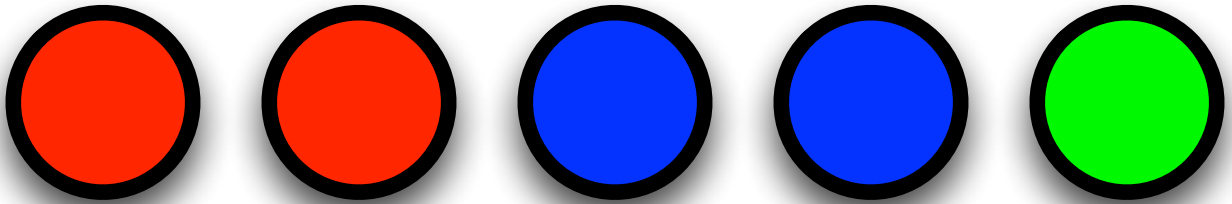


Chapitre 5

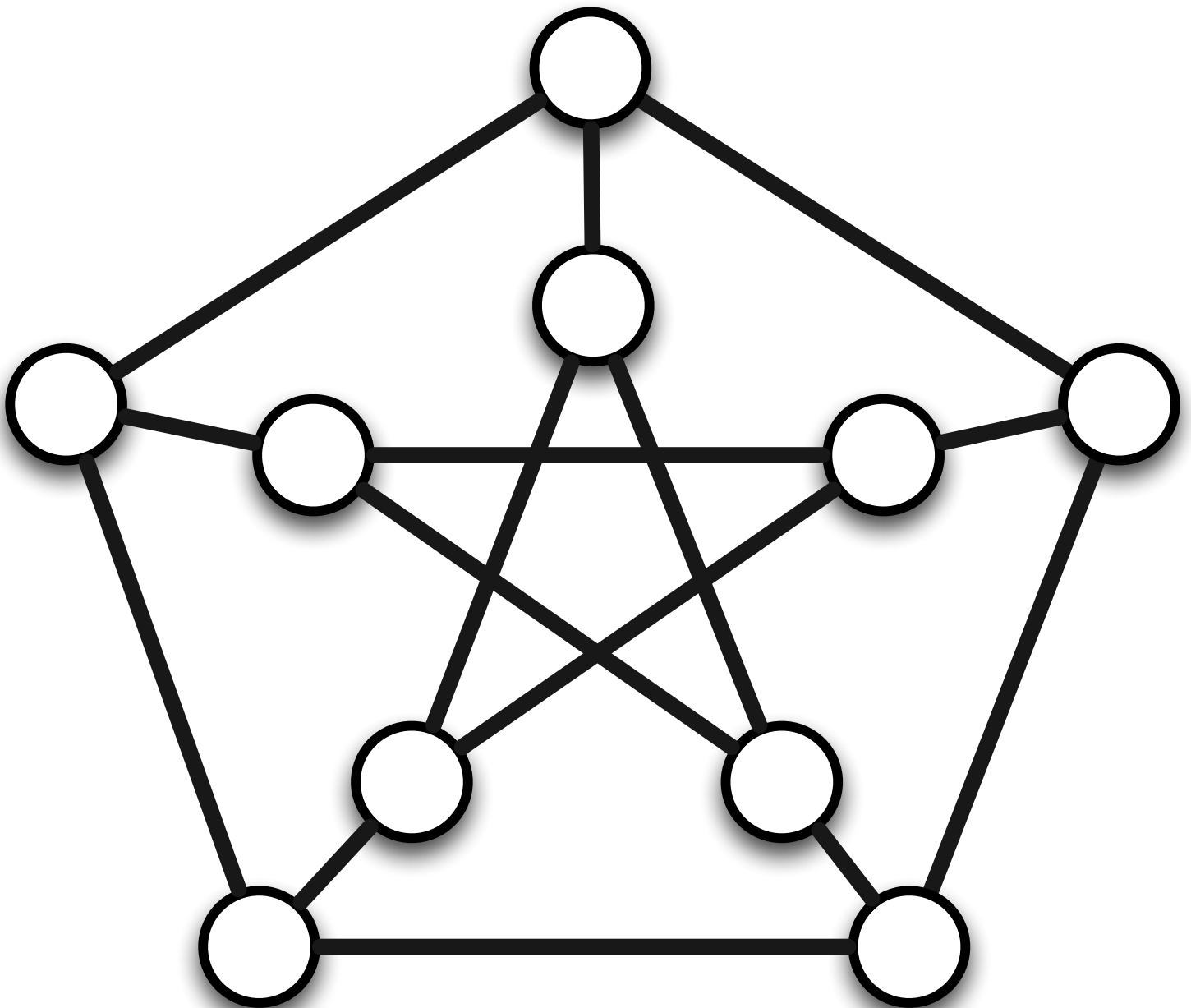
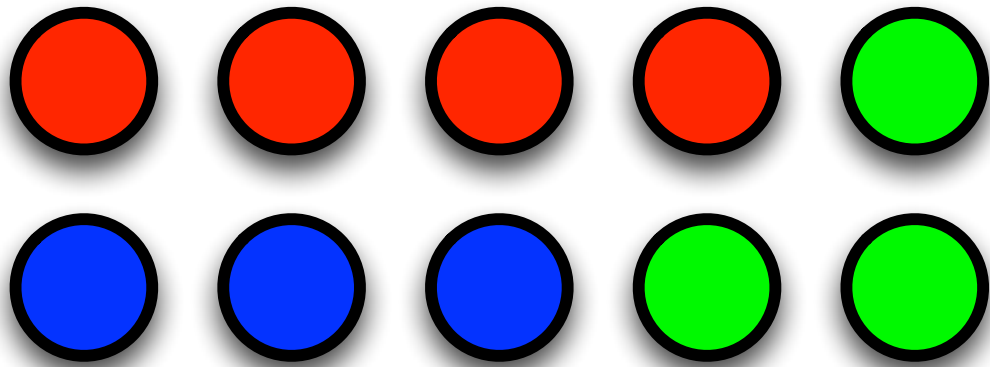
Fiches à imprimer pour jouer

5.1 Coloration des sommets

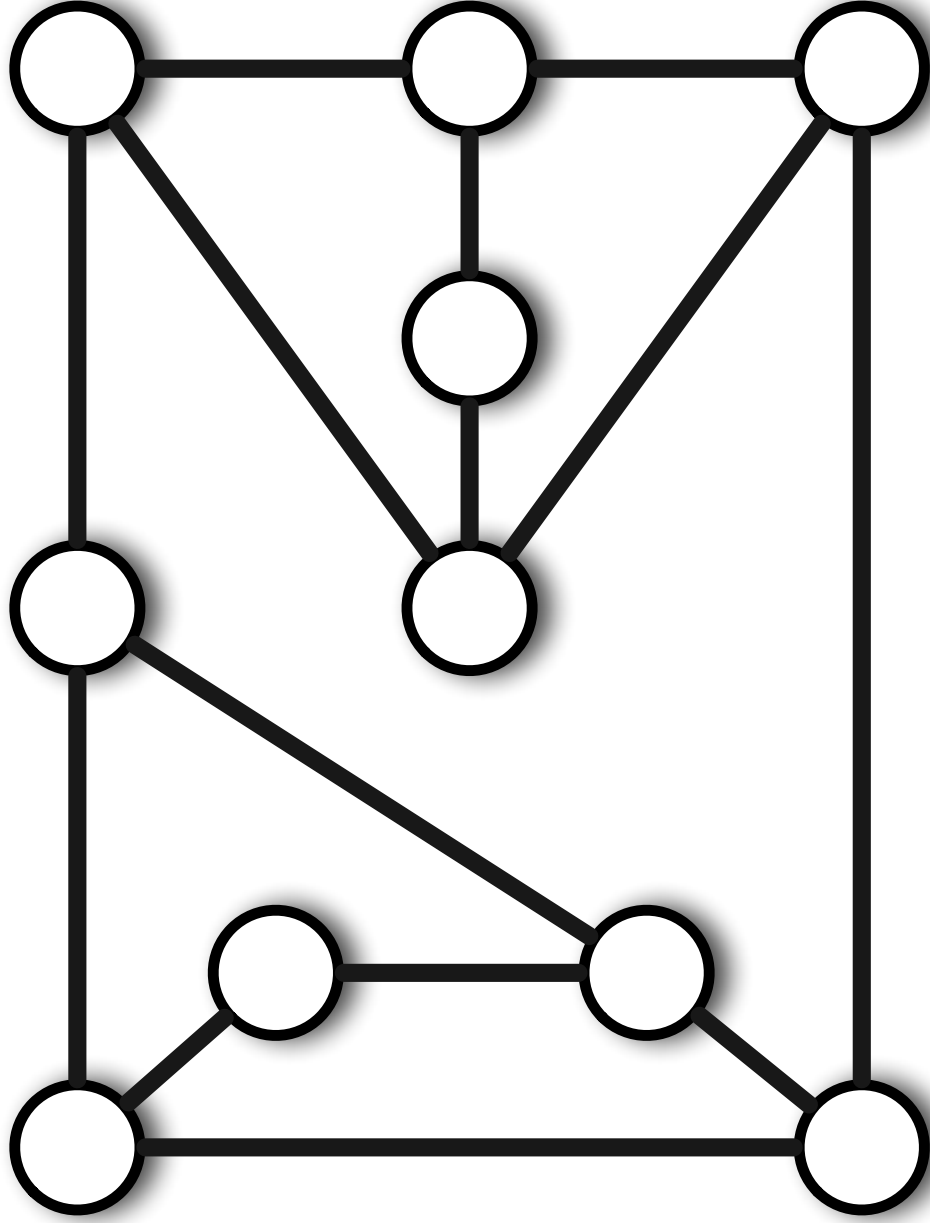
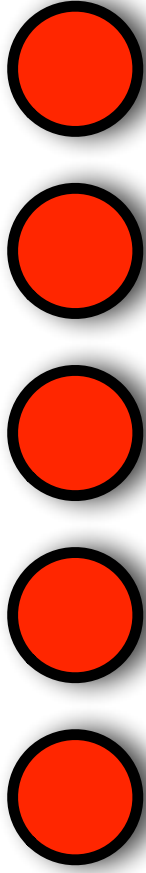
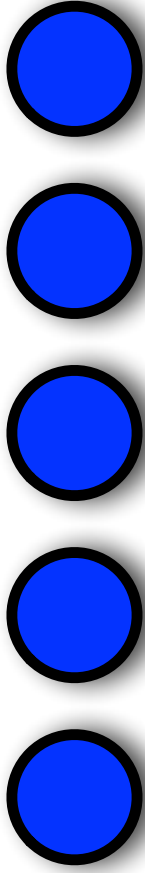
Jeu 1 - Coloration des sommets



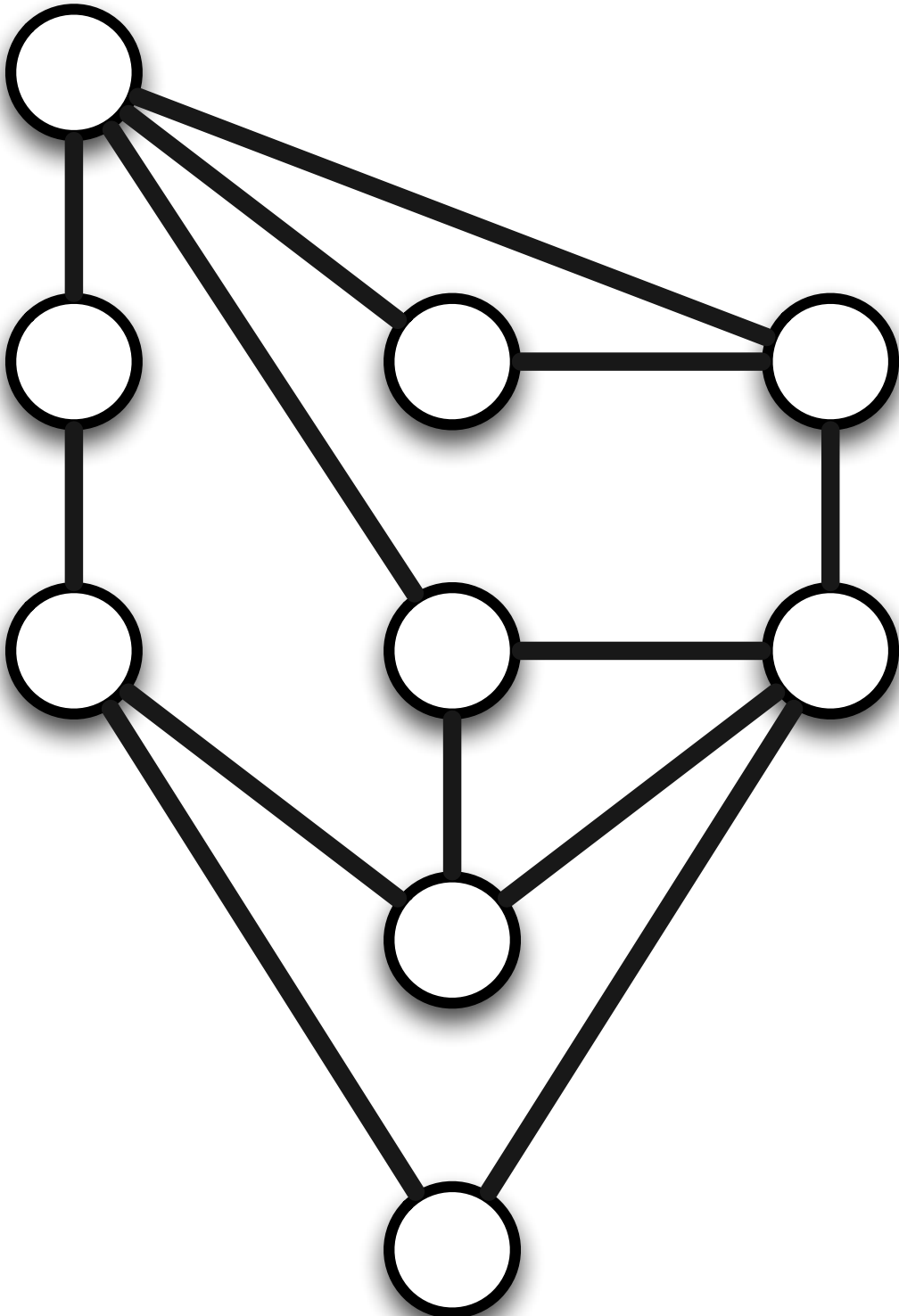
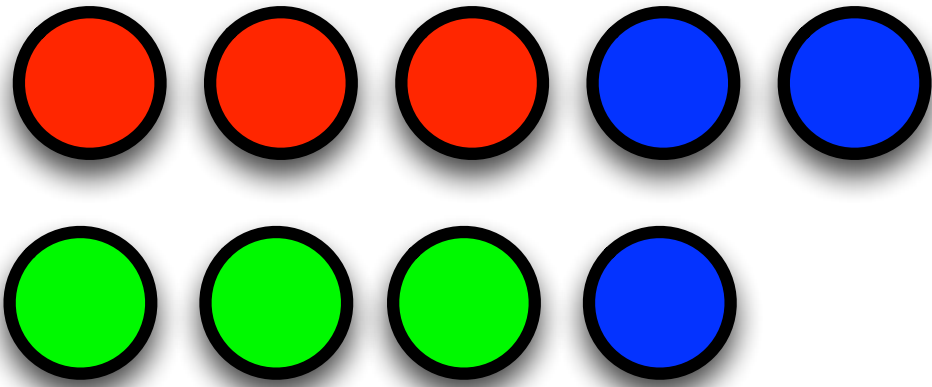
Jeu 2 - Coloration des sommets



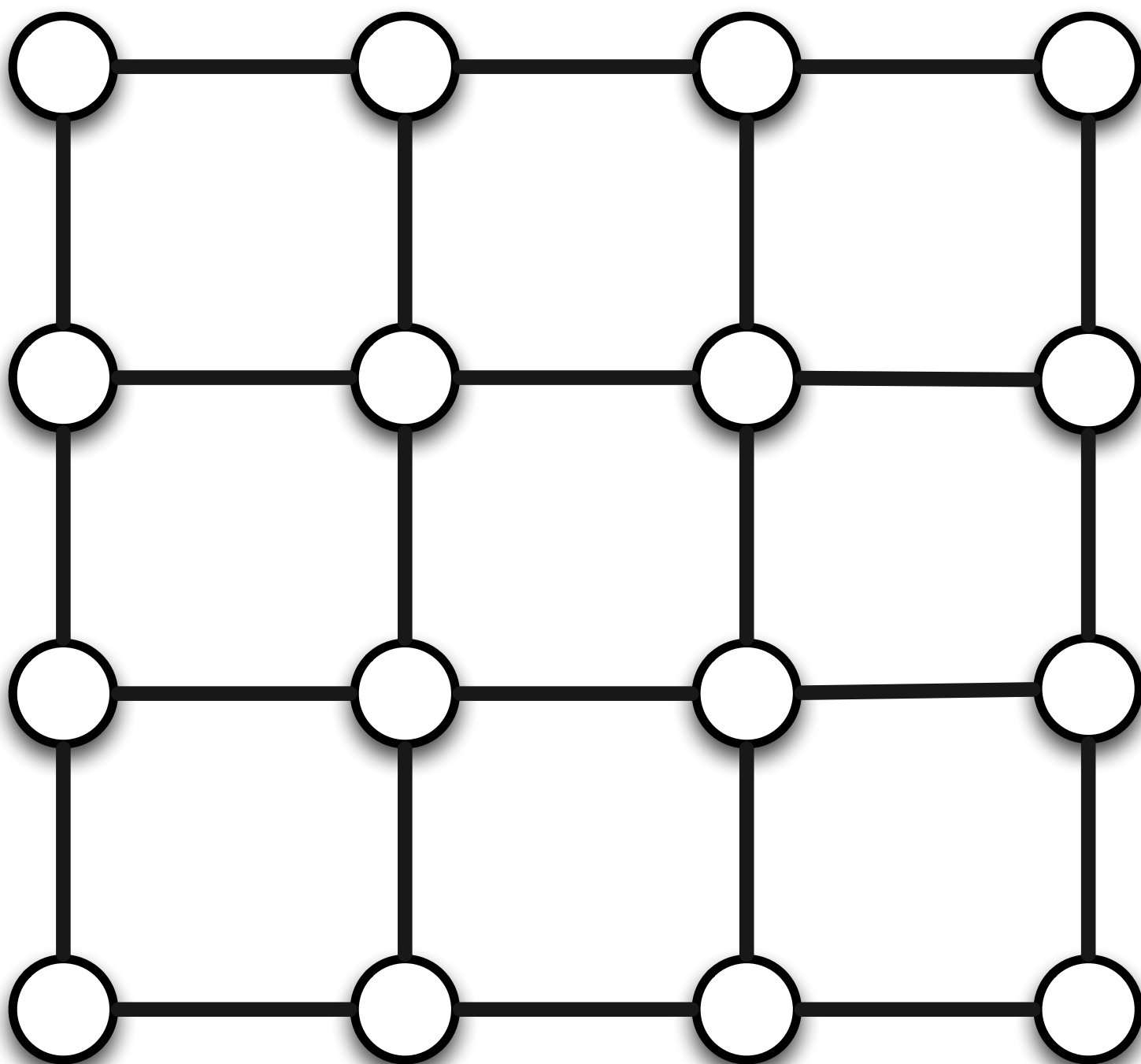
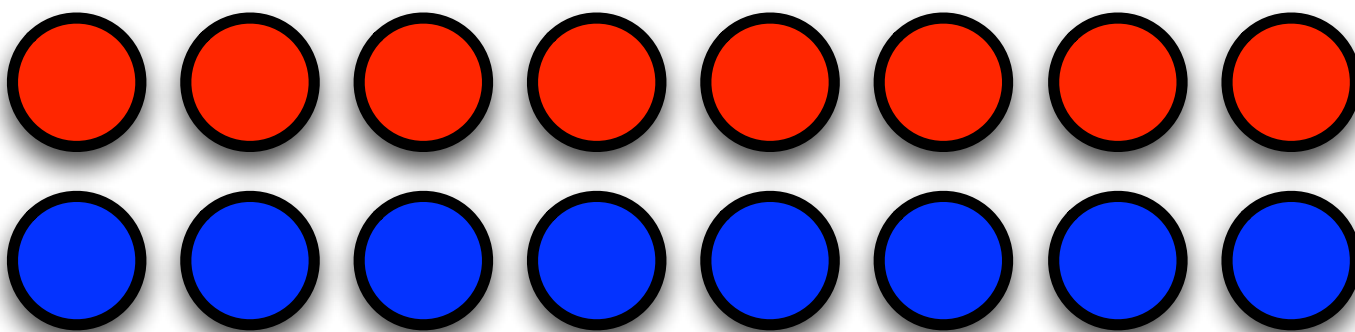
Jeu 3 - Coloration des sommets



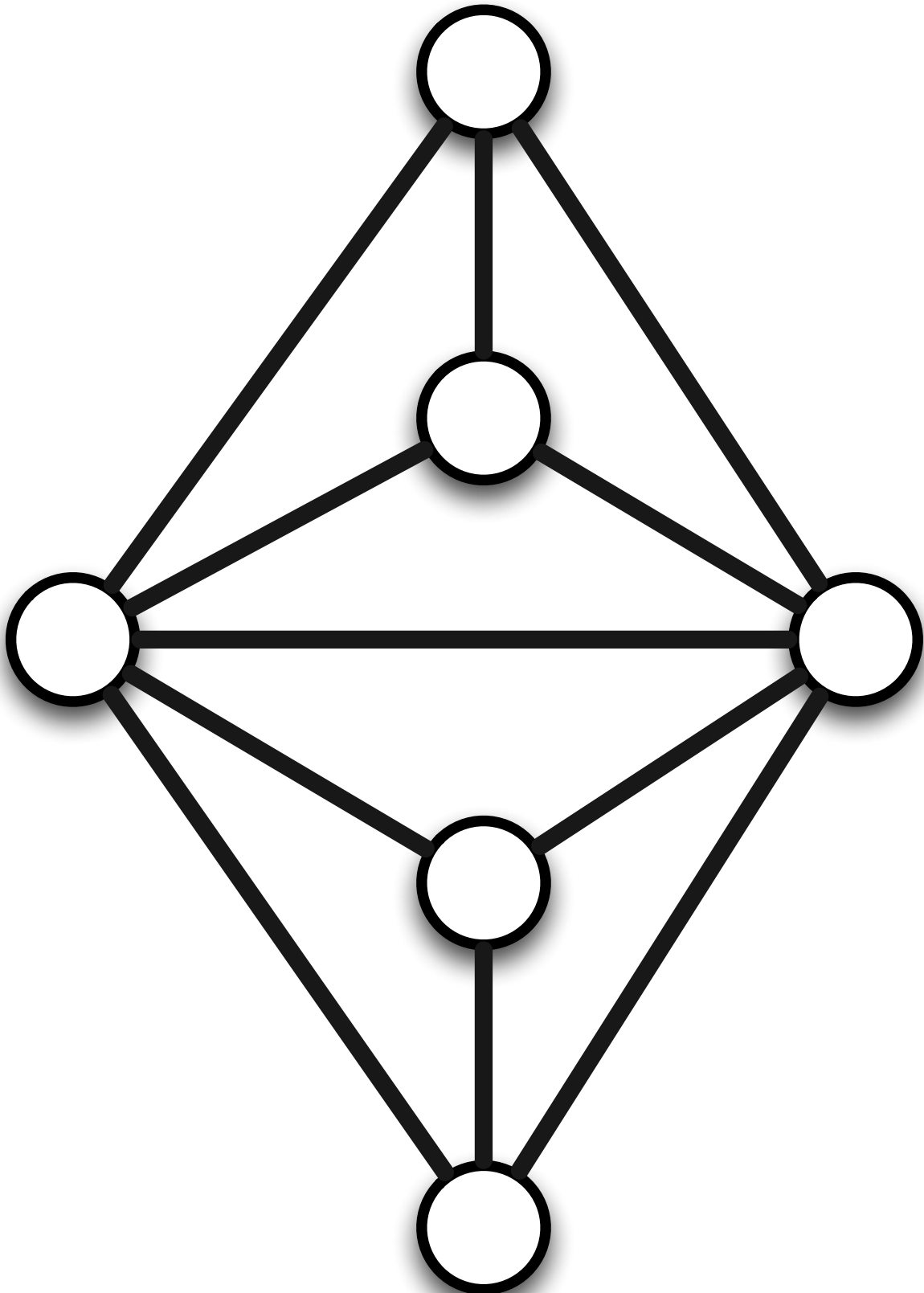
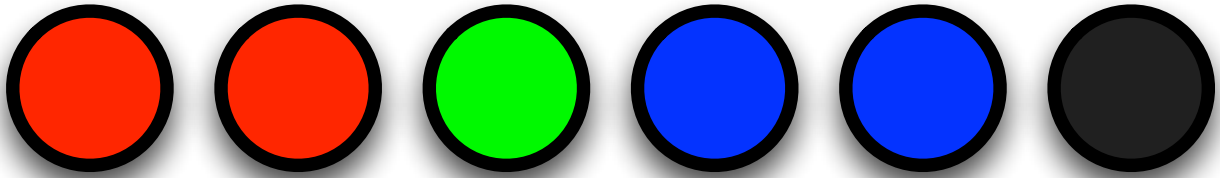
Jeu 4 - Coloration des sommets



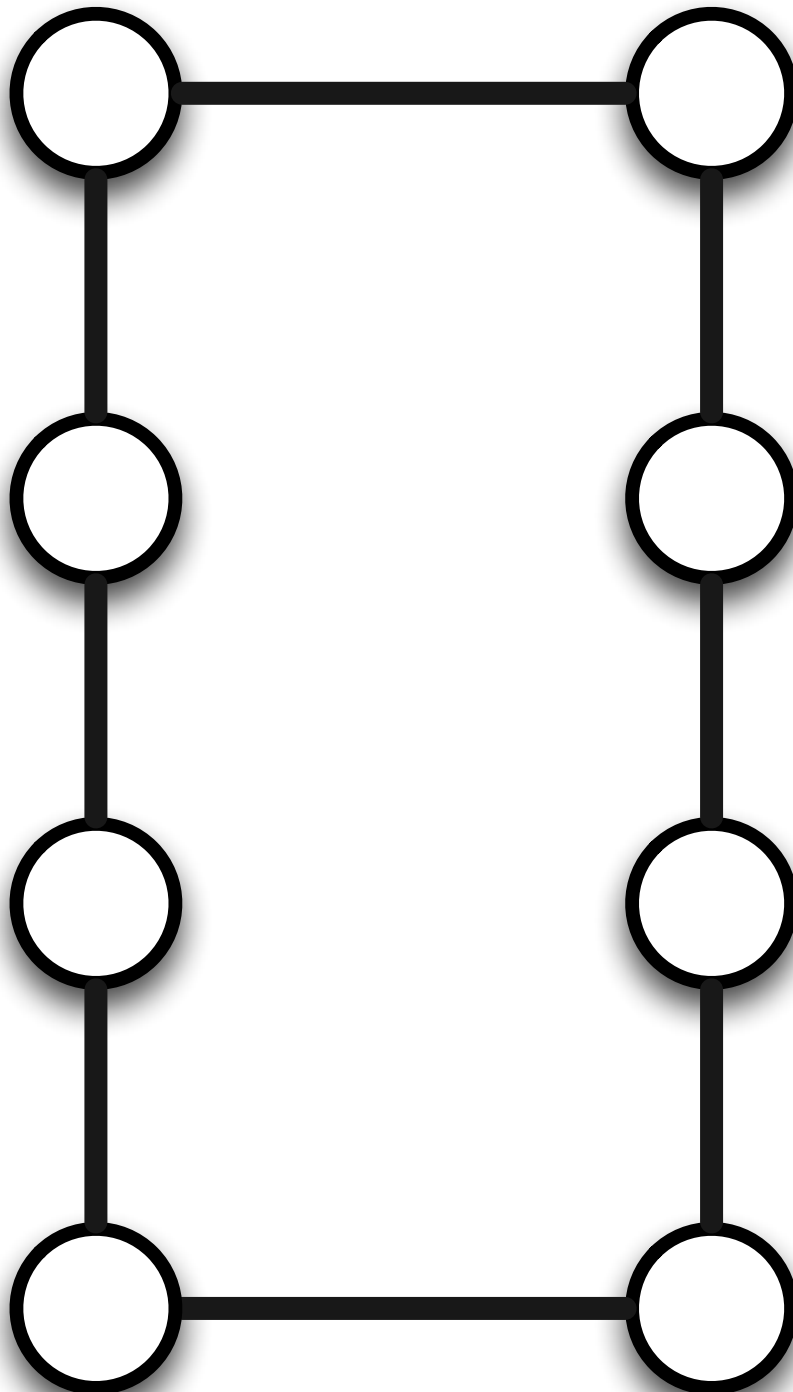
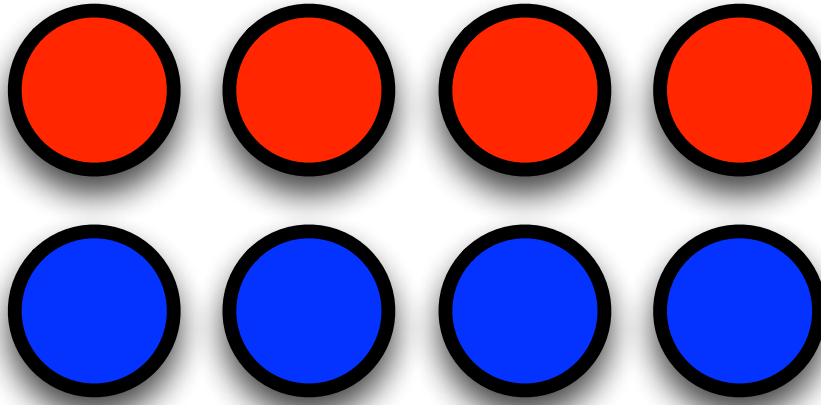
Jeu 5 - Coloration des sommets



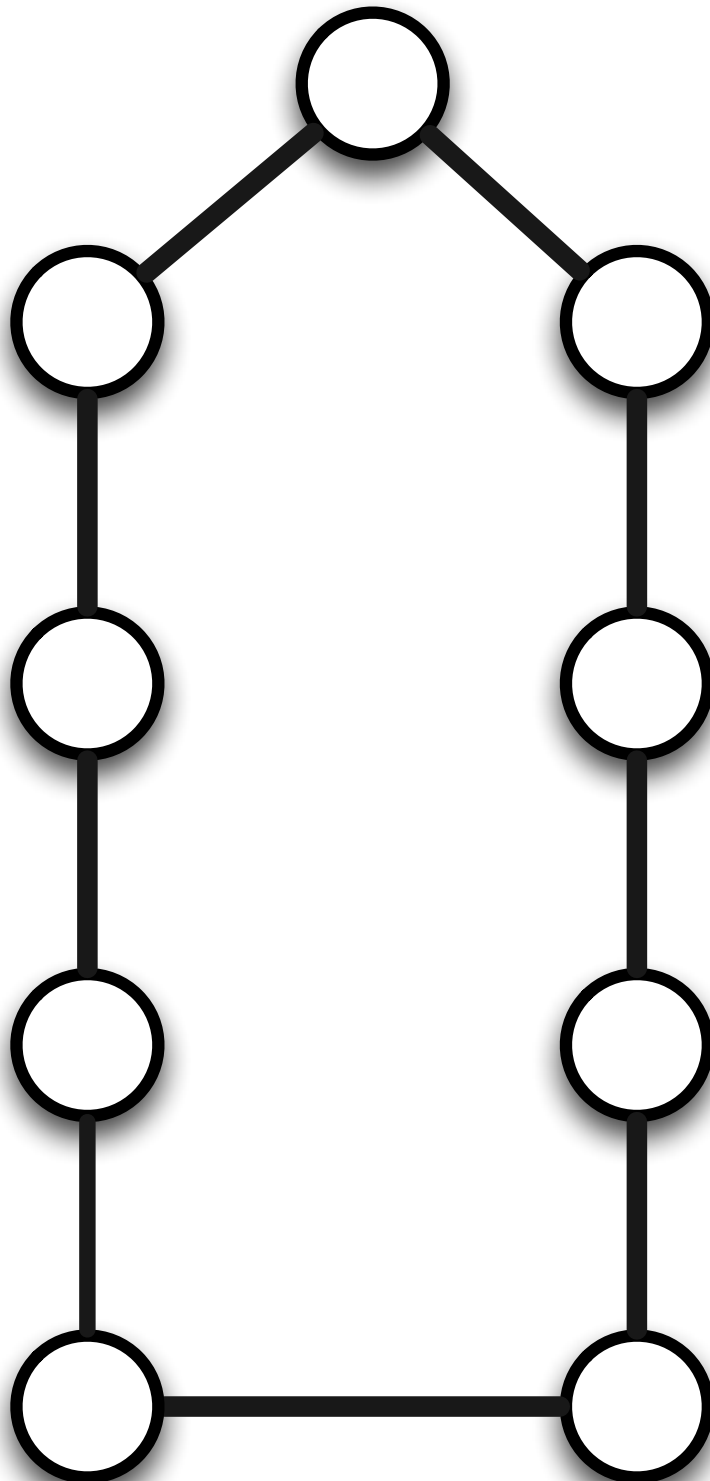
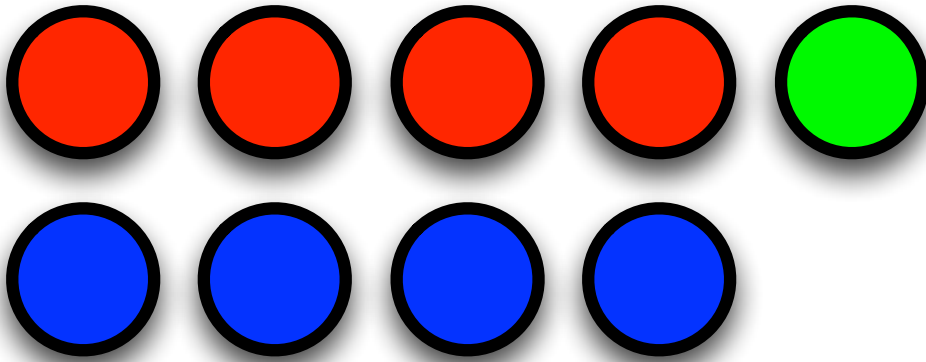
Jeu 6 - Coloration des sommets



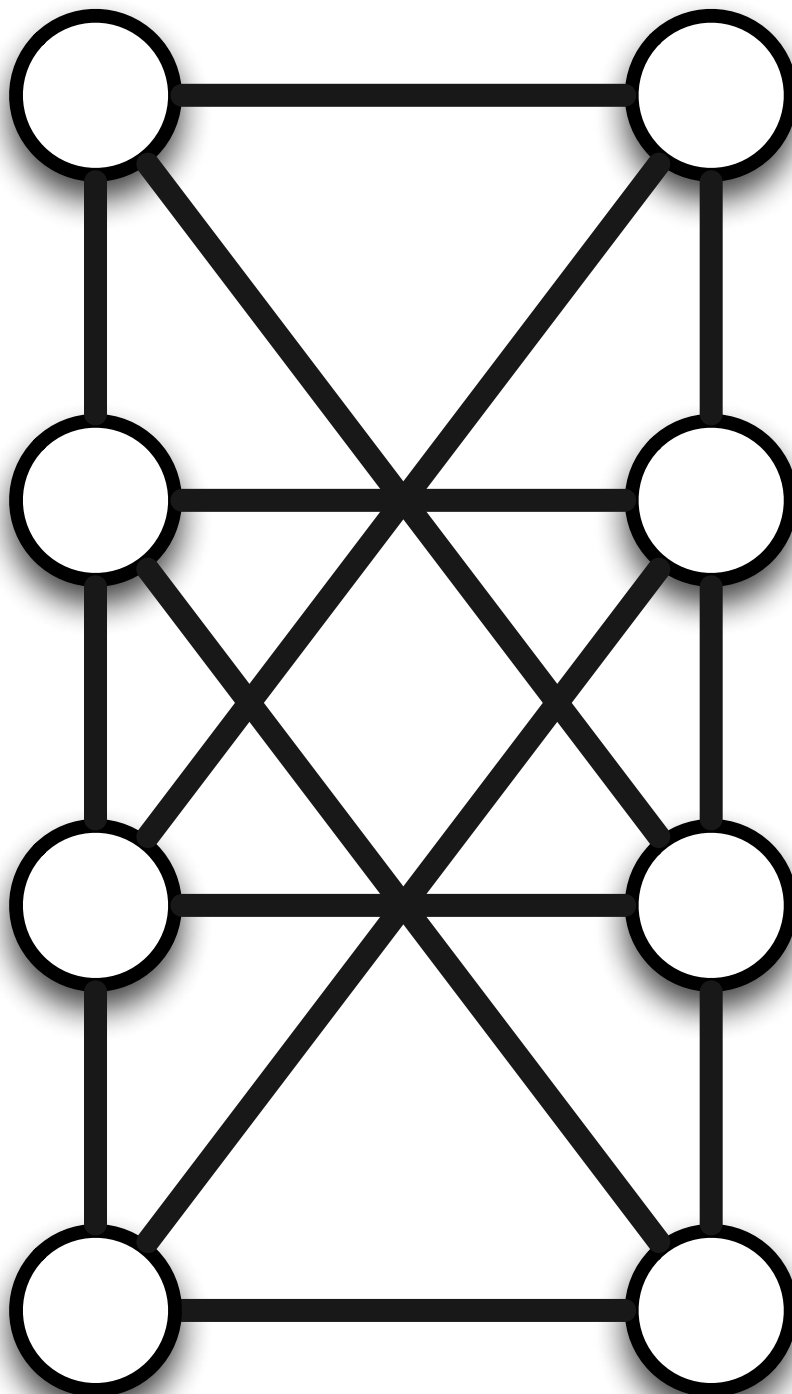
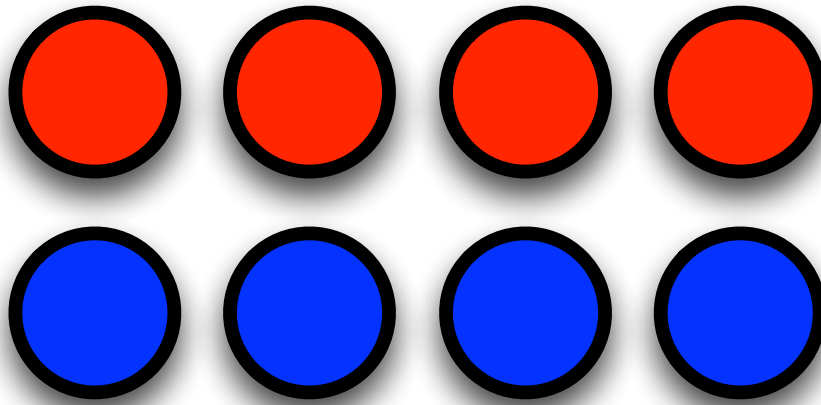
Jeu 7 - Coloration des sommets



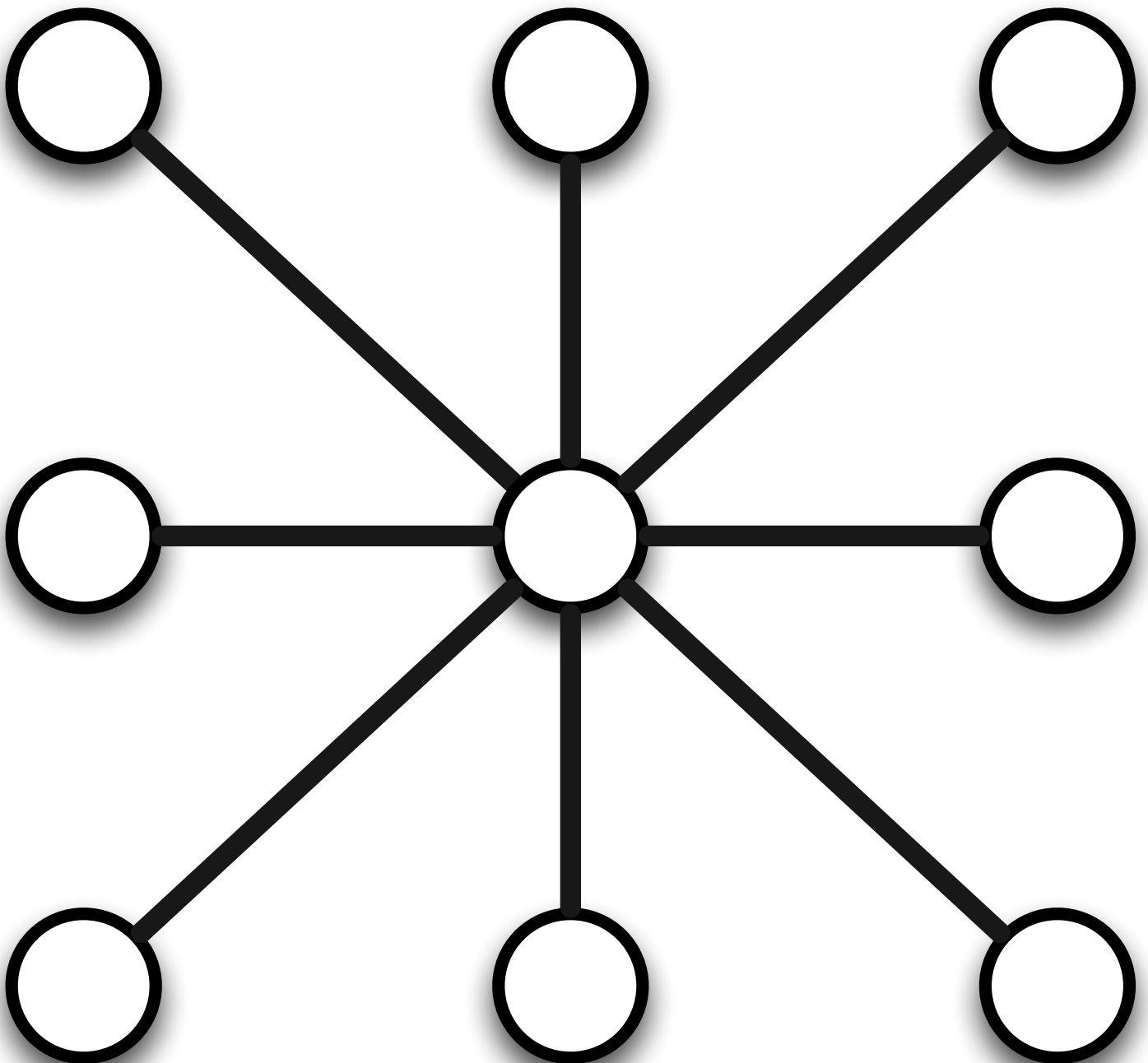
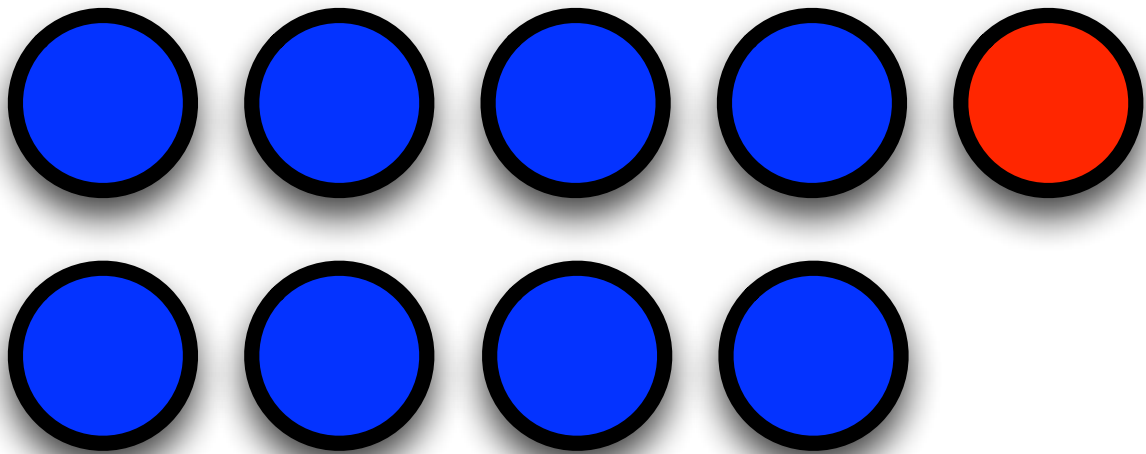
Jeu 8 - Coloration des sommets



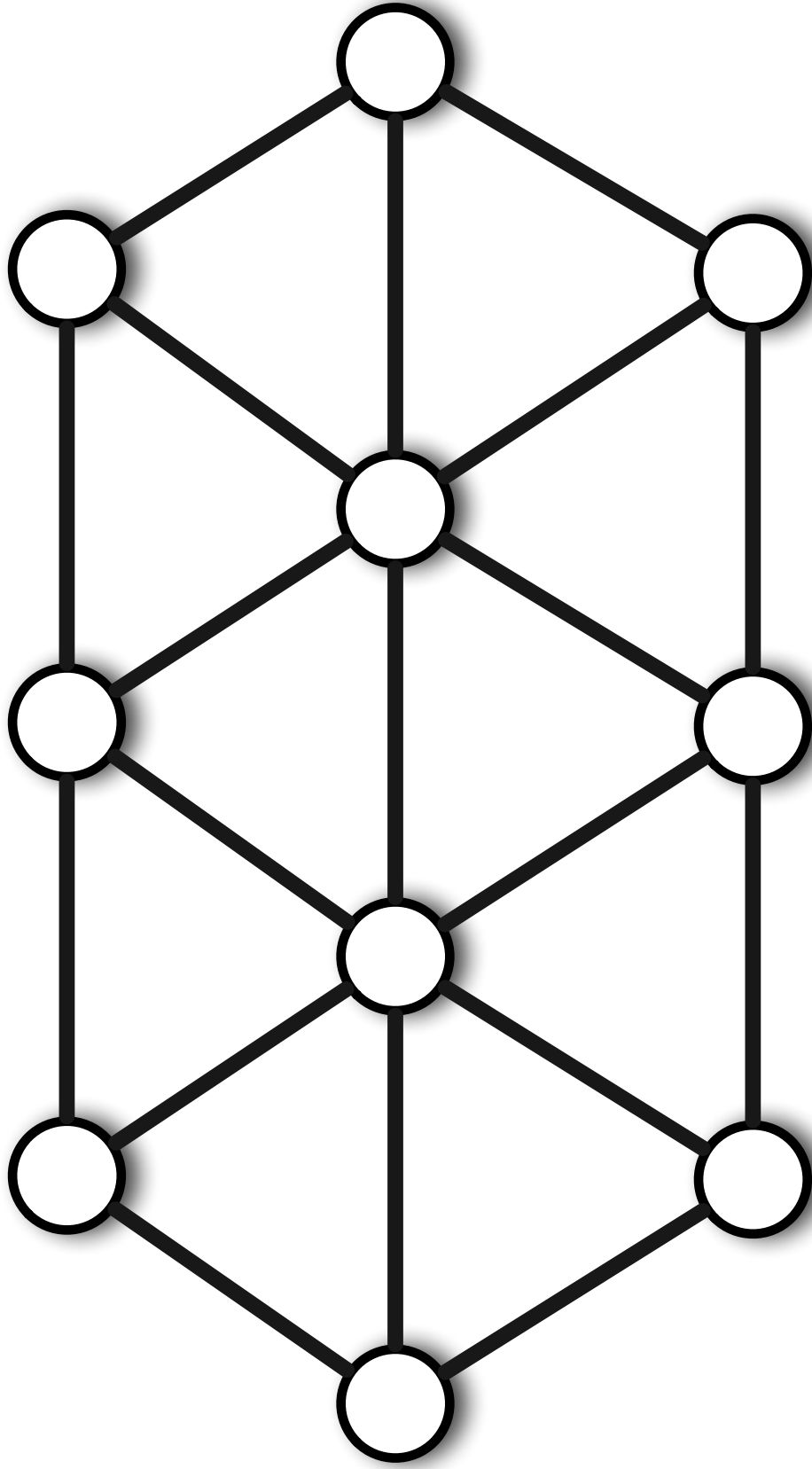
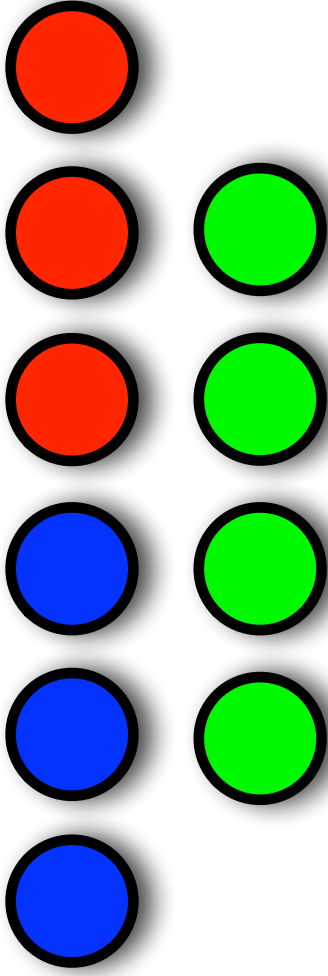
Jeu 9 - Coloration des sommets



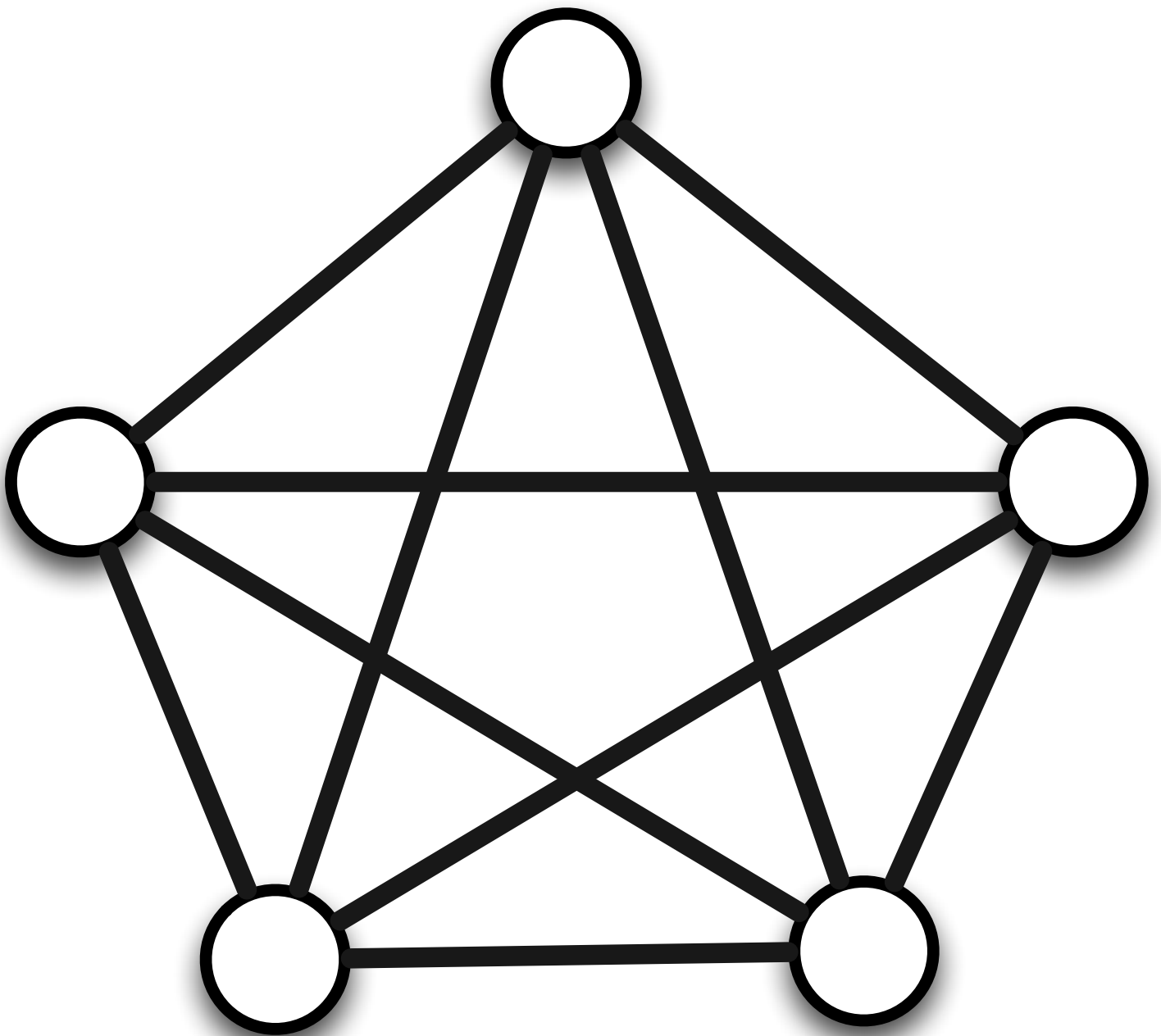
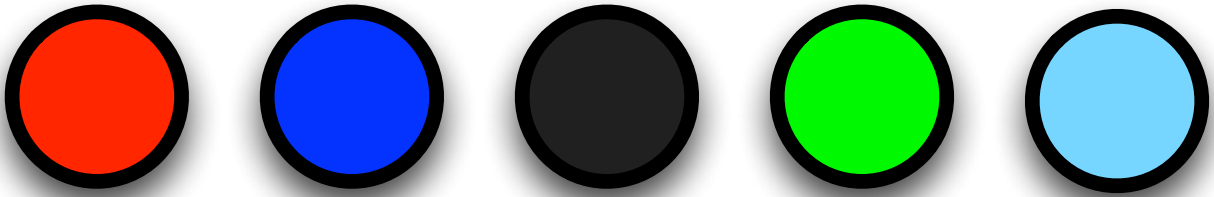
Jeu 10 - Coloration des sommets



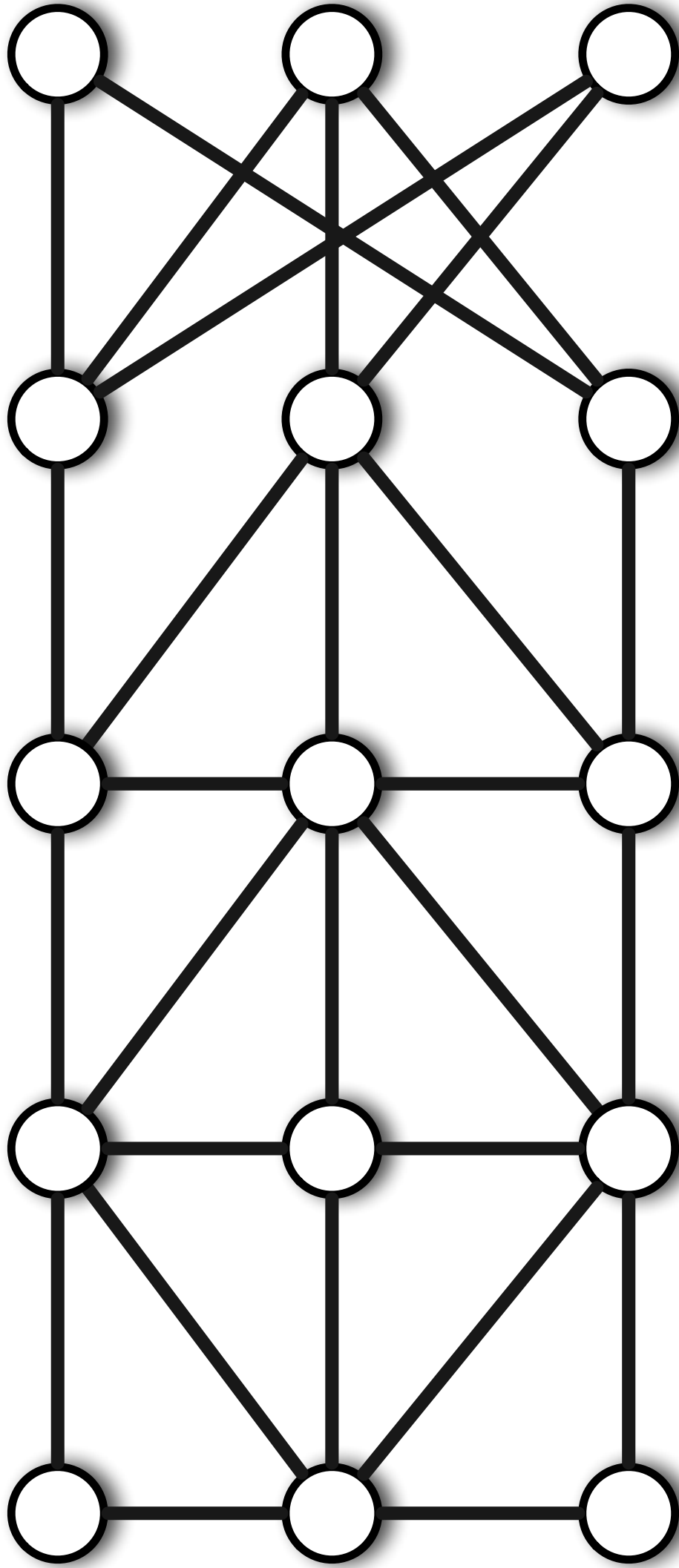
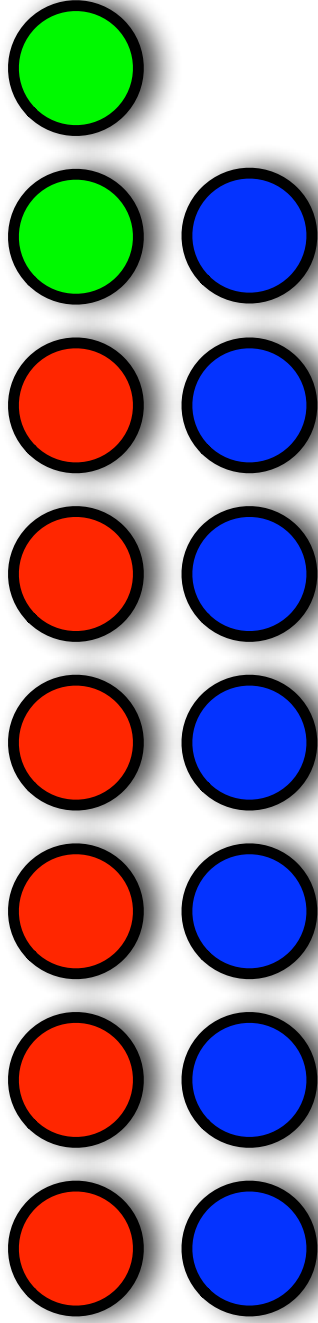
Jeu 11 - Coloration des sommets



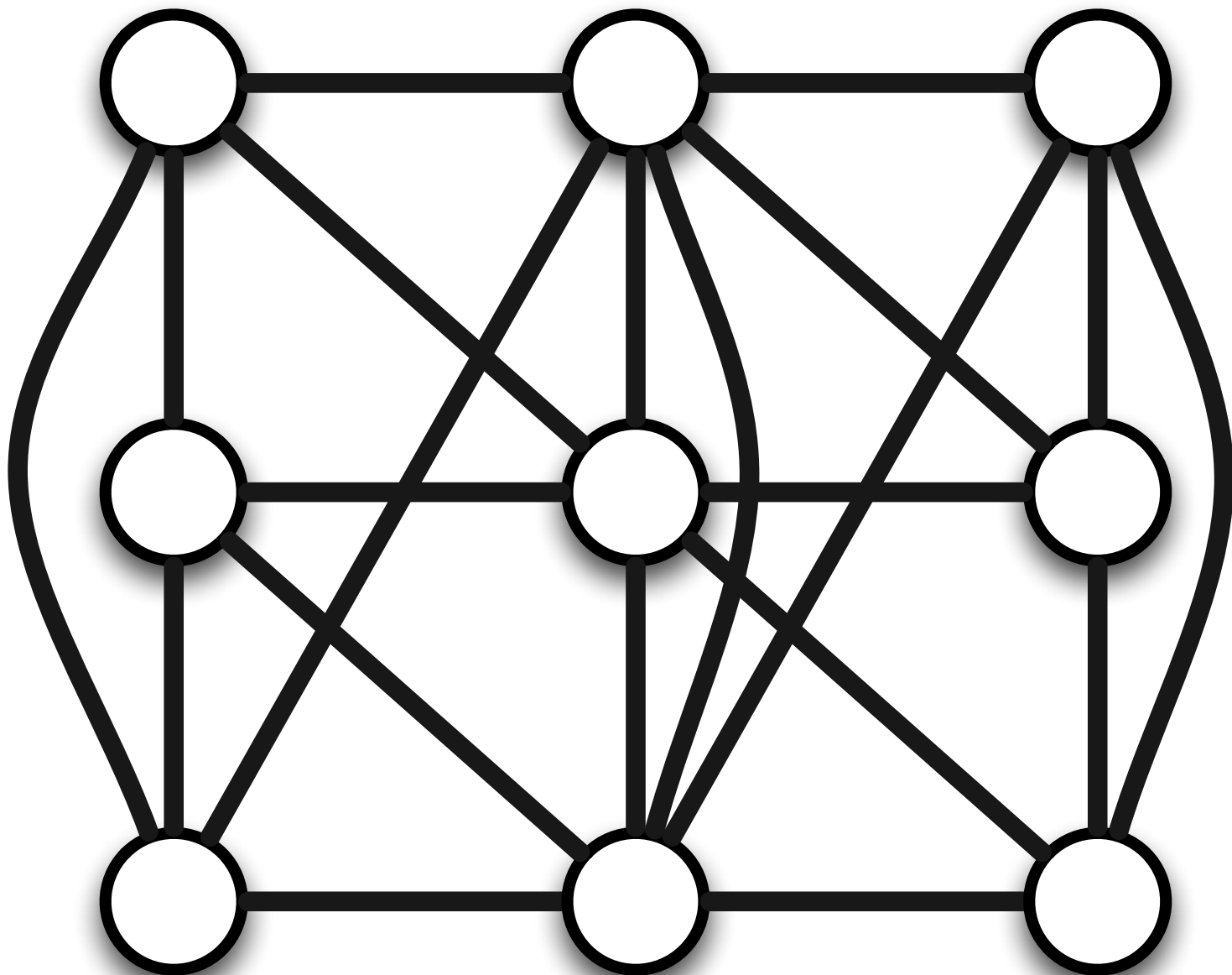
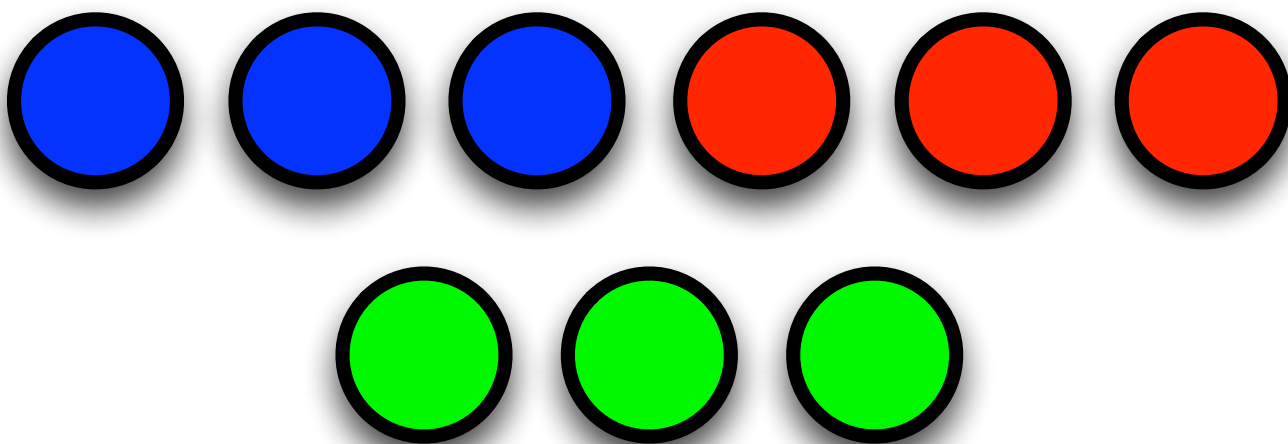
Jeu 12 - Coloration des sommets



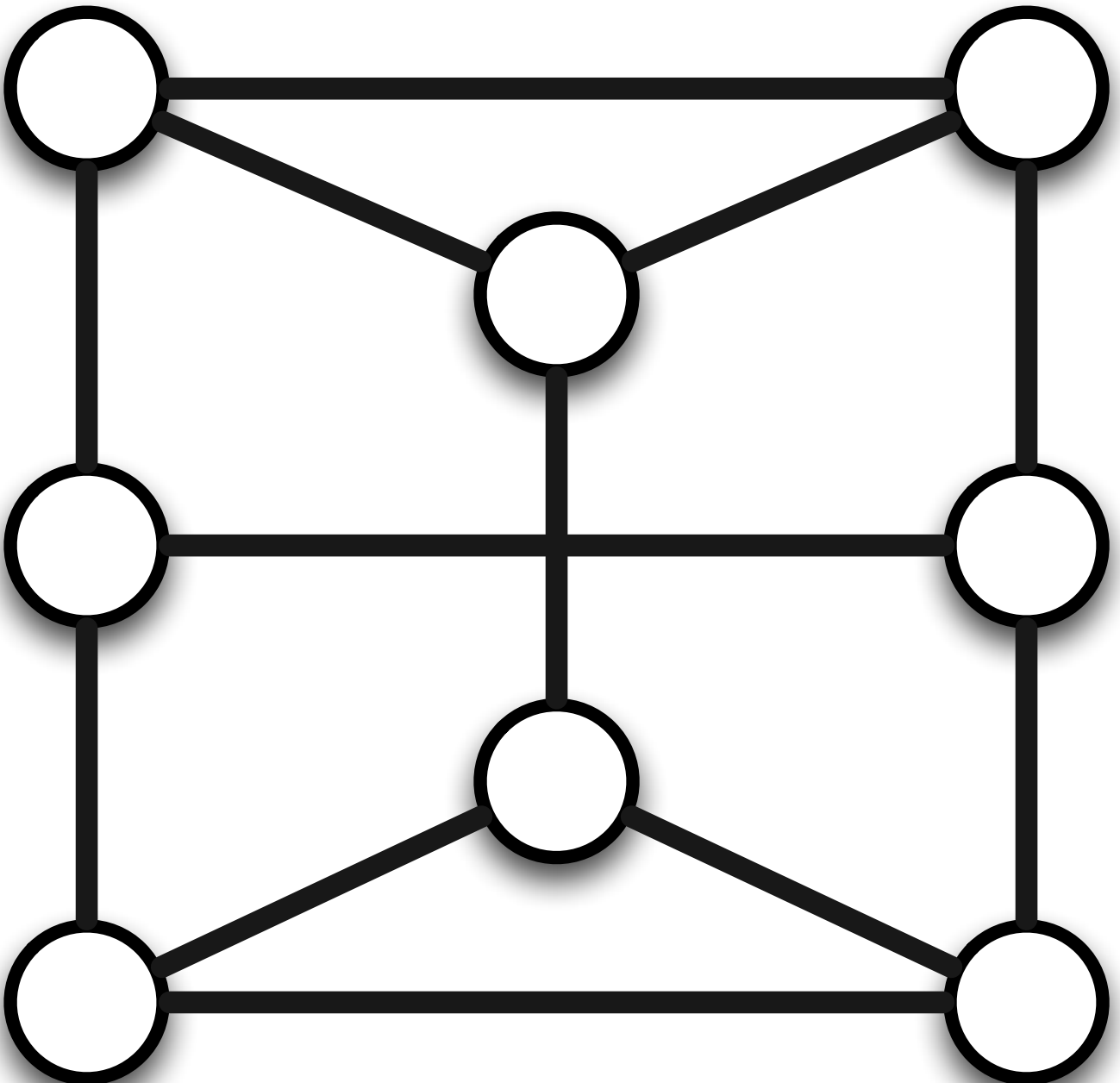
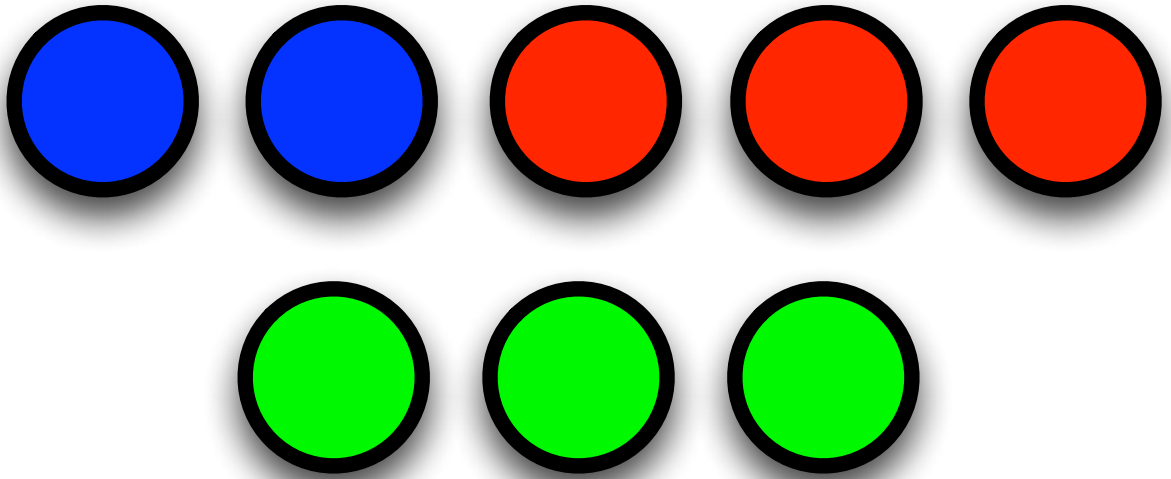
Jeu 13 - Coloration des sommets



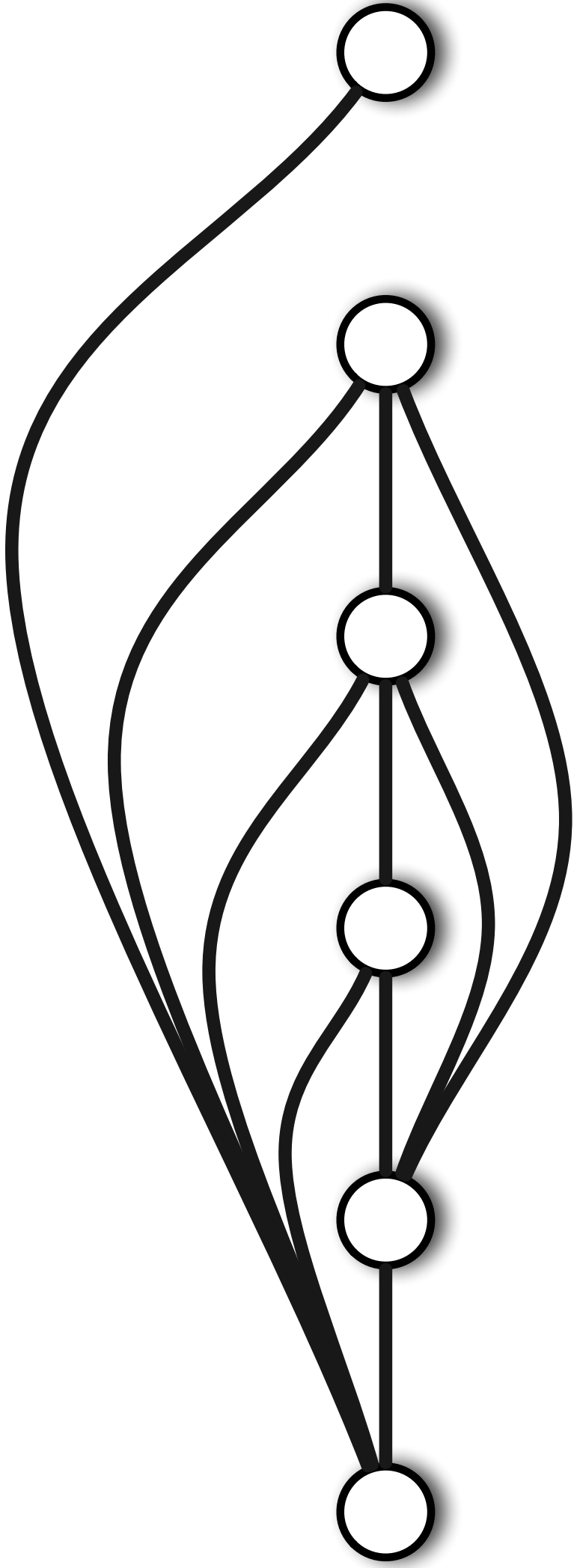
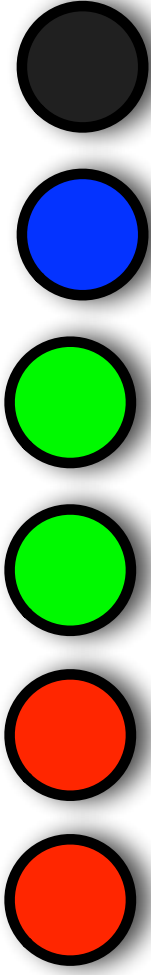
Jeu 14 - Coloration des sommets



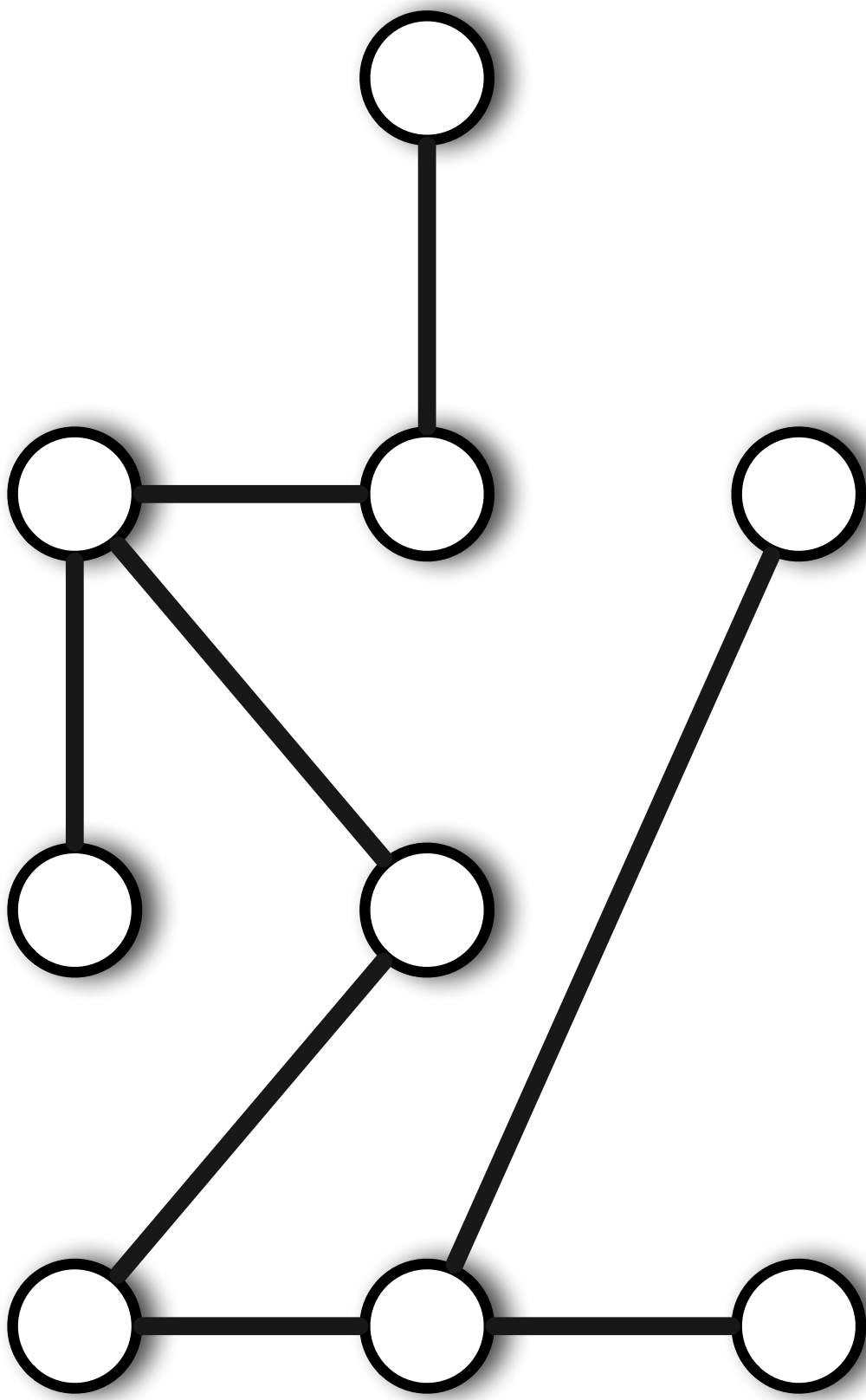
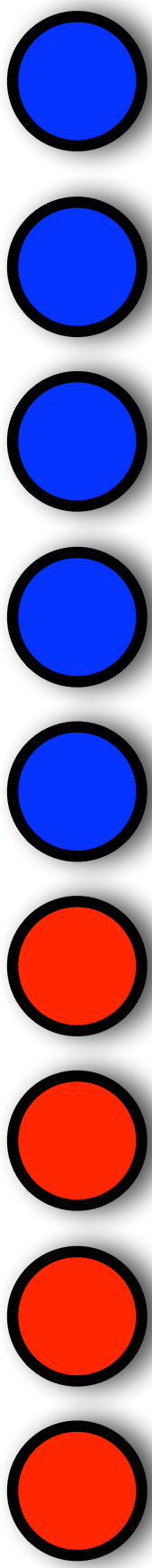
Jeu 15 - Coloration des sommets



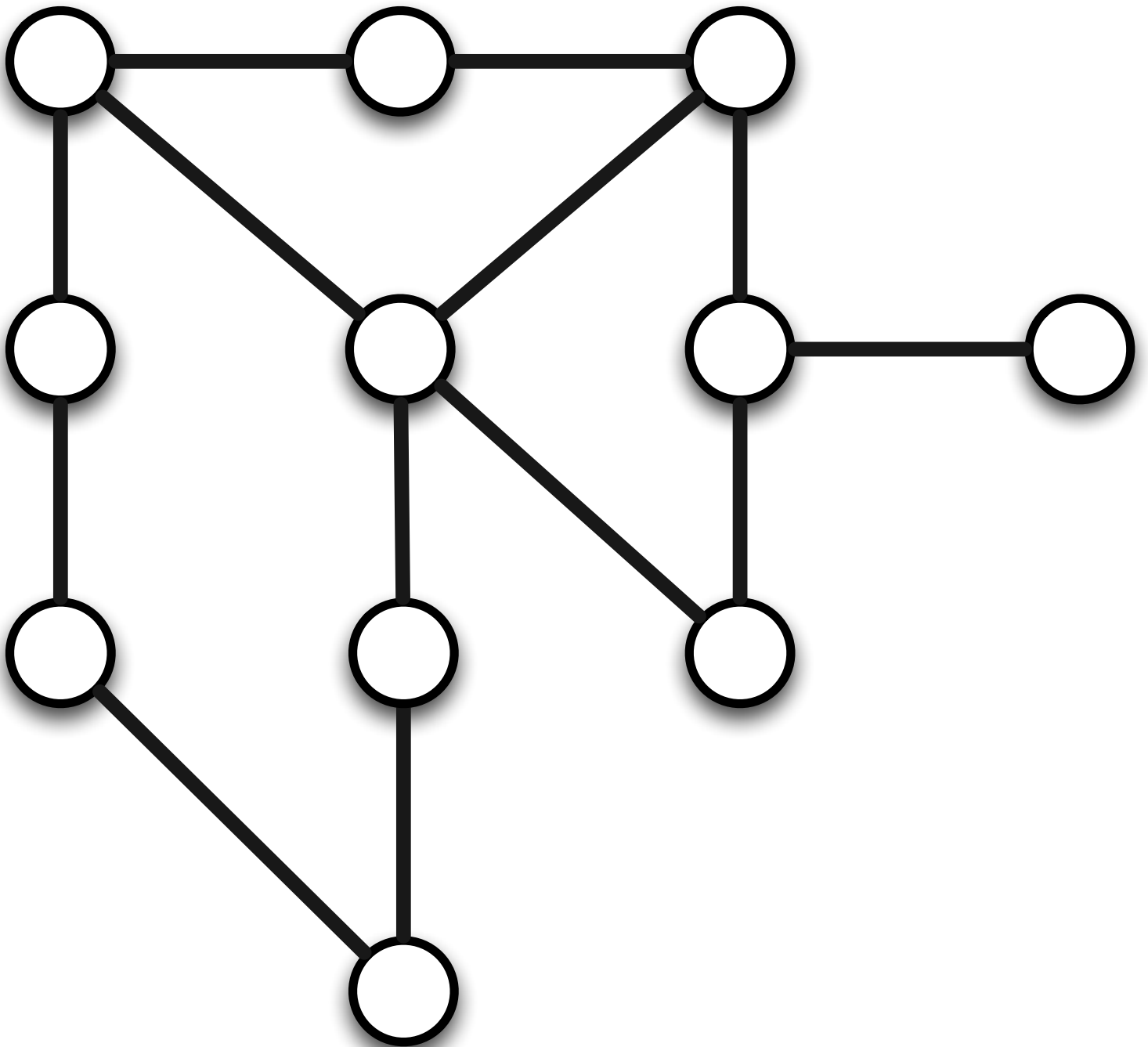
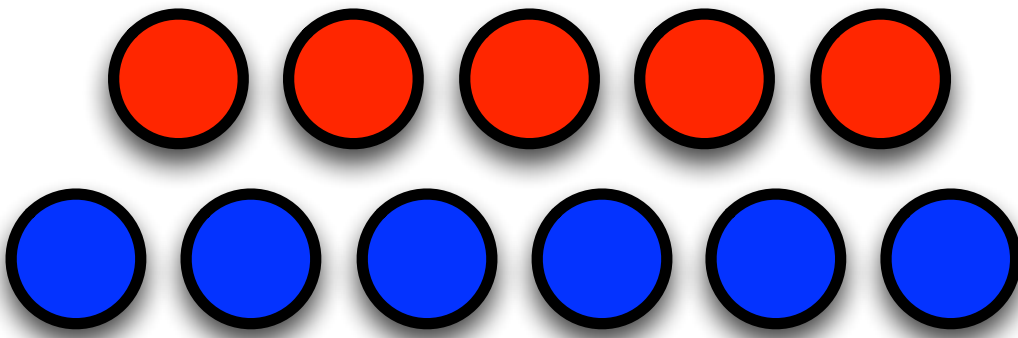
Jeu 16 - Coloration des sommets



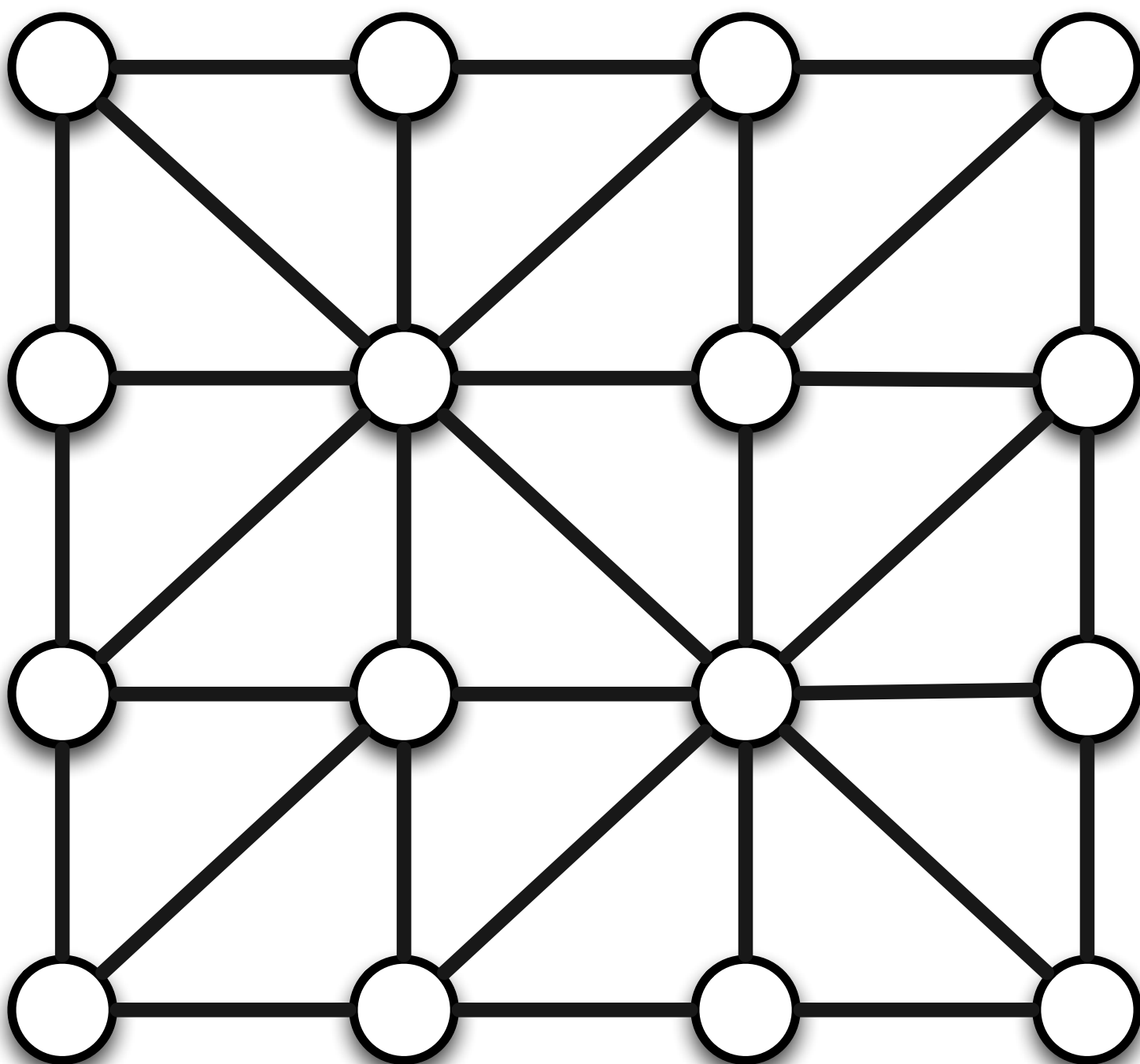
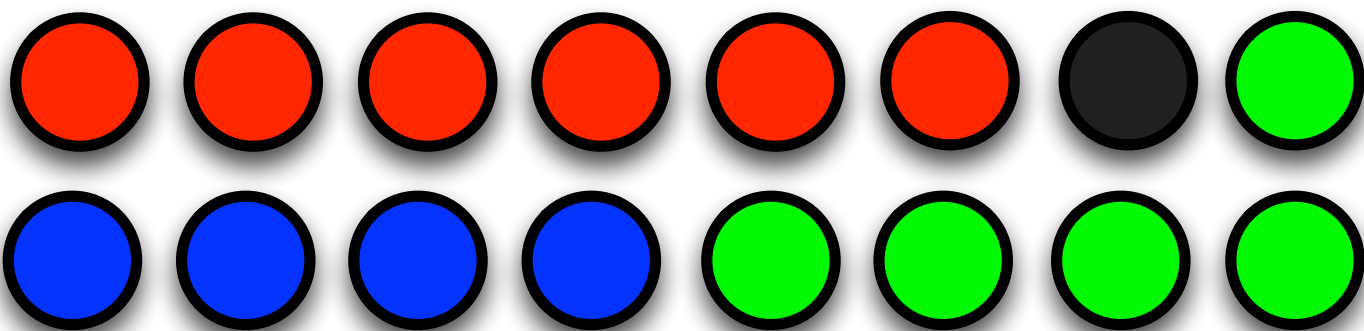
Jeu 17 - Coloration des sommets



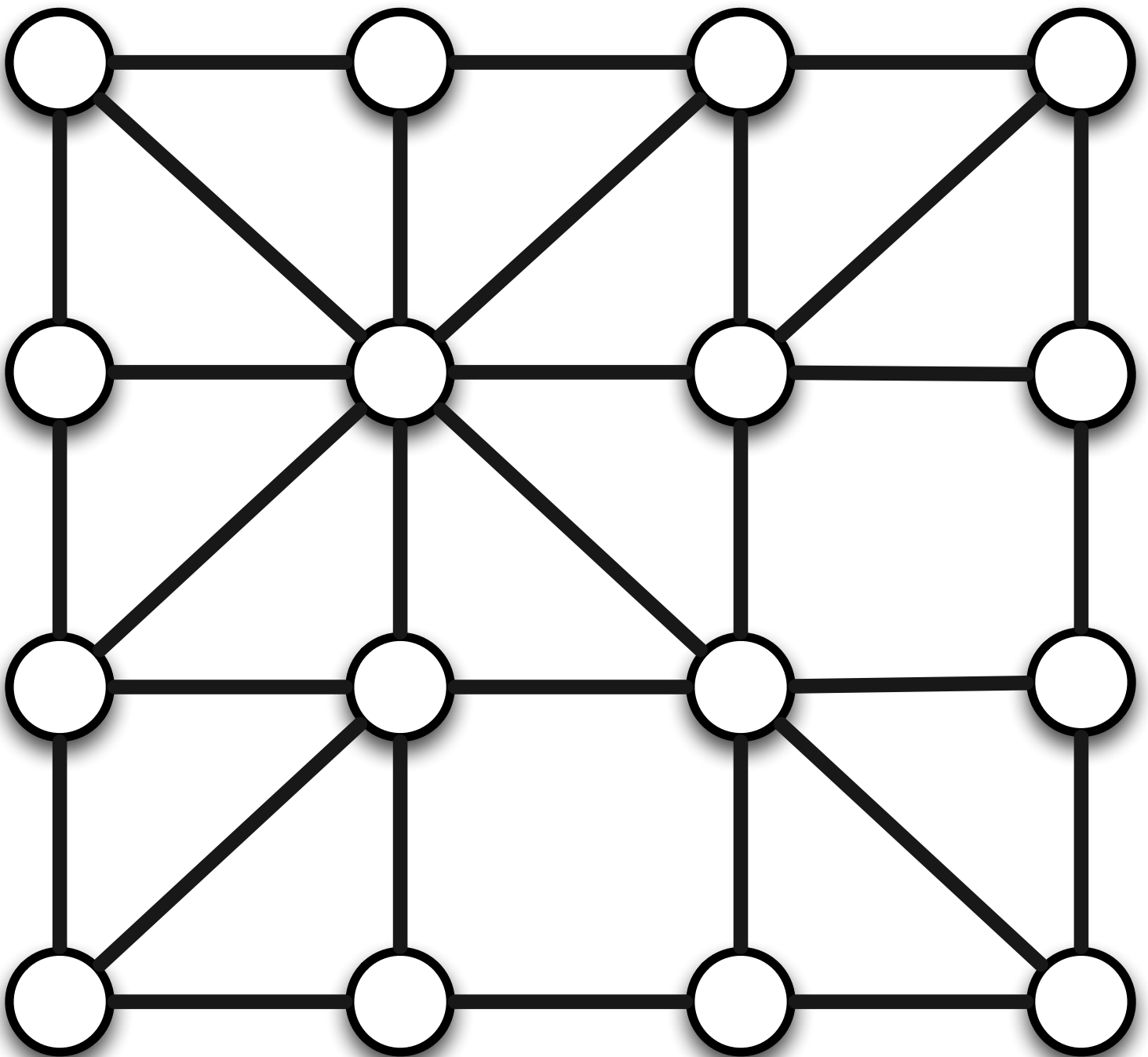
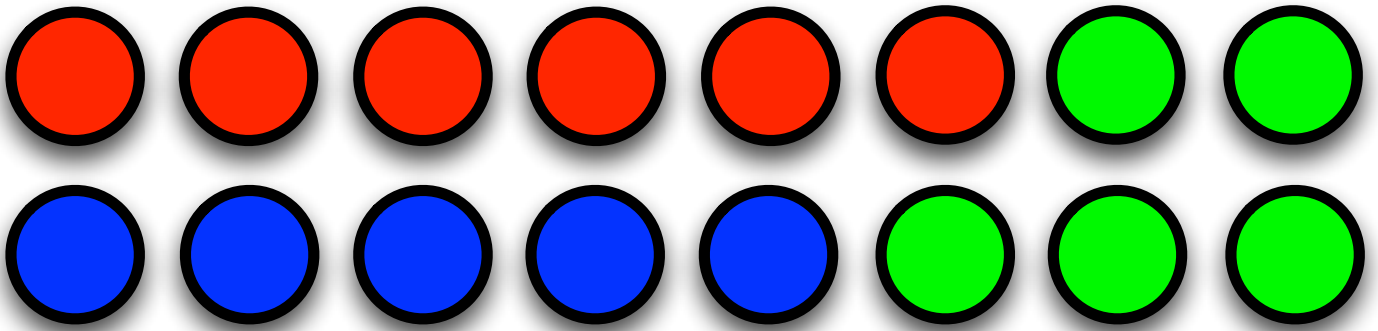
Jeu 18 - Coloration des sommets



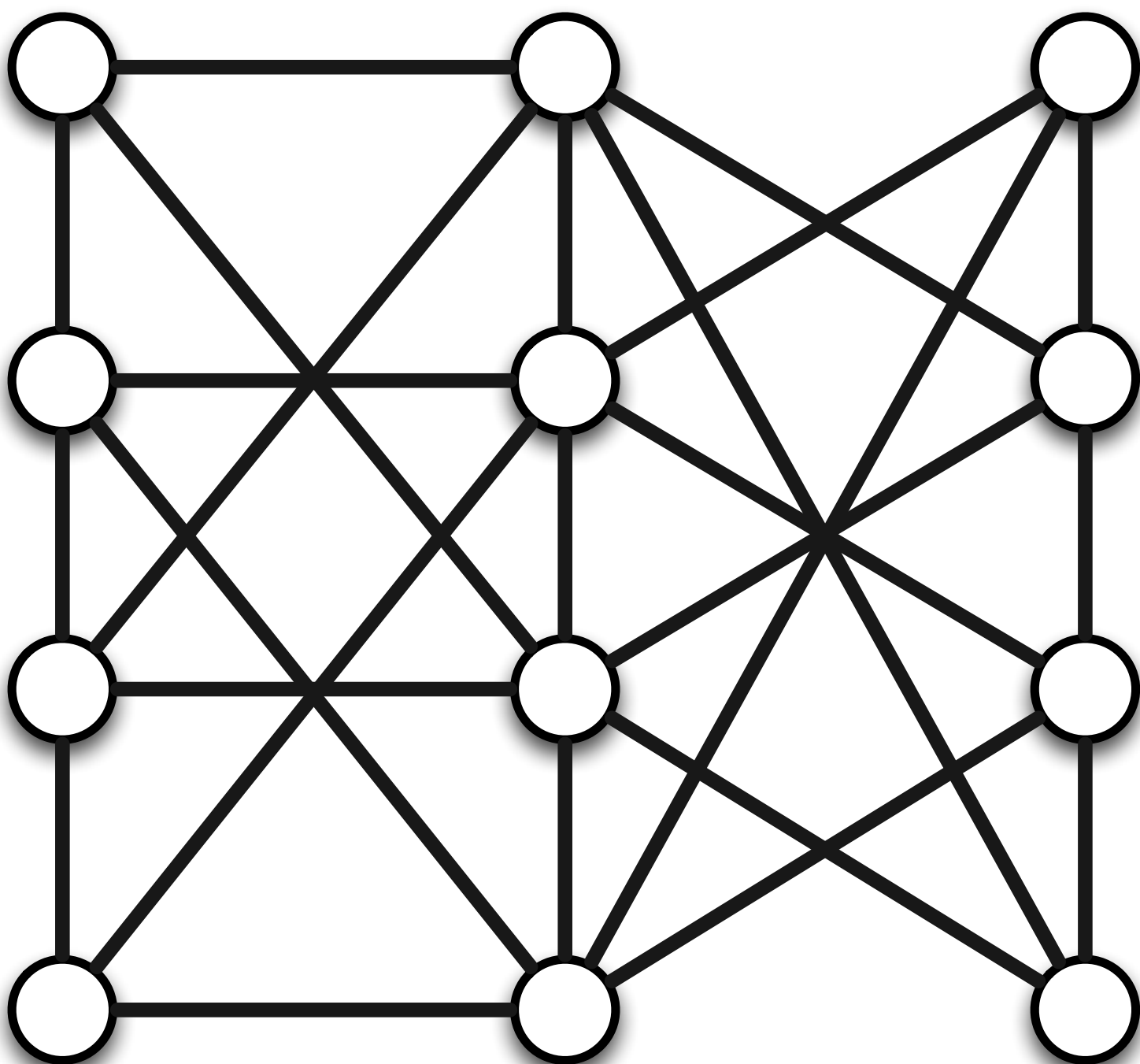
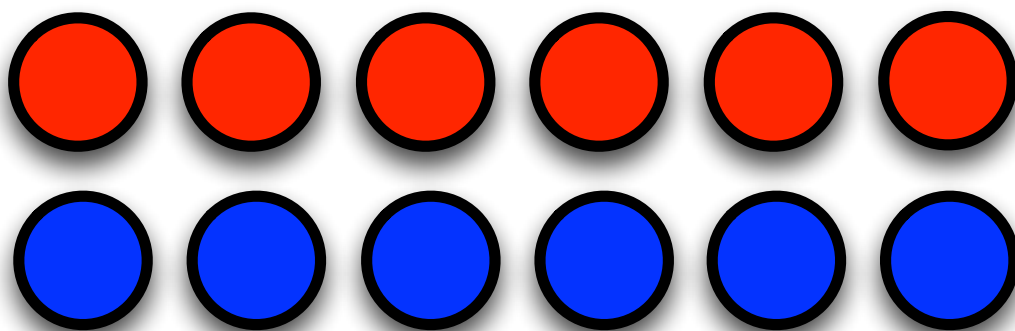
Jeu 19 - Coloration des sommets



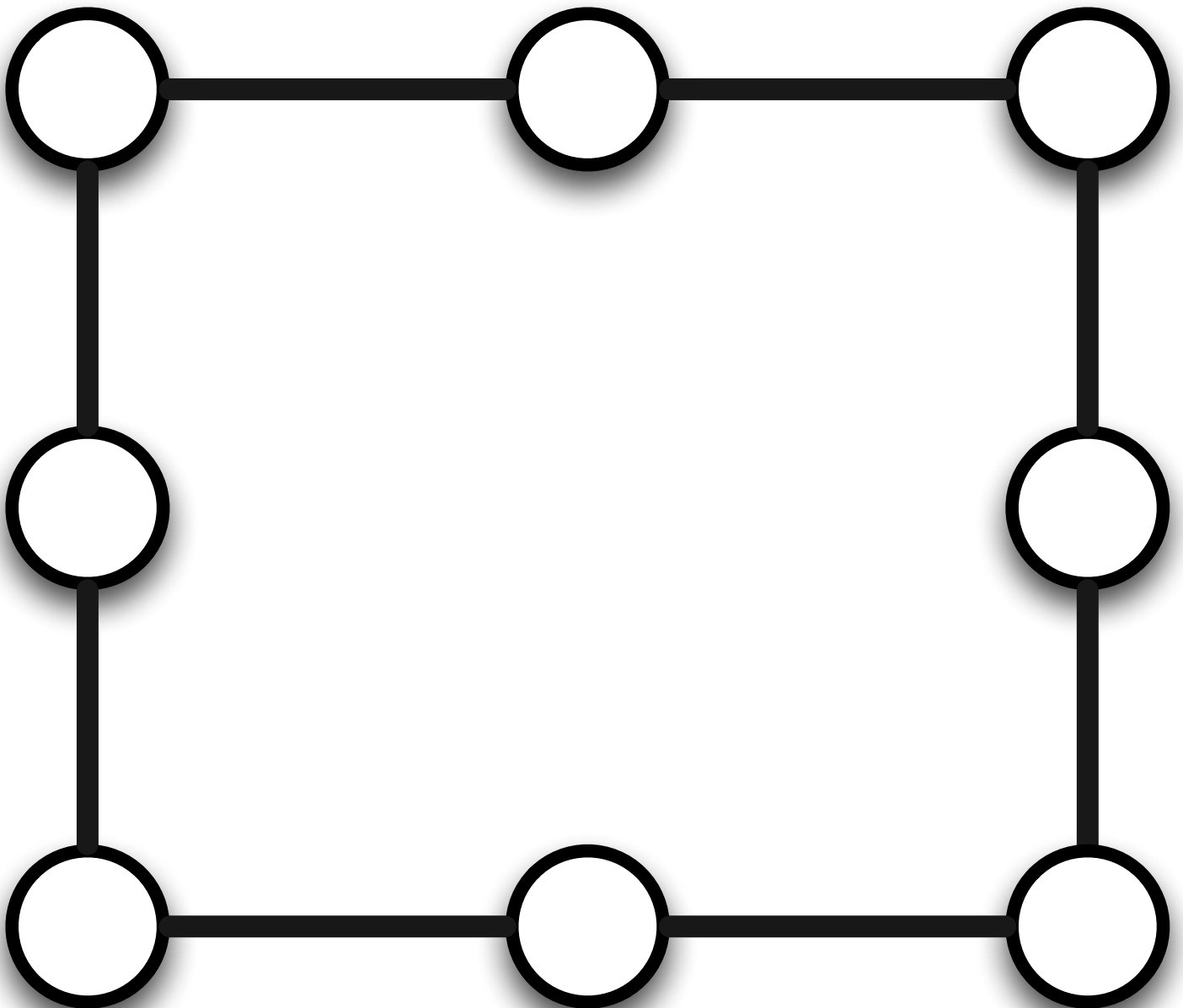
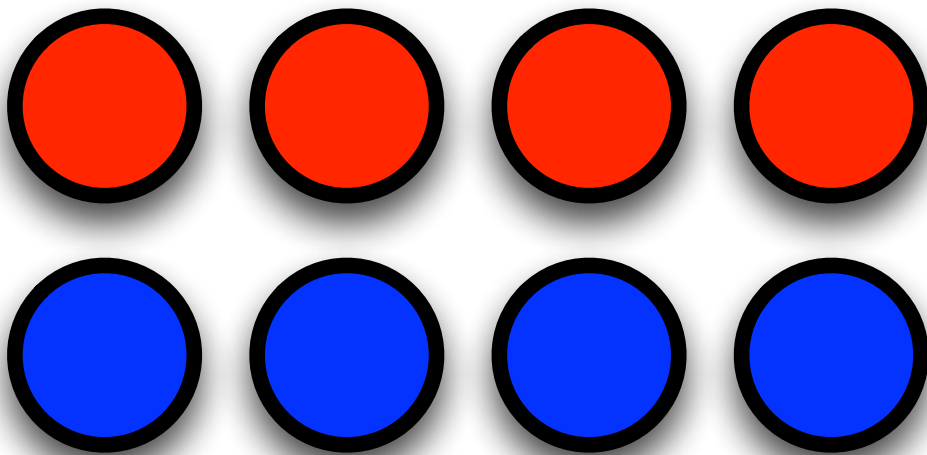
Jeu 20 - Coloration des sommets



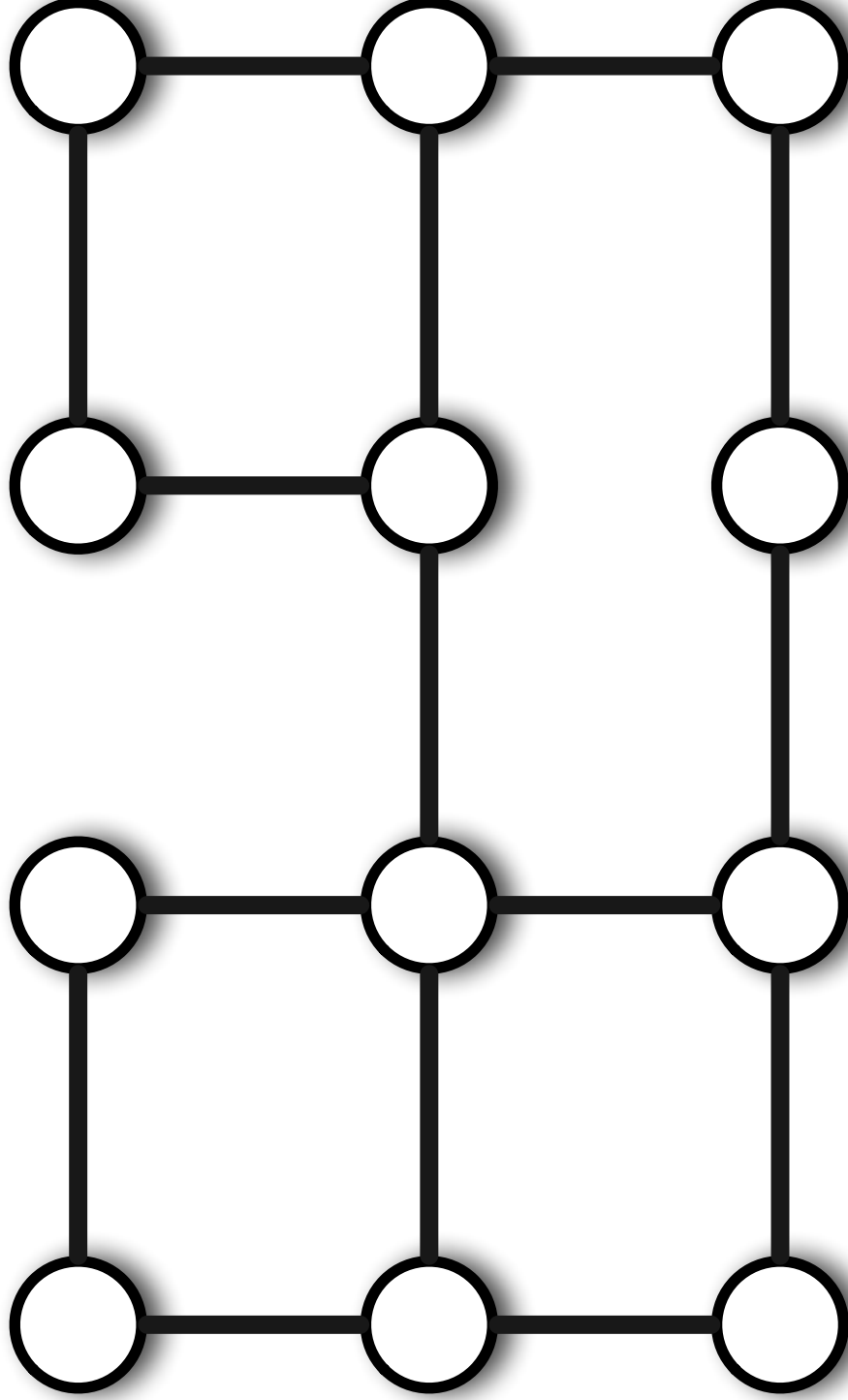
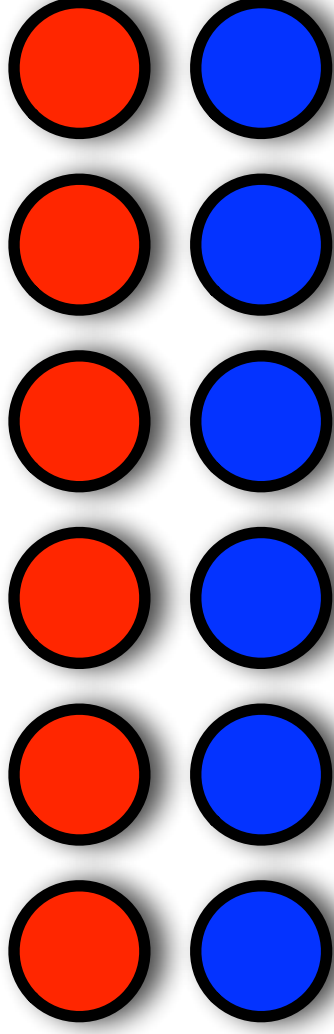
Jeu 21 - Coloration des sommets



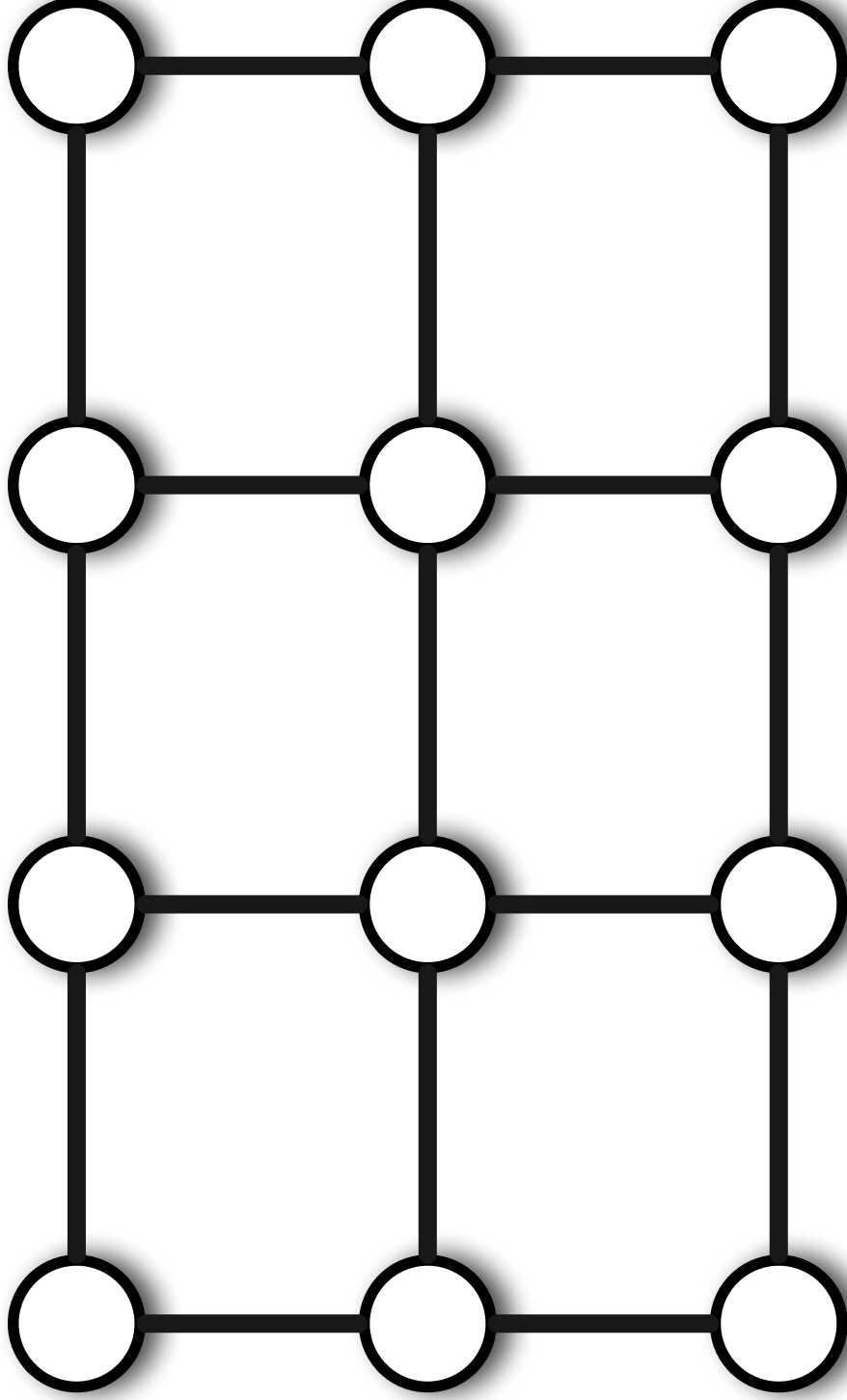
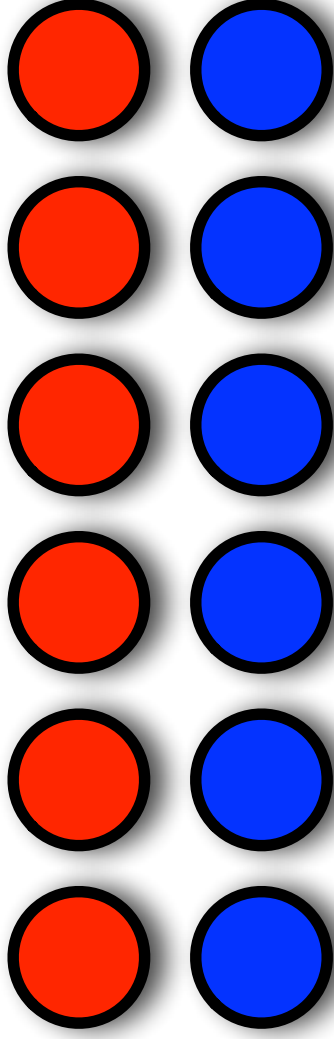
Jeu 22 - Coloration des sommets



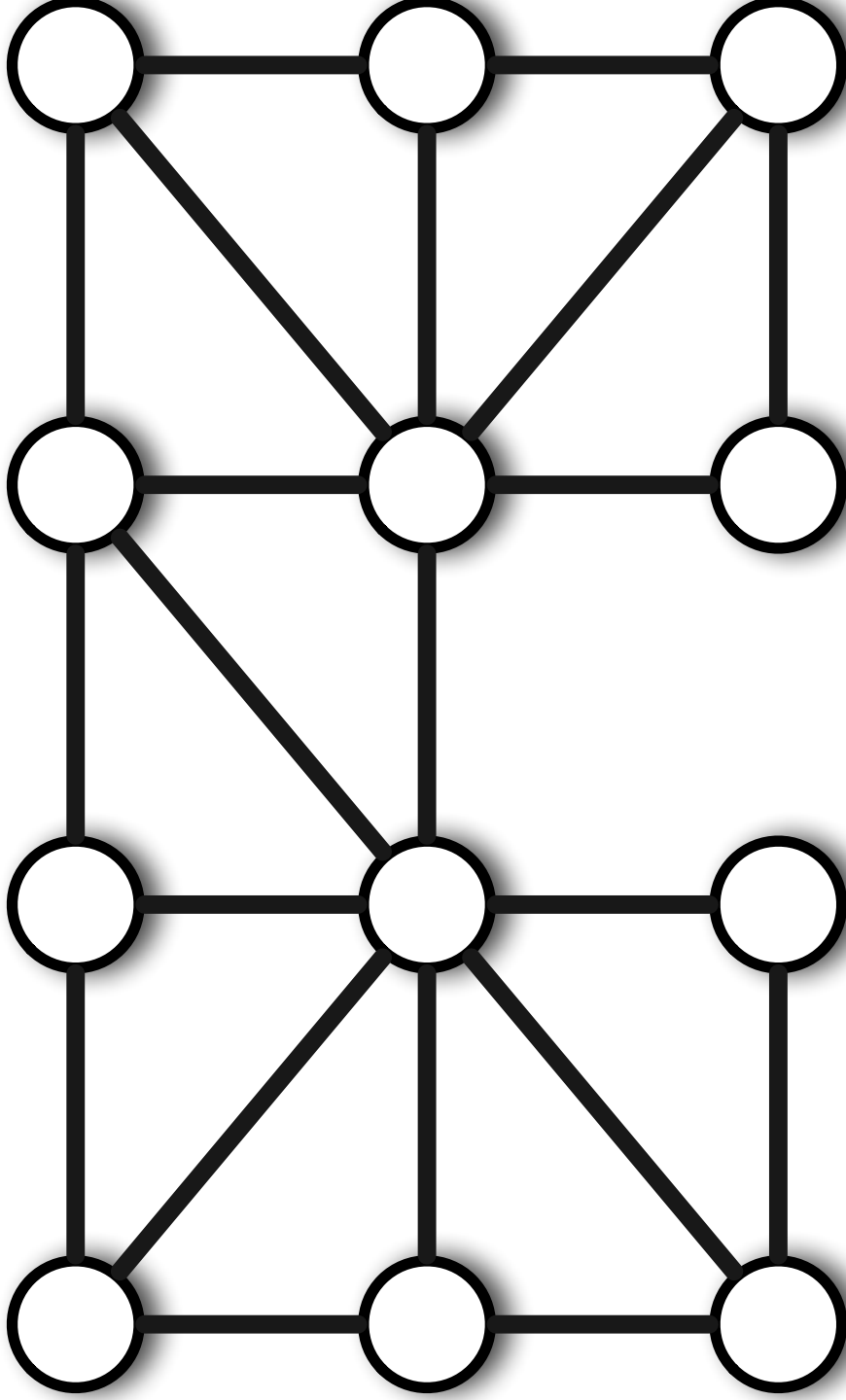
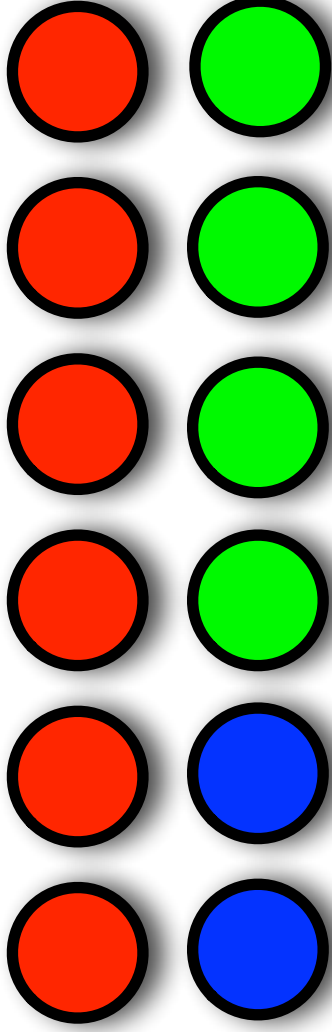
Jeu 23 - Coloration des sommets



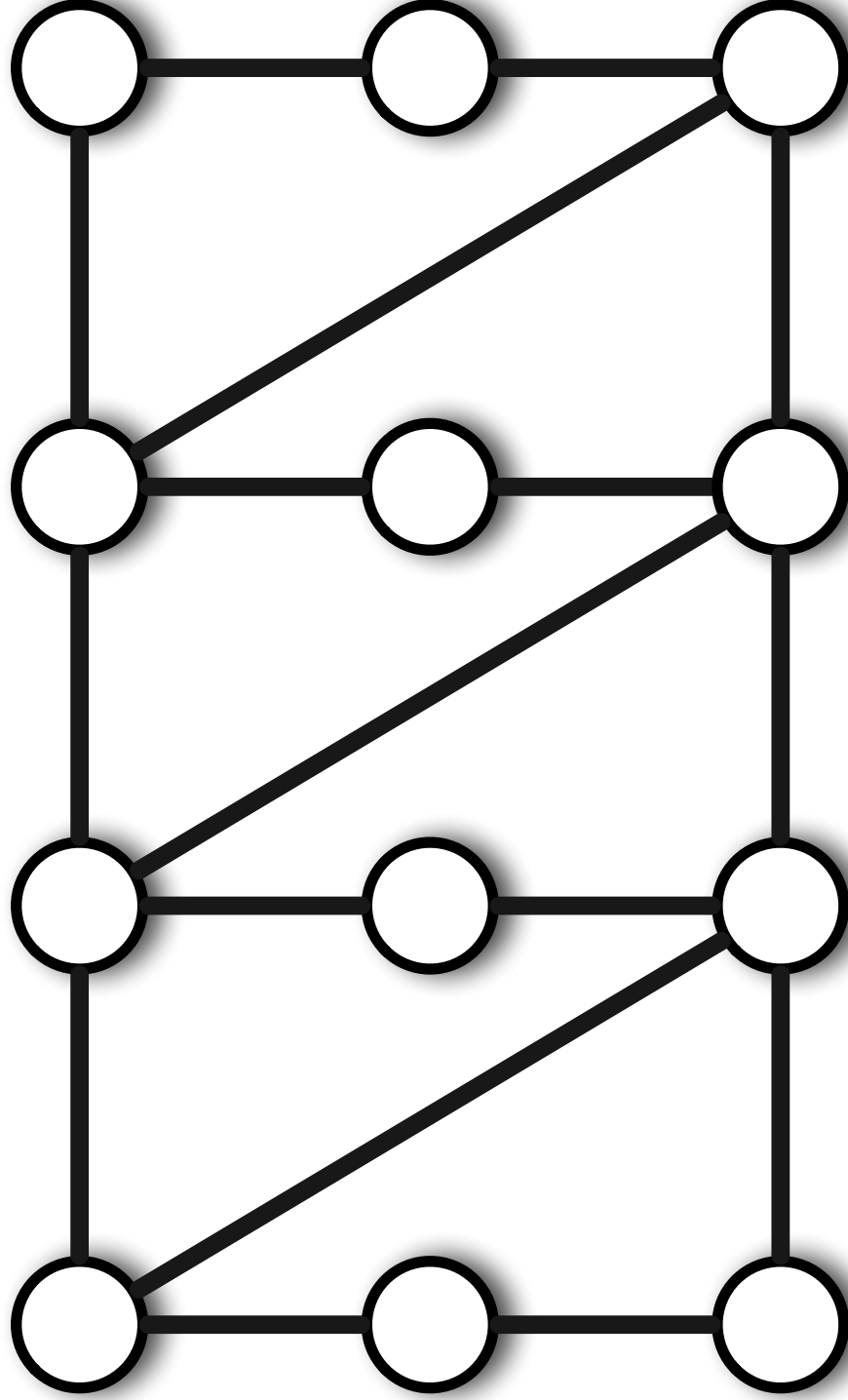
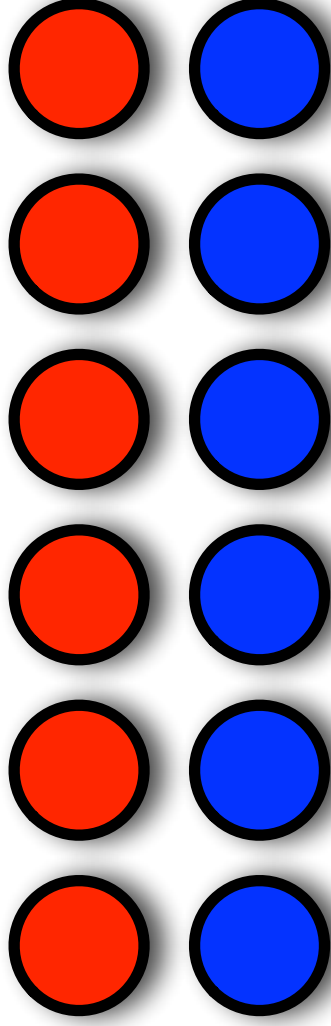
Jeu 24 - Coloration des sommets



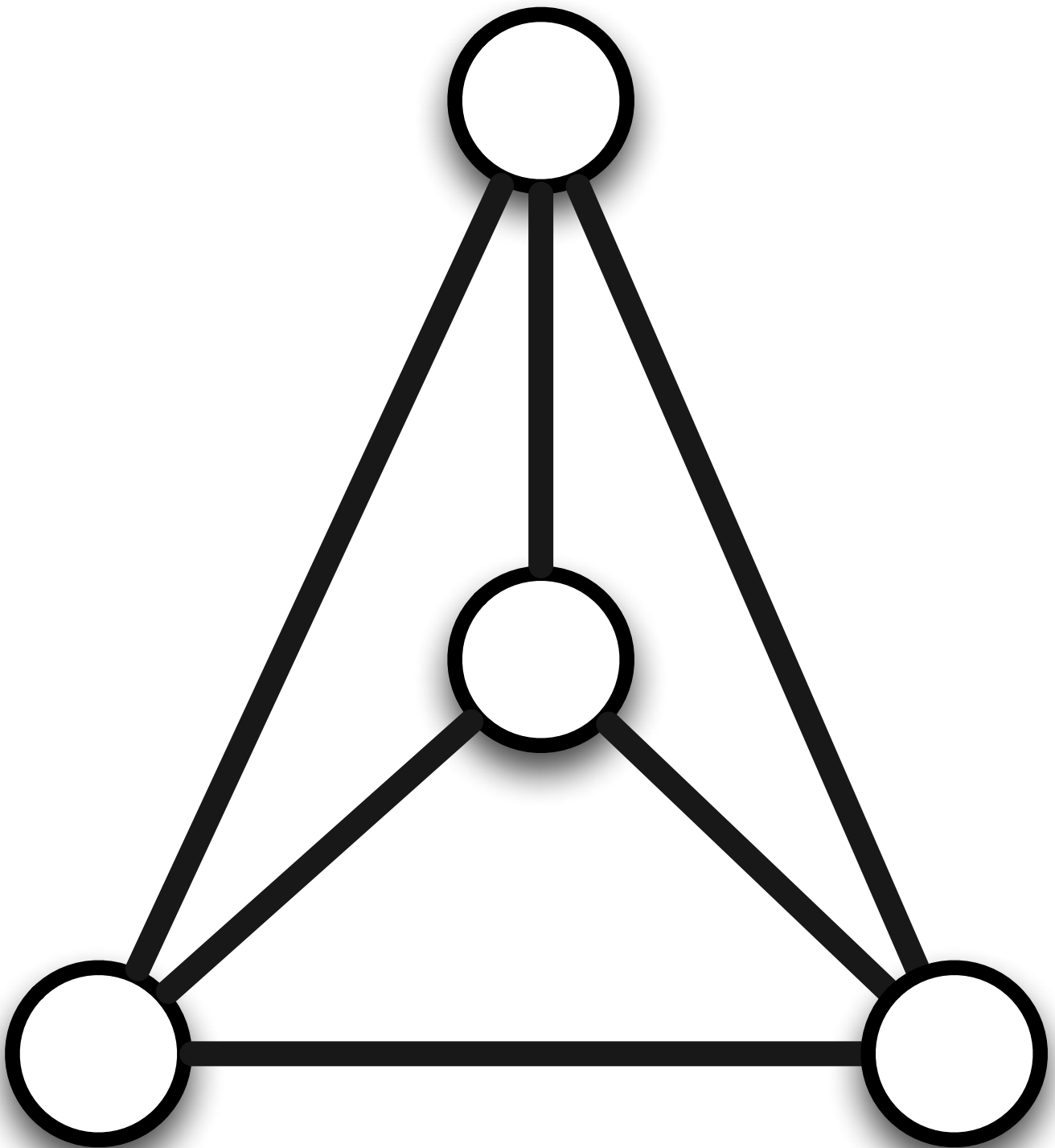
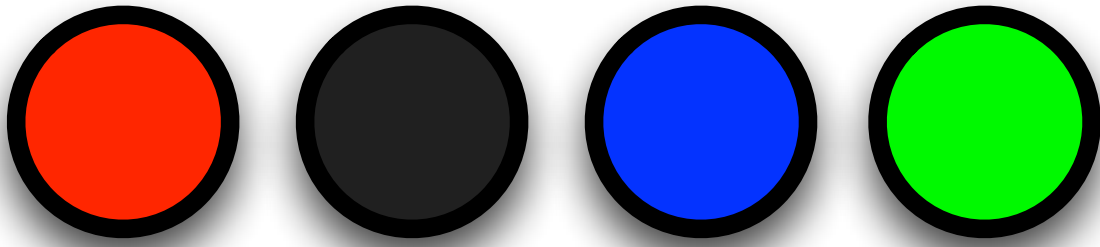
Jeu 25 - Coloration des sommets



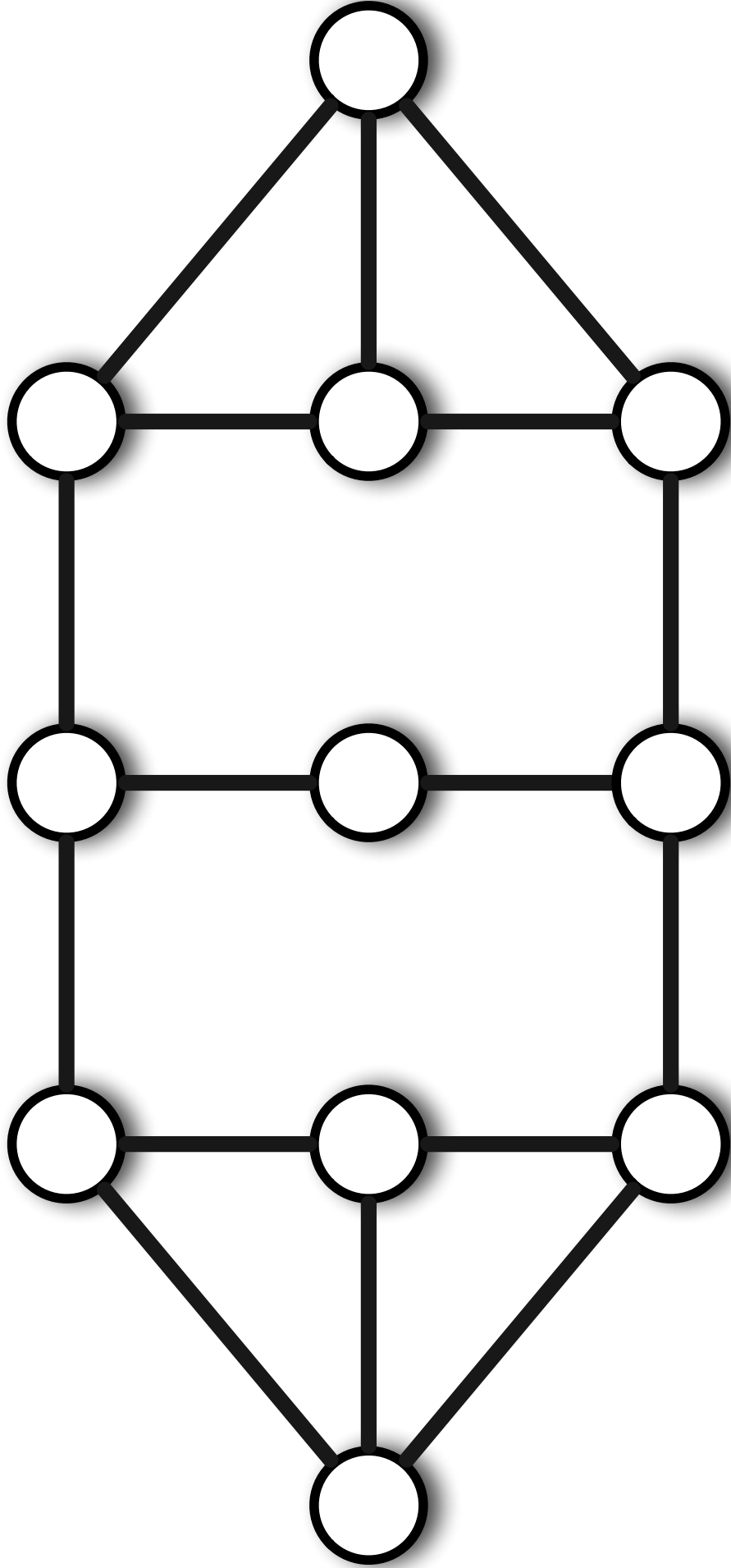
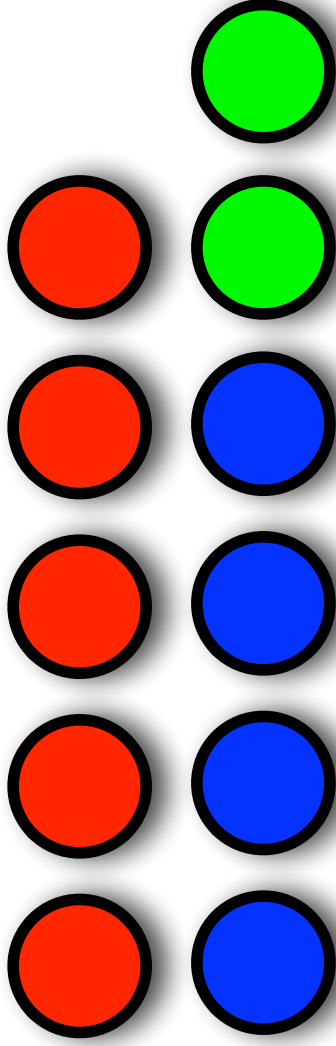
Jeu 26 - Coloration des sommets



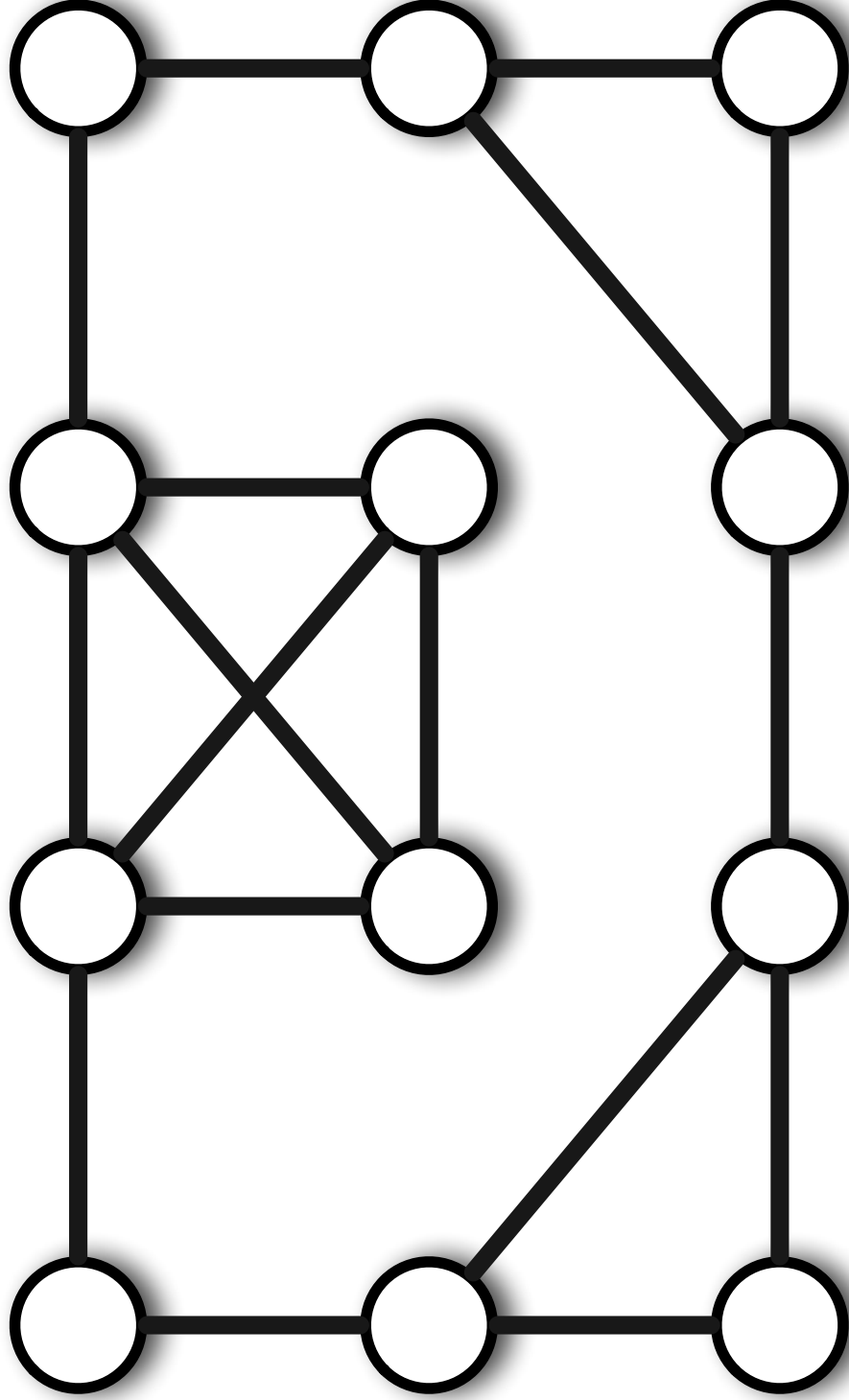
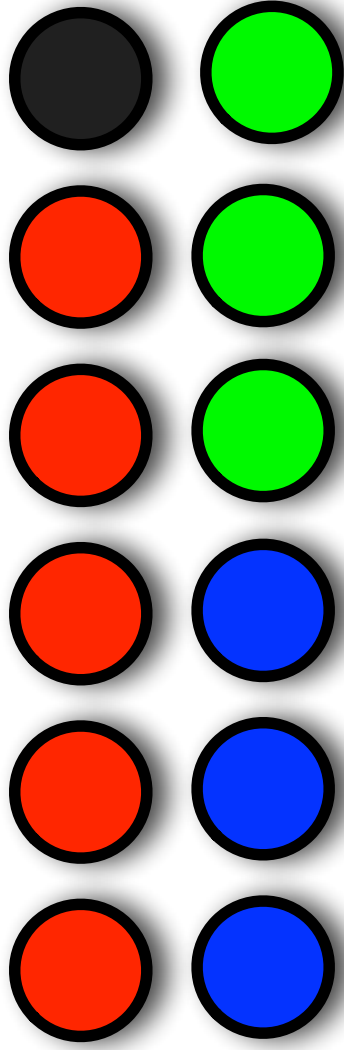
Jeu 27 - Coloration des sommets



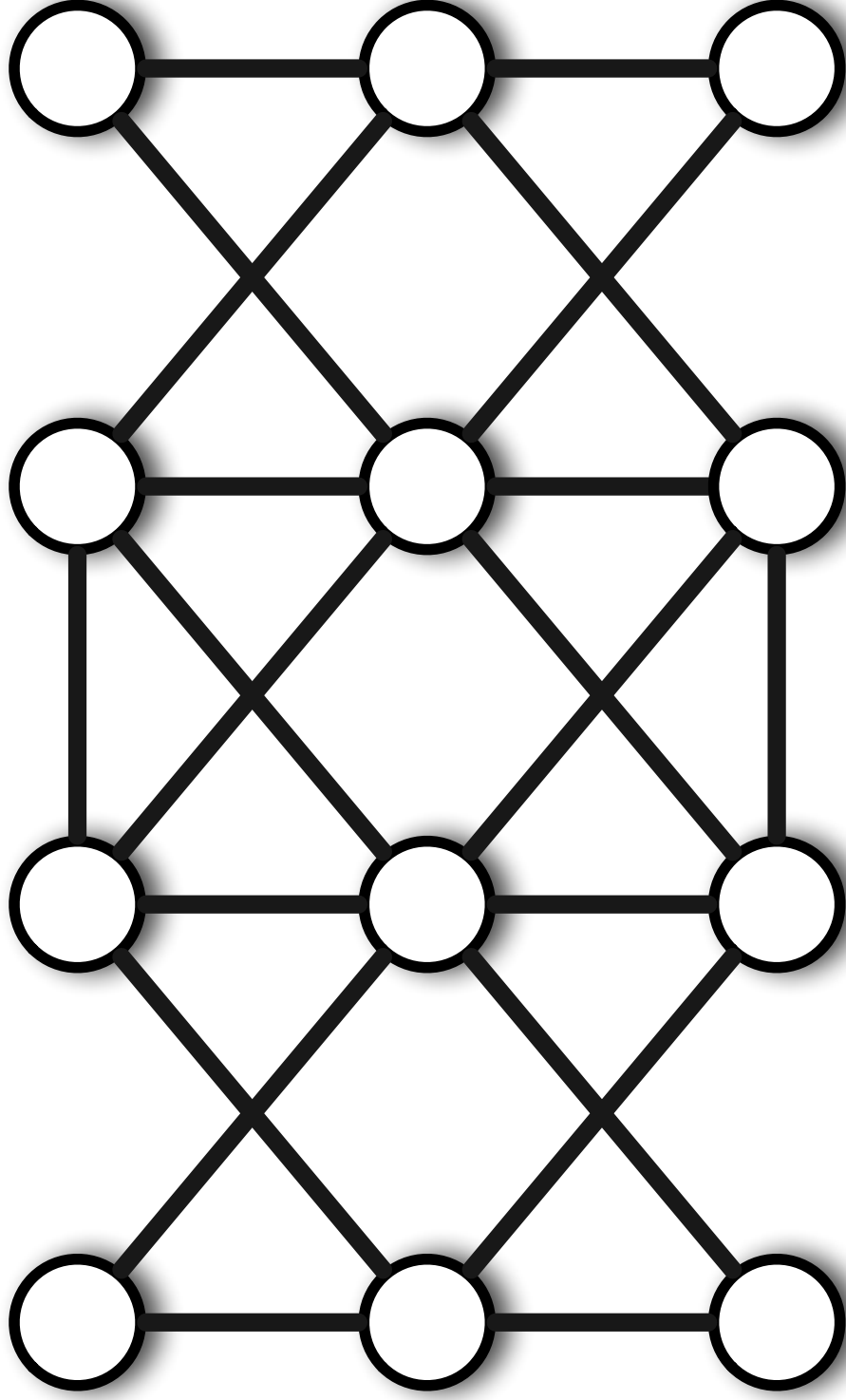
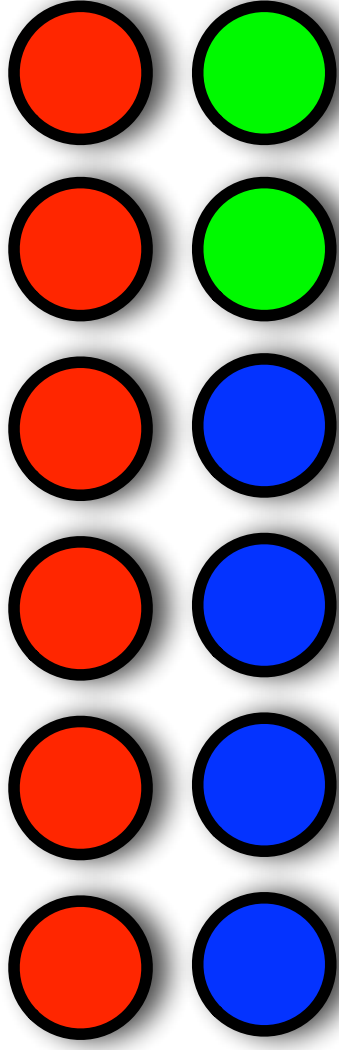
Jeu 28 - Coloration des sommets



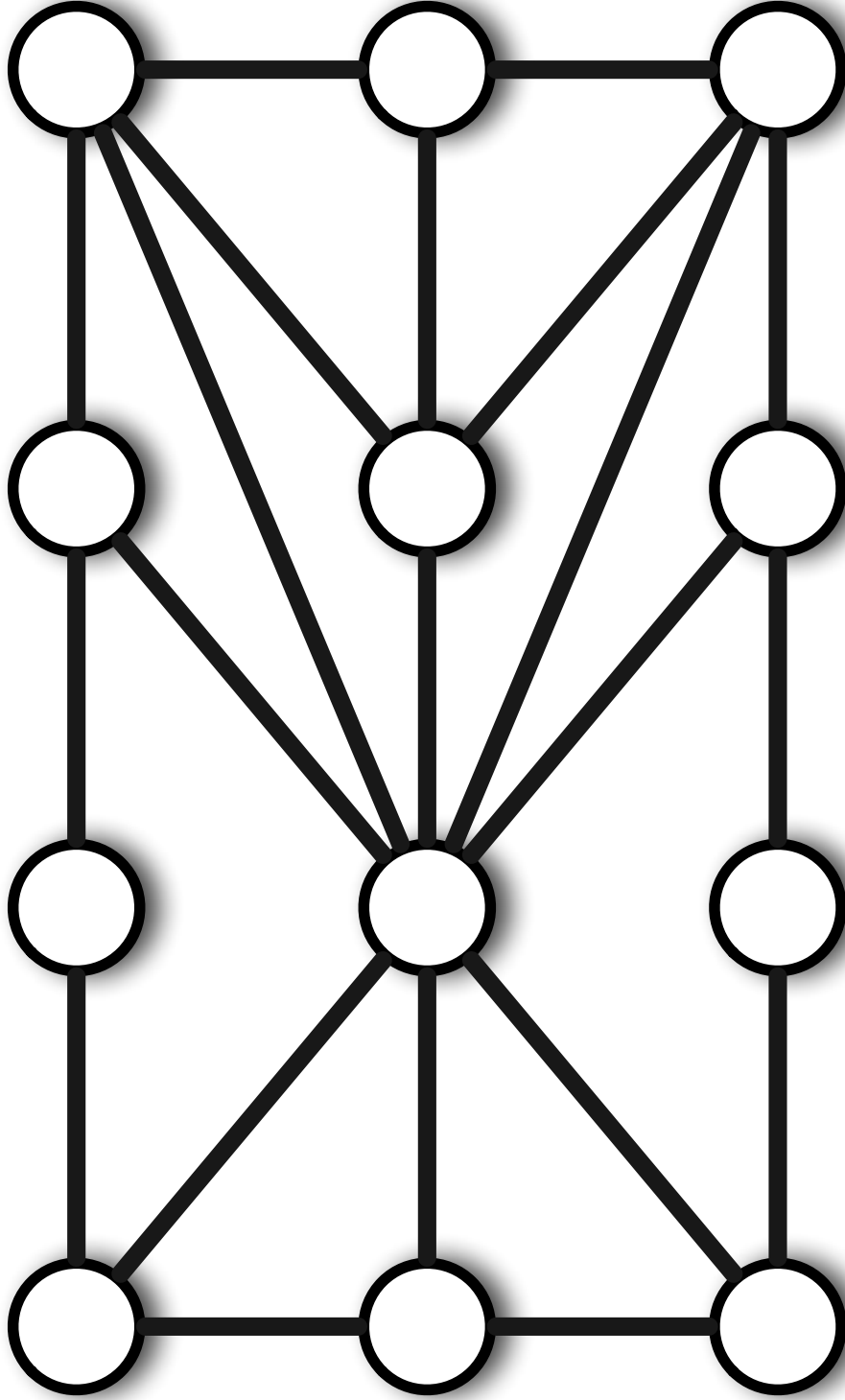
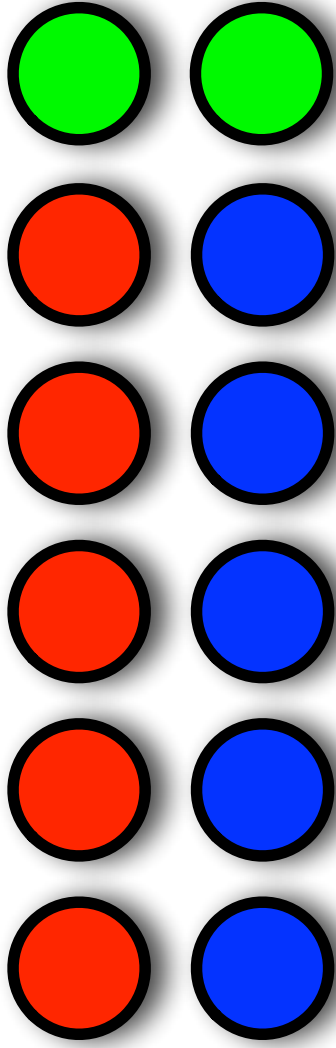
Jeu 29 - Coloration des sommets



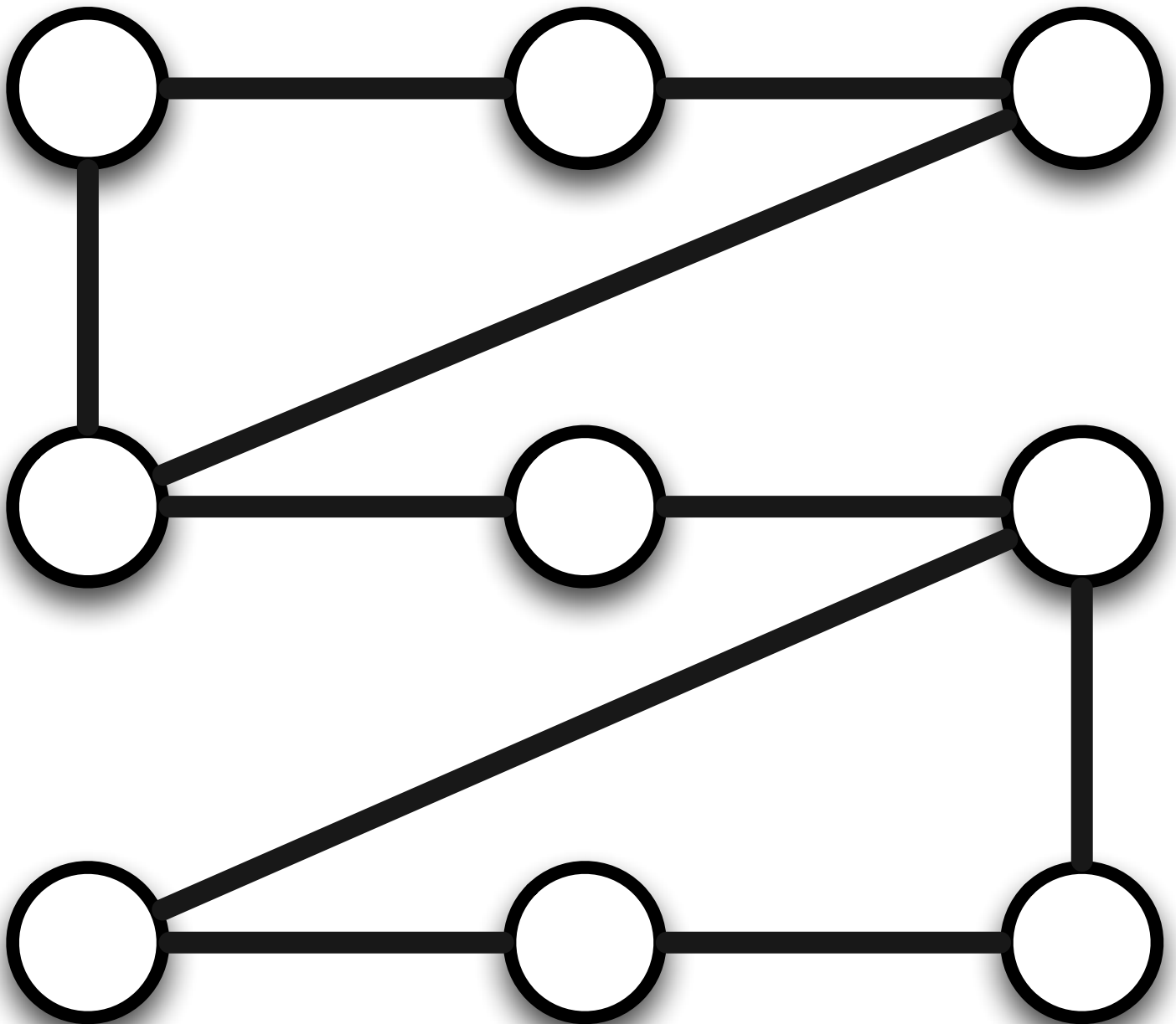
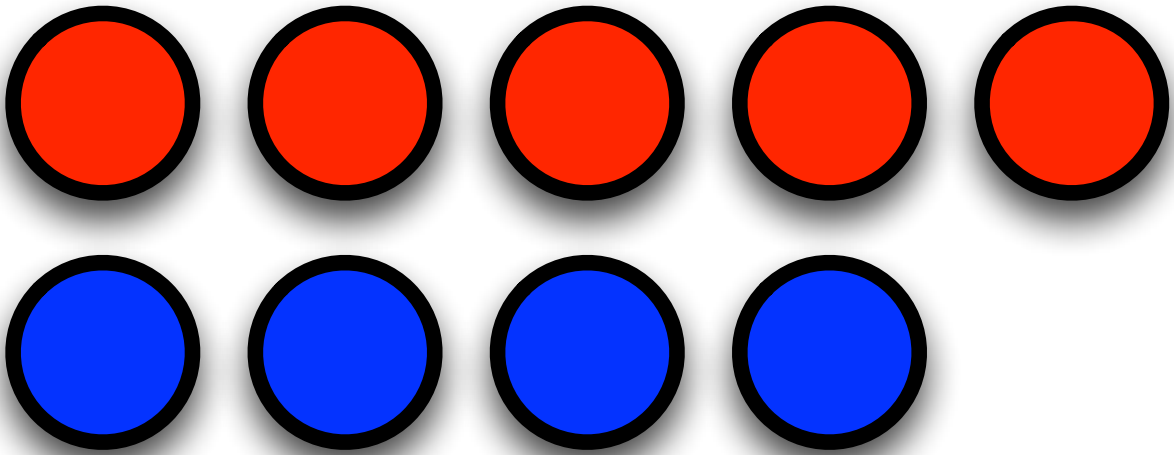
Jeu 30 - Coloration des sommets



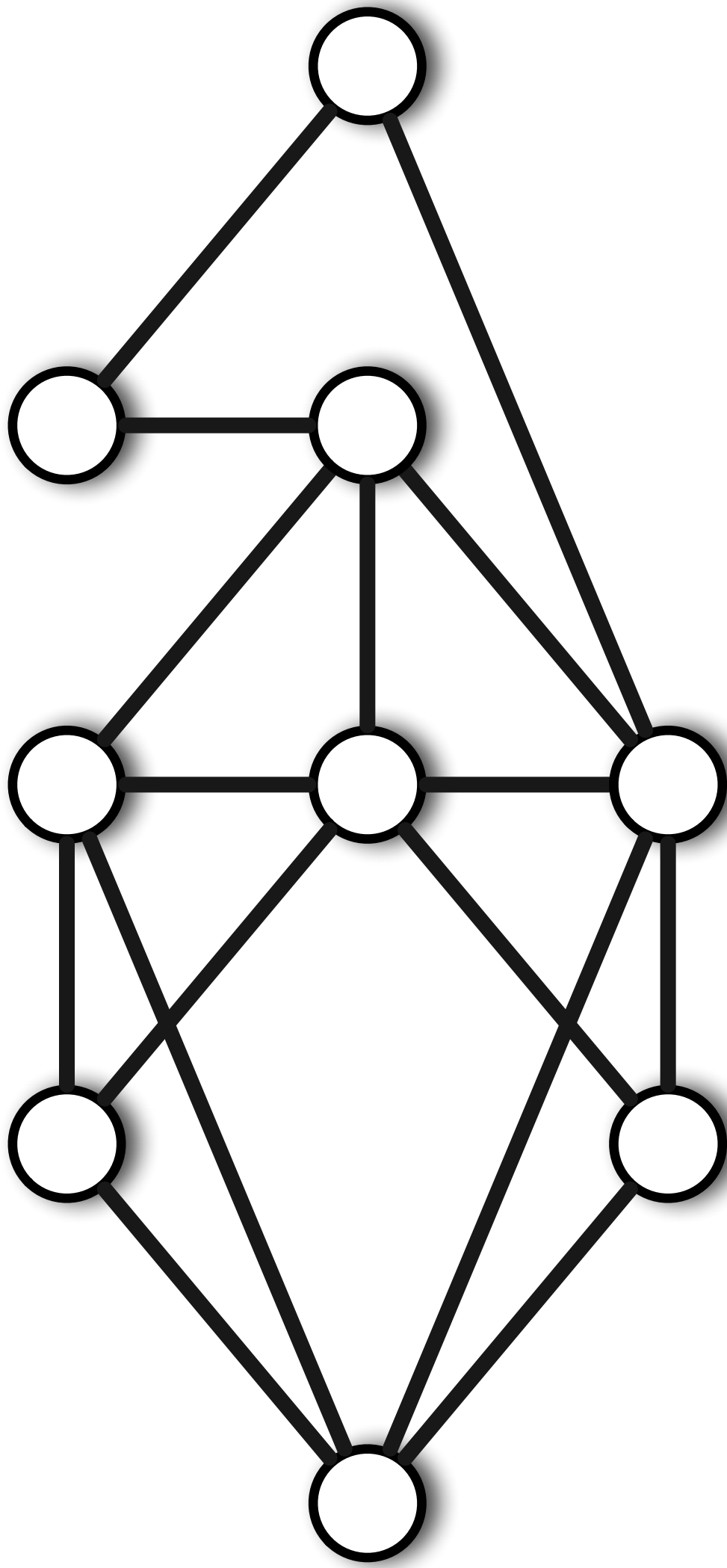
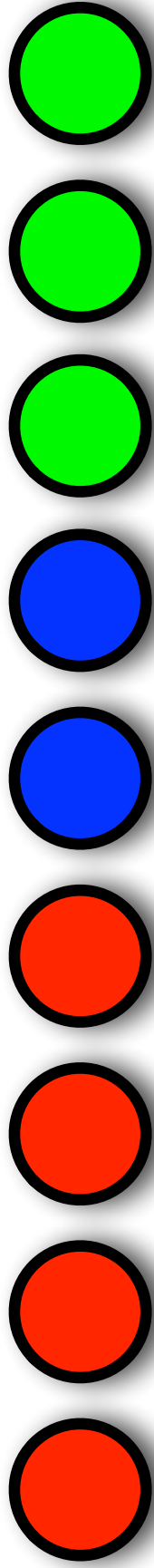
Jeu 32 - Coloration des sommets



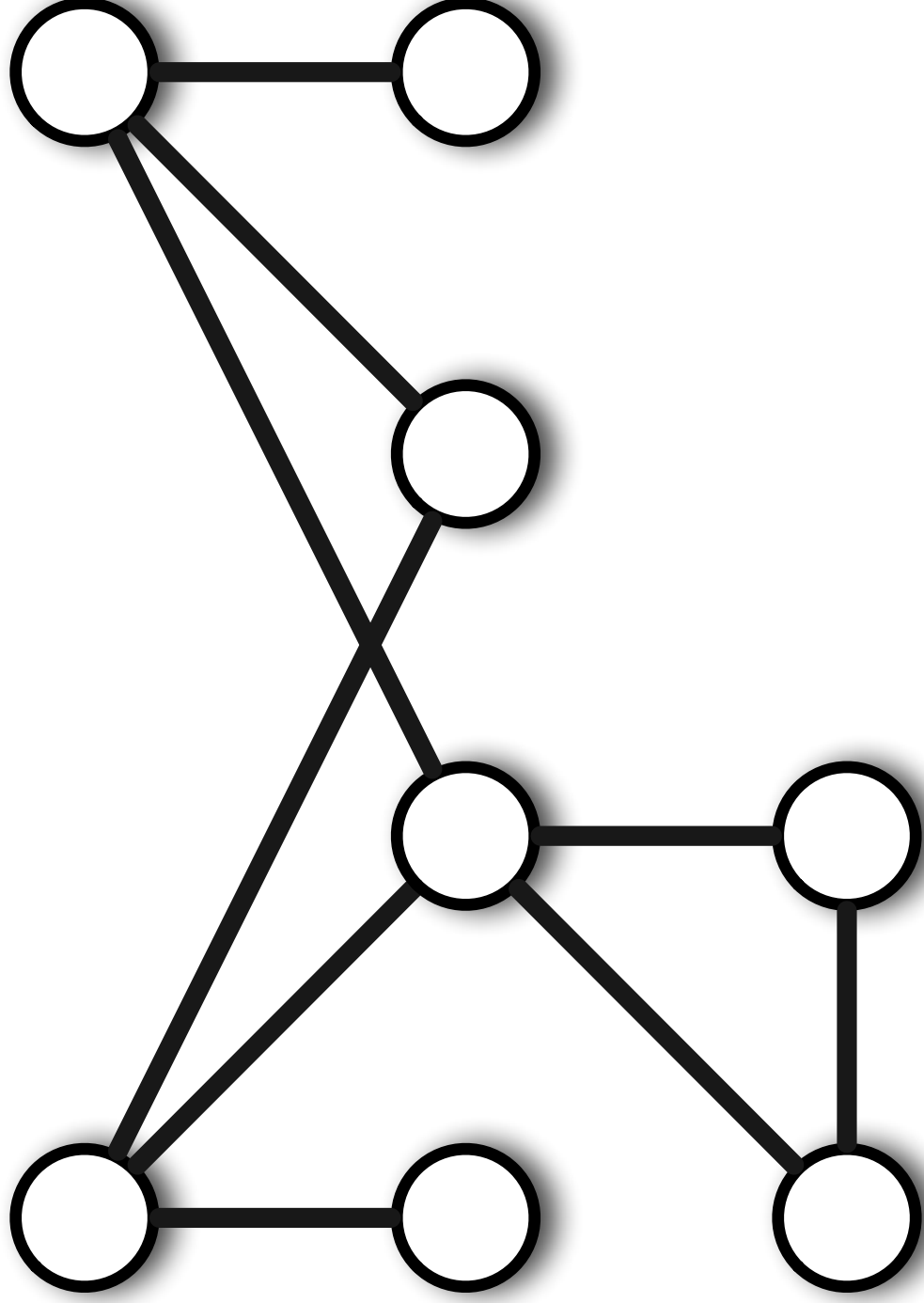
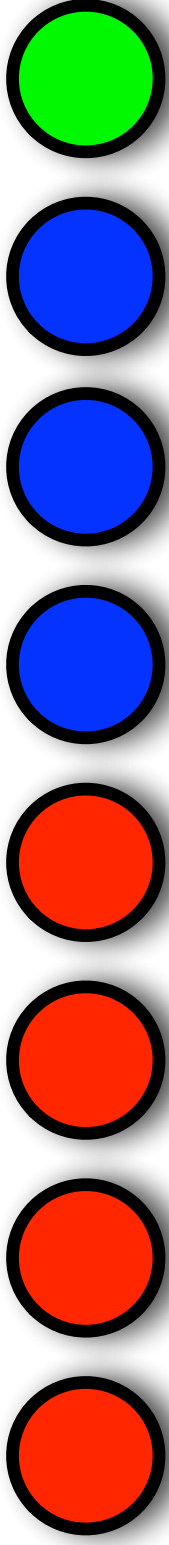
Jeu 33 - Coloration des sommets



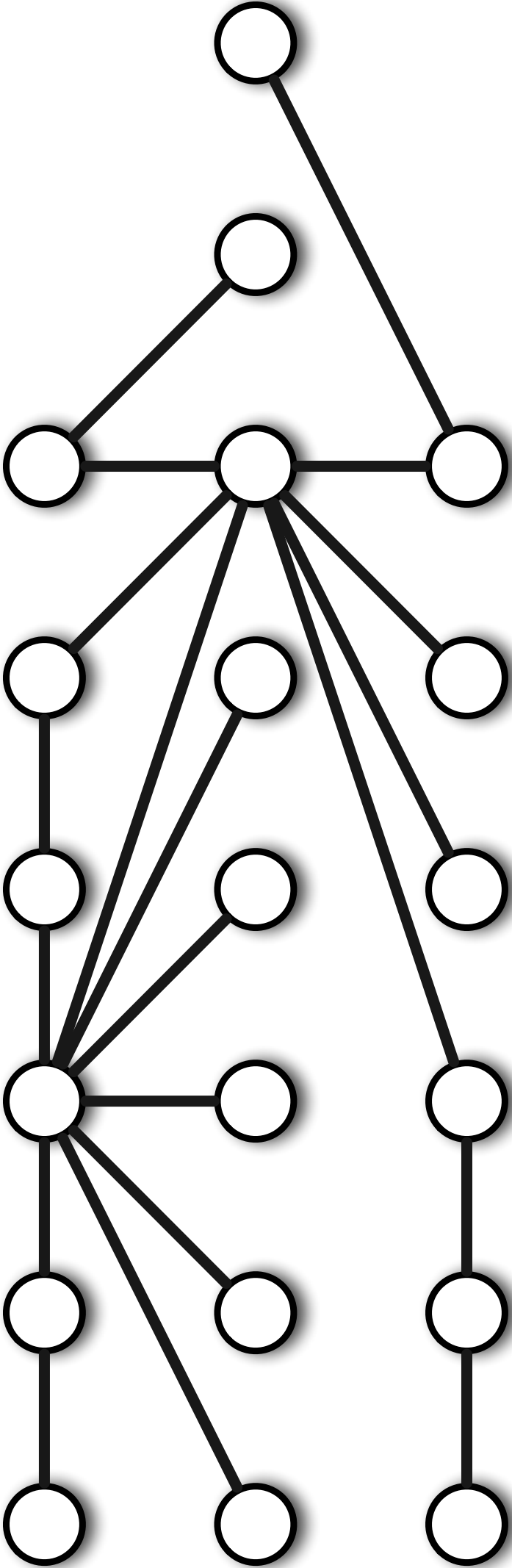
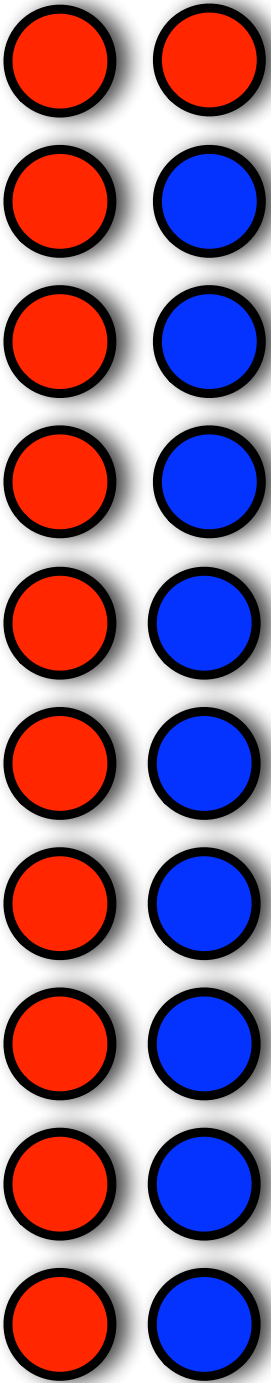
Jeu 34 - Coloration des sommets



Jeu 35 - Coloration des sommets

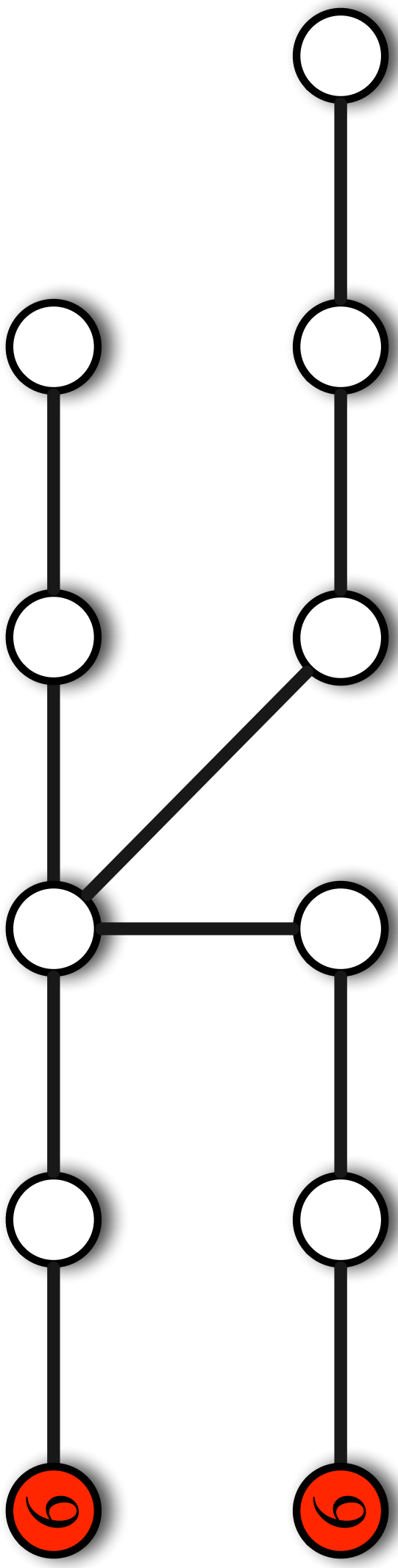


Jeu 36 - Coloration des sommets

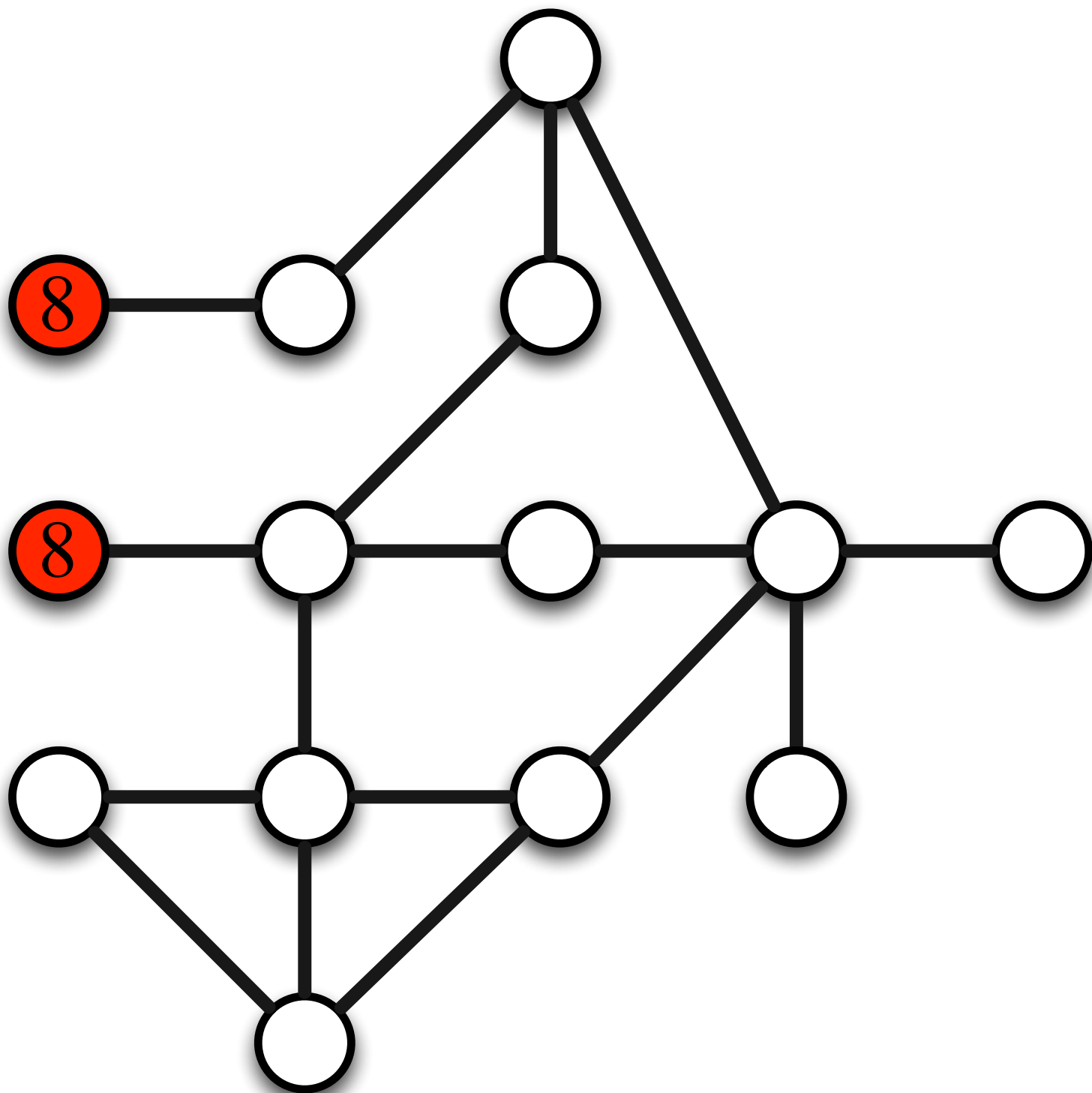


5.2 Parcours dans les graphes

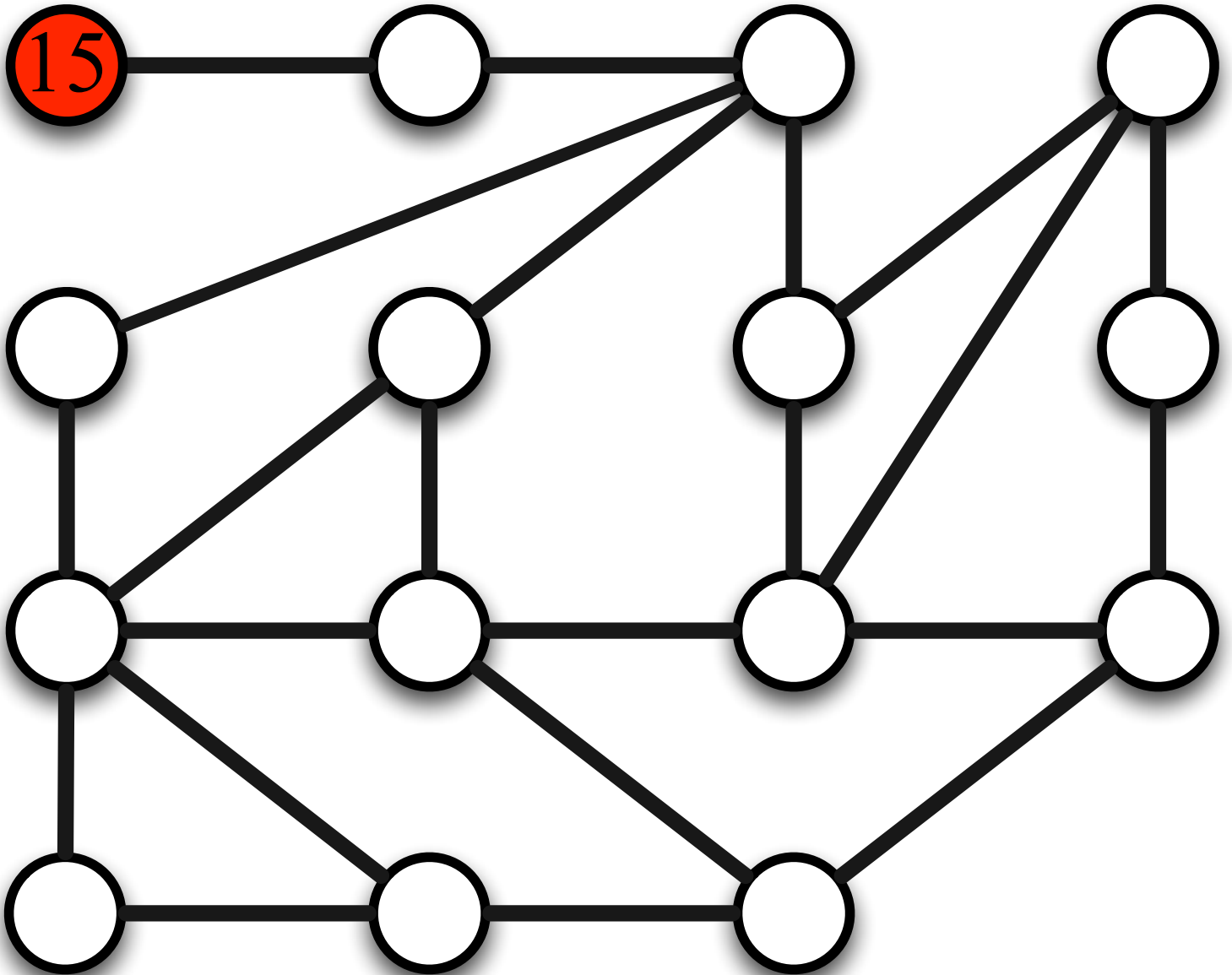
Jeu 1 - Parcours dans les graphes



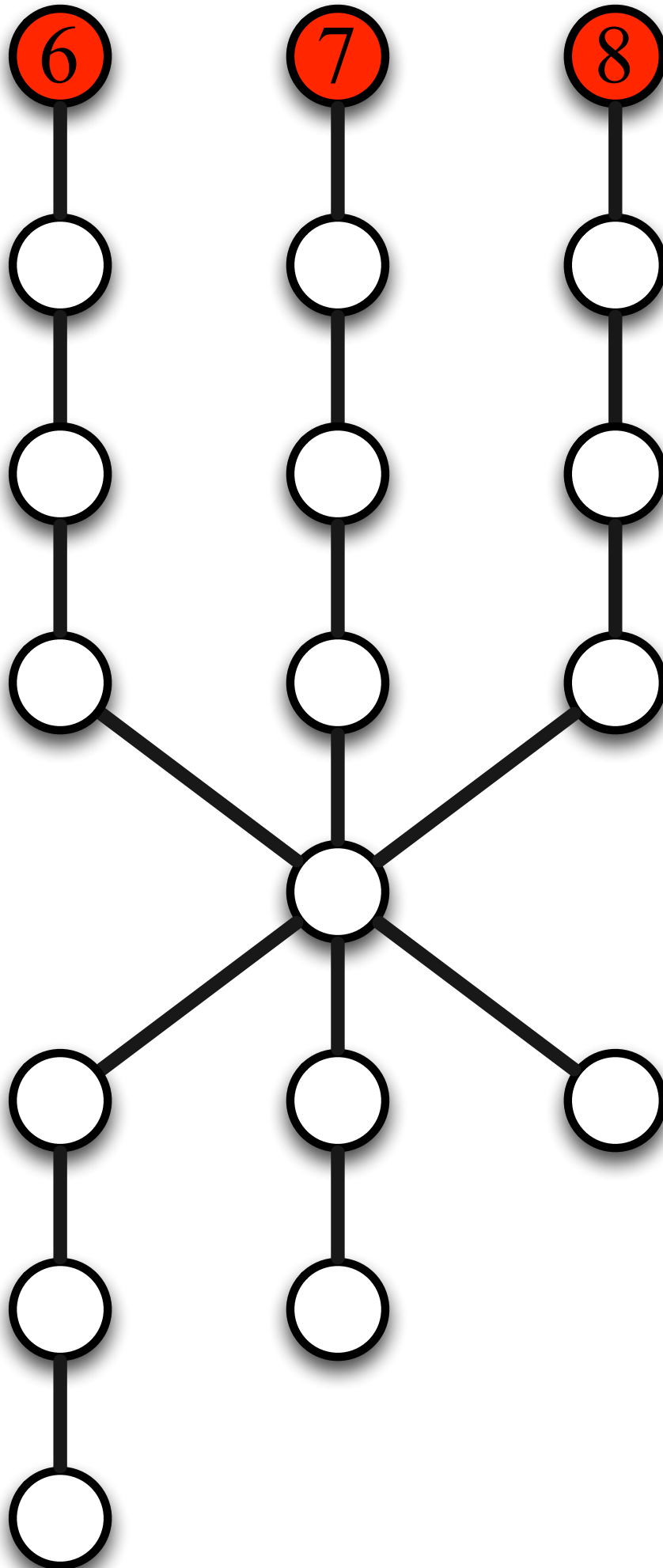
Jeu 2 - Parcours dans les graphes



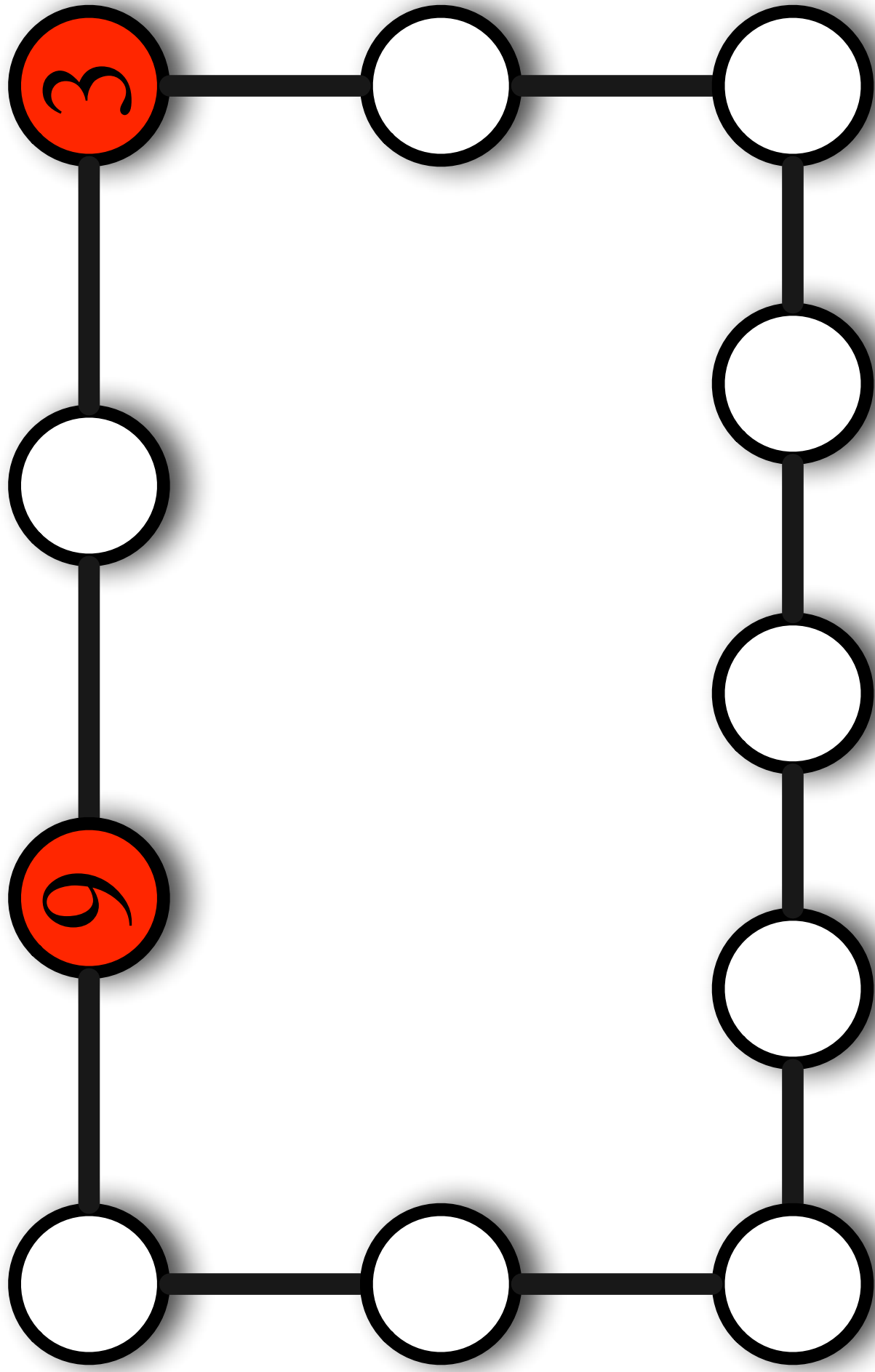
Jeu 3 - Parcours dans les graphes



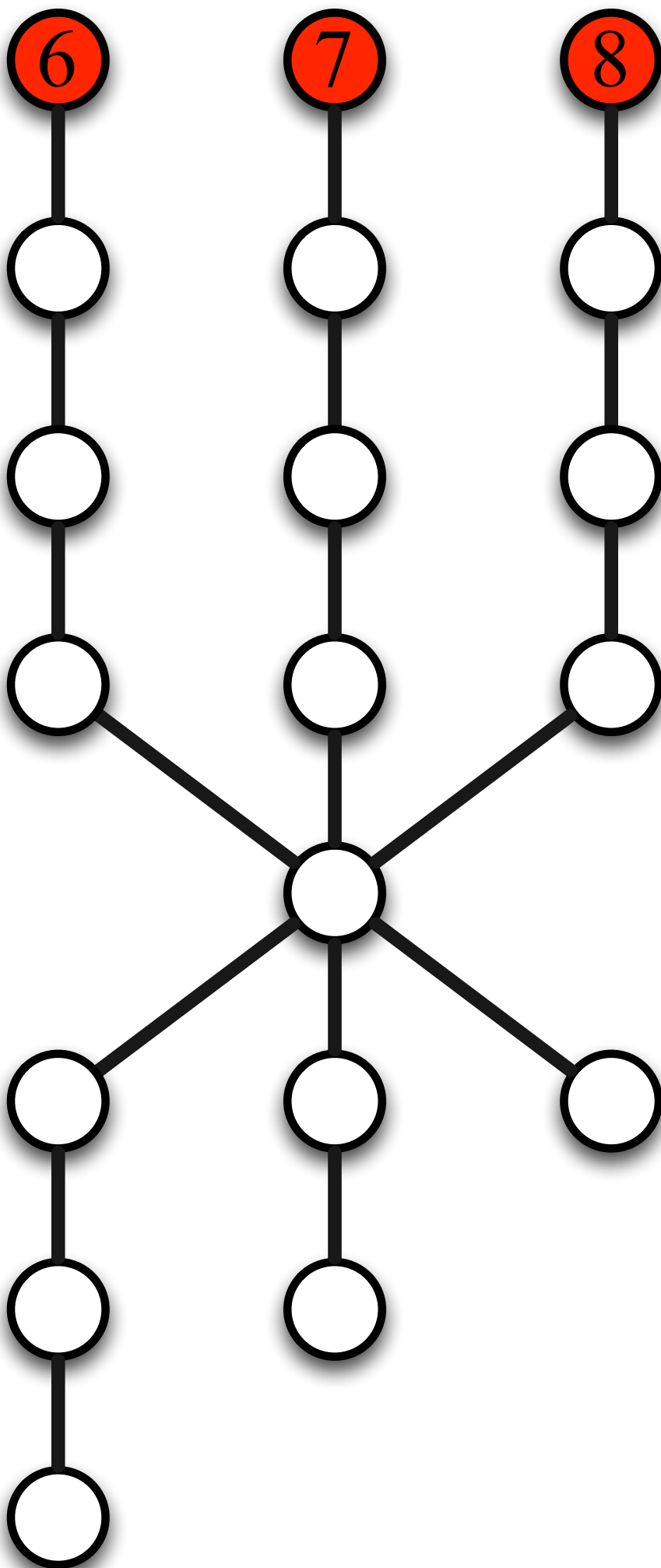
Jeu 4 - Parcours dans les graphes



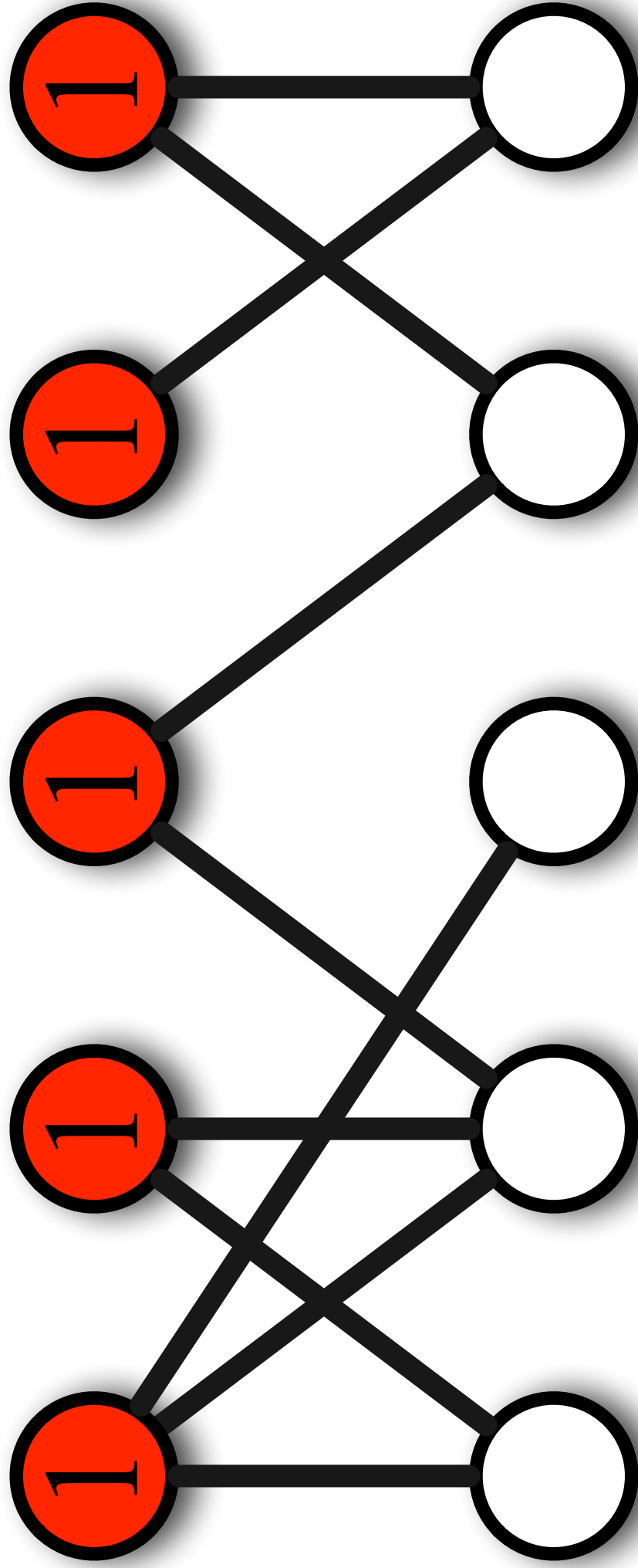
Jeu 5 - Parcours dans les graphes



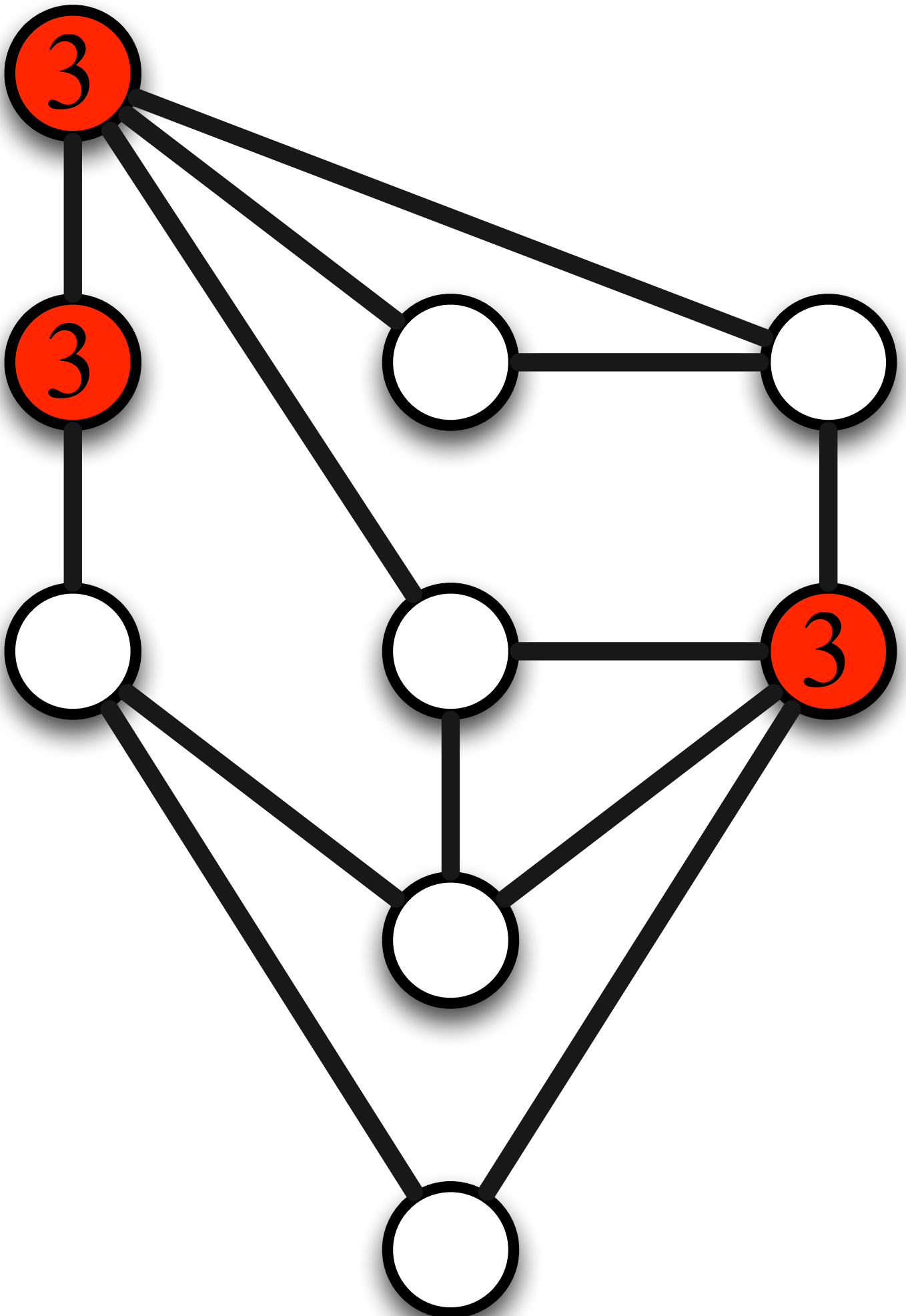
Jeu 6 - Parcours dans les graphes



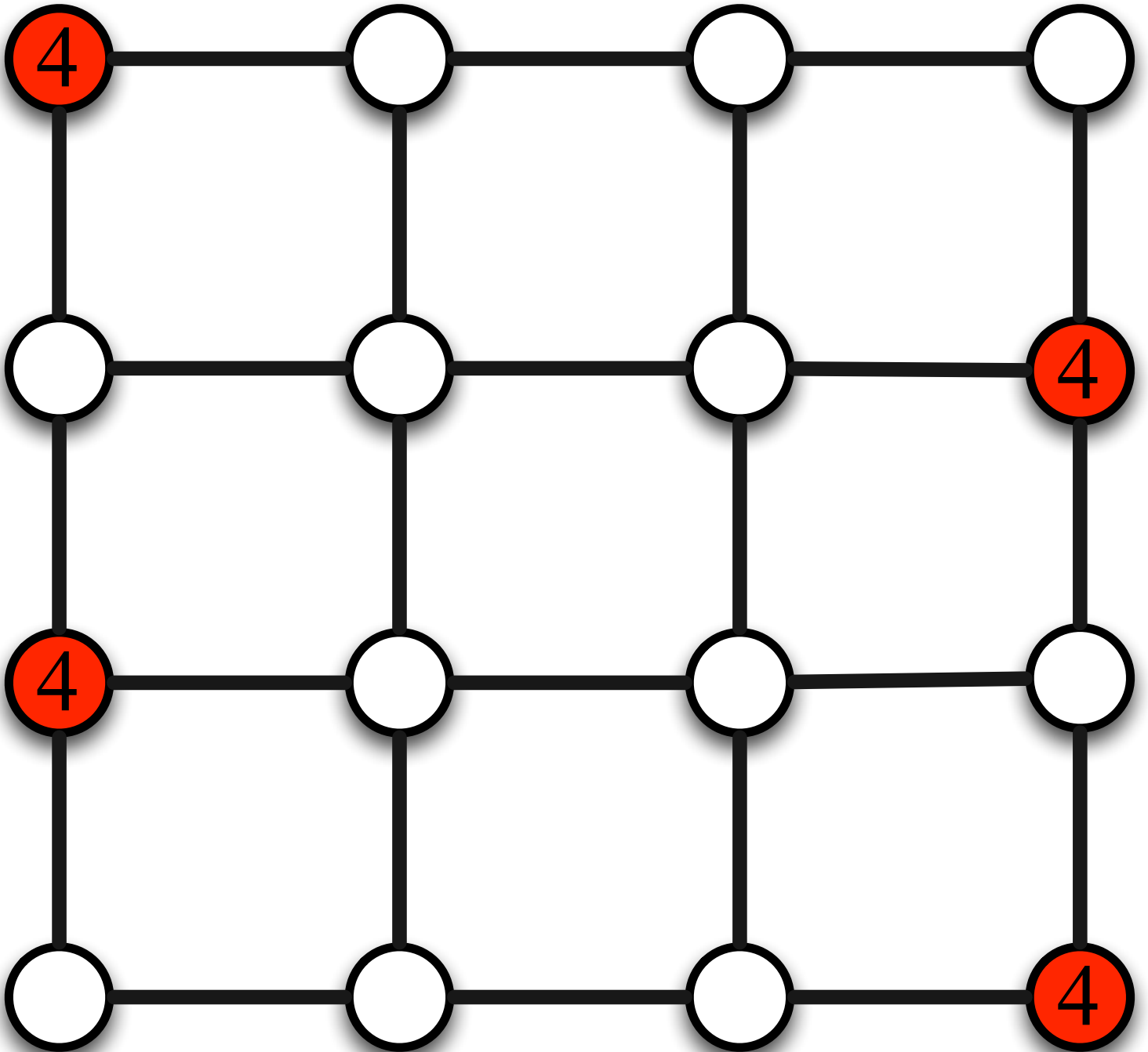
Jeu 7 - Parcours dans les graphes



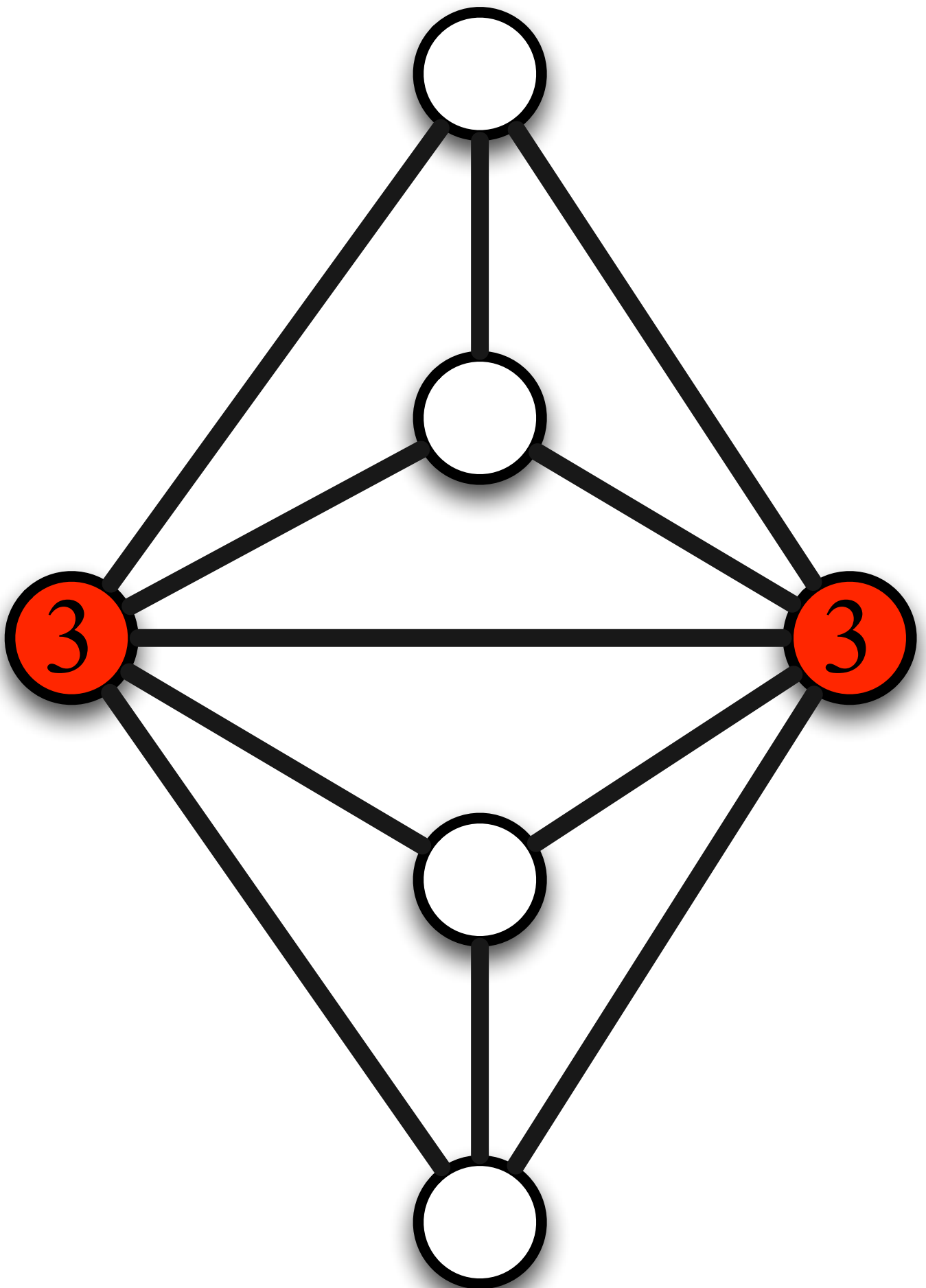
Jeu 8 - Parcours dans les graphes



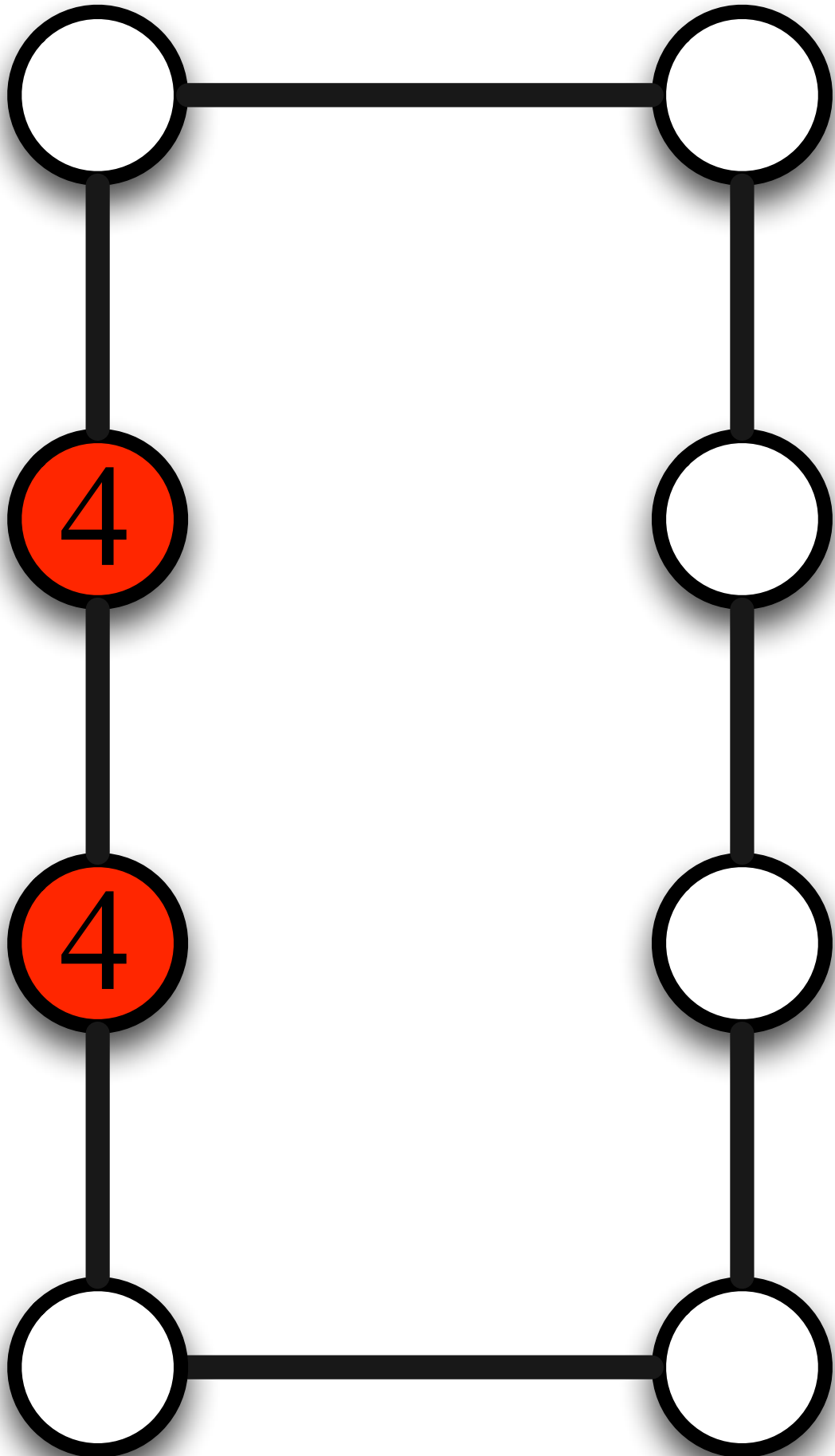
Jeu 9 - Parcours dans les graphes



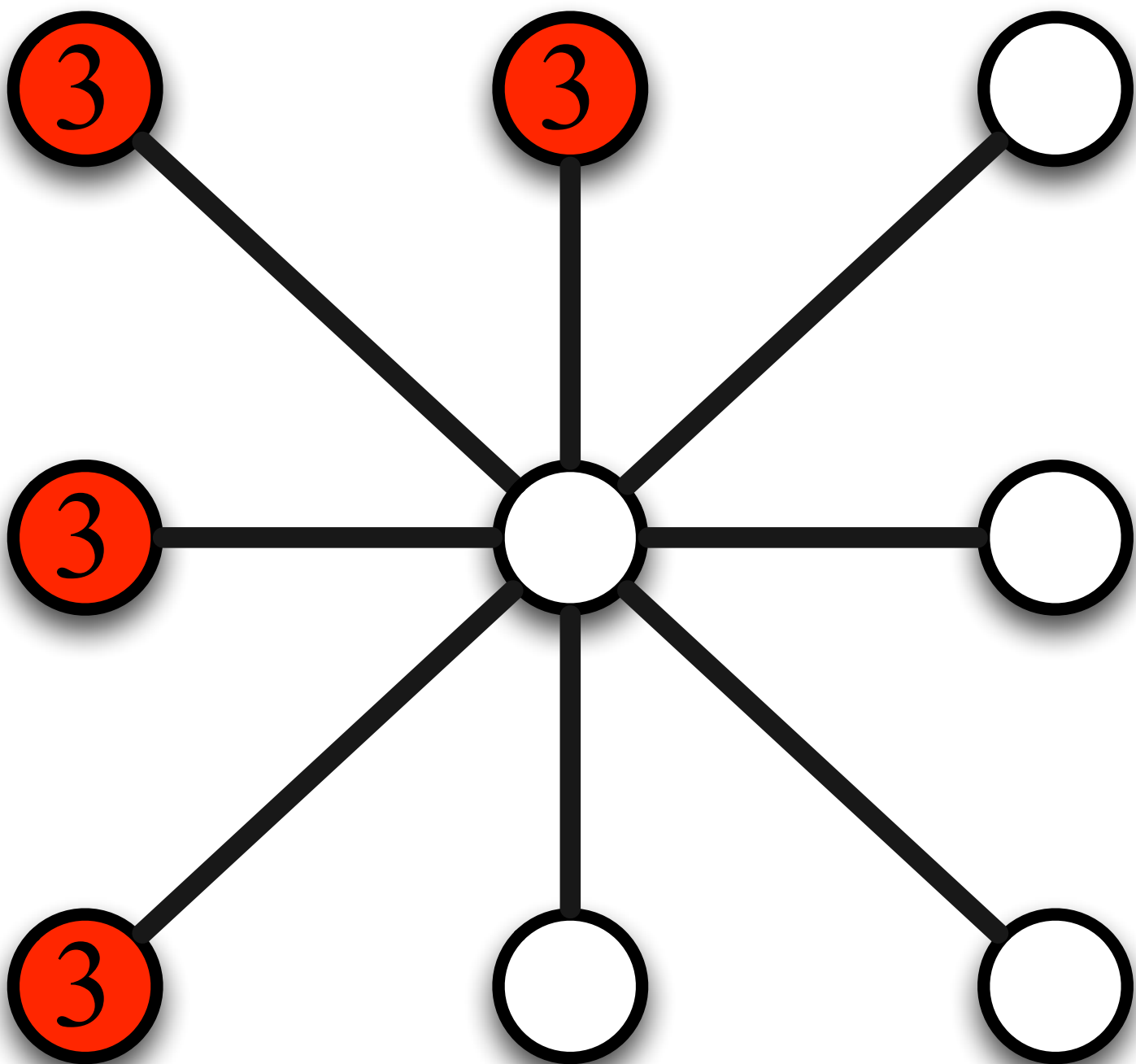
Jeu 10 - Parcours dans les graphes



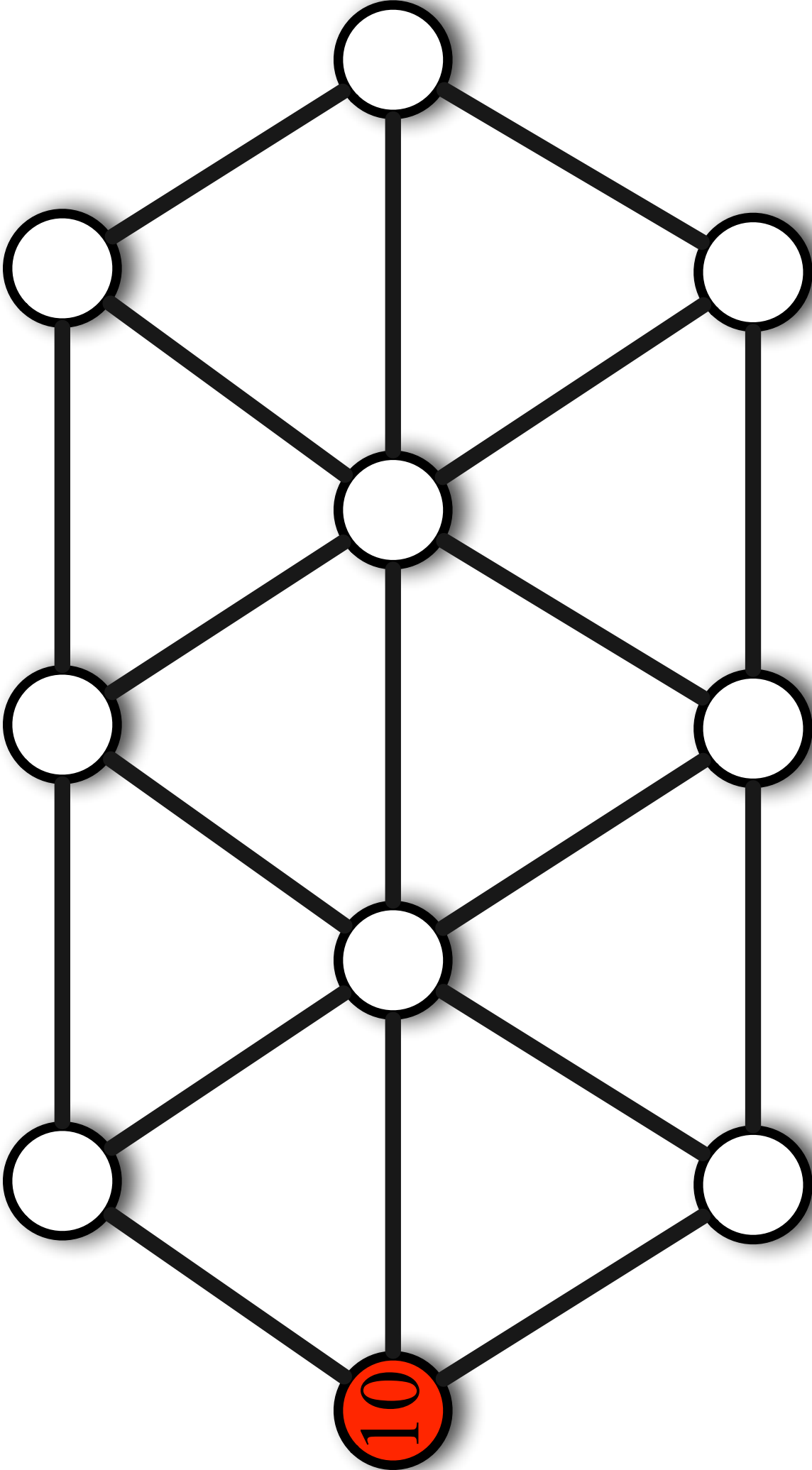
Jeu 11 - Parcours dans les graphes



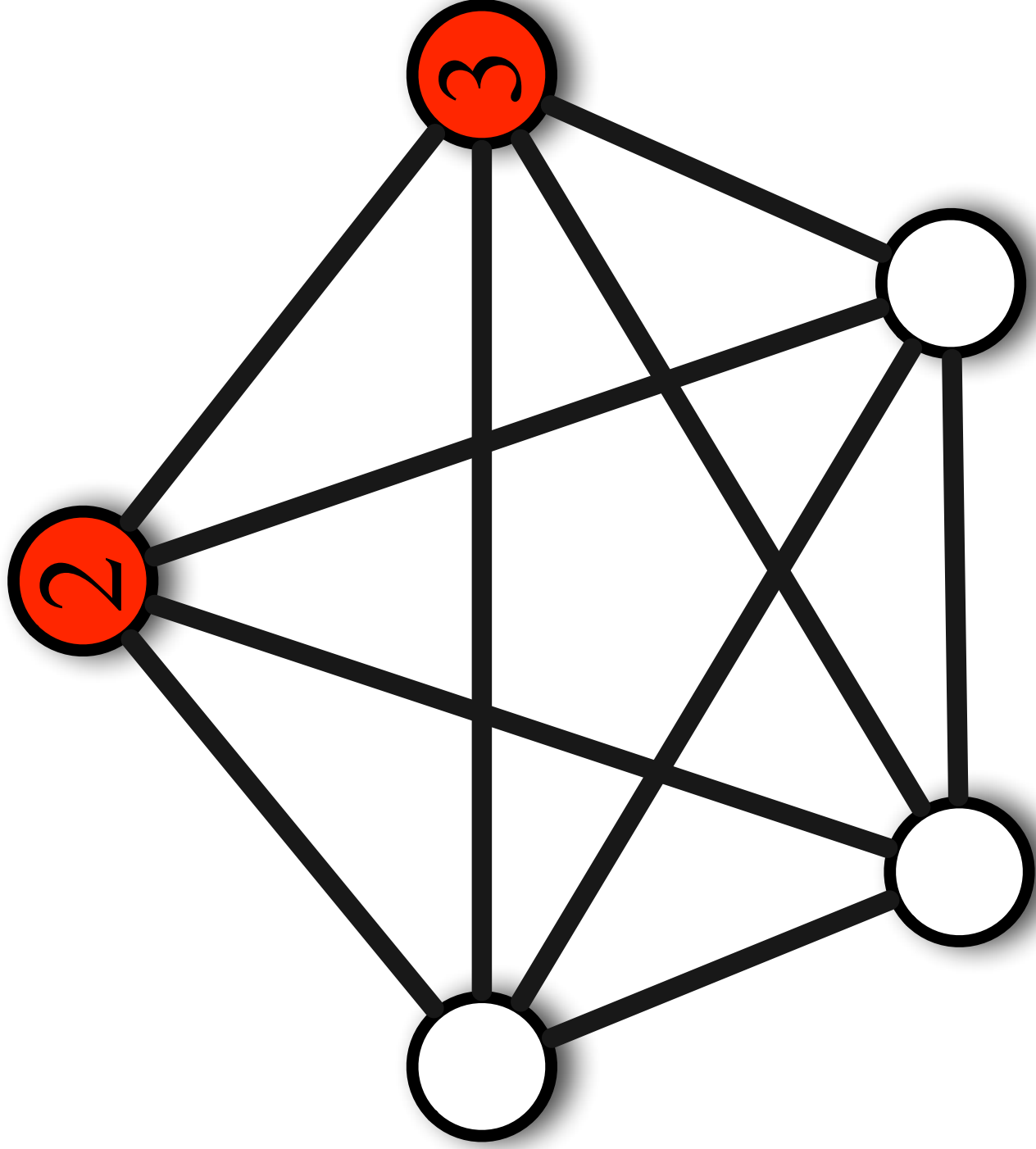
Jeu 12 - Parcours dans les graphes



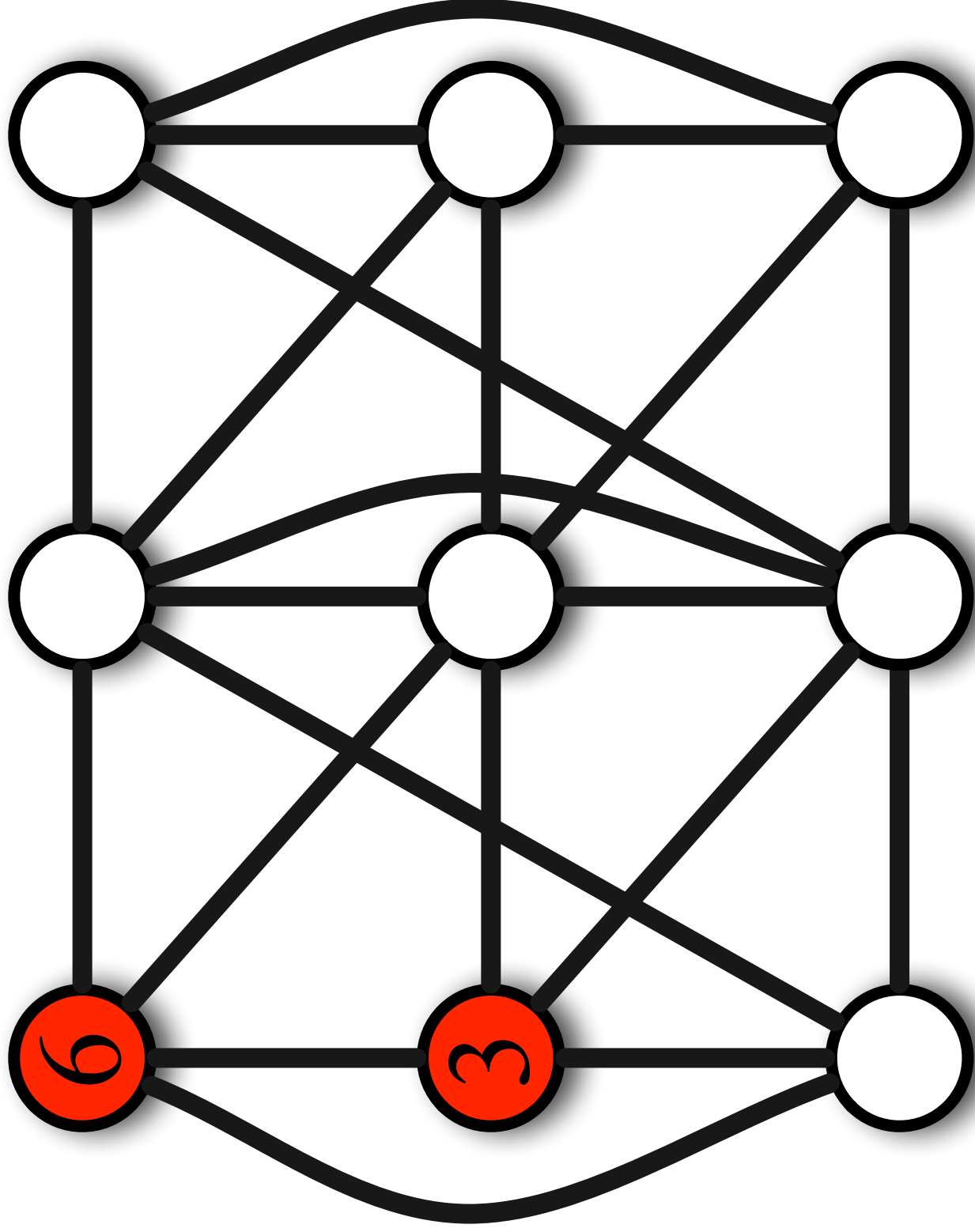
Jeu 13 - Parcours dans les graphes



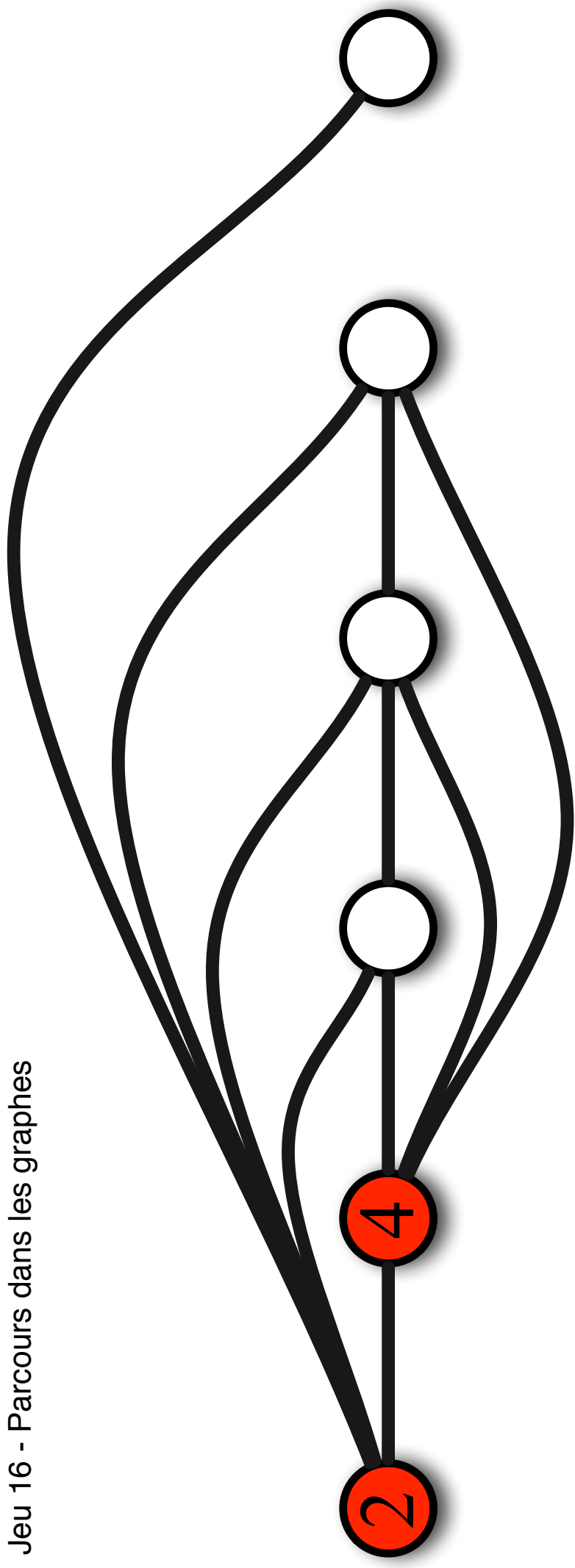
Jeu 14 - Parcours dans les graphes



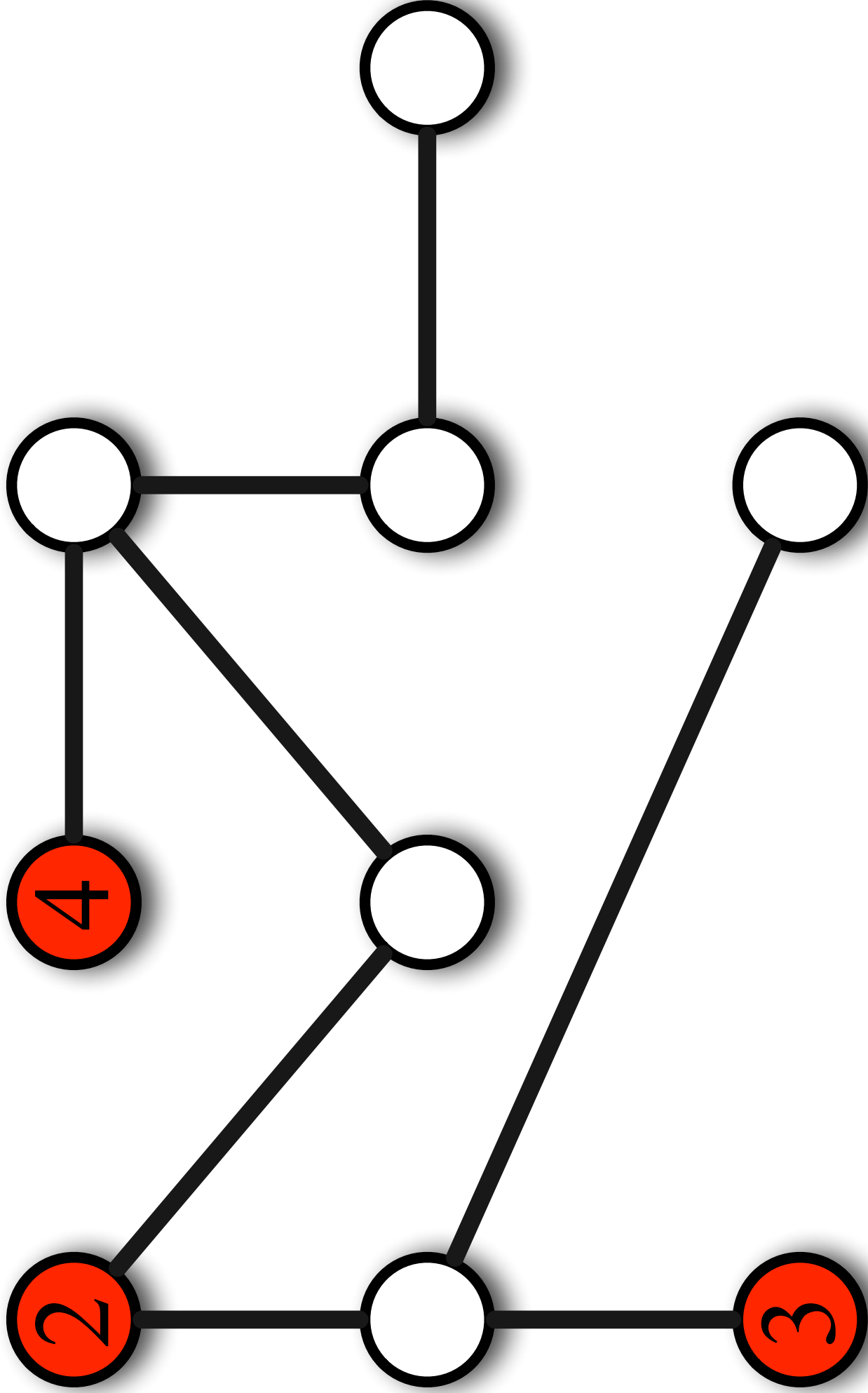
Jeu 15 - Parcours dans les graphes



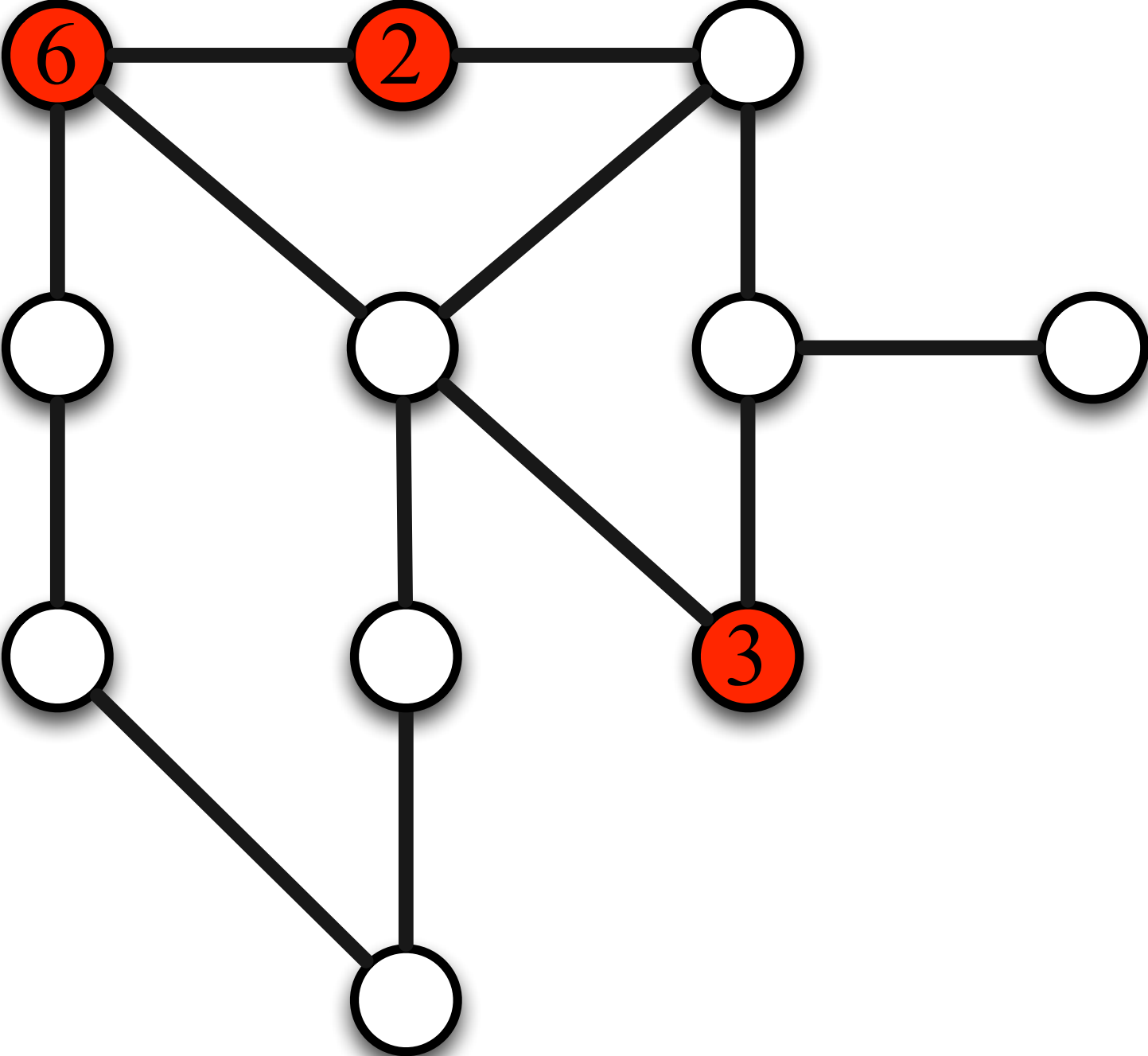
Jeu 16 - Parcours dans les graphes



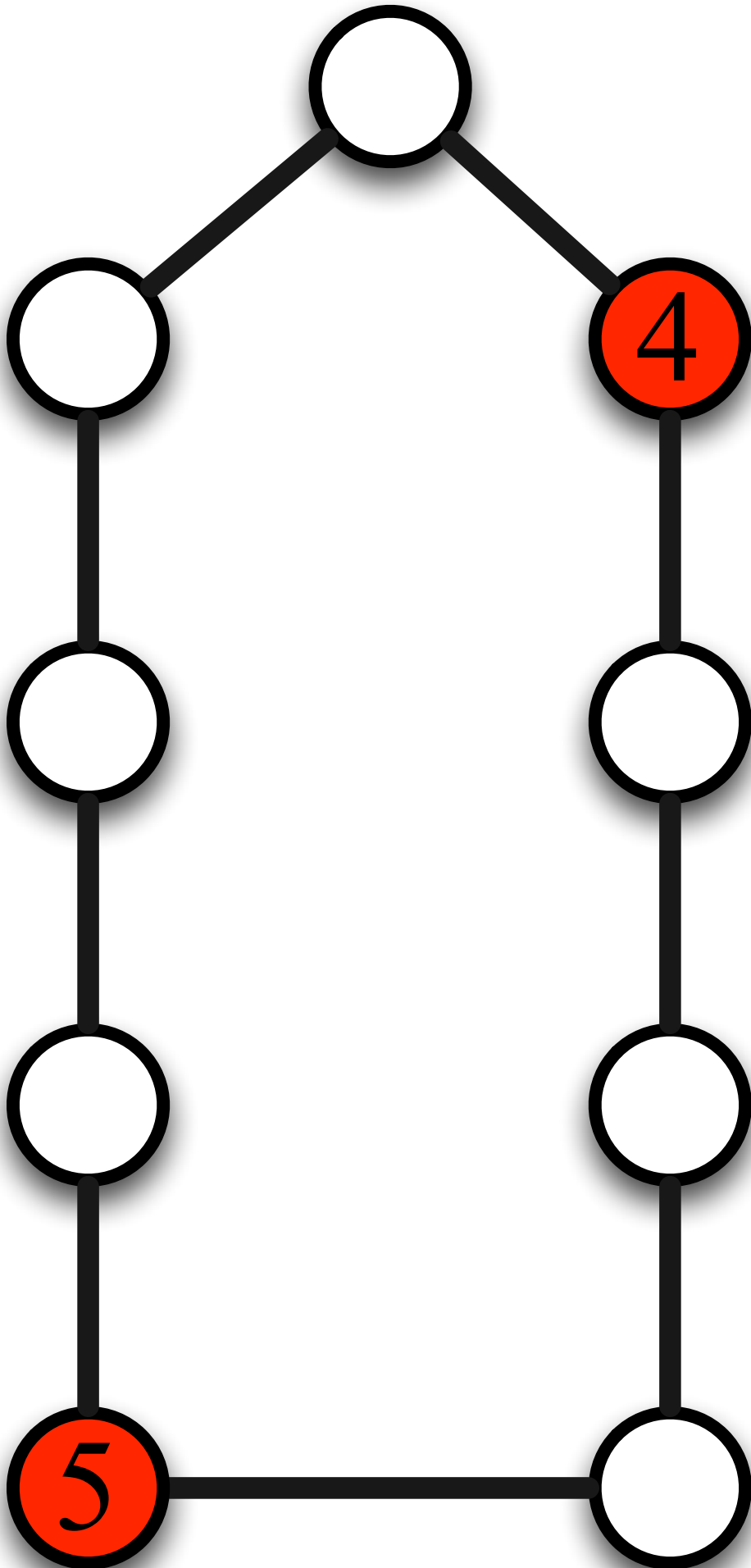
Jeu 17 - Parcours dans les graphes



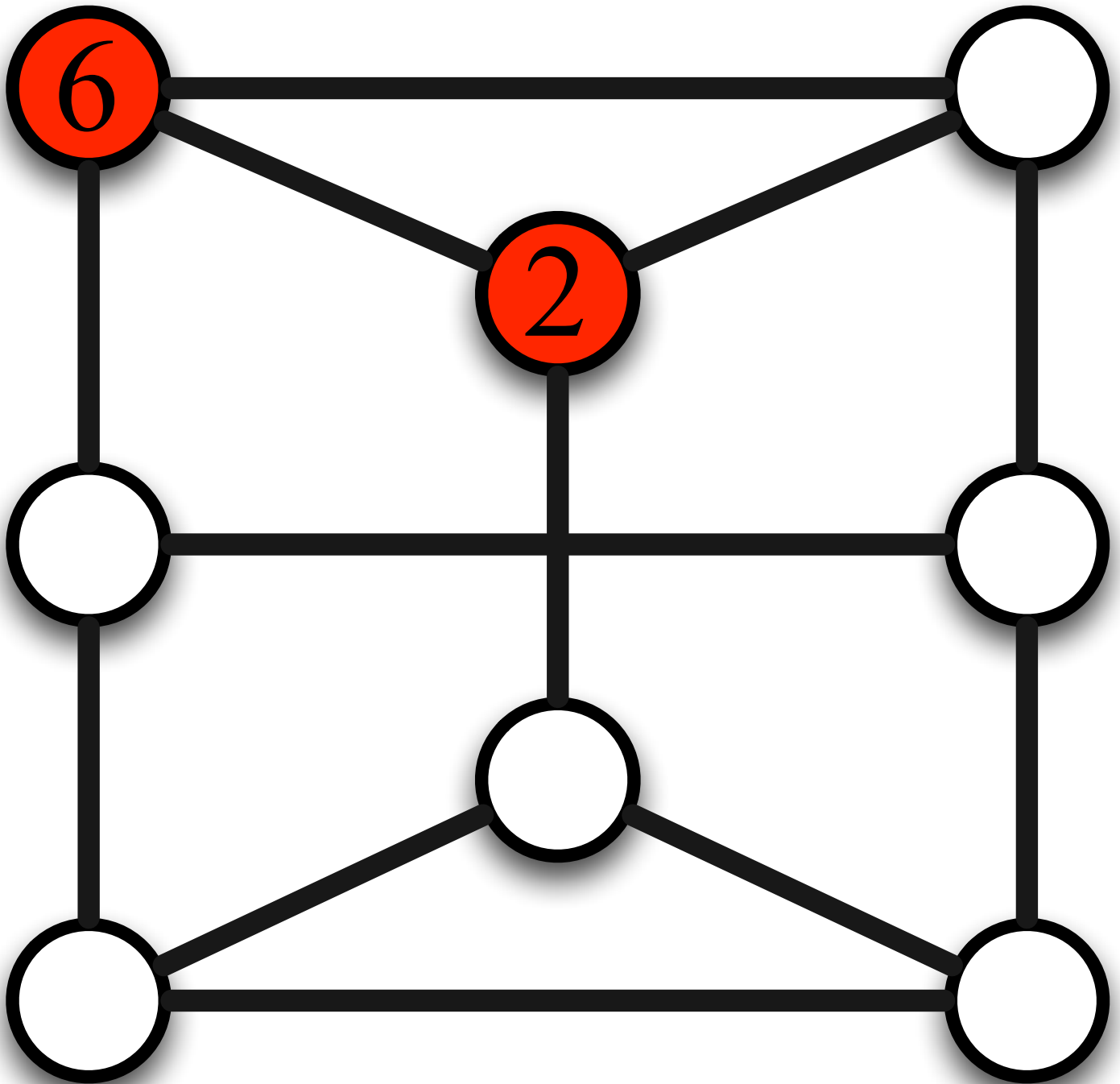
Jeu 18 - Parcours dans les graphes



Jeu 19 - Parcours dans les graphes

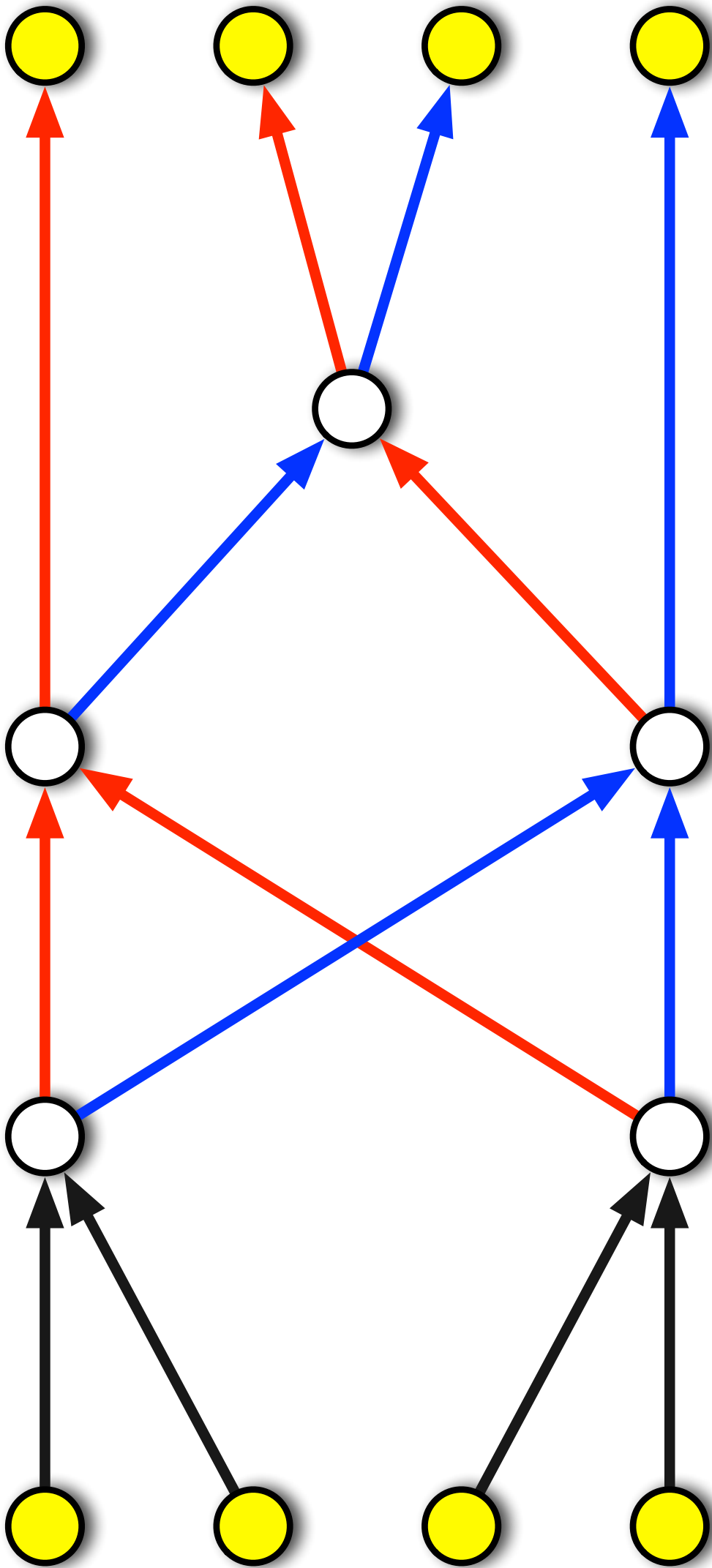


Jeu 21 - Parcours dans les graphes

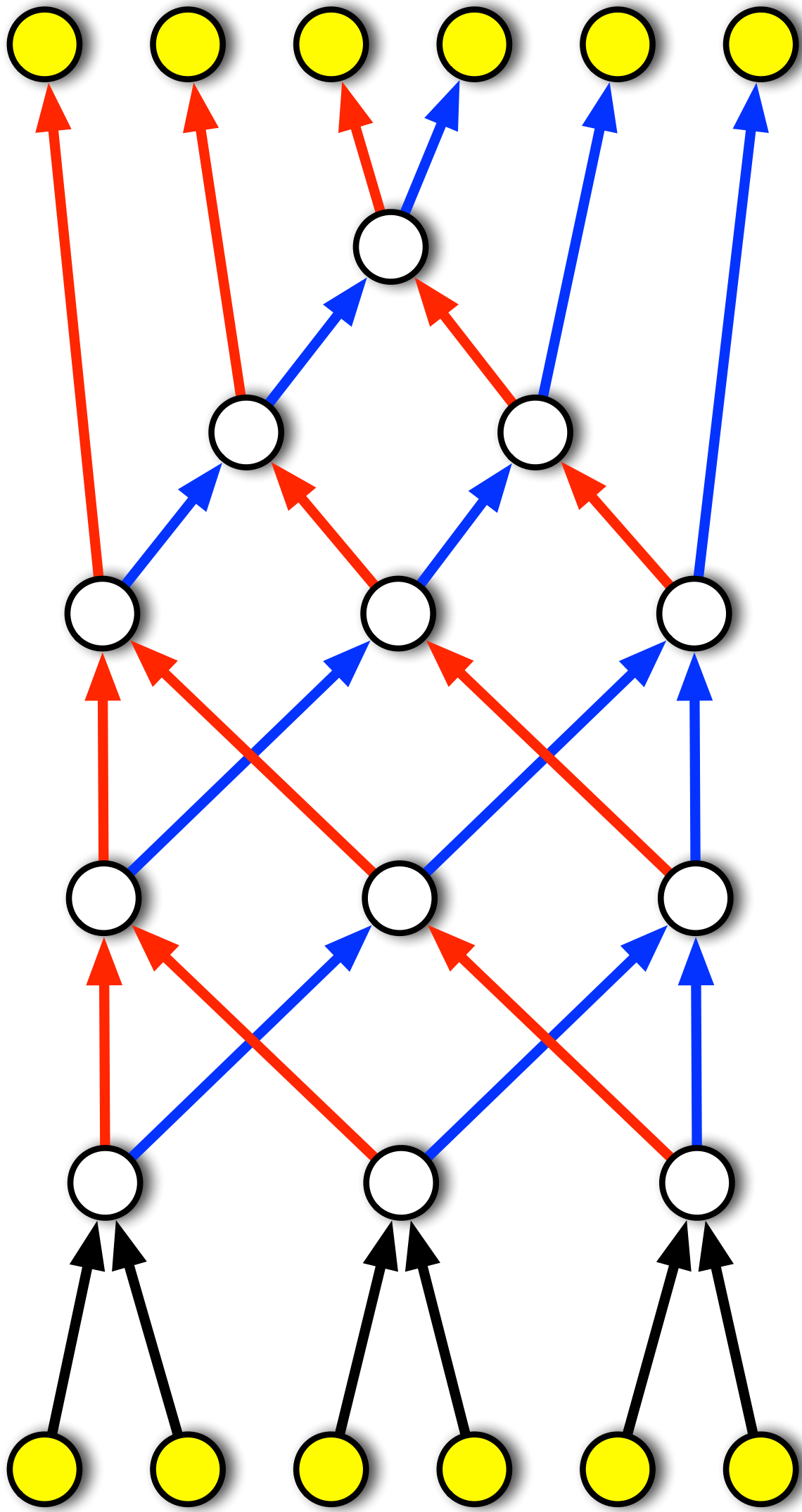


5.3 Trions !

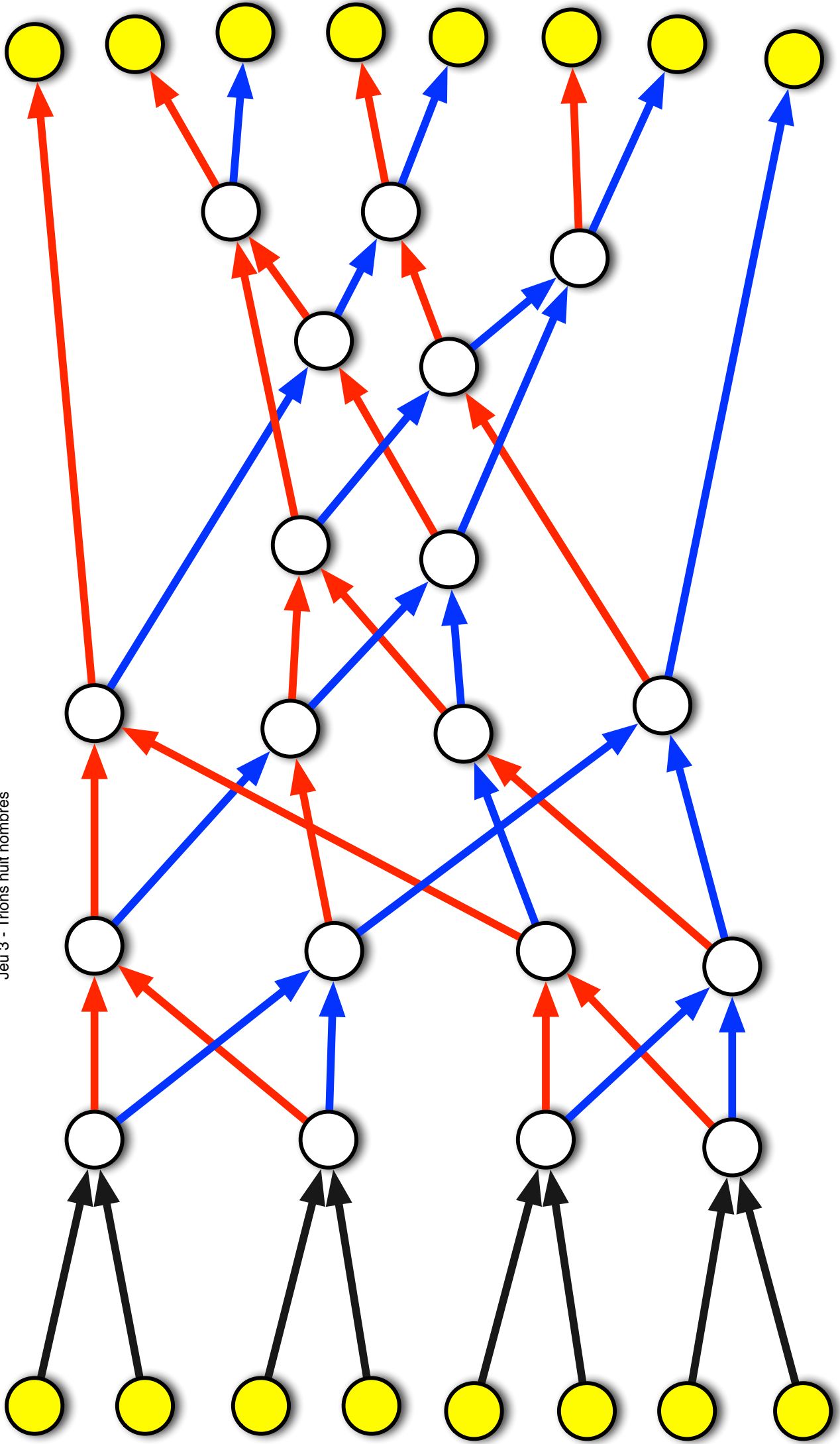
Jeu 1 - Trions quatre nombres

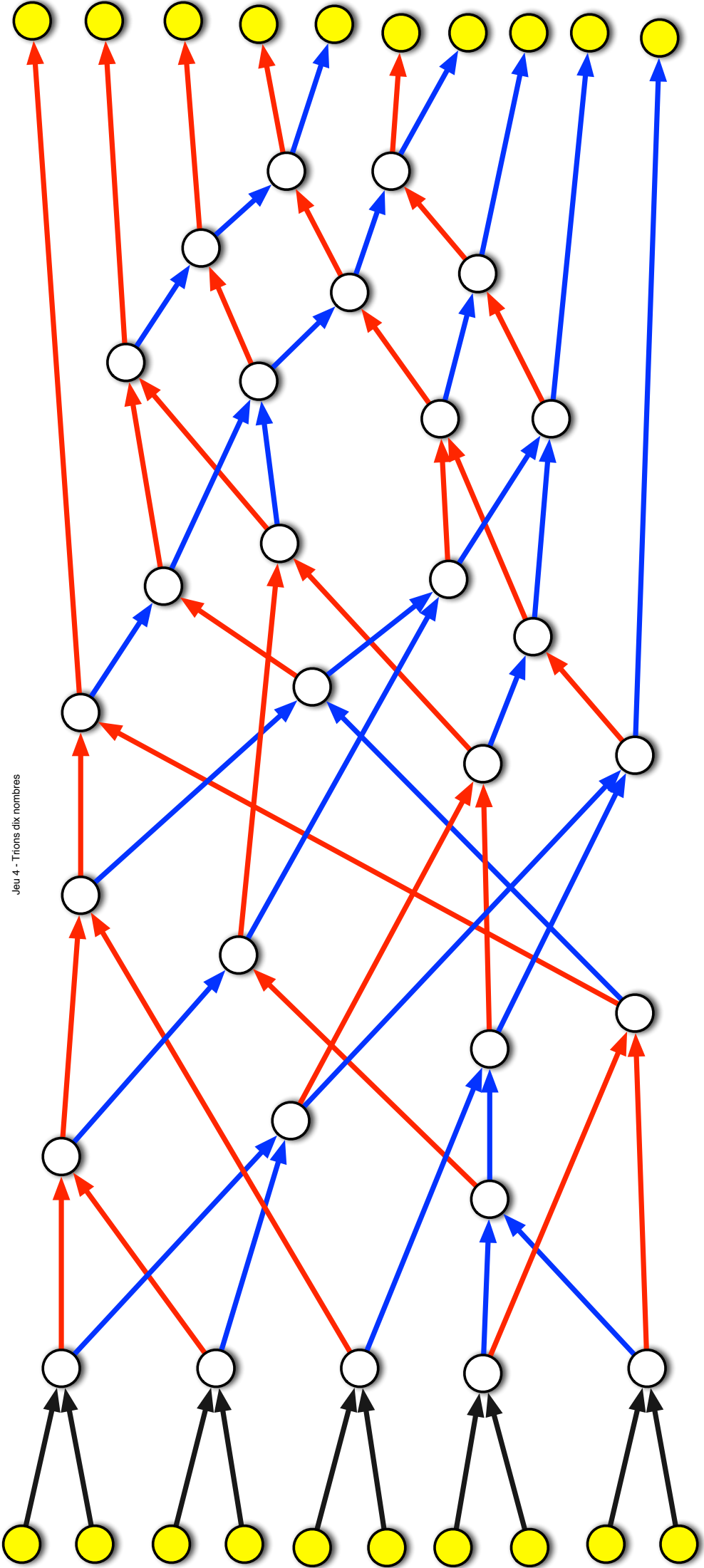


Jeu 2 - Trions six nombres



Jeu 3 - Trions huit nombres





Jeu 4 - Trions dix nombres