



**HAL**  
open science

# An hierarchical approach for model-based classification of SAR images

Koray Kayabol, Josiane Zerubia

► **To cite this version:**

Koray Kayabol, Josiane Zerubia. An hierarchical approach for model-based classification of SAR images. 20th Signal Processing and Communications Applications Conference, Apr 2012, Mugla, Turkey. hal-00686658

**HAL Id: hal-00686658**

**<https://inria.hal.science/hal-00686658>**

Submitted on 10 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# SAR İMGELERİNİN MODEL-TABANLI SINIFLANDIRILMASI İÇİN SIRADÜZENSEL BİR YAKLAŞIM AN HIERARCHICAL APPROACH FOR MODEL-BASED CLASSIFICATION OF SAR IMAGES

Koray Kayabol<sup>1,2</sup>, Josiane Zerubia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ayin, INRIA Sophia Antipolis Mediterranee,  
2004 route des Lucioles, BP93, 06902 Sophia Antipolis Cedex, France

josiane.zerubia@inria.fr

<sup>2</sup>CWI, Science Park 123, XE 1098, Amsterdam, Netherlands

koray.kayabol@cwi.nl

## ÖZETÇE

*Yüksek çözünürlüklü Sentetik Açıklık Radar (SAR) imgelerinin öğreticisiz sınıflandırılması için Sınıflandırma Beklenti-Enbüyükleme (SBE) tabanlı bir algoritma önermekteyiz. SBE algoritmasını sıradüzensel bir araya toplama stratejisi ve Tümleşik Tam Olabilirlik (TTO) olarak adlandırılan bir model derecesi seçme ölçütü ile birleştirerek BE algoritmasının ilkdeğerleme ve model derecesi seçimi problemlerinden kurtulmayı amaçlamaktayız. SAR imge genlikleri için Nakagami dağılımlarının bir karışımı ve sınıf etiketleri içinse gizli bir Çokterimli Lojistik (ÇtL) modeli uzamsal olarak pürüzsüz sınıf bölütleri elde etmek için işe sürmekteyiz. Algoritma TerraSAR-X verisi üzerinde denenmiştir.*

## ABSTRACT

*We propose an unsupervised classification algorithm for high resolution Synthetic Aperture Radar (SAR) images based on Classification Expectation-Maximization (CEM). We combine the CEM algorithm with the hierarchical agglomeration strategy and a model order selection criterion called Integrated Completed Likelihood (ICL) to get rid of the initialization and the model order selection problems of the EM algorithm. We exploit a mixture of Nakagami densities for amplitudes and a Multinomial Logistic (MnL) latent model for class labels to obtain spatially smooth class segments. We test our algorithm on TerraSAR-X data.*

## 1. GİRİŞ

Sonlu Karışım Modeli (SKM) SAR imge histogramlarının modellenmesi ve model tabanlı sınıflandırmanın gerçekleştirilmesi için uygun bir istatistiksel modeldir [1], [2]. Bu çalışmada, SAR imgelerinin genliğini modellemek için Nakagami dağılımlarının karışımını kullanmaktayız. SKM'lerin parametre kestiriminde en çok kullanılan yöntem Beklenti-Enbüyükleme (BE) algoritmasıdır [3]. SKM tabanlı BE algoritmasıyla

sınıflandırma 1) veriyi temsil edecek gerekli sınıf sayısının bilinmemesi ve 2) sınıfların ilkdeğerlemesi yönünden iki eksikliğe sahiptir. *Öğreticisiz* kelimesini, ilkdeğerlemeden bağımsız ve aynı zamanda model derecesinin belirlenmesine de olanak tanıyan bir algoritmayı betimlemek için kullanılmaktadır [4], [5]. Bu çalışmada sınıfsal rasgele değişkenlerle çalışmanın getirisinden yararlanıp [6], BE algoritmasının klasik ve istatistiksel sürümlerinden daha az hesaplama karmaşıklığına sahip olan bir türünü Sınıflandırma BE (SBE) algoritmasını [7], hem parametre kestirimi hem de sınıflandırma işlemi için kullanılmaktadır. SBE algoritması sınıflandırma adımında kazanan-herşeyi-alır kuralına göre veri noktalarını gizli değişkenin sonsal olasılığına göre ilgili sınıfa atamaktadır. Sınıflandırma adımından sonra SBE sınıf dağılımlarının parametrelerini tüm veriyi değil sadece ilgili sınıf üyelerini kullanarak hesaplamaktadır.

BE türü algoritmaları farklı sınıf sayıları ile defalarca çalıştırıp belirli bir ölçüte göre en sade modeli belirlemek basit bir yaklaşımdır. [8]'de, sıradüzensel bir araya toplama (hierarchical agglomeration) [9], BE ve Bayesçi Bilgi Ölçütü'nün (BBÖ) [10] bir tür birleşimi karışım modelindeki sınıf sayısını belirlemek için önerilmiştir. [5] benzer stratejiyi Enküçük Mesaj Uzunluğu ölçütü ile kullanmıştır. Bu çalışmamızda sıradüzensel bir araya toplama, SBE ve TTO [11] ölçütünü öğreticisiz bir sınıflandırma algoritması elde etmek için birleştirmekteyiz.

Pürüzsüz bölütlenmiş sınıf haritaları elde etmek için kabaca sınıflandırılmış sınıf etiketlerine bir son-işlem uygulanabilir. Diğer yandan Bayesçi yaklaşım pürüzsüzleştirmeyi bir kısıt olarak probleme dahil etmemize olanak tanımaktadır. Herbir sınıf etiketinin çokterimli rasgele değişkenlerin özel bir türü olan sınıfsal (categorical) bir rasgele değişken olduğunu kabul etmekteyiz. Bu modelde herbir piksel sadece tek bir sınıfa ait olduğundan her sınıf için bir ikili (binary) harita sağlanmaktadır. Pikseller arası uzamsal ilintiyi herbir ikili harita üzerinde bir lojistik bağlantı tanımlayarak işin içine katmaktayız. Sonuç olarak elde edilen dağılım Çokterimli Lojistik (ÇtL) bir dağılım olmaktadır [12], [6].

Koray Kayabol carried out this work during the tenure of an ERCIM "Alain Bensoussan" Postdoctoral Fellowship Programme.

Bölüm 2 ve 3’de, ÇtL karışım modeli ve SBE algoritması tanıtılmaktadır. Sıradüzensel bir araya toplama tabanlı öğreticisiz sınıflandırma algoritmasının ayrıntıları Bölüm 4’te verilmektedir. Sonuçlar Bölüm 5’te sunulmakta ve Bölüm 6’da yorumlanmaktadır.

## 2. GENLİK DAĞILIMLARININ ÇOKTERİMLİ LOJİSTİK KARIŞIMLARI

$n$ ’inci pikselde gözlemlenen genliğin  $s_n \in \mathbb{R}^+$  ki burada  $n \in \mathcal{R} = \{1, 2, \dots, N\}$ , satır satır taranarak sıralanmış piksellerin indisi olmak üzere, herhangi bir gürültü ve aletsel bozulmadan arınmış olduğunu kabul etmekteyiz. İmgedeki herbir piksel gizli bir sınıf etiketine sahiptir.  $K$  ile sınıf sayısını belirterek, sınıf etiketi  $\mathbf{z}_n$ ’yi  $K$  boyutlu sınıfsal bir vektör olarak tanımlayabiliriz. Elemanları  $z_{n,k}$ ,  $k \in \mathcal{C} = \{0, 1, \dots, K\}$  olan bu vektör şu özelliklere sahiptir: 1)  $z_{n,k} \in \{0, 1\}$  ve 2)  $\sum_{k=0}^K z_{n,k} = 1$ .  $s_n$ ’nin olasılığını gizli değişken  $\mathbf{z}_n$  üzerinden  $p(s_n, \mathbf{z}_n | \Theta, \eta) = p(s_n | \mathbf{z}_n, \Theta) p(\mathbf{z}_n | \eta)$ ,

$$p(s_n | \Theta, \eta) = \sum_{\mathbf{z}_n} \prod_{k=1}^K [p(s_n | \theta_k) \pi_{n,k}]^{z_{n,k}} \quad (1)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada  $\eta = [\pi_{n,1}, \dots, \pi_{n,K}]$ ,  $\sum_{k=0}^K \pi_{n,k} = 1$  özelliğine sahiptir.  $\theta_k$ ,  $k = 1, \dots, K$  sınıf dağılımının parametreleri ve  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_K\}$  tüm parametrelerin kümesidir.  $\mathbf{z}_n$  sınıfsal bir rasgele vektör olduğu gözönüne alınır ve  $\eta$ ’nin uzamsal olarak durağan olduğu kabul edilirse, (1) klasik sonlu karışım modeline indirgenir ama bu çalışmada klasik sonlu karışım modelini değil pikseller arası yerel etkileşimleri de dahil etmek için (1)’deki uzamsal olarak değişen model kullanılacaktır.

Amacımız genlik istatistiklerini kullanarak SAR imgelerin sınıflandırılması olduğundan, imge genliklerini basit kuramsal bir çoklu-bakış genlik modeli olan Nakagami dağılımı [1] ile modellemekteyiz.  $\mu_k$  ve  $\nu_k$  parametrelili Nakagami dağılımını

$$p_A(s_n | \mu_k, \nu_k) = \frac{2}{\Gamma(\nu_k)} \frac{\nu_k}{\mu_k} s_n^{2\nu_k-1} e^{-\nu_k \frac{s_n^2}{\mu_k}} \quad (2)$$

şeklinde ifade edebiliriz [1], [6]. Bundan sonra  $k$ ’inci sınıfın parametre setini  $\theta_k = \{\mu_k, \nu_k\}$  olarak belirteceğiz.

Sınıfsal rasgele değişkenin önsel dağılımı  $p(\mathbf{z}_n | \eta)$  doğal olarak bağımsız ve özdeş olarak dağılmış bir çokterimlidir. Uzamsal ilintileri de işin içine katmak için uzamla değişen bir dağılım olduğunu kabul edeceğiz. Herbir sınıfa karşılık gelen ikili etiket haritaları üzerinde tanımlanan lojistik bağlanım modellerinin ortak dağılımı bir ÇtL olacaktır [12]. Elimizdeki problem için ÇtL dağılımını

$$p(\mathbf{z}_n | \mathbf{Z}_{\partial n}, \eta) = \prod_{k=1}^K \left( \frac{\exp(\eta v_k(z_{n,k}))}{\sum_{j=1}^K \exp(\eta v_j(z_{n,j}))} \right)^{z_{n,k}} \quad (3)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada

$$v_k(z_{n,k}) = 1 + \sum_{m \in \mathcal{M}(n)} z_{m,k} \quad (4)$$

ve  $\mathbf{Z}_{\partial n} = \{\mathbf{z}_m : m \in \mathcal{M}(n), m \neq n\}$ ,  $\mathbf{z}_n$ ’nin  $n$  etrafında tanımlanan  $\mathcal{M}(n)$  penceresi içinde kalan komşularının kümesidir.  $v_k(z_{n,k})$  fonksiyonu  $k$  sınıfı için verilen pencere içindeki ikili etiketlerin toplamını vermektedir. (3)’teki karışım dağılımı  $v_k(z_{n,k})$  fonksiyonu sayesinde uzamla değişen bir dağılımdır.

## 3. SINIFLANDIRMA BE

Bu çalışmada SBE [7] algoritmasını hem sınıflandırma hem de parametre kestirimi için kullanılmaktadır. SBE algoritması E- ve M-adımları arasında Enbüyük Sonsal kestirimin yürütüldüğü bir sınıflandırma adımı içermektedir. Sınıflandırma adımından sonra pikseller alanı  $\mathcal{R}$ ’yi birbiriyle örtüşmeyen  $K$  bölgeye ayırabiliriz şöyle ki  $\mathcal{R} = \bigcup_{k=1}^K \mathcal{R}_k$  ve  $\mathcal{R}_k \cap \mathcal{R}_l = \emptyset$ ,  $k \neq l$ . Bu durumda sınıflandırma log-olabilirlik fonksiyonunu

$$Q_{CEM}(\Theta | \Theta^{t-1}) = \sum_{k=1}^K \sum_{m \in \mathcal{R}_k} \log \{ p(s_m | \theta_k) \pi_{m,k} \} p(z_{m,k} | s_m, \mathbf{Z}_{\partial m}, \Theta^t) \quad (5)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu problemin çözümü için kullanılan SBE algoritmasının adımları şu şekildedir:

**E-adımı:**  $k = 1, \dots, K$  ve  $n = 1, \dots, N$  için, daha önce kestirilen parametreler  $\Theta^{t-1}$  verildiğinde

$$p(z_{n,k} | s_n, \mathbf{Z}_{\partial n}, \Theta^{t-1}) = p(s_n | \theta_k^{t-1}) \frac{\exp(\eta^{t-1} v_k(z_{n,k}))}{\sum_{j=1}^K \exp(\eta^{t-1} v_j(z_{n,j}))} \quad (6)$$

sonsalmı hesapla.

**C-adımı:** Tüm  $n = 1, \dots, N$  için  $n$ ’inci pikseli  $p(z_{n,k} | \mathbf{x}_n, \mathbf{v}_n, \Theta^{t-1})$  sonsalmı  $k = 0, 1, \dots, K$  üzerinden enbüyükleyecek şekilde  $j$ ’inci kümeye ata:

$$j = \arg \max_k p(z_{n,k} | s_n, \mathbf{Z}_{\partial n}, \Theta^{t-1}) \quad (7)$$

**M-adımı:** Parametre seti  $\Theta$ ’ya göre (5)’teki sınıflandırma log-olabilirlik fonksiyonunu enbüyükle:

$$\Theta^{t-1} = \arg \max_{\Theta} Q_{CEM}(\Theta | \Theta^{t-1}) \quad (8)$$

Bu fonksiyonu enbüyüklemek için eldeki değişkenler sırasıyla değiştirilerek yinelenmektedir.

## 4. ÖĞRETİCİSİZ SINIFLANDIRMA

Bu bölümde öğreticisiz sınıflandırma algoritmasının ayrıntıları verilmektedir. Stratejimiz [9]’da önerilen ve [5, 8]’de karışım modelleri için geliştirilen felsefeyi izlemektedir. Algoritmaya büyük bir sınıf sayısı  $K = K_{max}$  ile başlayıp, daha sonra en zayıf sınıf ve ona en yakın olanı birleştirip sınıf sayısını bir azaltmaktayız  $K \leftarrow K - 1$ . En zayıf sınıf ortalama olasılıklar kullanılarak

$$k_{weak} = \arg \min_k \frac{1}{N_k} \sum_{n \in \mathcal{R}_k} p(z_{n,k} | s_n, \mathbf{Z}_{\partial n}, \Theta^{t-1}) \quad (9)$$

şeklinde bulunabilir. En zayıf sınıfa en yakın sınıfı bulmak için Jensen-Shannon olarak adlandırılan [13] bakışlımlı bir uzaklık ölçütü kullanılmaktadır. Bu ölçüt iki Kullback-Liebler ıraksama ölçütü üzerinden

$$D_{JS}(k) = \frac{1}{2} D_{KL}(p_{k_{weak}} || q) + \frac{1}{2} D_{KL}(p_k || q) \quad (10)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $q = 0.5 p_{k_{weak}} + 0.5 p_k$  ve  $p_k$ ,  $k \neq k_{weak}$ .  $k_{weak}$ ’e en yakın sınıfı  $l = \arg \min_k D_{JS}(k)$  şeklinde bulup iki sınıfı yeni bir sınıf  $\mathcal{R}_l \leftarrow \mathcal{R}_l \cup \mathcal{R}_{k_{weak}}$  oluşturacak şekilde birleştirmekteyiz.

Bu yordamı daha önceden belirlenmiş enküçük sınıf sayısı  $K_{min}$ 'e ulaşana kadar tekrarlamaktayız. Yordamın sonunda gerekli sınıf sayısının belirlenmesi için TTO ölçütüne bakmaktayız.

## 5. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde önerilen AML-CEM (Amplitude density mixtures of MnL with CEM) yöntemi ile elde edilmiş yüksek çözünürlüklü SAR imge öğreticisiz sınıflandırma sonuçları diğer bazı yöntemler ile karşılaştırılarak verilecektir. Bu yöntemler DSEM-MRF [14] ve K-MnL'dir. Aynı zamanda AML-CEM'nin öğreticili sürümünü de [6] karşılaştırma amaçlı denemekteyiz. Öğreticili durum için imge üzerinde birbiri ile örtüşmeyen bir takım eğitim ve sınama bölgeleri belirlenmiş ve algoritma eğitim ve sınama için iki defa çalıştırılmıştır. Etiket modeli için pencere boyutu  $13 \times 13$  olarak deneme ve yanılma yöntemiyle belirlenmiştir.

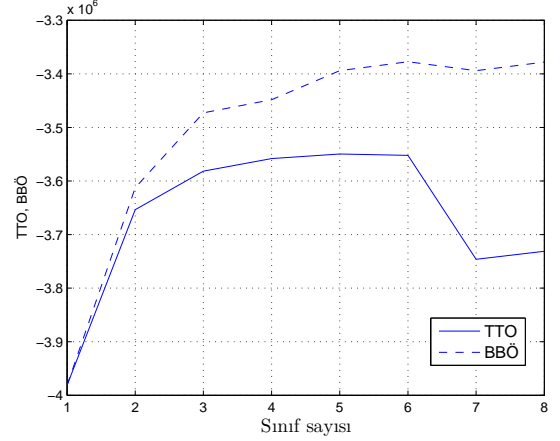
K-MnL yöntemi, sınıflandırma için K-ortalamar topraklandırması, bölütleme için ise Çokterimli Lojistik etiket modelinin arka arkaya bağlanması ile elde edilmiş melez bir yöntemdir. K-ortalamar topraklandırması bölütleme bir harita sağlamadığından daha adil bir karşılaştırma için bu yöntem türetilmiştir. K-ortalamar topraklandırması algoritmasının zayıf yönlerinden biri rasgele bir çekirdek ile başladığından, her defasında aynı sınıflandırma sonucu elde edilememektedir. Bu yüzden, K-MnL algoritmasını 20 defa çalıştırarak aralarından eniyi sonuç karşılaştırma için seçilmiştir.

Algoritmayı aşağıda ayrıntıları verilen TerraSAR-X imgesi üzerinde denedik.

- TSX1:  $1200 \times 1000$  piksel, HH poları TerraSAR-X Stripmap (6.5 m yeryüzü çözünürlüğü) 2.66-bakış, San-chagang, Çin üzerinde elde edilmiş (bakınız Şekil 1(a)). ©Infoterra.

Şekil 1(a)'daki TSX1 imgesi için tam yer-gerçekliği haritası elle üretilmiştir. Şekil 1 sınıflandırma sonuçlarını göstermektedir. Bu şekilde kırmızı renkli bölgeler 3-sınıflı yer-gerçekliği haritasına göre yanlış sınıflandırılmış bölgeleri belirtmektedir. Şekil 2'de sınıf sayısına göre çizilmiş TTO ve BBÖ değerleri görülmektedir. Bu değerler model derecesini de dikkate alarak verinin modele olan uyum kalitesini göstermektedir. TTO ve BBÖ değerlerindeki değişim 3'ten sonra yavaşlamaktadır. TTO enbüyük değerine 4'te ulaşmaktadır. 3 ve 4'teki değerler arasındaki fark küçük olduğundan ve amacımız gerekli enküçük sınıf sayısını bulmak olduğundan 3 bileşenli karışım modeli bu veri kümesini temsil etmek için yeterlidir. Şekil 3 farklı sınıf sayılarında bulunmuş sınıflandırma haritalarını göstermektedir. Bu şekilden bir araya toplama (agglomerative) türü algoritmanın çalışması boyunca sınıflandırma haritasının nasıl evrim geçirdiğini görmekteyiz. 3-sınıf için sayısal doğruluk sonuçları Tablo 1'de verilmektedir. Öğreticili AML-CEM son toplamda eniyi sonucu vermiştir. Yarı-öğreticili K-MnL'nin verdiği sonuçlar öğreticisiz AML-CEM'ye göre biraz daha iyi fakat K-MnL bu sonuçları sınıf sayısı bilindiğinde verebilmektedir. Bu yüzden K-MnL'yi yarı-öğreticili olarak sınıflandırmaktayız.

Benzetim sonuçları üzerinde MATLAB kurulu Intel Xeon, Core 8, 2.40 GHz CPU'su olan bir bilgisayarda elde edilmiştir.



Şekil 2: Çeşitli sınıf sayılarında (1'den 8'e kadar) sınıflandırılan TSX1 imgesinin TTO ve BBÖ değerleri.

Tablo 1: TSX1 imgesinin su, ıslak toprak, kuru toprak bölgelerinde ve ortalamada sınıflandırma doğrulukları.

	su	ıslak	kuru	ort.
DSEM-MRF (Öğ.)	90.00	69.93	91.28	83.74
AML-CEM (Öğ.)	88.98	<b>71.21</b>	<b>93.06</b>	<b>84.42</b>
K-MnL (Yarı-öğ.)	<b>89.71</b>	<b>86.13</b>	72.42	<b>82.92</b>
AML-CEM (Öğ/siz.)	88.24	62.99	<b>96.39</b>	82.54

Toplamda 57 yinleme 5.07 dakikada yürütülmüştür. Toplam işlenen piksel sayısı yaklaşık olarak 1.2 milyondur.

## 6. VARGI

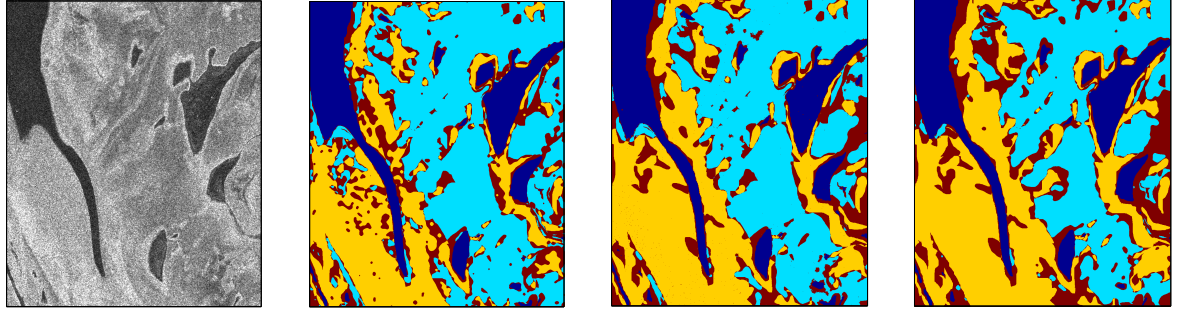
Sıradüzensel bir bir araya toplama türü öğreticisiz sınıflandırma yöntemi kullanarak sınıf etiketlerinin ilkdeğerlemesinden doğan olumsuz etkiyi ortadan kaldırmış olduk. Yapılan deneylere göre diyebiliriz ki daha çok sayıda sınıfla algoritmaya başlandığında ilkdeğerlere daha az bağımlı sonuçlar elde etmekteyiz. Bunun sonucu olarakta hesaplama yükü artacaktır. Sınıflandırma başarımlı doku ve polarıma gibi öznelitliklerin de kullanımıyla artırılabilir.

## 7. TEŞEKKÜR

The authors would like to thank Vladimir A. Krylov (Ayn INRIA, France) for providing the ground-truth image and interesting discussions and Astrium-Infoterra GmbH for providing the TerraSAR-X image.

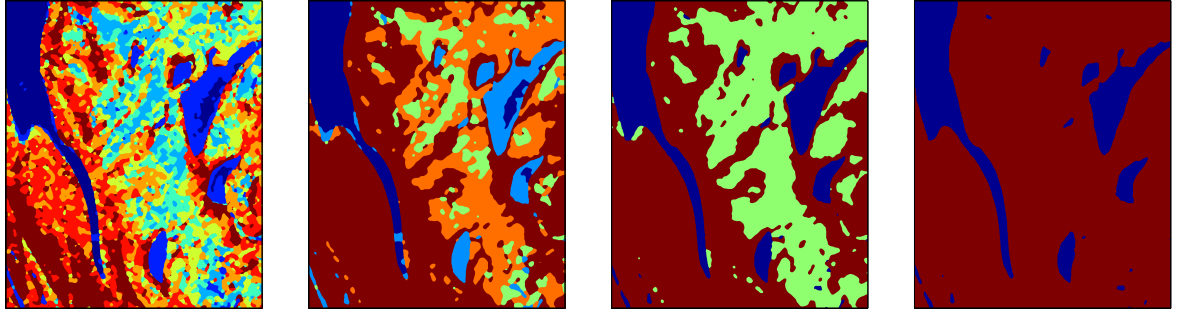
## 8. KAYNAKÇA

- [1] Oliver, C. and Quegan, S., Understanding Synthetic Aperture Radar Images, 3rd ed. Norwood: Artech House, 1998.
- [2] Masson, P. and Pieczynski, W. "SEM algorithm and unsupervised statistical segmentation of satellite images", IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 31(3):618-633, 1993.



(a) TSX1 imgesi (b) K-MnL sınıflandırması (c) Öğreticili sınıflandırma (d) Öğreticisiz sınıflandırma

Şekil 1: (a) TSX1 imgesi, (b), (c) ve (d) K-MnL, öğreticili ve öğreticisiz AML-CEM yöntemleri ile elde edilmiş sınıflandırma haritaları. Koyu mavi, açık mavi, sarı ve kırmızı renkler sırasıyla su, ıslak toprak, kuru toprak ve yanlış sınıflandırma bölgelerini göstermektedir.



(a) K= 8 (b) K= 5 (c) K= 3 (d) K= 2

Şekil 3: Öğreticisiz AML-CEM algoritması ile farklı sınıf sayıları  $K = \{2, 3, 5, 8\}$  için elde edilmiş sınıflandırma haritaları.

- [3] Dempster, A.P., Laird, N.M. and Rubin, D.B. "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm", J. R. Statist. Soc. B, 39:1-22, 1977.
- [4] Palubinskas, G., Descobes, X. and Kruggel, F., "An Unsupervised Clustering Method using the Entropy Minimization" in Int. Conf. Pattern Recognition, ICPR'98, 1816-1818, 1998.
- [5] Figueiredo, M.A.T. and Jain, A.K., "Unsupervised learning of finite mixture models", IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell., 24(3):381-396, 2002.
- [6] Kayabol, K., Voisin, A. and Zerubia, J. "SAR image classification with non-stationary multinomial logistic mixture of amplitude and texture densities", in Int. Conf. Image Process. ICIP'11, 173-176, Brussels, Belgium, Sep. 2011.
- [7] Celeux, G. and Govaert, G. "A classification EM algorithm for clustering and two stochastic versions", Comput. Statist. Data Anal., 14:315-332, 1992.
- [8] Fraley, C. and Raftery, A., "Model-based clustering, discriminant analysis, and density estimation", J. Am. Statistical Assoc., 97(458):611-631, 2002.
- [9] Ward, J.H., "Hierarchical groupings to optimize an objective function", J. Am. Statistical Assoc., 58(301):236-244, 1963.
- [10] Schwarz, G., "Estimating the dimension of a model", Annals of Statistics, 6:461-464, 1978.
- [11] Biernacki, C., Celeux, G. and Govaert, G. "Assessing a mixture model for clustering with the integrated completed likelihood", IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell., 22(7):719-725, 2000.
- [12] Krishnapuram, B., Carin, L., Figueiredo, M.A.T. and Hartemink, A.J., "Sparse multinomial logistic regression: Fast algorithms and generalization bounds", IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell., 27(6):957-968, 2005.
- [13] Lin, J. "Divergence measures based on the Shannon entropy", IEEE Trans. Inform. Theory, 37(1):145-151, 1991.
- [14] Krylov, V.A., Moser, G., Serpico, S.B. and Zerubia, J., "Supervised High-Resolution Dual-Polarization SAR Image Classification by Finite Mixtures and Copulas," IEEE J. Sel. Top. Signal Process., 5(3):554-566, 2011.