



**HAL**  
open science

# Élection d'un chemin dans un réseau : étude de la manipulabilité

François Durand, Fabien Mathieu, Ludovic Noirie

► **To cite this version:**

François Durand, Fabien Mathieu, Ludovic Noirie. Élection d'un chemin dans un réseau : étude de la manipulabilité. ALGOTEL 2014 – 16èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications, Jun 2014, Le Bois-Plage-en-Ré, France. pp.1-4. hal-00986050

**HAL Id: hal-00986050**

**<https://inria.hal.science/hal-00986050v1>**

Submitted on 30 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Élection d'un chemin dans un réseau : étude de la manipulabilité<sup>†</sup>

François Durand<sup>1</sup>, Fabien Mathieu<sup>2</sup> et Ludovic Noirie<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Inria

<sup>2</sup>Alcatel-Lucent Bell Labs France

---

Internet est devenu un écosystème économique où interviennent de nombreux acteurs concurrents. Pour les décisions faisant intervenir plusieurs acteurs, il faut un mécanisme équitable qui évite si possible la manipulation du processus de prise de décision par certains. Dans cet article, nous illustrons comment les systèmes de vote peuvent être appliqués sur le cas du choix d'un chemin dans le réseau qui fait intervenir plusieurs opérateurs, et nous montrons que le choix du système de vote a un fort impact sur la manipulabilité du résultat et l'efficacité globale du processus de décision.

Une version étendue de cet article a été publiée à ICQT 2013 [DMN13].

**Keywords:** Routage multi-opérateurs, systèmes de vote, manipulation.

---

## 1 Introduction

Internet est un réseau décentralisé où des acteurs économiques concurrents doivent prendre des décisions globales basées sur leurs intérêts propres, par exemple pour le routage impliquant plusieurs systèmes autonomes. Pour comprendre les problèmes de décision distribuée, de nombreux champs de la théorie des jeux ont été étudiés [NRTV07], mais celui des systèmes de vote l'a peu été à notre connaissance.

Un système de vote permet à plusieurs agents concurrents (les électeurs) de faire un choix parmi plusieurs options (les candidats). Suivant le choix du système et la configuration du vote, des électeurs peuvent adapter leur façon de voter pour modifier le résultat de l'élection dans un sens qui les arrange : c'est ce que nous appelons *vote tactique* ou *manipulation*.

Dans cet article, nous appliquons les systèmes de vote au routage multi-opérateur et nous étudions sur un exemple de réseau l'impact du choix du système de vote sur l'efficacité économique et la manipulabilité du processus de décision.

## 2 Problème de l'élection d'un chemin

Nous considérons une fédération d'opérateurs cherchant à partager leurs ressources afin de faire transiter du trafic. Un tel réseau multi-opérateurs peut se modéliser simplement par un graphe  $G = (E, F)$ , où  $E$  représente les opérateurs ( $|E| = n$ ), et  $F$  les interconnexions possibles.

Dans  $G$ , on appelle *demande* une requête visant à établir une connexion point-à-point entre un départ (ingress) et une arrivée (egress) fixés. Étant donné un ensemble  $C$  donné de chemins candidats possibles, les opérateurs doivent choisir un chemin  $c$  dans  $C$  pour satisfaire la demande. Un opérateur  $e$  est *impliqué dans*  $c$  si  $e \in c$ , sinon il est *indifférent à*  $c$ .

À chaque demande est associé un gain  $A$  connu (approche *flat fare*), qui sera partagé équitablement entre les opérateurs impliqués dans le chemin choisi. Réciproquement, l'implication de  $e$  dans  $c$  a un coût pour  $e$  donné par une certaine fonction  $\alpha(e, c) \geq 0$ .

Chaque opérateur dispose ainsi d'un vecteur d'utilité  $U_e \in \mathcal{U}$  ( $\mathcal{U}$  : espace des utilités) défini par  $U_e(c) = A/|c| - \alpha(e, c)$  si  $e \in c$ ,  $U_e(c) = 0$  si  $e \notin c$ .  $U_e$  décrit les bénéfices (ou les pertes) potentiels pour chaque chemin. Pour extraire une décision collective à partir de ces intérêts individuels, les systèmes de vote sont un cadre naturel.

---

<sup>†</sup>Les travaux présentés ici ont été réalisés au *Laboratory of Information, Network and Communication Sciences* (LINCS).

### 3 Vote et manipulation

Chaque opérateur est un électeur  $e$  dont l'opinion s'exprime par une stratégie déterministe  $s$ , appelée *bulletin*, choisie dans un ensemble  $S$ . Un *vote sincère* est un bulletin construit à partir du vecteur des utilités par une opération triviale de  $\mathcal{U}$  vers  $S$ , la *fonction de sincérité* (pour cet article, l'identité ou le préordre induit par le tri). Une *fonction de vote*  $f$  permet d'associer à l'ensemble des bulletins un vainqueur unique dans  $C$ . Un superviseur, supposé fiable et indépendant, est chargé de collecter les bulletins, d'appliquer  $f$  et d'annoncer le vainqueur. Tous ces éléments forment un système de vote.

Une manière naturelle d'évaluer le résultat  $c$  d'un vote est de considérer le bénéfice global  $\sum_e U_e(c) = A - \sum_{e \in c} \alpha(e, c)$ . Pour cette métrique, si les votes sont supposés sincères, il existe un système optimal, le *vote par valeurs* ( $VV$ ) : on prend  $S = \mathcal{U}$  et  $f : (s_{e_1}, \dots, s_{e_n}) \rightarrow \operatorname{argmax}_c (\sum_e s_e(c))$ . Le vainqueur sincère,  $v = \operatorname{argmax}_c (\sum_e U_e(c))$ , est optimal par construction.

Mais les votes ne sont pas forcément sincères : d'une part, les utilités (et donc les coûts) sont des informations privées que les opérateurs ne veulent pas forcément divulguer au superviseur, lequel ne peut pas vérifier si elles sont correctes ; d'autre part, mentir peut parfois payer, cela s'appelle *vote tactique*, ou *manipulation*. Formellement, si  $v \in C$  est le vainqueur sincère d'une élection, on définit :

**$c$ -coalition** Pour  $c \neq v$ , une  $c$ -coalition (resp. la  $c$ -coalition maximale) est un ensemble d'électeurs (resp. l'ensemble des électeurs) qui préfèrent strictement  $c$  à  $v$ .

**Manipulable par coalition ( $MC$ )** Un vote est  $MC$  s'il existe une  $c$ -coalition capable d'exprimer des bulletins qui font élire  $c$  si les autres électeurs votent sincèrement. Aucune restriction n'est faite sur la puissance de la  $c$ -coalition, en termes de connaissance des opinions sincères, de puissance de calcul ou de synchronisation des votes de ses membres.

**Manipulation triviale** Une manipulation triviale contre  $v$  en faveur de  $c \neq v$  consiste à prétendre que :  $c$  a le meilleur score possible ;  $v$  a le pire score ; les autres candidats ont des scores très mauvais (proches de  $v$ ), et qui respectent leur ordre relatif sincère.

**Manipulable trivialement par coalition ( $MT$ )** Un vote est  $MT$  s'il existe une  $c$ -coalition capable de faire élire  $c$  par manipulation triviale, les autres électeurs votant sincèrement. Une telle manipulation ne nécessite que la connaissance du vainqueur sincère  $v$ .

Avec  $VV$ , il suffit pour tester  $MC$  de tester  $MT$  sur les  $c$ -coalitions maximales. En effet, on ne peut rien faire de mieux que d'essayer de maximiser le score de  $c$  et de minimiser tous les autres autant que possible.

Un résultat classique est qu'à de rares exceptions (dictature ou pénurie de candidats), tout système de vote est manipulable dans certaines configurations [Sat75, Gib73]. Dans le cadre de l'élection d'un chemin, les questions suivantes se posent : Est-ce que le problème de la manipulation se pose réellement en pratique ? Si oui, quel est son impact sur la qualité du résultat ? Peut-on limiter les éventuels dégâts ?

Anticipant de mauvaises réponses de  $VV$ , et après avoir testé un certain nombre de systèmes qui ne seront pas détaillés ici, nous proposons le *vote alternatif* ( $VA$ ), empiriquement l'un des systèmes de vote non dictatoriaux les moins manipulables connus [CCC84, Wal10]. Dans  $VA$ , chaque opérateur  $e$  communique un préordre de préférence (le classement sincère étant déduit de  $U_e$ ). On remarque au passage que contrairement à  $VV$ , on n'a pas à divulguer son vecteur d'utilités pour être sincère. Le protocole émule alors  $m - 1$  tours d'élimination. À chaque tour, le candidat classé premier par le moins d'électeurs est éliminé (quand un bulletin classe plusieurs candidats en tête, la voix est répartie équitablement). Les bulletins en sa faveur sont automatiquement reportés vers le(s) meilleur(s) candidat(s) restant selon le préordre du bulletin.

Même si les coûts individuels sont privés, le superviseur connaît a priori  $G$  et  $C$ , et sait pour chaque opérateur les chemins auxquels il est indifférent. On supposera donc qu'il est impossible de mentir sur ses derniers : ils valent tous 0 dans  $VV$  et sont tous classés à égalité dans  $VA$ .

### 4 Évaluation numérique sur un exemple de réseau européen

Pour évaluer  $VV$  et  $VA$ , nous construisons un scénario fictif, mais réaliste. Le graphe  $G$  utilisé est représenté Figure 1 :  $E$  est constitué de pays d'Europe (un opérateur par pays,  $n = 38$ ) et  $F$  relie des voisins géographiques<sup>‡</sup>. Notre but n'est pas de reproduire une situation réelle, mais de fournir un modèle simple muni d'une métrique sous-jacente (ici la distance) en vue d'établir des fonctions de coût réalistes.

‡. Des études récentes montrent qu'une telle structure n'est pas totalement absurde [LIJM<sup>+</sup>10, DD10].

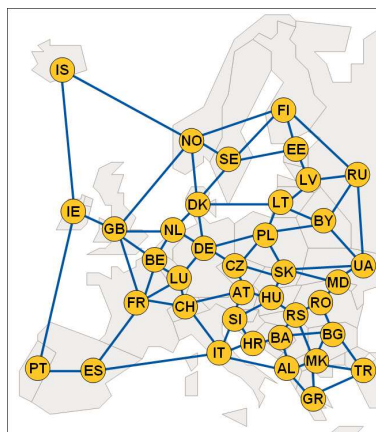


FIGURE 1: L'Europe : un réseau (fictif) multi-opérateur

Pour chaque demande, l'ensemble des chemins possibles croît rapidement avec la taille du graphe. Pour limiter le nombre de candidats, le superviseur pré-sélectionne un sous-ensemble de chemins courts  $C$ . Deux pré-sélections ont été employées, l'une renvoyant en moyenne 10 chemins, l'autre 21 (cf [DMN13]).

Un coût  $\beta(e_i, e_j)$  est associé à chaque arête  $(e_i, e_j) \in F$ . Si  $e \in c$ , le coût  $\alpha(e, c)$  vaut la moitié du coût des liens entrant et sortant de  $e$  dans  $c$  (pour le départ et l'arrivée, il n'y a qu'un lien). Trois modèles élémentaires de coûts ont été considérés pour  $\beta$  : constant ; linéaire en fonction de la distance euclidienne entre les capitales ; intermédiaire, i.e. affine.

Pour chaque scénario, le gain  $A$  est artificiellement choisi de sorte que le revenu total vaille en moyenne 140% du coût minimal, soit une marge potentielle moyenne de 40%. Nous mesurons, sur toutes les demandes possibles (probabilité uniforme) : l'efficacité des solutions sincères (l'optimum économique correspond à 100%) ; le taux de manipulabilité (pourcentage de demande  $MC$ ) ; l'efficacité manipulée moyenne (resp. en pire cas), où lorsqu'une demande est  $MC$  on prend la moyenne (resp. la pire) des efficacités des chemins qui peuvent bénéficier d'une manipulation.

Pour  $VV$ ,  $MC$  est équivalent à  $MT$  sur les  $c$ -coalitions maximales. Par contre, tester  $MC$  dans  $VA$  est un problème NP-difficile [BO91]. À défaut de réponse exacte, nous utilisons  $MT$  pour détecter une manipulation, et pour son absence, nous testons  $MC$  sur un système de vote un peu plus simple et strictement plus manipulable que  $VA$  (voir détails dans [DMN13]). On arrive ainsi à encadrer le taux de manipulabilité.

Au final, six scénarios sont proposés, suivant la taille moyenne de  $C$  et le modèle de coût. Les résultats sont présentés sur le Tableau 1. On observe les tendances suivantes :

- En vote sincère,  $VV$  donne l'optimum par construction.  $VA$  ne donne pas toujours l'optimum, mais parvient à une efficacité sincère très honorable allant de 80% à quasiment 100%. On peut voir la sous-optimalité comme le prix de la robustesse (voir ci-dessous).
- La plupart des demandes (de 87% à 98%) peuvent être manipulées avec  $VV$ . C'est considérablement moins le cas pour  $VA$ , qui est toujours à moins de 50% et souvent à moins de 20%.
- L'efficacité manipulée de  $VV$  est très faible (pas plus de 60%), et peut même être négative (la coalition gagne, mais le système dans sa globalité est déficitaire). À l'inverse,  $VA$  maintient des performances assez proches de son efficacité sincère (de 60% en pire cas à presque 100%)<sup>§</sup>.
- Quand le nombre de chemins pré-sélectionnés augmente, la manipulabilité aussi, en général. Intuitivement, en augmentant le nombre de candidats, on augmente les chances de trouver un rival effectif. Il y a donc un compromis dans le mécanisme de pré-sélection : il faut assez de candidats pour garantir une certaine expressivité du scrutin, mais pas trop pour minimiser la manipulabilité.
- La précision de notre encadrement du taux de manipulabilité de  $VA$  diminue avec le nombre de chemins pré-sélectionnés. C'est une conséquence du caractère NP-difficile du problème associé. Quand il y a trop de chemins, il devient très difficile de prouver l'absence de manipulation.
- Il semble que moins la fonction de coût varie, meilleurs sont les résultats à tous points de vue.

§. Pour certaines demandes, la manipulation améliore même le résultat !

Coût	$ \bar{C} $	Efficacité sincère		Taux de manipulabilité		Efficacité manipulée moyenne (pire cas)	
		VV	VA	VV	VA	VV	VA
Constant	10	100%	99,6%	86,9%	15,4% – 17,4%	60,3% (51,7%)	99% (99%)
	21	100%	99,6%	87,1%	15,2% – 27%	57,3% (44,4%)	99,2% (99,2%)
Affine	10	100%	94,1%	96,2%	17,8% – 19,6%	37,5% (13,1%)	89,3% (87,7%)
	21	100%	94,2%	96,3%	18,2% – 29,4%	33,3% (4,5%)	88,4% (86,6%)
Linéaire	10	100%	82%	97,9%	20,2% – 31,2%	7,5% (-75,5%)	73,6% (69,2%)
	21	100%	80,4%	98,3%	39,5% – 47,4%	-9,6% (-124,2%)	68,9% (60,6%)

TABLE 1: Synthèse des résultats

On retiendra que VA a deux avantages sur son concurrent VV : il est beaucoup moins manipulable ; les éventuelles manipulations sont moins nuisibles.

## 5 Conclusion

Les systèmes de vote sont une approche naturelle pour modéliser un réseau d'agents qui cherchent à prendre une décision collective tout en maximisant leurs propres intérêts. Pour illustrer l'intérêt de l'approche, nous avons évalué les performances de deux systèmes de vote pour résoudre le problème de l'élection d'un chemin dans une fédération d'opérateurs :

- le *vote par valeurs*, système naturel, puisqu'il est supposé donner l'optimum global ;
- le *vote alternatif*, réputé être moins sensible au vote tactique.

Nous avons observé que ces systèmes de vote sont loin d'être équivalents. En particulier, si l'on considère la possibilité de vote tactique, le vote alternatif est sans conteste largement meilleur que le vote par valeurs, aussi bien du point de vue des chances de manipulation que de la qualité des solutions manipulées.

## Références

- [BO91] John J. Bartholdi and James B. Orlin. Single transferable vote resists strategic voting. *Social Choice and Welfare*, 8 :341–354, 1991.
- [CCC84] John R. Chamberlin, Jerry L. Cohen, and Clyde H. Coombs. Social choice observed : Five presidential elections of the american psychological association. *The Journal of Politics*, 46 :479–502, 1984.
- [DD10] Amogh Dhamdhere and Constantine Dovrolis. The internet is flat : modeling the transition from a transit hierarchy to a peering mesh. In *ACM CoNEXT*, 2010.
- [DMN13] François Durand, Fabien Mathieu, and Ludovic Noirie. On the Manipulability of Voting Systems : Application to Multi-Operator Networks. In *9th CNSM 2013 : Workshop ICQT 2013*, pages 292–297, Zurich, Switzerland, October 2013.
- [Gib73] Allan Gibbard. Manipulation of voting schemes : A general result. *Econometrica*, 41(4) :587–601, July 1973.
- [LIJM<sup>+</sup>10] Craig Labovitz, Scott Iekel-Johnson, Danny McPherson, Jon Oberheide, and Farnam Jahanian. Internet inter-domain traffic. In *Proceedings of the ACM SIGCOMM 2010 conference on SIGCOMM*, SIGCOMM '10, pages 75–86, New York, NY, USA, 2010. ACM.
- [NRTV07] Noam Nisam, Tim Roughgarden, Éva Tardos, and Vijay V. Vazirani. *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press, September 2007.
- [Sat75] Mark Allen Satterthwaite. Strategy-proofness and Arrow's conditions : Existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions. *Journal of Economic Theory*, 10(2) :187–217, April 1975.
- [Wal10] Toby Walsh. An empirical study of the manipulability of single transferable voting. In *Proc. of the 19th ECAI*, IOS Press, 2010.