HAL
open science

Assimilation de séquences d'images : vers une prise en compte des corrélations spatiales au sein des erreurs d'observation

Vincent Chabot, Maëlle Nodet, Nicolas Papadakis, Arthur Vidard

▶ **To cite this version:**

Vincent Chabot, Maëlle Nodet, Nicolas Papadakis, Arthur Vidard. Assimilation de séquences d'images : vers une prise en compte des corrélations spatiales au sein des erreurs d'observation. Journées Francophones "Extraction et Gestion des Connaissances" (EGC'14), Jan 2014, Rennes, France. pp.1-11. hal-00942711

HAL Id: hal-00942711

https://inria.hal.science/hal-00942711v1

Submitted on 6 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Assimilation de séquences d'images : vers une prise en compte des corrélations spatiales au sein des erreurs d'observation

Vincent Chabot *, Maëlle Nodet*, Nicolas Papadakis **, Arthur Vidard *

* INRIA, Université Joseph Fourier Grenoble 1,
Laboratoire Jean Kuntzmann 51 rue des Mathématiques, 38041 Grenoble cedex 09
vincent.chabot@imag.fr, maelle.nodet@inria.fr,arthur.vidard@imag.fr
** Institut de Mathématiques de Bordeaux
351 Cours de la Libération, 33405 TALENCE Cedex, France
nicolas.papadakis@math.u-bordeaux1.fr

Résumé. Les images satellites sont une source importante d'information sur l'évolution du système terre. Bien que ces séquences d'images soient de plus en plus utilisées, l'importance des corrélations spatiales entre les erreurs présentes en leur sein est rarement prise en compte en pratique. Cela conduit à une sous utilisation de l'information contenue dans ces données. Dans cet article, une nouvelle manière (peu coûteuse) d'intégrer cette information dans le cadre de l'assimilation de données est proposée. Le problème de l'utilisation d'images corrompues par un bruit fortement corrélé en espace afin de contrôler l'état initial du système est abordé. La faisabilité et la pertinence de l'approche proposée est démontrée dans le cadre d'une configuration académique.

1 Introduction

Un des problèmes rencontrés en prévision numérique du temps est la détermination de l'état initial du système étudié. En effet, les véritables états de l'atmosphère et de l'océan, à un instant donné et en tous points de l'espace, ne sont pas accessibles. Les erreurs sur les conditions initiales peuvent se propager dans le temps et s'amplifier avec l'échéance de la prévision. Pour réduire ces erreurs, en se rapprochant au maximum de l'état réel de l'atmosphère, les informations disponibles, comprenant les observations, une ébauche, les équations du modèle ainsi que des statistiques d'erreurs sur ces trois types d'informations, sont combinées par les schémas d'assimilation de données.

Depuis la fin des années 70, différents satellites ont été mis en orbite dans le but d'accroître notre connaissance de l'atmosphère et de l'océan par l'observation de la Terre. Les satellites géostationnaires produisent, entre autre, des séquences d'images montrant l'évolution dynamique de certains types d'objets météorologiques ou océaniques tels les nuages, les fronts, les vortex, ...

Actuellement, dans les modèles numériques de prévision du temps, l'information contenue dans de ce type de séquences est assimilée au travers des AMV (Atmospheric Motion Vector).

Le principe est d'estimer le mouvement de certains objets identifiés d'une image à une autre en utilisant des techniques de corrélations croisées puis d'utiliser l'estimation de ce mouvement en tant qu'observation. D'autres méthodes, basées sur l'équation de contrainte du flot optique, visant à estimer des champs de vitesses denses ont été introduites par Papadakis et Mémin (2007).

Cependant ces approches, extrayant des champs de vitesses à partir des séquences d'images puis les utilisant comme observations, souffrent de la difficulté à modéliser les statistiques d'erreur d'observation. L'erreur due au pré-traitement des images ne peut généralement pas être quantifiée de manière précise et l'information contenue dans les champs de vitesses estimés est donc difficile à utiliser en pratique.

Pour contourner ce problème, des méthodes utilisant une comparaison directe entre la variation temporelle de l'image et le champ de vitesses du modèle ont été étudiées notamment dans Papadakis et Mémin (2008) via l'introduction d'un opérateur d'observation non linéaire basé sur l'équation de contrainte du flot optique. Cette approche permet de contourner le problème de la régularisation artificielle en ne considérant que l'information photométrique.

Une autre approche consistant à comparer une séquence d'images observées à une séquence d'images synthétiques créée à partir des sorties du modèle a été introduite dans Titaud et al. (2010) et Souopgui (2010).

Dans cet article, une extension de cette méthode utilisant une comparaison de la séquence observée et de la séquence synthétique dans l'espace des gradients de l'image et des espaces d'ondelettes orthonormales est présentée en section 3. L'intérêt de ces deux espaces (en comparaison avec l'espace des pixels) en présence de bruit d'observation fortement corrélé en espace est étudié dans un contexte académique en section 4.

2 Principe général de l'assimilation variationnelle de données

Soit un modèle dynamique $\mathcal{M}$ décrivant l'évolution de la variable d'état X :

$$\left\| \begin{array}{l} \partial_t \mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t) + \mathcal{M}(\mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t)) = 0 \\ \mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t_0) = \mathrm{X}_0 \end{array} \right. \tag{1}$$

Soient des observations $Y(t)$ de ces variables d'état. Le but de l'assimilation de données est de déterminer une condition initiale que l'on appelle l'état analysé X_0^a tel que celui-ci ne soit pas trop éloigné d'une ébauche X_0^b fournie par une prévision précédente et que la trajectoire issue de X_0^a soit proche des observations $Y(t)$. Pour cela, X_0^a est défini comme le minimum de la fonction coût suivante :

$$\begin{aligned} J(\mathrm{X}_0) &= J_b(\mathrm{X}_0) + J_o(\mathrm{X}_0) \\ &= \frac{1}{2}\|\mathrm{X}_0 - \mathrm{X}_0^b\|_{\mathcal{V}}^2 + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} ||Y(t) - \mathcal{H}(\mathrm{X}(\mathrm{X}_0, x, t))||_{\mathcal{O}}^2 \, dt, \end{aligned} \tag{2}$$

où $\mathcal{V}$ est l'espace d'état, $\mathcal{O}$ l'espace d'observation et $\mathcal{H} : \mathcal{V} \mapsto \mathcal{O}$ est appelé l'opérateur d'observation. Pour des problèmes réalistes en prévision numérique du temps la dimension de l'espace d'état est importante ($\sim 10^7 - 10^9$ variables).

Généralement, en assimilation variationnelle, la minimisation est faite par méthode de descente du gradient, celui-ci étant calculé par méthode adjointe Le Dimet et Talagrand (1986).

3 Opérateur d'observation et distances spécifiques aux séquences d'images

L'assimilation de séquences d'images requiert la définition d'une distance entre les images observées et les sorties du modèle. Il a été choisi, comme dans Titaud et al. (2010), de créer un équivalent modèle, noté q^{synth}, de l'image observée, notée q^{obs}, puis de calculer la distance entre la séquence observée et la séquence synthéthique.

Pour créer cette séquence d'images synthétiques l'hypothèse que les quantités observées $q^{obs}(t)$ correspondent à des traceurs passifs transportés par la dynamique du système est émise. L'équation d'advection-diffusion utilisée est :

$$\partial_t q + u\partial_x q + v\partial_y q - \nu_T \Delta q = 0 \tag{3}$$

où u et v sont les composantes du champ de vitesses appartenant à l'espace d'état du modèle $\mathcal{M}$ et ν_T est le coefficient de diffusion. Cette équation (3), sous réserve de la connaissance de $q^{synth}(t_0)$, permet de générer une séquence d'images $q^{synth}(t_i)$ à comparer aux images observées $q^{obs}(t_i)$.

Pour cela différentes notions de distance sont utilisées :

– La comparaison pixels à pixels :

$$\begin{aligned} J_o(\mathrm{X}_0) &= \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} ||Y(t) - \mathcal{H}(\mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t))||^2_{\mathcal{O}} \\ &= \sum_{t_0}^{t_f} \|q^{obs}(t) - q^{synth}(t)\|^2_{R_{Pix}} \end{aligned} \tag{4}$$

avec

$$\|\mathbf{X}\|^2_R = \mathbf{X}^T R^{-1} \mathbf{X} \tag{5}$$

où R est la matrice de covariance d'erreur d'observation dans l'espace considéré.
L'équation (5) met en évidence le rôle crucial joué par la matrice R dans la définition du problème (2).

Remarque 1. *En pratique, la taille de la matrice R rend son stockage et son inversion inenvisageable. Par conséquent, dans cette étude seul des approximations diagonales de ces matrices de covariances sont utilisées (et ce quel que soit l'espace de travail considéré).*

– La comparaison entre les gradients des images :

$$J_o(\mathrm{X}_0) = \sum_{t_0}^{t_f} \left\|\nabla q^{obs}(t) - \nabla q^{synth}(t)\right\|^2_{R_{Grad}} \tag{6}$$

avec ∇ l'opérateur de gradient spatial calculé en utilisant un schéma de différences finies centré.
Cette distance prend en compte le fait que l'information sur la dynamique du système, au sein de la séquence de traceurs, est principalement portée par les discontinuités.

– Dans des espaces d'ondelettes deux notions de distance différant par l'information utilisée, définies en équations (7) et (9), sont considérées.
La première inclut toute l'information disponible au sein du jeu de coefficients et s'écrit :

$$J_o(\mathrm{X}_0) = \sum_{t_0}^{t_f} \|W(q^{synth}(t)) - W(q^{obs}(t))\|^2_{R_W} \tag{7}$$

où W est la transformée en ondelette orthonormale choisie.

Remarque 2. *Cette distance est identique à la comparaison pixels à pixels* (4) *lorsque :*

$$R_W = W R_{Pix} W^T. \tag{8}$$

Cependant comme R_W et R_{Pix} sont des approximations diagonales des vraies matrices de covariances, la relation (8) *n'est vérifiée, pour des ondelettes orthonormales, que lorsque $R_{Pix} = R_W = \sigma^2 \mathrm{I}_n$.*
Dans les autre cas, les distances (4) *et* (7) *ne sont pas identiques car les approximations faites sur les statistiques d'erreur ne sont pas équivalentes.*

Lorsqu'on souhaite ne conserver que les coefficients ayant un ratio Signal/Bruit important (afin par exemple d'utiliser uniquement des coefficients porteurs d'information), on peut être amené à travailler dans des sous-espaces d'ondelettes. Ainsi la seconde notion de distance utilisée dans un espace d'ondelettes est alors :

$$J_o(\mathrm{X}_0) = \sum_{t_0}^{t_f} \left\|\mathcal{T}_I \circ W(q^{synth}(t)) - \mathcal{T}_I \circ W(q^{obs}(t))\right\|^2_{R_{\mathcal{T}_I \circ W}} \tag{9}$$

où $\mathcal{T}_I$ est un seuillage appliqué aux coefficients de l'image observée permettant la sélection des coefficients importants de l'image (entre lesquels la distance est mesurée). Dans cette étude, le seuillage $\mathcal{T}_I$ consiste à conserver uniquement l'information contenue dans les coefficients d'ondelettes ayant la norme la plus importante.

4 Résultats obtenus sur des expériences jumelles

4.1 Contexte expérimental

Afin de tester la robustesse des distances proposées au bruit présent dans les observations, des expériences jumelles sont effectuées. Celles-ci consistent à retrouver, dans un contexte où la vérité terrain est connue, un état analysé à partir d'observations synthétiques et d'une ébauche.

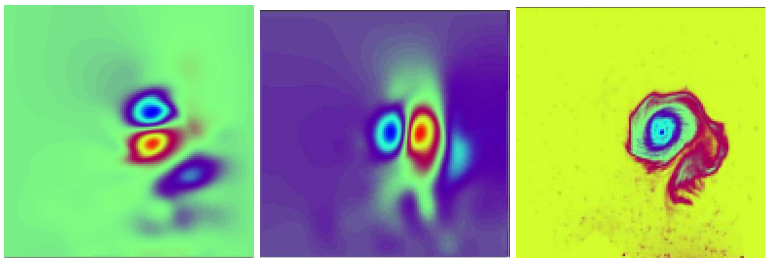

FIG. 1 – *A gauche et au centre les "vraies" composantes zonale (u_0^t) et meridionale (v_0^t) du champ de vitesses initial. A droite, la première image du champ de traceur passif (q_1^t).*

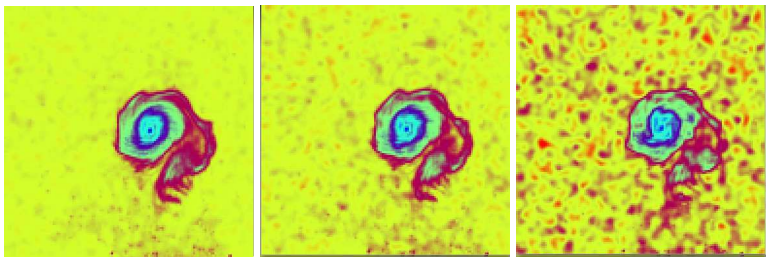

FIG. 2 – *Exemples d'observations bruitées pour chaque niveau de bruit étudié. Le ratio Signal/Bruit (SNR) de l'image de gauche est de 26.8 dB, celui de l'image centrale de 20.8 dB et celui de l'image de droite de 14.8 dB.*

Dans ces expériences, la dynamique du système est décrite par les équations de Saint-Venant :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \partial_t u - (f+\zeta)v + \partial_x B & = & -ru + \kappa \Delta u \\ \partial_t v + (f+\zeta)u + \partial_y B & = & -rv + \kappa \Delta v \\ \partial_t h + \partial_x (hu) + \partial_y (hv) & = & 0. \end{array} \right. \tag{10}$$

où $\zeta = \partial_x v - \partial_y u$ est la vorticité relative, $B = g^* h + \frac{u^2+v^2}{2}$ est le potentiel de Bernouilli pour lequel g^* est la gravité réduite, f est le paramètre de coriolis, κ le coefficient de diffusion et r le coefficient de frottement sur le fond.

La vérité terrain (u_0^t, v_0^t, h_0^t) définie en figure 1 simule l'évolution d'un vortex sur la table tournante CORIOLIS [1]. Cette dernière permet de recréer l'effet de la force de Coriolis dans une couche d'eau peu profonde.

Dans les expériences effectuées, seules des observations indirectes (concentration de traceur passif) sont assimilées. Un run direct du modèle utilisant le vrai champ de vitesses permet de générer une séquence d'images q^t à partir de la concentration initiale du traceur passif q_0^t via l'équation (3).

4.2 Génération des observations

Un bruit gaussien corrélé en espace est ajouté à la séquence d'images. Pour une même matrice de corrélation, trois niveaux de bruits sont étudiés. Une image est présentée en figure 2 pour chaque niveau de bruit :

- Sur l'image de gauche, le bruit n'est presque pas visible. Cette séquence d'images est proche des données parfaites présentées en figure 1 ;
- Bien que visible sur la seconde image, le bruit ne modifie pas la perception visuelle des structures principales ;
- La perception visuelle des principales structures est altérée par la présence d'un bruit d'amplitude plus importante sur la troisième image.

4.3 Expériences effectuées

Afin d'évaluer le gain réalisé lors du changement de distance, les expériences jumelles décrites en section 4.1 sont effectuées avec les observations présentées en section 4.2. L'ébauche intervenant dans le problème de minimisation (2) est la suivante : (u_0^b,v_0^b,h_0^b) = (0,0,h_{mean}). Pour chacune des distances définies en section 3, il reste à décrire brièvement la matrice R utilisée. On rappelle qu'on se restreint, dans ces expériences, à n'utiliser que des matrices diagonales.

Matrice R dans l'espace des pixels :

Bien que le bruit soit corrélé en espace, sa répartition au sein des séquences d'images est homogène en temps et en espace. Par conséquent, la variance de chaque pixel est identique. On utilise dans (4) la diagonale de la vraie matrice de covariance (notée R_{Pix}^{true}) qui est :

$$R_{Pix} = \text{Diag}(R_{Pix}^{true}) = \sigma^2 \text{I}_n. \tag{11}$$

Matrice R dans l'espace des gradients :

En plus d'être réparti de manière homogène, le bruit utilisé présente des corrélations isotropes. Par conséquent la diagonale de la vraie matrice de covariance est utilisée dans (6) :

$$R_{Grad} = \text{Diag}(R_{Grad}^{true}) = \tilde{\sigma}^2 \text{I}_{2n}. \tag{12}$$

Remarque 3. *La variance de $I_x(i,j)$, composante dans la direction x du gradient, est donnée par :*

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}^2 = V(I_x(i,j)) =& V\left(\frac{I(i+1,j) - I(i-1,j)}{2}\right)\\ =& \frac{V(I(i+1,j)) + V(I(i-1,j))}{4} - \frac{Cov(I(i+1,j), I(i-1,j))}{2}\\ =& \frac{\sigma^2}{2}(1 - Cor\,(I(i+1,j), I(i-1,j))\end{aligned}$$

où $Cor(I,J)$ est le coefficient de corrélation entre I et J. Cette variance dépend donc fortement des corrélations présentes dans le signal observé. Plus cette corrélation est importante,

1. http ://coriolis.legi.grenoble-inp.fr

plus la variance de $I_x(i,j)$ diminue (donc moins le bruit a un impact important dans l'espace des gradients). Ainsi, un bruit fortement corrélé est moins fortement répercuté dans l'espace des gradients que dans celui des pixels.

Une autre vision de ceci est de considérer qu'un bruit corrélé en espace présente un biais local auquel les gradients sont moins sensibles par construction.

Matrice R dans un sous-espace d'ondelettes (étude de l'influence du seuillage) :

Dans le but d'étudier l'influence du seuillage sur la minimisation, il a été choisi dans un premier temps de spécifier une matrice de covariance proportionnelle à l'identité dans un sous-espace d'ondelettes :

$$R_{\mathcal{T}_I \circ W} = \sigma^2 \mathrm{I}_k = PW\mathrm{Diag}(R_{Pix}^{true})W^T P^T \tag{13}$$

où P est la matrice de projection dans un sous-espace d'ondelettes et k est le nombre de fonctions dans ce sous-espace.

Comme spécifié dans la remarque 2, le fait de choisir cette matrices entraine que les normes (4) et (9) sont équivalentes si aucun seuillage $\mathcal{T}_I$ n'est effectué (i-e que $P = \mathrm{I}_n$). La différence entre (4) et (9) réside donc uniquement dans la sélection de l'information à prendre en compte. En comparant les résultats obtenus par ces deux distances, on peut ainsi évaluer l'impact de l'opération de seuillage $\mathcal{T}_I$ sur les performances de la minimisation. Les résultats obtenus avec les ondelettes de Daubechies à 8 moments nuls (notées D_8) sont présentés en section 4.4.

Matrice R dans une base d'ondelettes (étude de l'influence de l'approximation des statistiques d'erreur d'observation) :

Il est possible à partir de la connaissance de la vraie matrice de covariance d'erreur d'observation dans l'espace des pixels de construire la vraie matrice de covariance d'erreur d'observation dans une base d'ondelettes (voir par exemple Vannucci et Corradi (1999)).

Dans la distance définie en équation (7) la diagonale de cette matrice est utilisée :

$$\begin{aligned} R_W &= \mathrm{Diag}\left(W R_{Pix}^{true} W^T\right) \\ &\neq W\mathrm{Diag}\left(R_{Pix}^{true}\right) W^T. \end{aligned} \tag{14}$$

Cette approximation de la matrice R_W diffère de celle faite en équation (13) par le fait que l'hypothèse diagonale est effectuée après le passage dans la base d'ondelette et non avant.

Pour un bruit corrélé en espace, la variance des coefficients dans une base d'ondelettes varie fortement selon l'échelle à laquelle la fonction d'ondelette associée considère le signal. Par conséquent, à la différence de $R_{\mathcal{T}_I \circ W}$, la matrice R_W utilisée dans (7) est bien non proportionnelle à l'identité. De cette manière une étude de l'influence de l'approximation des vraies statistiques d'erreur est possible en comparant les résultats provenant de l'utilisation des fonctions coûts (4) et (7).

Remarque 4. *Dans ces deux cas l'ensemble de l'information (signal et bruit) est utilisé. L'unique différence entre* (4) *et* (7) *réside dans l'approximation des statistiques d'erreur d'observation effectuée dont un exemple est présenté en figure 3.*

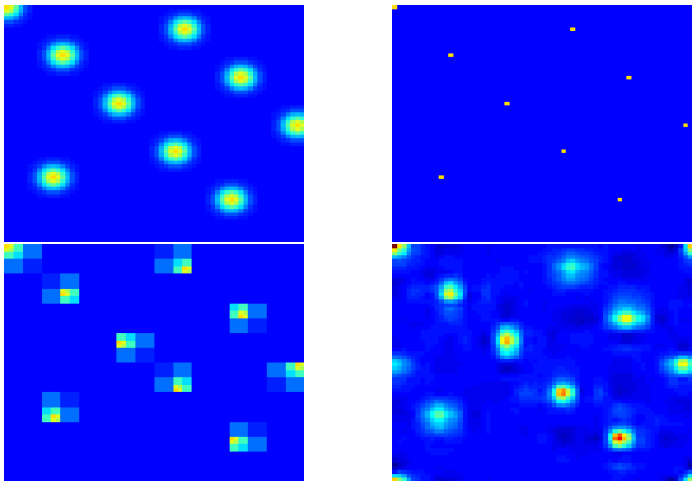

FIG. 3 – *En haut à gauche on présente la vraie covariance entre l'erreur en un pixel et l'erreur chez ses voisins pour 10 pixels différents répartis au sein de notre image. En haut à droite est présentée la conséquence de l'approximation diagonale* (11) *dans la base des pixels. En bas sont présentées les approximations faites lorsque l'hypothèse diagonale introduite en équation* (14) *est effectuée dans la base de Haar (à gauche) et dans la base de Daubechies à 8 moments nuls (à droite).*

La figure 3 présente, pour 10 pixels différents, la distribution spatiale de leur covariance d'erreur d'observation. En haut à gauche, on observe les vraies covariances d'erreur d'observation. Celles-ci sont isotropes et le bruit est réparti de manière homogène dans l'image. L'approximation diagonale dans l'espace des pixels (11) est présentée en haut à droite. Avec cette approximation, on considère que le champ d'erreur d'observation ne présente pas de corrélation spatiale. L'approximation diagonale dans deux bases d'ondelettes différentes (équation (14)), la base de Haar et la base d'ondelettes de Daubechies à 8 moments nuls, est ensuite présentée. Ces deux approximations permettent de tenir compte d'une partie des covariances d'erreur d'observation. On observe que les statistiques d'erreur prescriptibles par une matrice diagonale dans une base d'ondelettes dépendent de la base choisie. L'homogénéité du bruit est conservée uniquement dans la base de Haar tandis que l'isotropie est perdue dans les deux cas.

4.4 Résultats obtenus avec ces différentes distances

Le tableau 1 présente le pourcentage d'erreur résiduelle dans la composante analysée u_0^a par rapport à l'erreur présente dans l'ébauche. Bien que non présentées dans ce document, les performances atteintes pour la composante v sont comparables à celles atteintes pour la composante u. On rappelle que pour toutes les expériences effectuées le champ de vitesses n'est pas observé.

Les résultats obtenus pour la comparaison entre pixels sont présentés en première colonne. On remarque que l'erreur résiduelle dépend fortement du niveau de bruit, ce qui signifie que

	Pix	$\mathcal{T}_I \circ W$	Grad	D8	Haar
14.8 dB	60.8%	60.1%	34.0%	9.3%	22.8%
20.8 dB	26.2%	28.5%	17.8%	7.6%	12.5%
26.8 dB	15.6%	17.1%	12.4%	7.2%	8.4%
Perfect data	7.6%	8.5%	7.4%	7.1%	6.4%

TAB. 1 – *Moyenne sur* 10 *expériences du pourcentage de l'erreur résiduelle dans la composante analysée,* u_0^a*, par rapport à l'erreur présente dans l'ébauche,* u_0^b*. Ce pourcentage a été calculé pour différents niveaux de bruit, caractérisés par leur ratio Signal Bruit (SNR), présent au sein des séquences d'images. Dans* $\mathcal{T}_I \circ W$ *la comparaison s'effectue entre les* 20% *des coefficients ayant la plus grande norme avec la matrice de covariance définie en équation* (13)*. Dans D8 et Haar, tous les coefficients d'ondelettes sont conservés. Dans ce cas, la matrice de covariance d'erreur est celle de l'équation* (14)*.*

la distance entre pixels n'est que peu robuste au bruit. Lorsqu'on compare ces résultats à ceux obtenus dans un sous-espace d'ondelettes avec la matrice $R_{\mathcal{T}_I \circ W}$ (deuxième colonne), on s'aperçoit que le pourcentage d'erreur résiduelle est du même ordre. Ceci peut s'expliquer par le fait que le seuillage des coefficients ($\mathcal{T}_I$), restreignant le travail à un sous-espace de petite taille mais contenant la majeure partie de l'information, ne change que peu le problème de minimisation (2). Ainsi on peut réduire de manière importante la taille du vecteur d'observation sans pour autant perdre en qualité d'estimation.

La troisième colonne du tableau 1 présente les résultats obtenus lors de la comparaison entre gradients. On observe une plus grande réduction de l'erreur dans ce cas que pour les deux distances précédentes. Ces résultats peuvent s'expliquer si l'on considère que, « localement », un bruit additif corrélé en espace introduit un « biais » dans l'espace des pixels. Les gradients, éliminant par construction une partie de ce biais, sont moins sensibles aux corrélations présentes au sein du bruit.

Les performances atteintes en utilisant une matrice non proportionnelle à l'identité avec les ondelettes de Daubechies à 8 moments nuls et les ondelettes de Haar sont présentées en 4ème et 5ème colonnes du tableau 1. Pour ces expériences, l'ensemble des coefficients d'ondelettes est assimilé. L'erreur résiduelle est dans ces deux cas bien plus faible qu'avec les trois distances précédentes. La robustesse au bruit de la distance utilisant les ondelettes de Daubechies est impressionante : les erreurs commises lors de l'utilisation des séquences les plus bruitées sont moins importantes que celles commises avec des séquences moins bruitées pour les autres distances à l'exception de celle utilisant les ondelettes de Haar. Ces meilleurs résultats sont dus à l'utilisation d'une matrice non proportionnelle à l'identité. Faire varier la variance de chaque coefficient permet de représenter une partie des corrélations présentes au sein des erreurs du signal original. Les résultats ne sont pas les mêmes pour différentes bases d'ondelettes car, comme présenté en figure 3, les corrélations représentables par une matrice R diagonale varient fortement en fonction de la base choisie.

Une fois ces premiers chiffres analysés se pose la question concernant la localisation des erreurs dans le champ analysé. Les colonnes de la figure 4 permettent de visualiser les champs

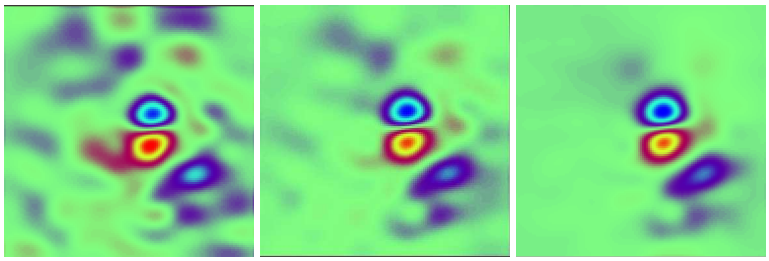

FIG. 4 – *Composante u du champ de vitesse analysé pour une séquence d'observation correspondant au bruit fort (SNR 14.8 dB). A gauche est présenté le résultat d'une assimilation basée sur la distance entre pixel, au centre sur la distance entre gradients, à droite sur la distance entre les coefficients d'ondelettes de Daubechies (avec la matrice de covariance définie en* (14)*).*

analysés utilisant la distance entre pixels (à gauche), entre gradients (au milieu) et entre les coefficients d'ondelettes de Daubechies (à droite). Ces figures montrent que le champ de vitesse est globalement bien reconstruit sous le tourbillon quelque soit le cas. Les principales erreurs pour les distances Pixels et Gradients se situent dans les zones lisses des observation où l'absence de discontinuités dans la séquence d'images originale signifie l'absence d'information sur le mouvement sous-jacent. La répercution de l'erreur d'observation est plus importante pour la comparaison pixels à pixels que pour la comparaison entre gradients. Dans un espace de type ondelettes, il est possible d'intégrer une partie des corrélations du bruit dans la diagonale de la matrice de covariance d'erreur d'observation. La troisième colonne nous montre que cette opération permet de réduire drastiquement l'impact sur le champ de vitesses analysé du bruit présent dans les zones lisses de l'image.

5 Conclusion

Dans ce document, nous introduisons de nouvelles manières d'utiliser l'information présente dans des séquences d'images de traceurs, révélant de manière indirecte l'évolution d'un système géophysique. Les différents résultats obtenus sont encourageants et montrent qu'il est possible d'extraire suffisamment d'information de ces séquences d'images pour contrôler l'état initial d'un tel système.

Une étude de l'impact du bruit sur les observations nous permet de conclure que l'espace $\mathcal{O}$, dans lequel s'effectue la comparaison entre les images observées et les images synthétiques est important. Cette étude montre qu'il est primordial de bien connaître et utiliser les statistiques du bruit corrompant les données quand on souhaite pouvoir exploiter au maximum les informations qu'elles contiennent.

Le fait de travailler dans un espace multi-échelle permet de prendre en compte une partie des corrélations présentes au sein du bruit avec une matrice diagonale. L'intégration de cette information au problème initial permet d'obtenir un problème plus robuste au bruit sans pour autant modifier le coût numérique global.

Ce travail a été financé partiellement par l'Agence Nationale de la Recherche Française à travers le programme COSINUS (projet Geo-FLUIDS n° ANR-09-COSI-005).

Références

Le Dimet, F.-X. et O. Talagrand (1986). Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : theoretical aspects. *Tellus*, 97 – 110.

Papadakis, N. et E. Mémin (2007). Variational optimal control technique for the tracking of deformable objects. In *International Conference on Computer Vision, ICCV'07*.

Papadakis, N. et E. Mémin (2008). Variational assimilation of fluid motion from image sequence. *SIAM Journal on Imaging Sciences 1*, 343–363.

Souopgui, I. (2010). *Assimilation d'images pour les fluides géophysiques*. Ph. D. thesis, Université de Grenoble.

Titaud, O., A. Vidard, I. Souopgui, et F.-X. Le Dimet (2010). Assimilation of image sequences in numerical models. *Tellus Series A : Dynamic Meteorology and Oceanography 62*(1), 30–47.

Vannucci, M. et F. Corradi (1999). Covariance structure of wavelet coefficients : theory and models in a bayesian perspective. *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology) 61*(4), 971–986.

Summary

Satellites images can provide a lot of information on the earth system evolution. Althought those sequences are used more frequently, the importance of spatial error correlation are rarely taken into account in practice. This results in discarding a huge part of the information content of satellite image sequences. In this paper, we investigate a method based on the wavelet transform to represent (at an affordable cost) some of the observation error correlation in a data assimilation context. We address the topic of monitoring the initial state of a system through the variational assimilation of images corrupted by a spatially correlated noise. The feasability and the reliability of the approach is demonstrated in an academic context.